



# 《电磁工业软件理论与仿真》

## 带通滤波器的设计

电子科技大学 (深圳) 高等研究院  
电子产品工业软件研究中心

2022-05

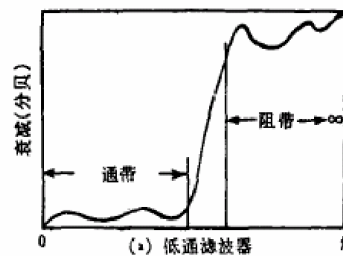
# 滤波器概念简介

- 滤波器是通信工程中常用的重要器件，它对信号具有频率选择性，在通信系统中通过或阻断、分开或合成某些频率的信号。
- 通常采用工作衰减来描述滤波器的幅值特性：

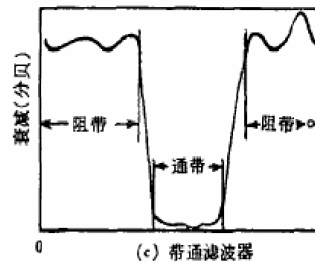
$$L_A = 10 \lg \frac{P_{in}}{P_L} \quad (\text{dB})$$

$P_{in}$ 和 $P_L$ 分别为滤波器输入功率和负载吸收功率。

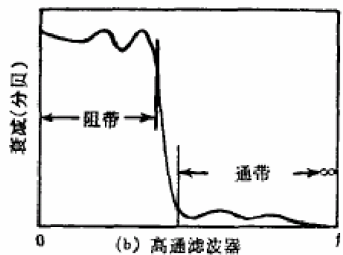
- 根据衰减特性不同，滤波器通常分为低通、高通、带通和带阻滤波器。



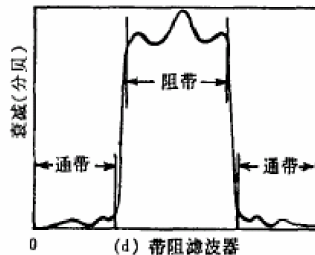
低通



带通



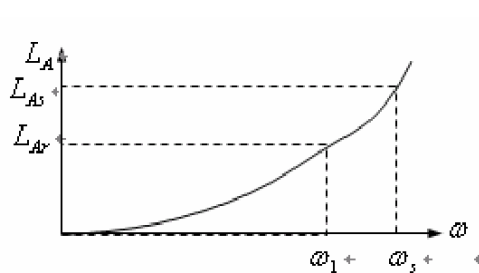
高通



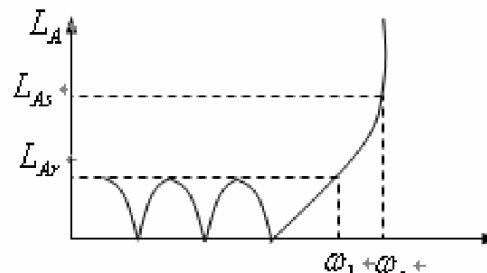
带阻

# 滤波器概念简介

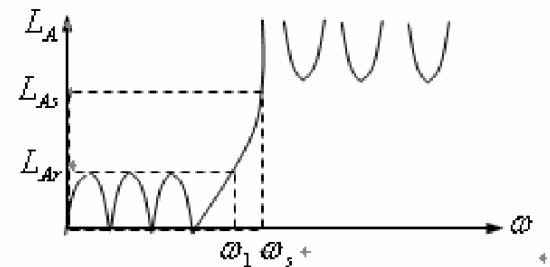
- 实用中，最广泛使用的逼近函数有三种，相应的滤波器称为：最平坦型 (Butterworth)、等波纹型 (Chebyshev) 和椭圆函数型。



最平坦型逼近



等波纹型逼近



椭圆函数型逼近

- 用来说明滤波器特性的主要指标有：
  - 中心频率  $f_0$
  - 带宽  $bw = f_s - f_e$
  - 插入损耗
  - 回波损耗
  - 带外抑制 ...

# 滤波器综合---广义切比雪夫滤波器多项式

切比雪夫多项式:

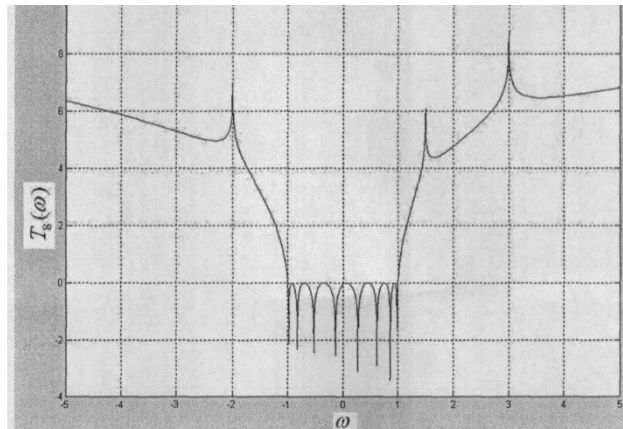
$$C_N(\omega) = ch \left[ \sum_{i=1}^N ch^{-1}(x_i) \right]$$

$$ch(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}; x_i = \frac{\omega - 1/\omega_{pi}}{1 - \omega/\omega_{pi}}; \quad \omega_{pi} \text{ 是切比雪夫函数的奇点;}$$

为了画图方便, 对上式取对数, 令  $T_N(\omega) = \text{Log}_{10}|C_N(\omega)|$

以  $N=8$  为例, 取三个有限奇点  $\omega_{p1}=-2, \omega_{p2}=1.5, \omega_{p3}=3$ , 其余 5 个奇点均在无穷远处, 得到:

$$T_8(\omega) = \text{Log}_{10} \left| ch \left[ ch^{-1}\left(\frac{\omega - 1/\omega_{p1}}{1 - \omega/\omega_{p1}}\right) + ch^{-1}\left(\frac{\omega - 1/\omega_{p2}}{1 - \omega/\omega_{p2}}\right) + ch^{-1}\left(\frac{\omega - 1/\omega_{p3}}{1 - \omega/\omega_{p3}}\right) + 5 \cdot ch^{-1}(\omega) \right] \right|$$





# 广义切比雪夫滤波器多项式

因在通带内  $(-1 \leq \omega \leq 1)$  有等波纹响应；让  $H_N(\omega) > 1$ , 这样才能使  $\text{Log}(H_N(\omega)) > 0$ ;

对传输函数  $H_N(\omega)$  进行改造:

$H_N(\omega) = 1 + \varepsilon^2 C_N^2(\omega)$ ; 改造后的传输  $H_N(\omega)$  就可以做为滤波器的原型函数了;

$$S_{21}^2(\omega) = \frac{1}{H_N(\omega)}$$

$C_N(\omega)$  是多项式函数, 所以  $S$  参数可用多项式表示为:

$$S_{11}(\omega) = \frac{F_N(\omega)}{E_N(\omega)}; S_{21}(\omega) = \frac{P_N(\omega)}{\varepsilon E_N(\omega)};$$

$$RL = 20 \text{Log}_{10}(S_{11}) \Rightarrow RL = 10 \text{Log}_{10} \left( 1 + \frac{P_N^2(\omega)}{\varepsilon^2 E_N^2(\omega)} \right) \Rightarrow \varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{RL/10} - 1}} \cdot \frac{P_N(\omega)}{F_N(\omega)} \Big|_{\omega=1}$$

$S_{21}$  的传输零点  $\omega_{pi}$  已知, 所以  $S_{21}$  分子是已知的, 可写为:

$$P_K(\omega) = \prod_{i=1}^K (\omega - \omega_{pi})$$



# 广义切比雪夫滤波器多项式

下面用迭代法得出 S 参数的多项式表达式：

$$C_N(\omega) = ch \left[ \sum_{i=1}^N ch^{-1}(x_i) \right] \longrightarrow C_N(\omega) = ch \left[ \sum_{i=1}^N \ln(a_i + b_i) \right] \quad a_i = x_i, \quad b_i = (x_i^2 - 1)^{1/2}$$

$$ch^{-1}(x) = \ln \left[ x + (x^2 - 1)^{\frac{1}{2}} \right]$$

$$C_N(\omega) = \frac{1}{2} \left[ \text{Exp} \left( \sum_{i=1}^N \ln(a_i + b_i) \right) + \text{Exp} \left( - \sum_{i=1}^N \ln(a_i + b_i) \right) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \prod_{i=1}^N (a_i + b_i) + \frac{1}{\prod_{i=1}^N (a_i + b_i)} \right]$$

$$\prod_{n=1}^N (a_n + b_n) \cdot \prod_{n=1}^N (a_n - b_n) = \prod_{n=1}^N (a_n^2 - b_n^2) = 1$$

$$C_N(\omega) = \frac{1}{2} \left[ \prod_{i=1}^N (a_i + b_i) + \prod_{i=1}^N (a_i - b_i) \right]$$



# 广义切比雪夫滤波器多项式

$$\downarrow \quad a_i = x_i, \quad b_i = (x_i^2 - 1)^{1/2} \quad x_i = \frac{\omega - 1/\omega_{pi}}{1 - \omega/\omega_{pi}}$$

$$C_N(\omega) = \frac{1}{2} \frac{\prod_{n=1}^N (c_n + d_n) + \prod_{n=1}^N (c_n - d_n)}{\prod_{n=1}^N \left(1 - \frac{\omega}{\omega_n}\right)}$$

$$\text{Num}[C_N(\omega)] = F_N(\omega) = \frac{1}{2} [G_N(\omega) + G'_N(\omega)] \quad \downarrow \quad c_i = \omega - \frac{1}{\omega_{pi}} \quad d_i = \omega' \left(1 - \frac{1}{\omega_{pi}^2}\right)^{1/2} \quad \omega' = (\omega^2 - 1)^{1/2}$$

$$G_N(\omega) = \prod_{i=1}^N [c_i + d_i] = U_N(\omega) + V_N(\omega) \quad U_N(\omega) = u_0 + u_1\omega + u_2\omega^2 + \cdots + u_N\omega^N$$

$$G_N(\omega) = \prod_{i=1}^N [c_i - d_i] = U_N(\omega) - V_N(\omega) \quad V_N(\omega) = \omega' \cdot (v_0 + v_1\omega + v_2\omega^2 + \cdots + v_N\omega^{N-1})$$

