Vzorce ke zkoušce a zápočtu KMA/PSA, 2023/2024

DISKRÉTNÍ ROZDĚLENÍ $X \sim P(k)$ (pravděpodobnostní funkce)

$A(p)$ alternativní:	$P(k) = p^k \cdot (1-p)^{1-k}$	pro $k = 0, 1$
$Bi(n,p)$ binomické:	$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$	pro $k = 0, 1, \ldots, n$
$HG(p)$ hypergeometrické:	$P(X=k) = \frac{\binom{K}{k}\binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}}$	pro $k = 0, 1, \ldots, \min(n, K)$
$P(\lambda)$ Poissonovo:	$P(X=k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$	pro $k = 0, 1, \ldots$

Aproximace: $HG(N,K,n) \approx Bi\left(n, p = {}^{K}\!/_{N}\right)$ a $Bi(n,p) \approx P(\lambda = n \cdot p)$

SPOJITÁ ROZDĚLENÍ $X \sim f(x) \ldots$ funkce hustoty, $F(x) \ldots$ distribuční funkce

$R(a,b)$ rovnoměrné:	$f(x) = {}^{1}\!/_{(b-a)}$	$F(x) = \frac{x-a}{b-a}$	pro $x \in (a,b)$
$Exp(\delta)$ exponenciální:	$f(x) = \frac{1}{\delta} e^{-x/\delta}$	$F(x) = 1 - e^{-x/\delta}$	pro $x \geq 0$
$N(\mu, \sigma^2)$ normální:	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}$	$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t$	pro $x \in \mathbf{R}$

Aproximace: $Bi(n,p) \approx N\left(np, np(1-p)\right)$ a $P(\lambda) \approx N(\lambda, \lambda)$

$100(1-\alpha)$%-ní INTERVALY SPOLEHLIVOSTI
$\left(\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i,\;\; s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2,\;\; s = \sqrt{s^2}\right)$

pro parametr p rozdělení $A(p)$	$\hat{p} \pm u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$, kde $\hat{p} = \overline{x}$
pro parametr μ normálního rozdělení	$\bar{x} \pm t_{1-\frac{\alpha}{2}}(\nu = n-1) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$
pro parametr σ^2 normálního rozdělení	$\left(\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(\nu = n-1)}; \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(\nu = n-1)}\right)$

TESTOVÁ KRITÉRIA

normální rozdělení $H_0 : \mu = \mu_0$	$z = \frac{\overline{x}-\mu_0}{\sigma}\sqrt{n}$	$\sim N(0,1)$
normální rozdělení $H_0 : \mu = \mu_0$	$t = \frac{\overline{x}-\mu_0}{s}\sqrt{n}$	$\sim t(\nu = n-1)$
normální rozdělení $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$	$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$	$\sim \chi^2(\nu = n-1)$
normální rozdělení $H_0 : \mu_1 = \mu_2$	$t = \frac{\overline{x_1} - \overline{x_2}}{\sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}}$	$\sim t(\nu = \min(n_1, n_2) - 1)$
párový t-test $H_0 : \mu_1 = \mu_2$	$t = \frac{\overline{z}}{\sqrt{s_z^2}}\sqrt{n}$, kde $z_i = x_i - y_i$	$\sim t(\nu = n-1)$
normální rozdělení $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$	$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$	$\sim F(\nu_1 = n_1 - 1, \nu_2 = n_2 - 1)$
normální rozdělení (N_2) $H_0 : \rho = 0$	$R = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}}\sqrt{n-2}$	$\sim t(\nu = n-2)$

alternativní rozdělení $H_0 : p = p_0$	$t = \frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}}\sqrt{n}$	$\sim N(0,1)$
alternativní rozdělení $H_0 : p_1 = p_2$	$t = \frac{\hat{p_1}-\hat{p_2}}{\sqrt{\overline{p}(1-\overline{p})(1/n_1 - 1/n_2)}}$	$\sim N(0,1)$
test dobré shody	$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - n_i^O)^2}{n_i^O}$	$\sim \chi^2(\nu = k-1-m)$
test nezávislosti	$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s} \frac{(n_{ij} - n_{ij}^O)^2}{n_{ij}^O}$	$\sim \chi^2(\nu = (r-1)(s-1))$

REGRESNÍ ANALÝZA

Pro lineární normální regresní model $Y \sim N_n(\boldsymbol{X\beta}.\sigma^2\boldsymbol{I})$ platí

odhad parametrů $\boldsymbol{\beta}$:	$\boldsymbol{b} = \left(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\right)^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y}$
odhad parametru σ^2 :	$s^2 = \dfrac{RSE}{n-k-1}$
celkový součet čtverců	$TSE = \sum_i \left(y_i - \overline{y}\right)^2$
vysvětlený součet čtverců	$ESS = \sum_i \left(\widehat{y_i} - \overline{y}\right)^2$
reziduální součet čtverců	$RSE = \sum_i \left(y_i - \widehat{y_i}\right)^2$
koeficient determinace	$R^2 = 1 - \dfrac{RSE}{TSS}$
upravený koeficient determinace	$R_a^2 = 1 - \dfrac{RSE/(n-k-1)}{TSS/(n-1)}$
směrodatná odchylka odhadu koeficientu	$se(b_j) = \sqrt{s^2 \cdot diag_j(X^TX)^{-1}}$

test významnosti regrese

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_k = 0$	$F = \dfrac{ESS/(k)}{RSE/(n-k-1)}$	$\sim F(\nu_1 = k, \nu_2 = n-k-1)$
	$F = \dfrac{R^2}{1-R^2}\dfrac{n-k-1}{k}$	$\sim F(\nu_1 = k, \nu_2 = n-k-1)$

test významnosti koeficientu β_j

$H_0 : \beta_j = 0$	$t = \dfrac{b_j}{se(b_j)}$	$\sim t(\nu = n-k-1)$