

一种最小二乘意义下主客观评价一致的 的组合评价方法

毛定祥

(上海大学国际工商与管理学院, 上海 201800)

摘要: 本文分析了主观赋权法和客观赋权法的基本原理, 在此基础上, 提出了一种最小二乘意义下主客观评价一致的组合评价方法, 并通过实例说明这种方法的合理性。

关键词: 主观赋权法; 客观赋权法; 组合评价

中图分类号: C931 **文献标识码:** A

1 引言

在多指标综合评价问题中, 如何确定各指标权重是非常重要的。目前确定指标权重的方法大致可分为两类: 主观赋权法和客观赋权法。主观赋权法的各指标权重主要由专家根据经验和主观判断得到。客观赋权法的各指标权重是由各指标在被评价对象中的实际数据形成。这两种赋权方法各有优缺点, 而目前关于指标权重的确定方法有数十种之多, 其中又没有一种公认的完全合理的赋权方法。因此, 有必要将多种赋权方法进行优化组合。本文给出了一种最小二乘意义下主客观评价一致的组合评价方法, 从而使综合评价结果比起单一评价方法更具合理性、可信性。

2 主观赋权法

主观赋权法有多种, 研究也比较成熟, 如 Delphi 法、AHP 法等。这些方法都是利用专家的知识、经验对实际问题作出判断而主观给出权重的。一般说来, 专家在确定指标权重时, 较多的是从指标本身的经济意义(或技术意义)来考虑其重要性, 因此我们称主观赋权法确定的权重为价值量权重。

人们从多种途径和方法来避免赋权时的主观随意性, 包括: 遴选专家时注重专家的领域知识和经验; 注意专家本身判断的一致性; 增加专家数量; 考

虑专家是否具有代表性; 给不同的专家赋不同的权重等等。

3 客观赋权法

客观赋权法也有多种, 常用的有变异系数法、复相关系数法、熵值法等, 多元统计中的主成份分析法、因子分析法在做综合评价与分析时也同时给定了各指标的权重。这些方法都是根据评价对象的实际数据经数学处理来赋权的。一般说来, 它们是根据各指标值变异程度或(和)各指标之间的相关关系来确定指标的重要性, 因而使权重具有绝对的客观性。我们称这种由评价对象数据本身提供的信息所确定的权重为信息量权重。客观赋权法给出的权重由于其绝对的客观性而可能违背指标的经济意义(或技术意义), 同时, 样本的变化可能导致权重的变化, 造成权重的不稳定。

一组数据的变异系数是它的标准差除以均值的绝对值。令 n 个评价对象有 m 项指标, 其原始数据阵为 $X = (x_{ij})_{n \times m}$ 。

记 $\bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ij}$, $S_j = [\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2]^{1/2}$, 则 $b_j = S_j / |x_j|$ ($i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$) 就是 x_j 的变异系数。

此时第 j 个指标的权重就是 $b_j = S_j / \sum_{j=1}^m b_j$ 。这种加权方法是为了突出各指标的相对变化幅度即变异程度。从评价的目的来看, 是区别被评价的对象, b_j 的值大表示第 j 项指标在不同的对象上变化大, 区别对象的能力强, 所以应给予重视。

收稿日期: 2002-01-31

作者简介: 毛定祥(1946-), 男(民族), 江苏人, 上海大学国际工商与管理学院, 教授, 系主任, 研究方向: 金融工程、经济信息管理。

复相关系数法是根据各指标间的相关关系来确定指标的重要性。第 i 个指标的复相关系数 r_i 指的是其余的指标对第 i 个指标相关程度, 它反映了除第 i 个指标以外的那些指标能替代第 i 个指标的能力。当 $r_i = 1$ 时, 第 i 个指标可以去掉(权重为零), 当 r_i 很小时, 其余的指标不能替代第 i 个指标, 所以用复相关系数的绝对值的倒数 $|r_i|^{-1}$ 作为权重是合适的。

由此可见, 变异系数法和复相关系数法是两种最基本的反映指标客观信息(变异和相关)的赋权方法, 而主成份分析和因子分析不仅反映了指标的客观信息, 而且具有降维、简化和分析观测数据基本结构的作用。

4 最小二乘意义下主客观评价一致的组合评价方法

由以上的分析可知, 主观赋权法体现了指标的价值量(经济意义或技术意义), 客观赋权法体现了指标的信息量(变异和相关), 两者各具特点, 综合评价应当体现两者的统一。下面我们以最小二乘法为工具, 建立确定指标权重的优化模型, 使指标的赋权达到主观与客观的统一、价值量与信息量的统一。

令主观赋权法给出的各指标权重为

$$U = [u_1, u_2, \dots, u_m]^T$$

客观赋权法给出的各指标权重为

$$V = [v_1, v_2, \dots, v_m]^T$$

各指标的优化组合权重为

$$W = [w_1, w_2, \dots, w_m]^T$$

具有 m 项评价指标、 n 个评价对象的标准化后的数据阵为 $Z = (z_{ij})_{n \times m}$ 。第 i 个评价对象的评价值为

$$f_i = \sum_{j=1}^m w_j z_{ij}, \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

对所有评价对象的所有指标而言, 主客观赋权下的评价值的偏差应当越小越好, 为此建立如下最小二乘法优化组合评价模型。

$$\min H(w) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \{ [(u_j - w_j) z_{ij}]^2 + [(v_j - w_j) z_{ij}]^2 \}$$

$$\text{Subject to } \sum_{j=1}^m w_j = 1, w_j \geq 0 (j = 1, 2, \dots, m)$$

下面求解此模型:

作 Lagrange 函数

$$L = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \{ [(u_j - w_j) z_{ij}]^2 + [(v_j - w_j) z_{ij}]^2 \} + 4\lambda \left(\sum_{j=1}^m w_j - 1 \right)$$

$$\text{令 } \frac{\partial L}{\partial w_j} = - \sum_{i=1}^n 2(u_j + v_j - 2w_j) z_{ij}^2 + 4\lambda = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 4 \left(\sum_{j=1}^m w_j - 1 \right) = 0$$

$$\text{用矩阵表示为 } \begin{bmatrix} A & e \\ e^T & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B \\ 1 \end{bmatrix}$$

其中 A 为 $m \times m$ 对角阵, e, W, B 均为 $m \times 1$ 向量。

$$A = \text{diag} \left[\sum_{i=1}^n z_{i1}^2, \sum_{i=1}^n z_{i2}^2, \dots, \sum_{i=1}^n z_{im}^2 \right]$$

$$e = [1, 1, \dots, 1]^T$$

$$W = [w_1, w_2, \dots, w_m]^T$$

$$B = \left[\sum_{i=1}^n \frac{1}{2} (u_1 + v_1) z_{i1}^2, \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} (u_2 + v_2) z_{i2}^2, \dots, \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} (u_m + v_m) z_{im}^2 \right]^T$$

$$\dots, \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} (u_m + v_m) z_{im}^2 \right]^T$$

解上面的矩阵方程, 得

$$W = A^{-1} \cdot \left[B + \frac{1 - e^T A^{-1} B}{e^T A^{-1} e} \cdot e \right]$$

由上述权重可得各评价对象的得分, 并进而作出排序。

5 实例分析

对 20 家电子电器行业上市公司的偿债能力进行综合评价。所用指标有五项: x_1 —资产负债率, x_2 —流动比率, x_3 —速动比率, x_4 —现金比率, x_5 —利息保障倍数。数据摘自《上海证券报》1999 年 1~5 月各期。

1. 用变异系数法得出的各指标权重为 $[0.0660, 0.0674, 0.0879, 0.2156, 0.5631]^T$ 。

2. 用复相关系数法得出的各指标权重为 $[0.1860, 0.1615, 0.1524, 0.2051, 0.2951]^T$ 。

以上权重说明, 对前三项指标来说, 样本数据的变异很小, 而最后一项指标的变异很大, 同时最后一项指标与其余指标的相关性也较小。这是由指标本身的性质和样本特性决定的。

3. 以上两种方法分别从样本数据的变异和相关性来反映指标的客观信息, 为兼顾这两个方面, 全面反映样本的客观信息, 对以上两种权重用最小二乘法进行优化组合, 得权重 $[0.1260, 0.1144,$

0. 1201, 0. 2104, 0. 4291]^T。

4 征求专家意见认为资产负债率、现金比率最能反映公司偿债能力, 给出权重[0. 40, 0. 10, 0. 15, 0. 30, 0. 05]^T。

5 对 3 的组合客观权重和 4 的主观权重用最小二乘法进行优化组合, 得权重[0. 2630, 0. 1072, 0. 1351, 0. 2552, 0. 2395]^T。

由以上五种权重得出的 20 家上市公司偿债能力综合评价得分排序结果列于表 1。组合前的 Spearman 等级相关系数为: $R_{1,4}=0.6887$, $R_{2,4}=0.8767$ 。组合后的 Spearman 等级相关系数为 $R_{1,5}=0.8602$, $R_{2,5}=0.9895$, $R_{4,5}=0.8977$ 。可见用最小二乘法优化组合后得到的评价结果, 确能达到主观与客观评价的一致。

表 1 由五种权重得出的 20 家上市公司偿债能力综合评价得分排序

上市公司名称	(1) 变异系数赋权	(2) 复相关系数赋权	(3) (1)和(2)的组合	(4) 主观赋权	(5) (3)和(4)的组合
1. 厦华电子	18	17	17	17	17
2. 大唐电信	6	3	4	1	3
3. 东风电仪	4	9	6	15	10
4. 上菱电器	8	10	9	8	8
5. 天兴仪表	11	7	11	6	9
6. 长征电器	10	6	8	3	6
7. 青岛海尔	7	11	7	13	11
8. 彩虹股份	14	12	13	10	12
9. 天津磁卡	3	4	3	7	5
10. 东方电工	20	20	20	20	20
11. 特变电工	12	13	12	12	13
12. 飞乐股份	13	14	14	14	15
13. 长城电工	5	5	5	2	4
14. 山东电缆	16	16	16	16	16
15. 深康佳	17	19	18	19	19
16. 四川长虹	2	2	2	9	2
17. 海信电器	1	1	1	4	1
18. 万家乐	9	8	10	5	7
19. 华东电脑	19	18	19	18	18
20. 长安信息	5	15	15	11	14

参考文献:

[1] 郭志刚. 社会统计分析方法[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 1999.

[2] 宣家骥. 多目标决策[M]. 长沙: 湖南科学技术出版社, 1989.

[3] 易丹辉. 非参数统计[M]. 中国统计出版社, 1996.

[4] 毛保华. 评价指标体系分析及其权重系数的确定[J]. 系统工程, 1991, 9(4): 37—41.

A Combinational Evaluation Method Resulting in Consistency between Subjective and Objective Evaluation in the Least Squares Sense

MAO Ding-xiang

(School of International Business & Management, Shanghai University, Shanghai 201800, China)

Abstract: In this paper, we analyze first the basic principles of subjective and objective weighting methods. Then, we put forward a combinational evaluation method resulting in consistency between subjective and objective evaluation in the least squares sense and use an example to show the reason of the method.

Key words: subjective weighting method; objective weighting method; combinational evaluation