,



$$N=1 \quad G_1(\omega) = (c_1 + d_1) = \left(\omega - \frac{1}{\omega_{p1}}\right) + \omega' \left(1 - \frac{1}{\omega_{p1}^2}\right)^{1/2} = U_1(\omega) + V_1(\omega)$$



# 广义切比雪夫滤波器多项式

$$N = 2 \mid \quad G_2(\omega) = G_1(\omega) \cdot (c_2 + d_2) = [U_1(\omega) + V_1(\omega)] \cdot \left[ \left( \omega - \frac{1}{\omega_{p2}} \right) + \omega' \left( 1 - \frac{1}{\omega_{p2}^2} \right)^{1/2} \right]$$

$$= U_2(\omega) + V_2(\omega)$$

$$U_{N+1}(w) = w * U_N(w) - \frac{U_N(w)}{w_{p(N+1)}} + w' * \sqrt{1 - \frac{1}{w_{p(N+1)}^2}} * V_N(w)$$

$$V_{N+1}(w) = w * V_N(w) - \frac{V_N(w)}{w_{p(N+1)}} + w' * \sqrt{1 - \frac{1}{w_{p(N+1)}^2}} * U_N(w)$$

$$F_N(\omega) = \frac{1}{2} [G_N(\omega) + G'_N(\omega)] = U_N(\omega), \quad E_N(\omega) = \sqrt{F_N^2(\omega) + \frac{1}{\varepsilon^2} P_N^2(\omega)}$$

此处用迭代法求出多项式,即可求出S11,S21;



# 滤波器综合---耦合矩阵综合

分析交叉耦合滤波器等效电路模型

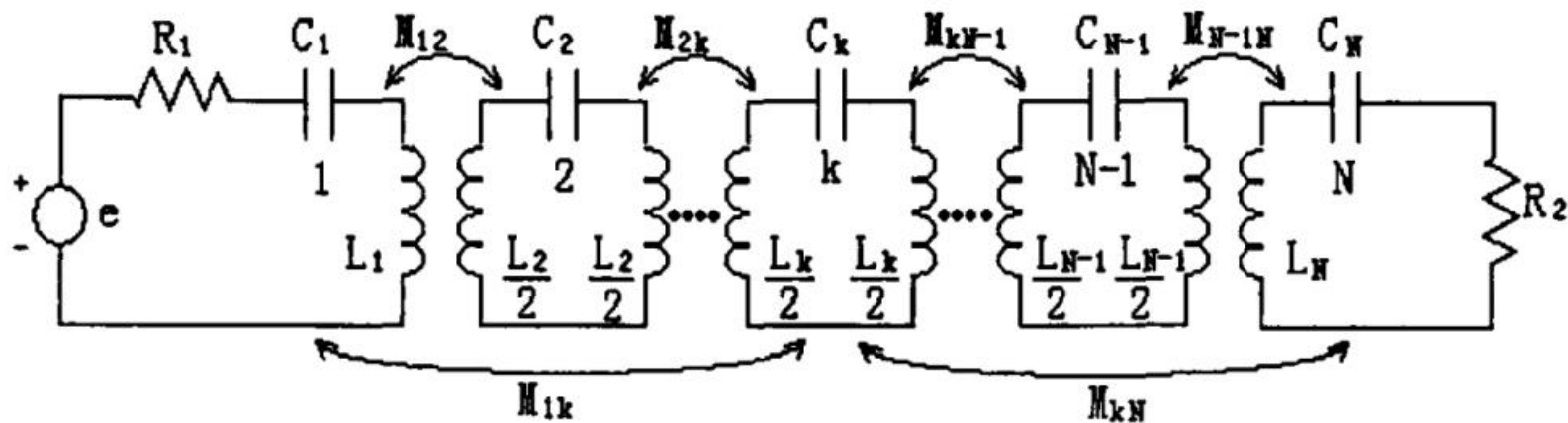


图 2-4 交叉耦合滤波器等效电路模型



# 耦合矩阵综合

根据延环路电压之和为零的定理，写出各个回路程：

$$\begin{cases} (R_1 + j\omega L_1 + 1/j\omega C_1) \cdot i_1 + jM_{12} \cdot i_2 + jM_{1k} \cdot i_k = e \\ jM_{12} \cdot i_1 + (j\omega L_2 + 1/j\omega C_2) \cdot i_2 + jM_{2k} \cdot i_k = 0 \\ \dots\dots\dots \\ jM_{1k} \cdot i_1 + jM_{2k} \cdot i_2 + (j\omega L_k + 1/j\omega C_k) \cdot i_k + jM_{kN-1} \cdot i_{N-1} + jM_{N-1N} \cdot i_N = 0 \\ \dots\dots\dots \\ jM_{kN-1} \cdot i_k + (j\omega L_{N-1} + 1/j\omega C_{N-1}) \cdot i_{N-1} + jM_{N-1N} \cdot i_N = 0 \\ jM_{kN} \cdot i_k + jM_{N-1N} \cdot i_{N-1} + (R_2 + j\omega L_N + 1/j\omega C_N) \cdot i_N = 0 \end{cases}$$

改写成矩阵方式：

$$\begin{bmatrix} R_1 + j\omega L_1 + 1/j\omega C_1 & jM_{12} & \cdots & jM_{1,N-1} & jM_{1,N} \\ jM_{21} & j\omega L_2 + 1/j\omega C_2 & \cdots & jM_{2,N-1} & jM_{2,N} \\ jM_{31} & jM_{32} & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \cdots & j\omega L_{N-1} + 1/j\omega C_{N-1} & jM_{N-1,N} \\ jM_{N1} & jM_{N2} & \cdots & jM_{N,N-1} & R_2 + j\omega L_N + 1/j\omega C_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_{N-1} \\ i_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



# 耦合矩阵综合

$$\begin{bmatrix} R_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_{N-1} \\ i_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} j\omega L_1 + 1/j\omega C_1 & jM_{12} & \cdots & jM_{1,N-1} & jM_{1N} \\ jM_{21} & j\omega L_2 + 1/j\omega C_2 & \cdots & jM_{2,N-1} & jM_{2N} \\ jM_{31} & jM_{32} & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \cdots & j\omega L_{N-1} + 1/j\omega C_{N-1} & jM_{N-1,N} \\ jM_{N1} & jM_{N2} & \cdots & jM_{N,N-1} & j\omega L_N + 1/j\omega C_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_{N-1} \\ i_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

于是得到电路方程：

$$[R + jM + j\omega'U] \cdot [I] = [e]$$

$$[\omega'U - jR + M] \cdot [I] = [Z] \cdot [I] = -j[e]$$

$\omega'$  为归一化角频率， $\omega_k = 1/\sqrt{L_k C_k}$  为各谐振器的谐振频率，可以不等于中心角频率  $\omega_0$

上面各式进行了归一化处理 相对带宽表示为： $FBW = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\Delta f}{f_0}$

$$\omega' = \frac{1}{FBW} \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad m_{ik} = \frac{M_{ik}}{FBW}, (i \neq k)$$

$$r_i = \frac{R_i}{FBW}, (i = 1, 2) \quad m_{kk} = -\frac{1}{FBW} \left[ \omega \left( \frac{1}{\omega_0} - \frac{1}{\omega_k} \right) - \frac{1}{\omega} (\omega_0 - \omega_k) \right], (i = k)$$



# 耦合矩阵综合

下面根据二端口网络导纳定义，用耦合矩阵M和频率变量 $s=j\omega$  表示Y参数；

$$[\omega'U - jR + M] \cdot [I] = [Z] \cdot [I] = -j[e]$$

Y参数表示如下：

$$y_{21}(s) = \frac{i_N}{e_1} \Big|_{R1=R2=0} = j[-M - \omega U]_{N1}^{-1}$$

$$y_{22}(s) = \frac{i_N}{e_N} \Big|_{R1=R2=0} = j[-M - \omega U]_{NN}^{-1}$$

[U]为单元阵，M为实对称矩阵，所以满足： $-M = T \cdot \Lambda \cdot T^t$

$\Lambda = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \dots \lambda_N]$ ,  $\lambda_i$ 为对角阵，T为对称正交阵， $T^t$ 为T的转置矩阵；

$-M = T \cdot \Lambda \cdot T^t$  代入到上  $y_{21}(s)y_{22}(s)$ 表达式：

$$y_{21}(s) = j[T \cdot \Lambda \cdot T^t - \omega U]_{N1}^{-1}$$

$$y_{22}(s) = j[T \cdot \Lambda \cdot T^t - \omega U]_{NN}^{-1}$$

右侧通解

$$[T \cdot \Lambda \cdot T^t - \omega U]_{ij}^{-1} = \sum_{k=1}^N \frac{T_{ik} T_{jk}}{\omega - \lambda_k} (i, j = 1, 2, 3, \dots, N)$$

$$y_{21}(s) = j \cdot \sum_{k=1}^N \frac{T_{Nk} T_{1k}}{\omega - \lambda_k}$$

$$y_{22}(s) = j \cdot \sum_{k=1}^N \frac{T_{Nk}^2}{\omega - \lambda_k}$$





# 耦合矩阵综合

接下来建立Y参数与多项式的关系：

双端口网络其电压电流规律可用如下式表示：

$$\begin{cases} V_1 = z_{11} \cdot I_1 + z_{12} \cdot I_2 \\ V_2 = z_{21} \cdot I_1 + z_{22} \cdot I_2 \\ V_2 = -I_2 \cdot R_2 \end{cases} \rightarrow Z_1(s) = \frac{V_1}{I_1} = \frac{(z_{11} \cdot z_{22} - z_{12}^2) + z_{11} \cdot R_2}{z_{22} + R_2}$$

$$y_{22} = \frac{z_{11}}{z_{11} \cdot z_{22} - z_{12}^2} \quad \downarrow \text{根据导纳与阻抗关系定义化简}$$

$$Z_1(s) = \frac{z_{11} \cdot (1/y_{22} + R_2)}{z_{22} + R_2} = z_{11} \cdot \frac{1/(y_{22} \cdot R_2) + 1}{z_{22}/R_2 + 1}$$

$$\frac{Z_1(s)}{R_1} = \frac{z_{11}}{R_1} \cdot \frac{(1/y_{22} \cdot R_2 + 1)}{z_{22}/R_2 + 1}$$

