# МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**Національний університет “Львівська політехніка”**



**Інститут післядипломної освіти**

**ЗВІТ**

**Про виконання лабораторної роботи №2**

**«Чисельні методи розв’язування системи лінійних рівнянь»**

**з дисципліни «Чисельні методи»**

Виконав:

слухач групи ПЗС-11

Гринчук Тарас

Прийняла:

ст. викл. Мельник Н. Б.

« »\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2014 р.

∑ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

ЛЬВІВ – 2014

**Тема роботи**: Чисельні методи розв’язування системи лінійних рівнянь.

**Мета роботи**: Ознайомлення на практиці з прямими методами розв’язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

## 1. Теоретичні відомості

**Система лінійних алгебраїчних рівнянь**

Математичні моделі багатьох технічних задач представлені системами лінійних рівнянь. Багато методів розв’язання нелінійних задач також зводяться до розв’язання деякої послідовності систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР).

Прямі (точні) методи дозволяють розв’язати систему рівнянь за скінчене число арифметичних операцій. Якщо всі операції виконуються точно (без помилок округлення), то розв’язок заданої системи також отримуємо точним. До прямих методів належать: метод послідовного виключення невідомих (метод Гауса та його модифікації: метод головного елемента, метод квадратного кореня, метод відображень та ін.), метод ортогоналізації, метод LU-розкладу.

Системою лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) називають систему вигляду

|  |  |
| --- | --- |
| , | (1.1) |

де  – невідомі,  – вільні члени системи,  – коефіцієнти системи.

У матричному вигляді система прийме вигляд:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.2) |
| де , , . | (1.3) |

Розв’язком системи (2) називається n-компонентний вектор-стовбець

, який перетворює матричне рівняння (2) у вірну числову тотожність.

Система може мати один розв’язок, безліч або жодного. Кількість невідомих m в системі називають порядком СЛАР. Систему лінійних алгебраїчних рівнянь називають:

- сумісною, якщо вона має хоча б один ненульовий розв’язок;

- несумісною, якщо СЛАР не має жодного розв’язку;

- визначеною, якщо вона має тільки один розв’язок (випадок, коли m=n);

- невизначеною, якщо система має безліч розв’язків (m≠n);

- виродженою, якщо головний визначник системи дорівнює нулю;

- невиродженою, якщо головний визначник системи не дорівнює нулю.

Дві системи називаються еквівалентними, якщо ці системи сумісні, визначені і мають однаковий розв’язок.

Систему лінійних алгебраїчних рівнянь можна розв'язати на ЕОМ числовими методами, якщо вона сумісна, визначена, невироджена.

Блок-схеми алгоритму Гауса з вибором головного елемента (рис. 1.1) та методу LU-розкладу (рис. 1.2):



Рис. 1.1. Схема алгоритму розв’язання СЛАР методом Гауса з вибором головного елемента



Рис. 1.2. Схема алгоритму розв’язання СЛАР методом LU-розкладу

**2. Хід роботи**

**Завдання (варіант 5).** Написати програму розв’язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь у відповідності до варіанту:

1) методом Гауса з вибором головного елемента;

2) методом LU-розкладу.



**Вимоги до звіту**

Звіт до лабораторної роботи повинен містити такі структурні елементи:

1. Титульний аркуш.
2. Тема.
3. Мета.
4. Короткі теоретичні відомості.
5. Алгоритм розв’язку СЛАР.
6. Текст програми з коментарями.
7. Вигляд реалізованої програми.
8. Висновки.

**Вимоги до програми**

Програма має передбачати наступні можливості:

1. Автоматичний розв’язок СЛАР відповідними методами.
2. Ввід вхідних даних вручну: задати порядок СЛАР, елементи матриці коефіцієнтів та вільні члени системи.
3. Передбачити можливість некоректного введення даних.
4. Передбачити вивід покрокового виконання для кожного методу.

**3. Текст програми методу Гауса з вибором головного елемента**

#include <stdio.h>

#include <conio.h>

#include <clocale>

#include <math.h>

int const n = 3;

//якщо 0 - то ввід вхідних даних з клавуатури

int const testMode = 1;

void mainElem( int k, double mas[] [n + 1], int n, int xx[] ) {

int i, j, i\_max = k, j\_max = k;

double temp;

//Шукаємо максимальний по модулю елемент

for ( i = k; i < n; i++ )

for ( j = k; j < n; j++ )

if ( fabs( mas[i\_max] [j\_max] ) < fabs( mas[i] [j] ) )

{

i\_max = i;

j\_max = j;

}

//Переставляємо рядки

for ( j = k; j < n + 1; j++ ) {

temp = mas[k] [j];

mas[k] [j] = mas[i\_max] [j];

mas[i\_max] [j] = temp;

}

//Переставляємо стовбці

for ( i = 0; i < n; i++ ) {

temp = mas[i] [k];

mas[i] [k] = mas[i] [j\_max];

mas[i] [j\_max] = temp;

}

//Враховуємо зміну порядку коренів

i = xx[k];

xx[k] = xx[j\_max];

xx[j\_max] = i;

}

int main(void) {

setlocale(LC\_ALL, "Ukrainian");

double mas[n] [n + 1];

double x[n]; //Корені системы

//відповідає за порядок коренів

int xx[n];

int i, j, k;

if(testMode) {

mas[0][0] = 0.92;

mas[0][1] = -0.83;

mas[0][2] = 0.62;

mas[1][0] = 0.24;

mas[1][1] = -0.54;

mas[1][2] = 0.43;

mas[2][0] = 0.73;

mas[2][1] = -0.81;

mas[2][2] = -0.67;

mas[0][n] = 2.15;

mas[1][n] = 0.62;

mas[2][n] = 0.88;

