

BANDIRMA ONYEDİ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ



SAYISAL ANALİZ

Doç. Dr. Öğretim Üyesi Serhat KILIÇARSLAN

Kramer ve Gauss Yöntemleri ile Denklem Çözme

2211505010 – Uğur ELMA

**Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi
Yazılım Mühendisliği**

2024-2025, Şubat

1- Kramer Yöntemi ile Denklem Çözme

a. Kod

```
import copy

def determinant(matris):
    """ Kare matrisin determinantini kofaktor genişletmesi ile hesaplar. """
    n = len(matris)

    if n == 1:
        return matris[0][0]

    if n == 2:
        return matris[0][0] * matris[1][1] - matris[0][1] * matris[1][0]

    det = 0
    for j in range(n):
        alt_matris = [satir[:j] + satir[j+1:] for satir in matris[1:]]
        det += ((-1) ** j) * matris[0][j] * determinant(alt_matris)

    return det

def kramer_yontemi(katsayi_matris, sonuc_vektor):
    """ Kramer yontemi ile dogrusal denklem sistemini cozer. """
    n = len(katsayi_matris)

    ana_det = determinant(katsayi_matris)

    if ana_det == 0:
        return "Sistem cozumsuz veya sonsuz cozumlu."

    cozumler = []
    for i in range(n):
        gecici_matris = copy.deepcopy(katsayi_matris)

        for j in range(n):
            gecici_matris[j][i] = sonuc_vektor[j]

        det_i = determinant(gecici_matris)
        cozumler.append(det_i / ana_det)

    return cozumler

# Kullanıcıdan matris boyutunu al
n = int(input("Kac bilinmeyenli denklem var? "))

# Katsayi matrisini al
print("\nKatsayi matrisini aralarına bir bosluk birakarak satir satir girin:")
katsayi_matris = []
for i in range(n):
    satir = list(map(float, input(f"{i+1}. satir: ").split()))
    katsayi_matris.append(satir)

# Sonuc vektorunu al
print("\nSonuc vektorunu aralarına bir bosluk birakarak girin:")
sonuc_vektor = list(map(float, input("Degerleri girin: ").split()))

# Kramer yontemi ile cozum
cozum = kramer_yontemi(katsayi_matris, sonuc_vektor)

# Sonucu yazdir
if isinstance(cozum, str):
```

```

print(cozum)
else:
    print("\nCozumler:")
    for i, x in enumerate(cozum):
        print(f"x{i+1} = {x}")

```

b. Örnek

Örnek: Aşağıda verilen denklem sistemindeki x_1 , x_2 , x_3 değerlerini Cramer yöntemi ile hesaplayınız.

$$0,3 x_1 + 0,52 x_2 + x_3 = -0,01$$

$$0,5 x_1 + x_2 + 1,9 x_3 = 0,067$$

$$0,1 x_1 + 0,3 x_2 + 0,5x_3 = -0,44$$

!!! Bu örnek sizden aldığım örnek ama cevabı yanlış internette de çözdürdüm benimki gibi çıktı cevabı.

c. Cevap

Bilinmeyen x_1, x_2, x_3 değerleri

$$x_1 = \frac{\begin{bmatrix} -0.01 & 0.52 & 1 \\ 0.067 & 1 & 1.9 \\ -0.44 & 0.3 & 0.5 \end{bmatrix}}{|A|} = \frac{0.007269}{-0.0022} = -3.304333$$

$$x_2 = \frac{\begin{bmatrix} 0.3 & -0.01 & 1 \\ 0.5 & 0.067 & 1.9 \\ 0.1 & -0.44 & 0.5 \end{bmatrix}}{|A|} = \frac{0.03037}{-0.0022} = -13.805464$$

$$x_3 = \frac{\begin{bmatrix} 0.3 & 0.52 & -0.01 \\ 0.5 & 1 & 0.067 \\ 0.1 & 0.3 & -0.44 \end{bmatrix}}{|A|} = \frac{0.00029}{-0.0022} = -0.134$$

d. Çıktı

```

C:\Users\elmau\AppData\Loc... x + v
Kac bilinmeyenli denklem var? 3
Katsayi matrisini aralarina bir bosluk birakarak satir satir girin:
1. satir: 0.3 0.52 1
2. satir: 0.5 1 1.9
3. satir: 0.1 0.3 0.5
Sonuc vektorunu aralarina bir bosluk birakarak girin:
Degerleri girin: -0.01 0.067 -0.44
Cozumler:
x1 = -3.936363636363648
x2 = -15.795454545454568
x3 = 9.384545454545467
Press any key to continue . . . |