而输入阻抗 $Z_1(s)$ 与 $S_{11}$ 的关系为：

$$\frac{Z_1(s)}{R_1} = \frac{1 \pm S_{11}}{1 \mp S_{11}} = \frac{E(s) \pm F(s)}{E(s) \mp F(s)} = \frac{m_1 + n_1}{m_2 + n_2}$$

$m_1, m_2$ 为多项式实部,  $n_1, n_2$ 为虚部;

$$\begin{cases} m_1 = \text{Re}(e_0 + f_0) + j \cdot \text{Im}(e_1 + f_1)s + \text{Re}(e_2 + f_2)s^2 + \dots \\ n_1 = j \cdot \text{Im}(e_0 + f_0) + \text{Re}(e_1 + f_1)s + j \cdot \text{Im}(e_2 + f_2)s^2 + \dots \end{cases}$$

$e_i, f_i$ 分别为多项式 $E(s)$ ,  $F(s)$ 的复系数;

N为偶数时, 等式可写为:

$$\frac{Z_1(s)}{R_1} = \frac{m_1 + n_1}{m_2 + n_2} = \frac{n_1}{m_2} \cdot \frac{m_1/n_1 + 1}{n_2/m_2 + 1}$$

以上两式右侧对比得:  $y_{22} = \frac{1}{R_2} \cdot \frac{n_1}{m_1}$

因为 $y_{21}$ 与 $y_{22}$ 具有形同的分母, 且 $y_{21}$ 与 $S_{21}(\omega) = \frac{P_N(\omega)}{\varepsilon E_N(\omega)}$ 有相同的传输零点; 所以 $y_{21} = \frac{P(s)}{\varepsilon \cdot m_1}$



# 耦合矩阵综合

由上节得出：

$$y_{21}(s) = j \cdot \sum_{k=1}^N \frac{T_{Nk} T_{1k}}{\omega - \lambda_k}$$

$$y_{21} = \frac{P(s)}{\varepsilon \cdot m_1}$$

$$y_{22}(s) = j \cdot \sum_{k=1}^N \frac{T_{Nk}^2}{\omega - \lambda_k}$$

$$y_{22} = \frac{1}{R_2} \cdot \frac{n_1}{m_1}$$

由上得出如下等式：

$$j \cdot \sum_{k=1}^N \frac{T_{Nk} T_{1k}}{\omega - \lambda_k} = \frac{P(s)}{\varepsilon \cdot m_1}$$

$$j \cdot \sum_{k=1}^N \frac{T_{Nk}^2}{\omega - \lambda_k} = \frac{1}{R_2} \cdot \frac{n_1}{m_1}$$

由上式 $\lambda_k$ 是多项式 $m_1$ 的根， $T_{Nk}^2$ 是 $\frac{n_1}{m_1}$ 的留数， $T_{Nk} \cdot T_{1k}$ 是 $\frac{P(s)}{\varepsilon \cdot m_1}$ 的留数；

于是求出 $T_{1k}, T_{Nk}$ ，再运用 $-M = T \cdot \Lambda \cdot T$ 即可求出M矩阵；

0	$T_{11}$	$T_{12}$	$T_{13}$	$T_{14}$	$T_{15}$	0
$T_{11}$	$\lambda_1$	0	0	0	0	$T_{N1}$
$T_{12}$	0	$\lambda_2$	0	0	0	$T_{N2}$
$T_{13}$	0	0	$\lambda_3$	0	0	$T_{N3}$
$T_{14}$	0	0	0	$\lambda_4$	0	$T_{N4}$
$T_{15}$	0	0	0	0	$\lambda_5$	$T_{N5}$
0	$T_{N1}$	$T_{N2}$	$T_{N3}$	$T_{N4}$	$T_{N5}$	0



# 耦合矩阵综合

**N** 为奇数时:

$$\frac{Z_1(s)}{R_1} = \frac{m_1 + n_1}{m_2 + n_2} = \frac{m_1}{n_2} \cdot \frac{n_1 / m_1 + 1}{m_2 / n_2 + 1}$$

$$\frac{Z_1(s)}{R_1} = \frac{z_{11}}{R_1} \cdot \frac{(1 / y_{22} \cdot R_2 + 1)}{z_{22} / R_2 + 1} \quad \text{右侧对比:} \quad y_{22} = \frac{1}{R_2} \cdot \frac{m_1}{n_1}$$

因为 $y_{21}$ 与 $y_{22}$ 具有形同的分母, 且 $y_{21}$ 与 $S_{21}(\omega) = \frac{P_N(\omega)}{\varepsilon E_N(\omega)}$ 有相同的传输零点;

$$\text{所以 } y_{21} = \frac{P(s)}{\varepsilon \cdot n_1}$$

$$j \cdot \sum_{k=1}^N \frac{T_{Nk} T_{1k}}{\omega - \lambda_k} = \frac{P(s)}{\varepsilon \cdot n_1}$$

$$j \cdot \sum_{k=1}^N \frac{T_{Nk}^2}{\omega - \lambda_k} = \frac{1}{R_2} \cdot \frac{m_1}{n_1}$$

由上式 $\lambda_k$ 是多项式  $n_1$ 的根,  $T_{Nk}^2$ 是 $\frac{m_1}{n_1}$ 的留数,  $T_{Nk} \cdot T_{1k}$ 是 $\frac{P(s)}{\varepsilon \cdot n_1}$ 的留数;

求出  $T_{1k}, T_{Nk}$ , 再运用  $-M = T \cdot \Lambda \cdot T^t$  即可求出M矩阵;



# 耦合矩阵化简

以上求得的耦合矩阵在工程中是不利于实现的，于是需要对耦合矩阵进行化简；

在矩阵的相似变换中，能起到消元作用是矩阵的旋转，下面我们就通过对矩阵旋转的分析来说明耦合矩阵消元的一般规律；

设消元前的矩阵为 $M_0$ ，旋转矩阵为 $R_r$ ，则消元后的矩阵为：

$$M_1 = R_r \cdot M_0 \cdot R_r^T \quad r=1,2,\cdots,R$$

矩阵  $R_r$  的形式如下，矩阵 $R_r$ 中支点 $[i,j]$ 位置的元素 $R_{ii}=R_{jj}=\cos\theta_r$ ,  $R_{ji}=-R_{ij}=\sin\theta_r$  ( $i,j \neq 1,N$ )， $\theta_r$ 表示旋转角度。除支点外的主对角线元素为 1，我们定义其余所有非对角线上的元素均为 0。

$$R = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & c & -s & & \\ & & & 1 & & \\ & & s & c & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ i=3 \\ j=5 \\ \\ \end{matrix}$$





# 耦合矩阵化简

利用支点  $[i, j]$  和角度  $\theta_r$ ，通过旋转消元相似变换后所产生的新矩阵  $M_1$  和  $M_0$  相比，只有第  $i$  行第  $j$  列与第  $i$  列第  $j$  行元素发生变化，其余位置元素均不发生改变；故最终的矩阵  $M_r$  第  $i$  行第  $j$  列（或第  $j$  行第  $i$  列）的第  $k$  个元素（ $k \neq i, j$ ）可由以下公式得到：

$$m'_{ik} = cm_{ik} - sm_{jk}$$

$$m'_{ii} = c^2 m_{ii} + s^2 m_{jj} - 2csm_{ij}$$

$$m'_{jk} = sm_{ik} + cm_{jk}$$

$$m'_{jj} = s^2 m_{ii} + c^2 m_{jj} + 2csm_{ij}$$

$$m'_{ki} = cm_{ki} - sm_{kj}$$

$$m'_{ij} = m'_{ji} = csm_{ii} - csm_{jj} + (c^2 - s^2)m_{ij}$$

$$m'_{kj} = sm_{ki} + cm_{kj}$$

若要消除原矩阵元素  $m_{ij}$ ，则  $m'_{ij}=0$ ，并代入上面公式就可以求出矩阵的旋转角  $\theta_r$ ，而后运用式如下公式就可以完成对原矩阵指定元素的消元；

$$M_1 = R_r \cdot M_0 \cdot R_r^t \quad r=1,2,\cdots,R$$



# 耦合矩阵化简

若要消去元素  $M_{ik}$  :

$$\theta_r = \tan^{-1}(M_{ik}/M_{jk})$$

若要消去元素  $M_{jk}$  :

$$\theta_r = -\tan^{-1}(M_{jk}/M_{ik})$$

若要消去元素  $M_{ki}$  :

$$\theta_r = \tan^{-1}(M_{ki}/M_{kj})$$

若要消去元素  $M_{kj}$  :

$$\theta_r = -\tan^{-1}(M_{kj}/M_{ki})$$

若要消去支点元素  $M_{ij}$  :

$$\theta_r = \arctan\left(\frac{M_{ij} \pm \sqrt{M_{ij}^2 - M_{ii}M_{jj}}}{M_{jj}}\right)$$

若要消去支点元素  $M_{jj}$  :

$$\theta_r = \arctan\left(\frac{-M_{ij} \pm \sqrt{M_{ij}^2 - M_{ii}M_{jj}}}{M_{ii}}\right)$$

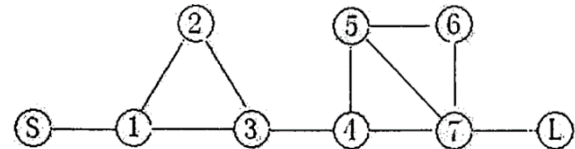
若要消去支点元素  $M_{ij}$  :

$$\theta_r = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2M_{ij}}{M_{jj} - M_{ii}}\right)$$

简化过程推导出两个相似变换性质为:

1、对于支点  $[i, j]$  而言, 只有第  $i$  行第  $j$  列和第  $i$  列第  $j$  行元素发生改变, 矩阵中其他位置元素不变。

2、变换前后支点行列的交叉位置元素均为零, 则变换后对应位置依然为零。

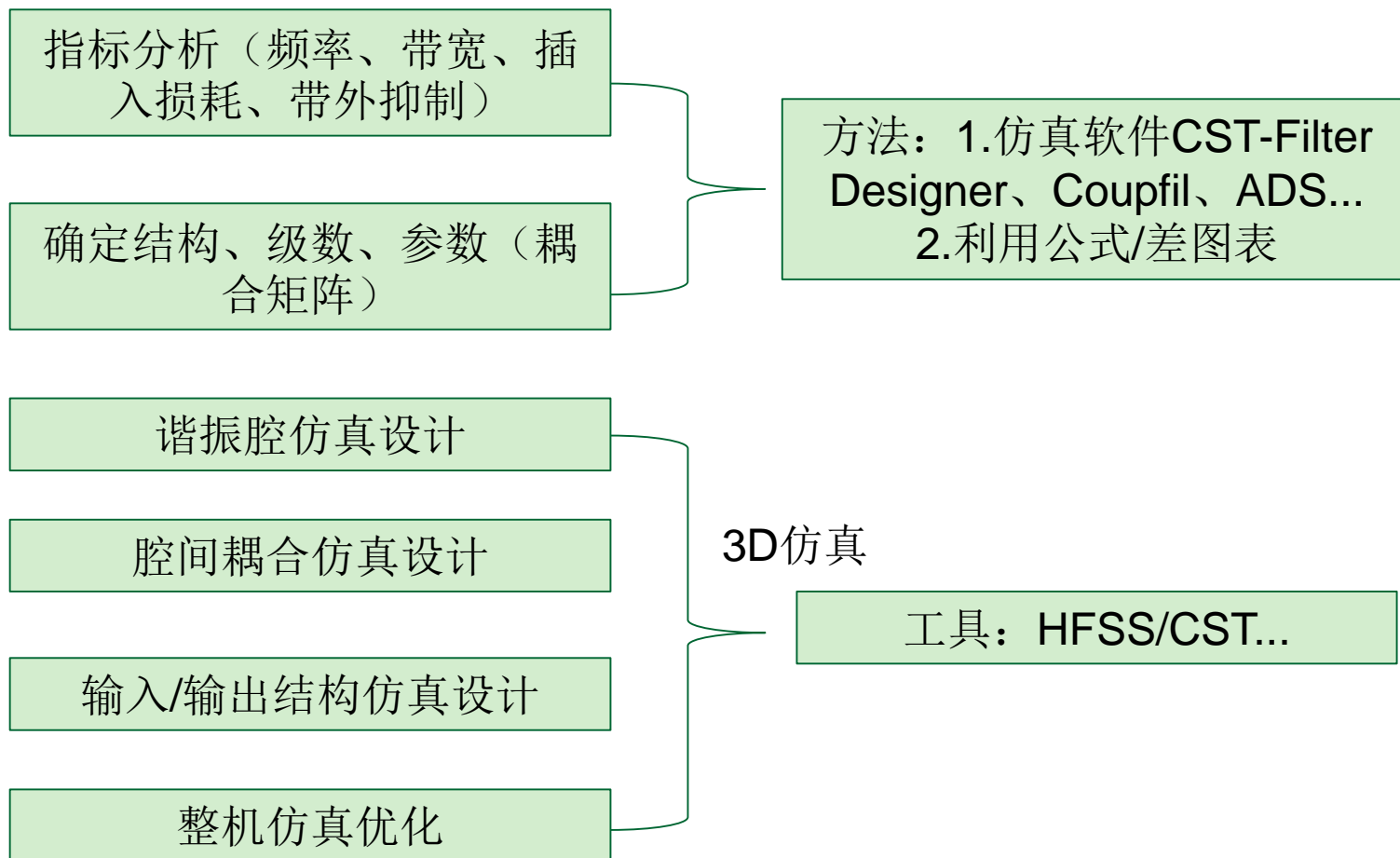


0	0.9911	0	0	0	0	0	0	0
	0.0093	0.7539	-0.3300	0	0	0	0	0
		0.4814	0.5285	0	0	0	0	0
			-0.0324	0.5651	0	0	0	0
				0.0356	0.5615	0	0.1609	0
					-0.1073	0.2714	0.6060	0
						-0.8417	0.5332	0
							0.0093	0.9911
								0

较易实现耦合矩阵示例



# 滤波器基本设计流程





## 实例---梳状腔体滤波器仿真

- 滤波器要求的技术指标:

中心频率: 700MHz;

带宽: 15MHz;

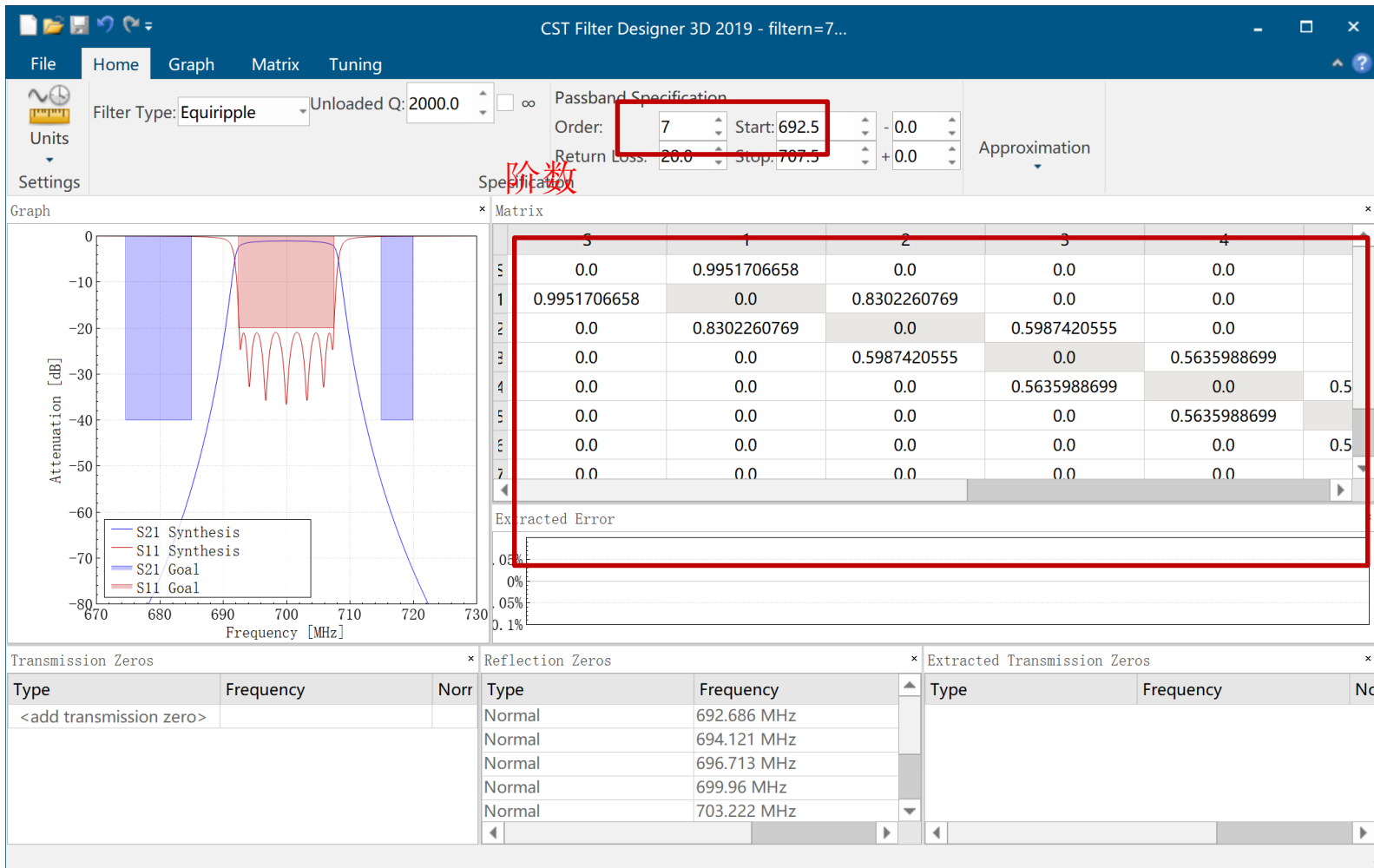
带内回波损耗: 小于-20dB

带外抑制度: 偏离中心频率@15MHz, 小于-40dB;