```

2- Gauss Yöntemi ile Denklem Çözme

a. Kod

```
def gauss_eliminasyon(matris, sonuc):
    """ Gauss eleme yöntemi ile doğrusal denklem sistemini cozer. """
    n = len(matris)

    # Matrisin yanına sonuc vektorunu ekleyerek genişletilmiş matris olustur
    for i in range(n):
        matris[i].append(sonuc[i])

    # Ust ucgensel forma donusturma
    for i in range(n):
        # En buyuk elemani bul ve satir degisimi yap
        max_index = i
        for k in range(i + 1, n):
            if abs(matris[k][i]) > abs(matris[max_index][i]):
                max_index = k
        matris[i], matris[max_index] = matris[max_index], matris[i]

    # Eger kosegen elemani 0 ise sistem cozumsuz veya sonsuz cozum var
    if matris[i][i] == 0:
        return "Sistem cozumsuz veya sonsuz cozumlu."

    # Satiri kendisiyle bolerek 1 yap
    for j in range(i + 1, n):
        oran = matris[j][i] / matris[i][i]
        for k in range(i, n + 1):
            matris[j][k] -= oran * matris[i][k]

    # Geri yerine koyma yöntemi ile bilinmeyenleri bul
    cozumler = [0] * n
    for i in range(n - 1, -1, -1):
        toplam = sum(matris[i][j] * cozumler[j] for j in range(i + 1, n))
        cozumler[i] = (matris[i][n] - toplam) / matris[i][i]

    return cozumler

# Kullanıcıdan matris boyutunu al
n = int(input("Kac bilinmeyenli denklem var? "))

# Katsayi matrisini al
print("\nKatsayi matrisini aralarina bir bosluk birakarak satir satir girin:")
katsayi_matris = []
for i in range(n):
    satir = list(map(float, input(f"{i+1}. satir: ").split()))
    katsayi_matris.append(satir)

# Sonuc vektorunu al
print("\nSonuc vektorunu aralarina bir bosluk birakarak girin:")
sonuc_vektor = list(map(float, input("Degerleri girin: ").split()))

# Gauss Eleme Yontemi ile cozum
cozum = gauss_eliminasyon(katsayi_matris, sonuc_vektor)

# Sonucu yazdir
if isinstance(cozum, str):
    print(cozum)
else:
    print("\nCozumler:")
    for i, x in enumerate(cozum):
        print(f"x{i+1} = {x}")
```

b. Örnek

Aşağıda matris formunda verilmiş olan lineer denklem sistemini Gauss Eleme yöntemini kullanarak x_1 , x_2 ve x_3 bilinmeyenlerini bulunuz.

$$\begin{bmatrix} 0.2425 & 0 & -0.9701 \\ 0 & 0.2425 & -0.9701 \\ -0.2357 & -0.2357 & -0.9428 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 247 \\ 248 \\ 239 \end{bmatrix}$$

c. Cevap

Çözüm vektörü

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.10905 \\ 4.2328 \\ -254.59 \end{bmatrix}$$

d. Çıktı

```
C:\Users\velmau\AppData\Loc... x + v
Kac bilinmeyenli denklem var? 3
Katsayi matrisini aralarina bir bosluk birakarak satir satir girin:
1. satir: 0.2425 0 -0.9701
2. satir: 0 0.2425 -0.9701
3. satir: -0.2357 -0.2357 -0.9428
Sonuc vektorunu aralarina bir bosluk birakarak girin:
Degerleri girin: 247 248 239
Cozumler:
x1 = 0.10905245819029324
x2 = 4.232763798396479
x3 = -254.5856661982155
Press any key to continue . . . |
```