# 实例--梳状腔体滤波器仿真

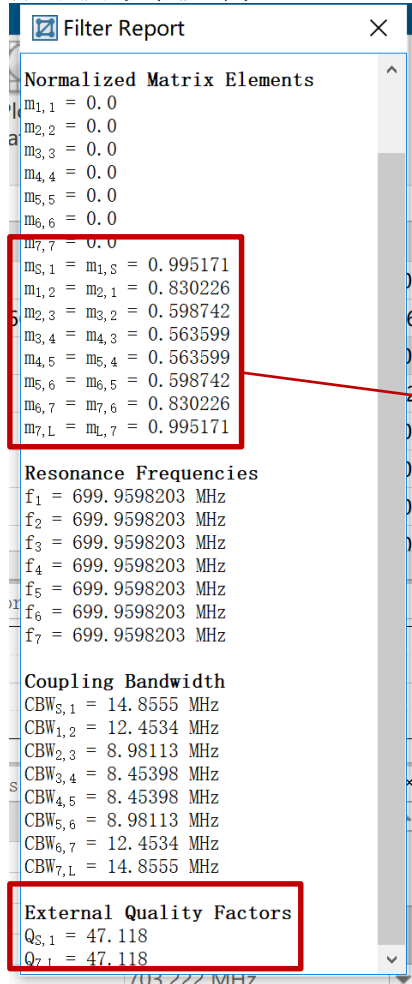
利用仿真软件CST---Filter Designer 分析指标：确定滤波器的阶数 $N=7$ ；





# 实例--梳状腔体滤波器仿真

利用仿真软件CST---Filter Designer，得到仿真参数：归一化耦合系数及 $Q_L$



中心频率:  $f_r = 700MHz$ ; 带宽:  $\Delta f = 15MHz$ ;

$$\text{相对带宽: } bw = \frac{15MHz}{700MHz} = 0.0214$$

此报告中 $m_{ij}$ 为归一化耦合系数；通过公式计算实际耦合系数:  $K_{ij} = m_{ij} * bw$

$$K_{12} = K_{67} = 0.8302 * 0.0214 = 0.01776$$

$$K_{23} = K_{56} = 0.5987 * 0.0214 = 0.01281$$

$$K_{34} = K_{45} = 0.5635 * 0.0214 = 0.01205$$

对称性:

$$K_{45} = K_{34}; K_{56} = K_{23}; K_{67} = K_{12}; \quad Q_{S,1} = Q_{7,L};$$

根据此有载品质因数 $Q_L$ ，可确定输入输出结构；



## 实例--梳状腔体滤波器仿真

前面所有的内容都是讲如何得到耦合矩阵 $M_{ij}$ ，从而得到 $K$ 值及 $Q_L$ ，就可以用来指导三维仿真。



# 三维仿真

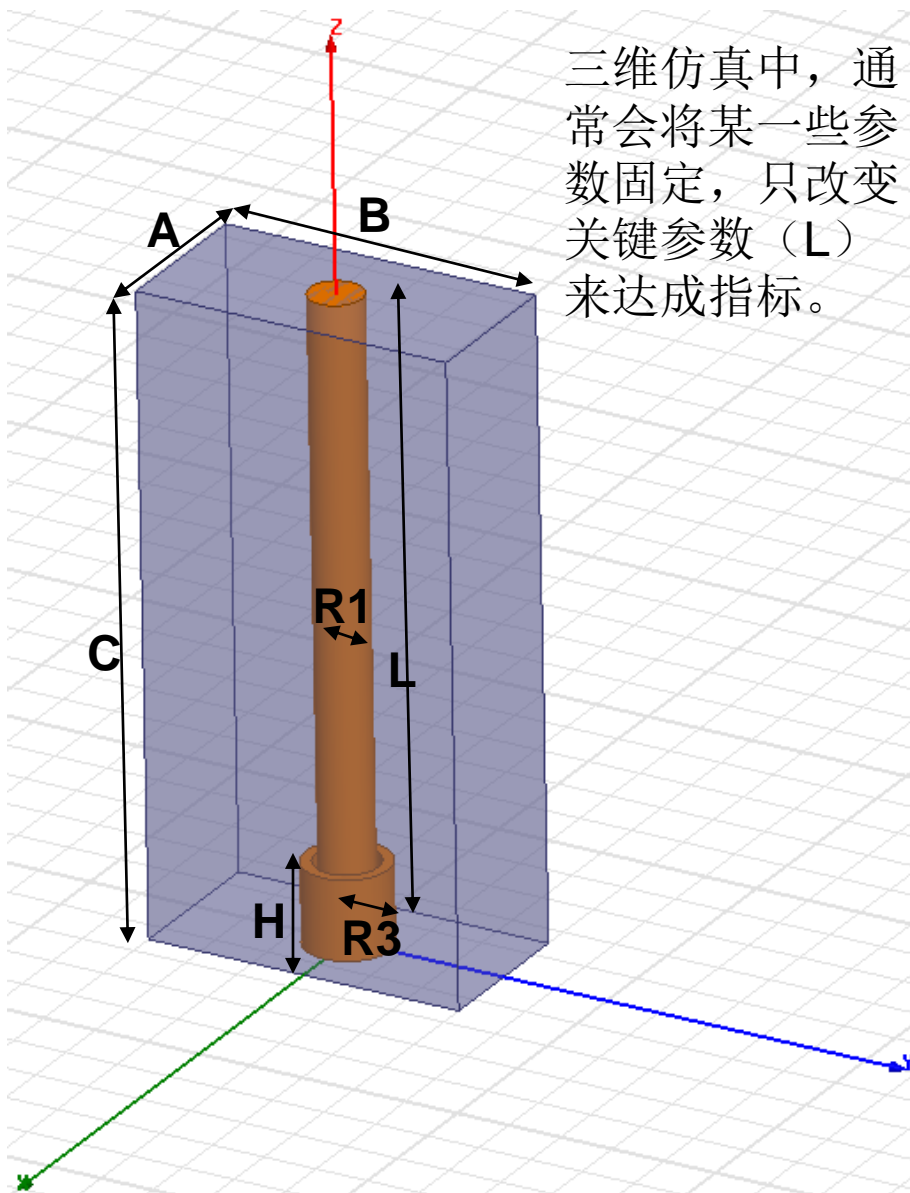
(步骤)

- 一、单腔仿真
- 二、双腔耦合仿真
- 三、输入输出仿真
- 四、全腔仿真优化



## 实例--单腔仿真

### HFSS-Eigenmode



- $A=30\text{mm}$
- $B=60\text{mm}$
- $C=110\text{mm}$
- $R1=5\text{mm}$
- $R3=8\text{mm}$
- $L=103\text{mm}$ (初始值)
- $H=15\text{mm}$



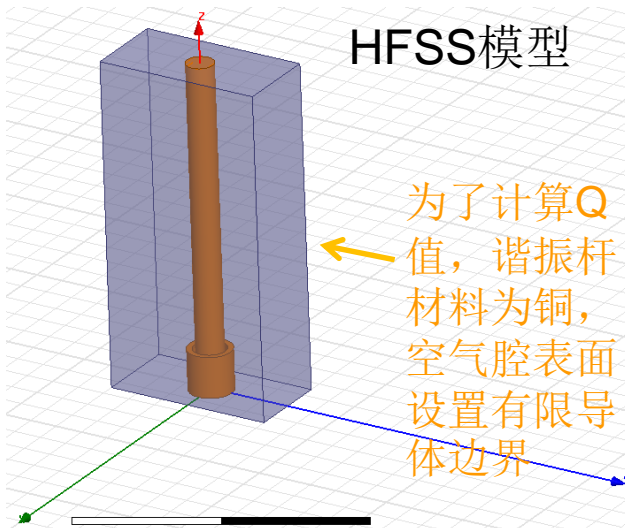


# 实例--单腔仿真计算结果

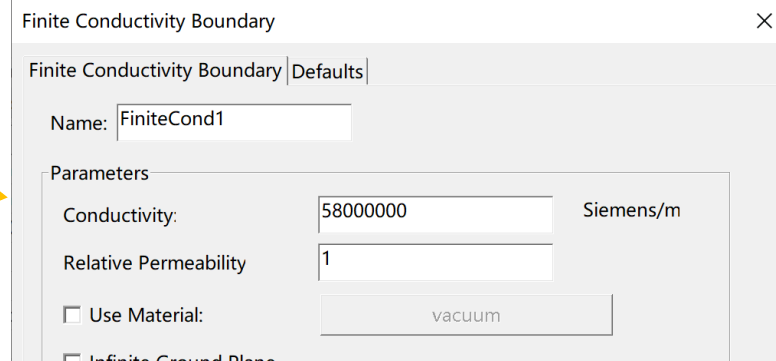
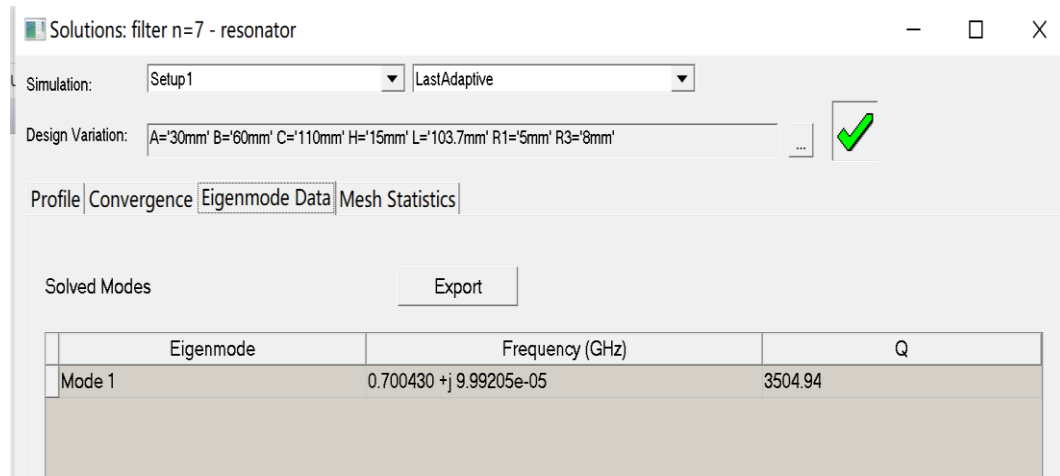
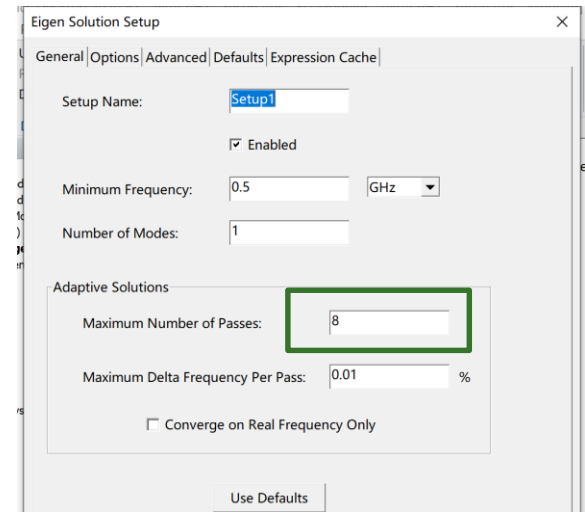
- 1、确定中间腔体的几何尺寸；
- 2、确定腔体 $Q_0$ 值。

$$L = 103.7$$

$$Q_0 = 3504$$



求解设置最大pass数至少6~8次，课堂上为了快速演示可以设成1次。





## 实例--双腔耦合系数仿真

- 在腔体耦合较弱的条件下，耦合系数可用下式计算：

$$K_{12} = 2 * (f_2 - f_1) / (f_2 + f_1)$$

- 在腔体耦合较强时，耦合系数用下式计算：

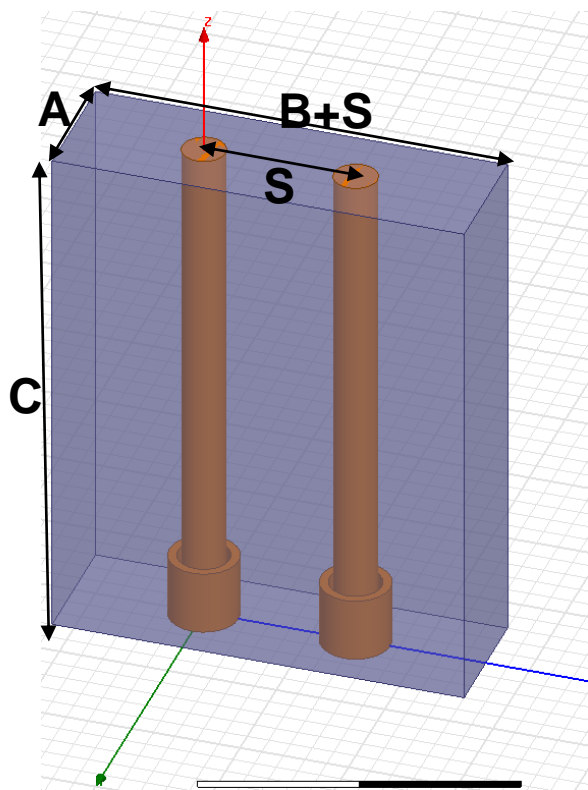
$$K_{12} = (f_2^2 - f_1^2) / (f_2^2 + f_1^2)$$

- 说明：HFSS没有提供现成公式可调用，需要编辑公式计算，本例题属于弱耦合情况，在HFSS里自行编辑若耦合公式。

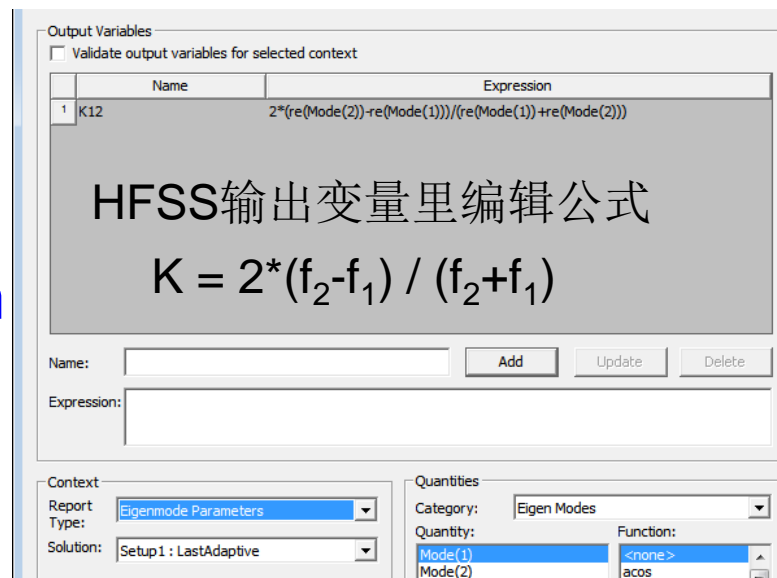


# 实例--双腔耦合系数仿真

不需要观察Q值，可去掉空气腔的有限导体边界，加快计算速度。



- $A=30\text{mm}$
- $B=60\text{mm}$
- $C=110\text{mm}$
- $R1=5\text{mm}$
- $R2=6\text{mm}$
- $R3=8\text{mm}$
- $L=103.7\text{mm}$
- $H=15\text{mm}$
- $S=35$ (初始值，谐振杆中心之间距离)



将L设成刚才单腔计算出来的值。



# 实例--耦合系数仿真结果

由滤波器

$$K_{12} = 0.01776;$$

$$K_{23} = 0.01281;$$

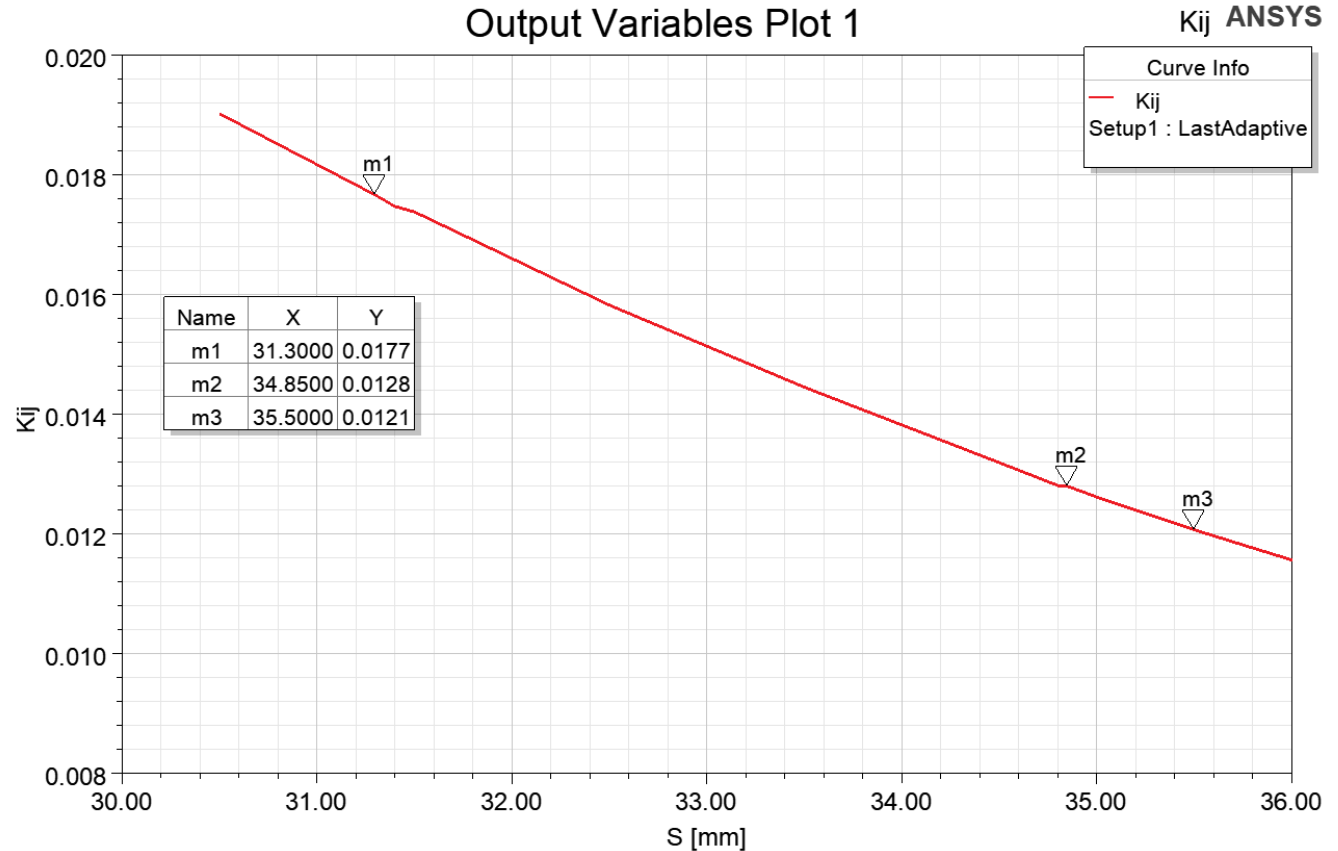
$$K_{34} = 0.01205;$$

的值，确定S值：

$$S_{12}=31.3\text{mm}$$

$$S_{23}=34.85\text{mm}$$

$$S_{34}=35.5\text{mm}$$





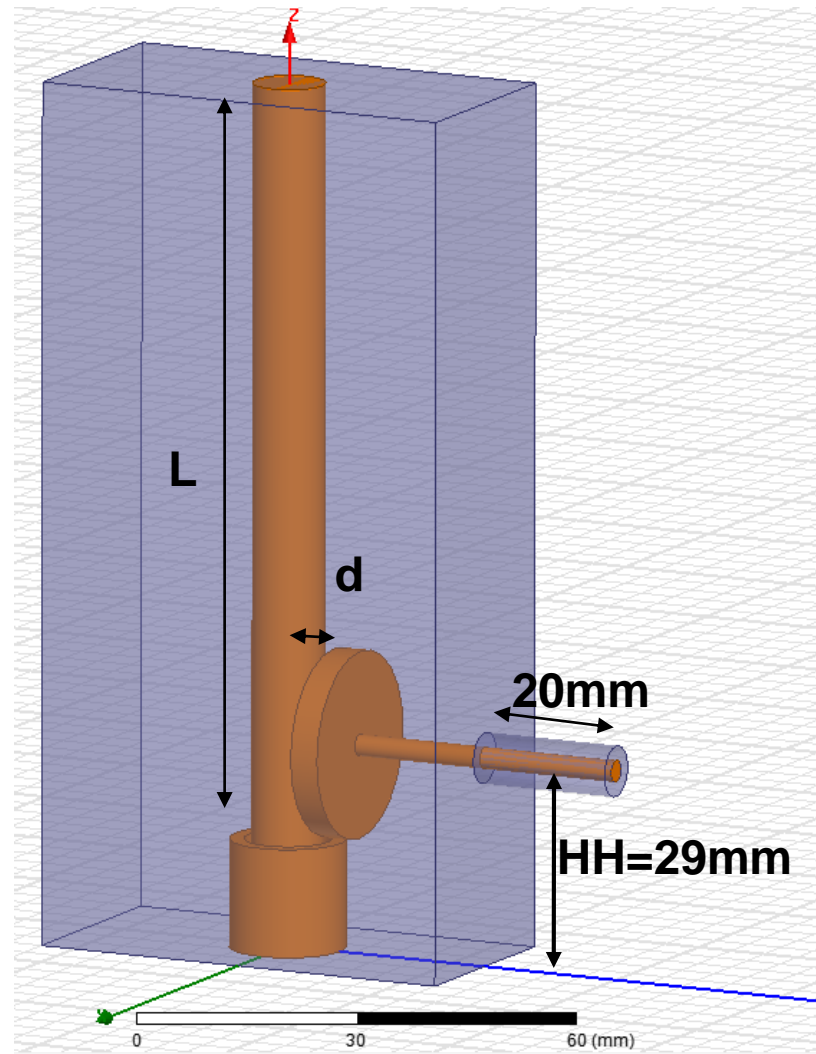
# 实例--输入/输出仿真

## ■ 在HFSS里:

输入端口设置PML层，用本征模法直接计算电路的有载 $Q_L$ 值和有载频率 $f_L$ 。

## 具体尺寸

- 同轴线内导体半径1.5mm
- 同轴线外导体半径3.45mm
- 谐振杆长 $L=103.7\text{mm}$  (初始值)
- 耦合线圆盘半径13mm;厚度4mm
- 耦合线与谐振柱表面的距离 $d=3\text{mm}$  (初始值)
- 耦合线 y向长20mm, z向高度 $HH=30\text{mm}$

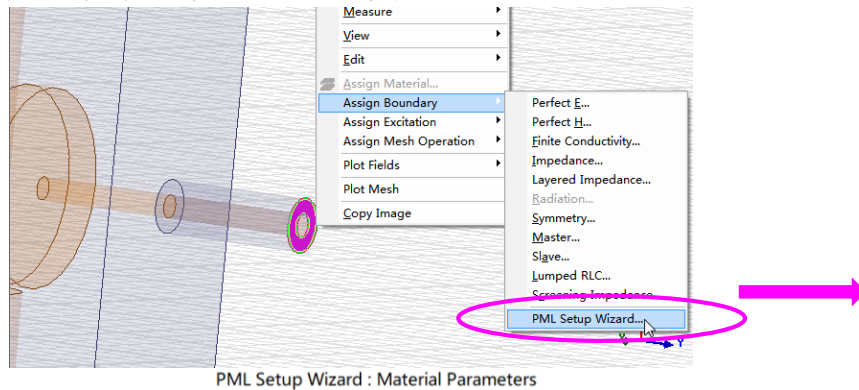




# 实例--输入/输出仿真

## 有载Q值计算模型--这里采用HFSS加PML方法

选中同轴线内外之间的圆环端面，  
鼠标右键赋予PML边界。



PML Setup Wizard : Material Parameters

其他全用缺省设置，  
只需输入最小频率即可。

### • PML Objects Accept Free Radiation

Min Frequency: 0.6 GHz

### • PML Objects Continue Guided Waves





# 实例--输入/输出仿真

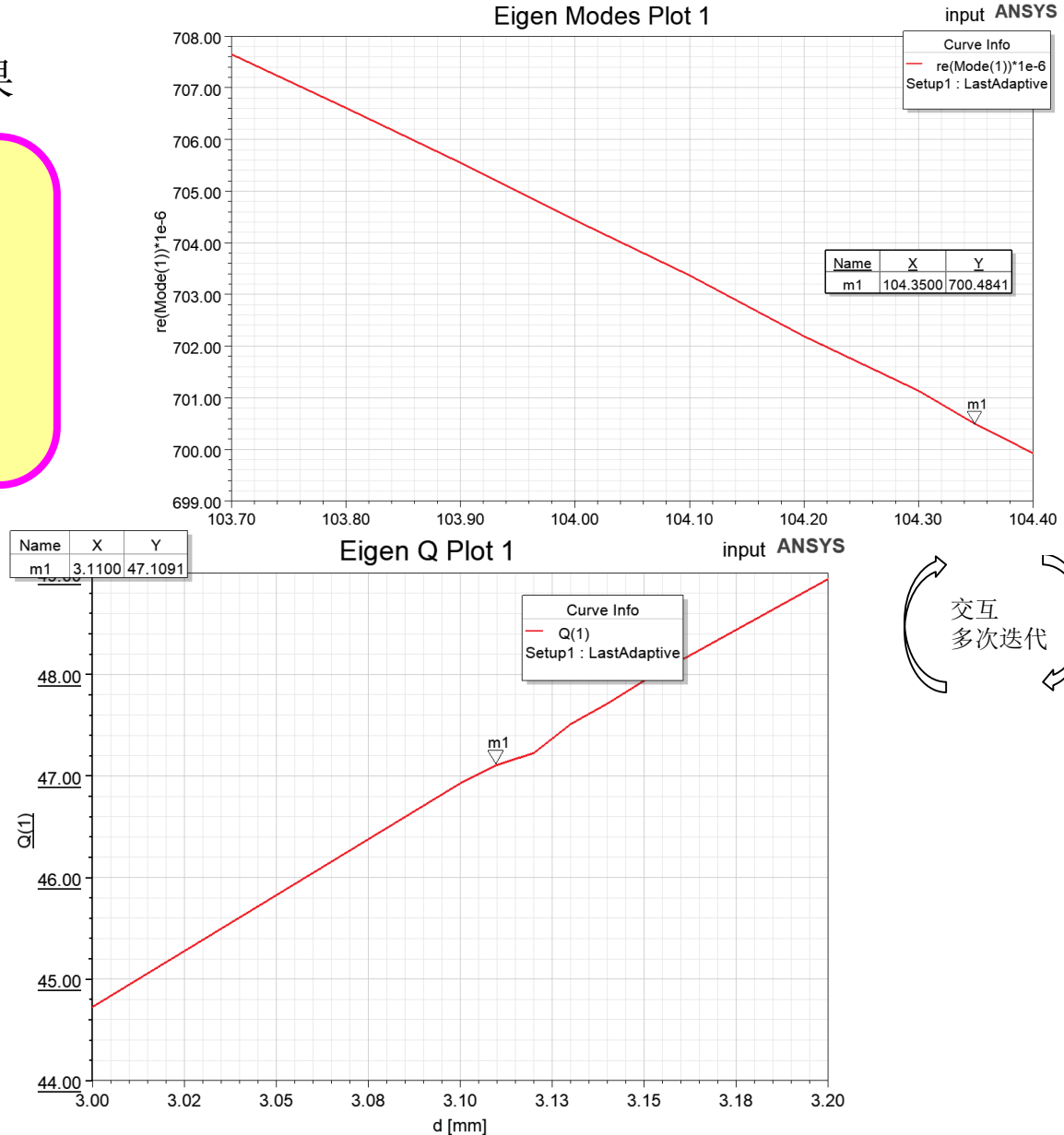
本征模---- $Q_L$  计算结果

- 1、由 $f_L=700\text{MHz}$ 确定首尾谐振杆的长度104.35
- 2、由腔体 $Q_L=47.118$ 值确定输入圆盘到谐振杆表面距离 $d=3.11\text{mm}$

$L=104.35\text{mm}$

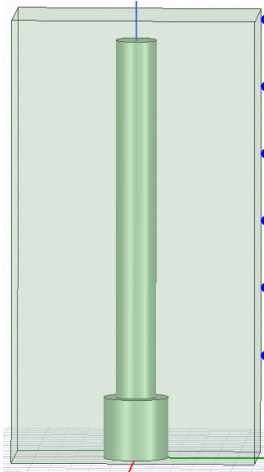
$d=3.11\text{mm}$

$Q_L=47.1$

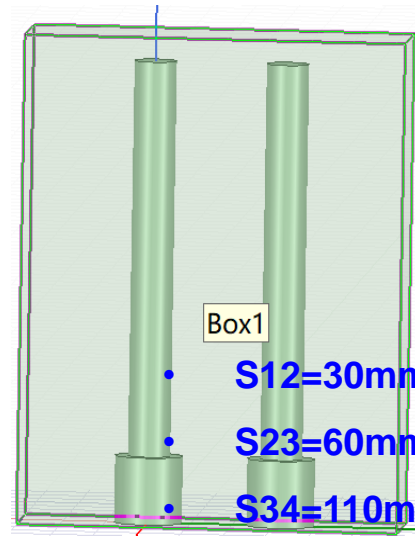




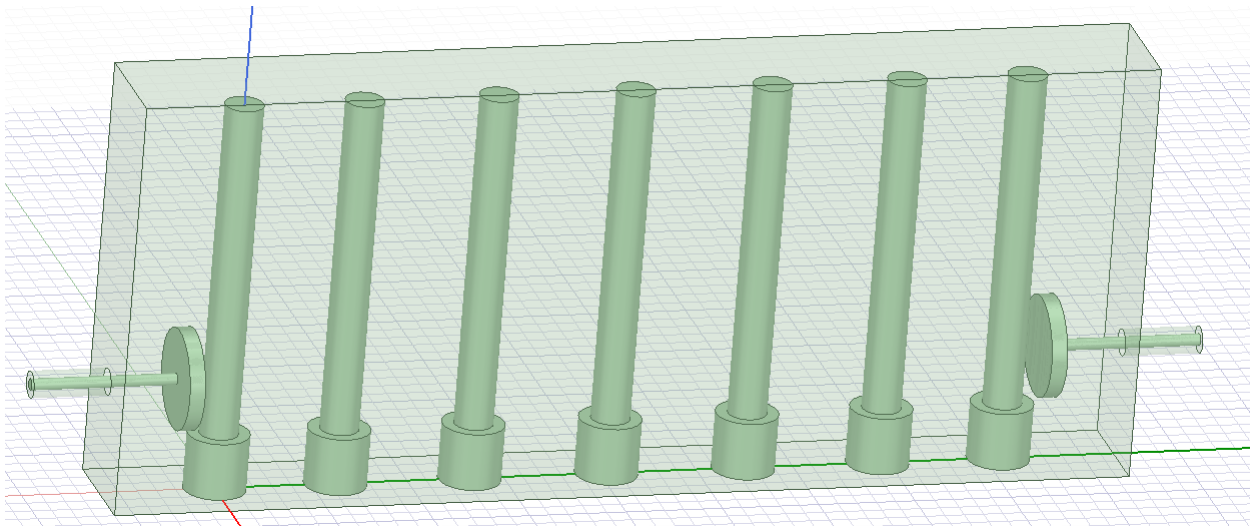
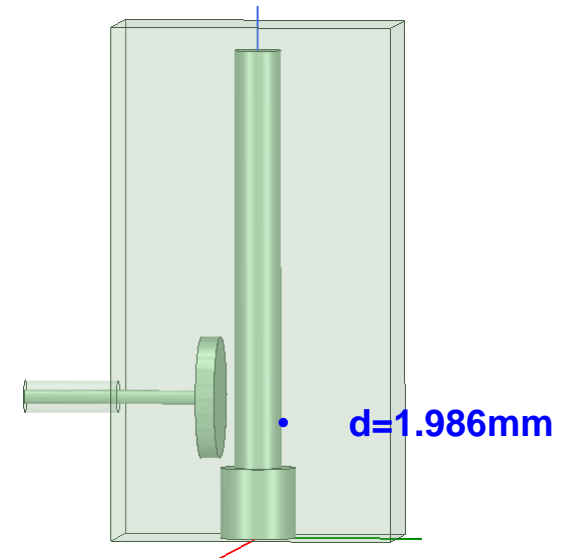
# 实例--整机建模仿真



- $A=30\text{mm}$
- $B=60\text{mm}$
- $C=110\text{mm}$
- $R1=5\text{mm}$
- $R3=8\text{mm}$
- $L1=L7=104.35\text{mm}$
- $L2\text{至}L6=103.7\text{mm}$
- $H=15\text{mm}$



- $S12=30\text{mm}$
- $S23=60\text{mm}$
- $S34=110\text{mm}$



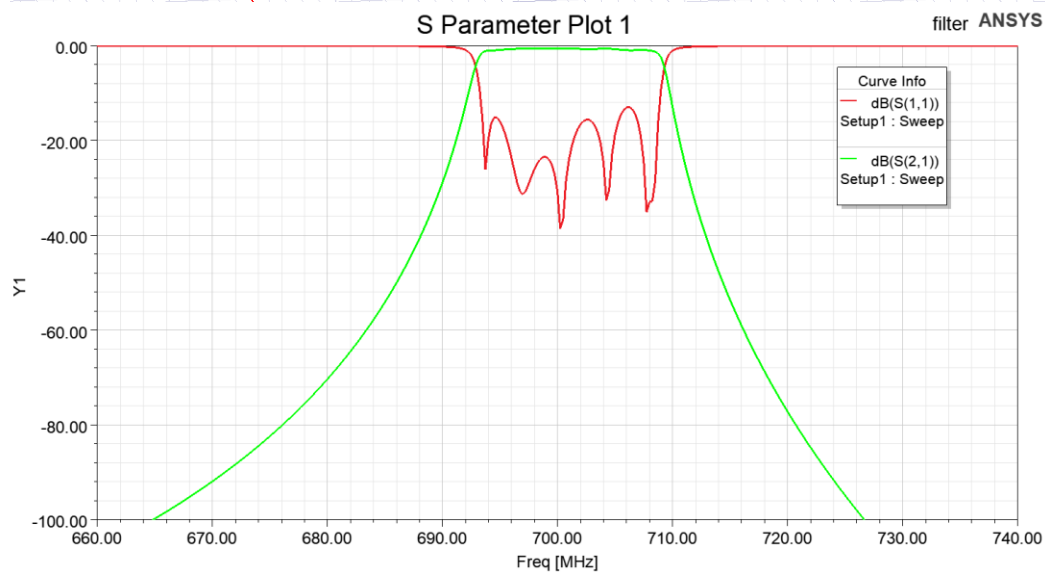
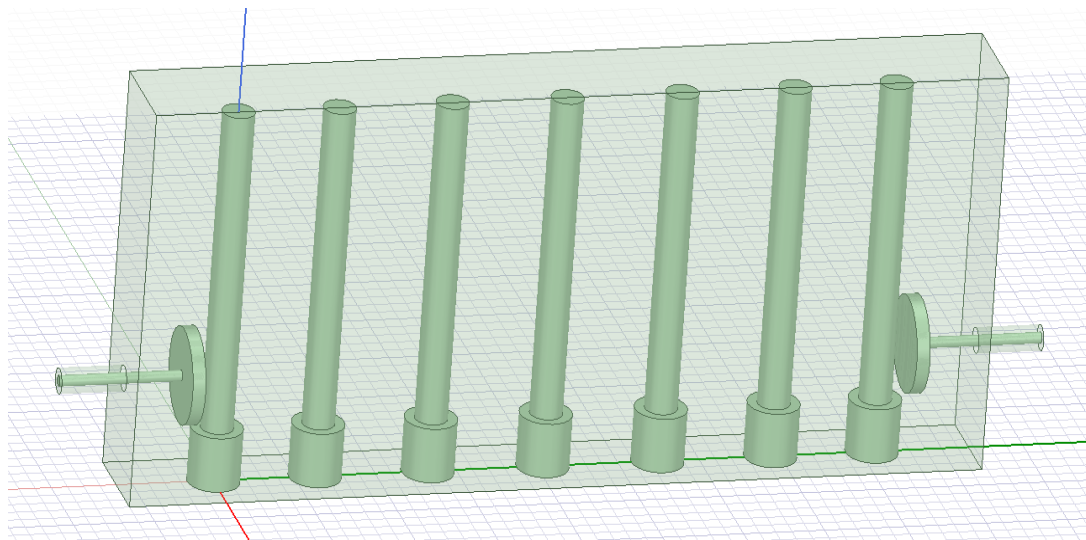




# 实例--整机建模仿真

## 初步模型仿真结果

Properties			
Name	Value	Unit	Ev.
A	30	mm	30mm
B	60	mm	60mm
C	110	mm	110mm
R1	5	mm	5mm
H	15	mm	15mm
R3	8	mm	8mm
L1	104.35	mm	104.35mm
S12	31.3	mm	31.3mm
L2	103.7	mm	103.7mm
L3	103.7	mm	103.7mm
S23	34.85	mm	34.85mm
L4	103.7	mm	103.7mm
S34	35.5	mm	35.5mm
L5	L3		103.7mm
L6	L2		103.7mm
L7	L1		104.35mm
d	3.11	mm	3.11mm
hh	30	mm	30mm





## 实例--小结

- 通常，对滤波器的优化是在耦合矩阵（等效电路）的分析的阶段。
- 对于最后的滤波器完整3D实体模型的仿真优化，需要用到滤波器的诊断技术（耦合参数的提取），根据现不满足指标的S参数，提取出耦合矩阵，再与理想耦合矩阵进行对比，为整体的仿真优化给出指导方向。
- 最后对于可调谐滤波器，如上仿真结果即可满足设计需求；如果更加完善的设计考虑，应该是仿真时就加入螺钉，并让螺钉处在一半位置，这样实际调试就可以让螺钉往进出两个方向可调，增加自由度。



完!!!



## 练习

- 滤波器要求的技术指标:

中心频率: 600MHz;

带宽: 10MHz;

带内回波损耗: 小于-20dB

带外抑制度: 偏离中心频率@20MHz, 小于-25dB;

**初步确定采用Chebyshev型3阶梳状滤波器**



## 练习

确定阶数 $N$ 、耦合系数、 $Q_L$



# 练习

**3D模型：谐振腔、双腔耦合系数、  
输入输出结构**



## 练习

**3D整机模型仿真结果。。。**