} else {

printf( "Введiть систему:\n" );

for ( i = 0; i < n; i++ )

for ( j = 0; j < n + 1; j++ )

scanf( "%lf", &mas[i][j]);

}

//виведення введеної системи

printf( "Система:\n" );

for ( i = 0; i < n; i++ ) {

for ( j = 0; j < n + 1; j++ )

printf( "%7.2f ", mas[i] [j] );

printf( "\n" );

}

//спочатку всі корені по порядку

for ( i = 0; i < n + 1; i++ ) xx[i] = i;

//Прямий хід

for ( k = 0; k < n; k++ )

{ //на якій позиції повинен стояти головний елемент

mainElem( k, mas, n, xx ); //Встановлення головного елемента

if ( fabs( mas[k] [k] ) < 0.0001 )

{

printf( "Система не має жодного рiшення !" );

return ( 0 );

}

for ( j = n; j >= k; j-- )

mas[k] [j] /= mas[k] [k];

for ( i = k + 1; i < n; i++ )

for ( j = n; j >= k; j-- )

mas[i][j] -= mas[k] [j] \* mas[i][k];

}

//Зворотній хід

for ( i = 0; i < n; i++ )

x[i] = mas[i] [n];

for ( i = n - 2; i >= 0; i-- )

for ( j = i + 1; j < n; j++ )

x[i] -= x[j] \* mas[i] [j];

//Вивід результата

printf( "Результат:\n" );

for ( i = 0; i < n; i++ )

for ( j = 0; j < n; j++ )

if ( i == xx[j] )

{ //розтавлення коренів по порядку

printf( "%f\n", x[j] );

break;

}

\_getch();

return 0;

}

**4. Текст програми методу LU-розкладу**

#include <iostream>

#include <conio.h>

#include <clocale>

using namespace std;

int const N = 3;

//якщо 0 - то ввід вхідних даних з клавуатури

int const testMode = 1;

double a[N][N], b[N][N], L[N][N],

U[N][N], x[N][N], y[N][N];

//зчитування масиву з клавіатури

void input(double a[N][N], int n, int m) {

for(int i=0; i < n; i++)

for(int j = 0; j < m; j++) {

cout << "a[" << i << "][" << j << "]: ";

cin >> a[i][j];

}

}

//виведення матриці на екран

void display(double a[N][N], int n, int m) {

for(int i=0; i < n; i++) {

for(int j = 0; j < m; j++)

cout << a[i][j] << "\t";

if(m > 1) cout<<endl;

}

}

//обчислення матриць L та U, де U\*L\*x=b

void calculateLU () {

for(int i = 0; i < N; i++) U[0][i] = a[0][i];

for(int i = 1; i < N; i++) L[i][0]= a [i][0] / U[0][0];

U[1][1]=a[1][1]-L[1][0]\*U[0][1];

L[2][1]=(a[2][1]-L[2][0]\*U[0][1])/U[1][1];

U[1][2]=a[1][2]-L[1][0]\*U[0][2];

U[2][2]=a[2][2]-L[2][1]\*U[1][2]-L[2][0]\*U[0][2];

for(int i = 0; i < N; i++) L[i][i] = 1;

}

//Обчислення Y=U\*x

void calculateY() {

y[0][0] = b[0][0];

y[1][0] = b[1][0] - L[1][0] \* y[0][0];

y[2][0] = b[2][0] - L[2][0]\*y[0][0] - L[2][1]\*y[1][0];

}

//Обчислення Х

void calculateX() {

x[2][0] = y[2][0] / U[2][2];

x[1][0] = (y[1][0] - U[1][2] \* x[2][0]) / U[1][1];

x[0][0] = (y[0][0] - U[0][2] \* x[2][0] - U[0][1] \* x[1][0]) / U[0][0];

}

void main() {

setlocale(LC\_ALL, "Ukrainian");

if(testMode) {

a[0][0] = 0.92;

a[0][1] = -0.83;

a[0][2] = 0.62;

a[1][0] = 0.24;

a[1][1] = -0.54;

a[1][2] = 0.43;

a[2][0] = 0.73;

a[2][1] = -0.81;

a[2][2] = -0.67;

b[0][0] = 2.15;

b[1][0] = 0.62;

b[2][0] = 0.88;

} else {

cout<<"Введiть матрицю А:\n";

input(a, N, N);

cout<<"\nВведiть стовпець B:\n";

input(b, N, 1);

}

//Вивід a та b

cout<<"А:\n";

display(a, N, N);

cout<<"\nB:\n";

display(b, N, 1);

//обчислення L та U

calculateLU();

//Вивід L та U

cout<<"\n\nL:\n";

display(L, N, N);

cout<<"\nU:\n";

display(U, N, N);

//обчислення Y та X

calculateY();

calculateX();

//Вивід Y та X

cout<<"\n\nY:\n";

display(y, N, 1);

cout<<"\n\nX:\n";

display(x, N, 1);

\_getch();

}

**5. Результати виконання програм**

Запустимо програму методу Гауса на виконання (рис. 5.1):

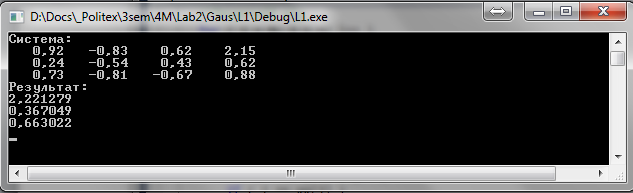


Рис. 5.1. Метод Гауса

Запустимо програму методу LU-розкладу на виконання (рис. 5.2):

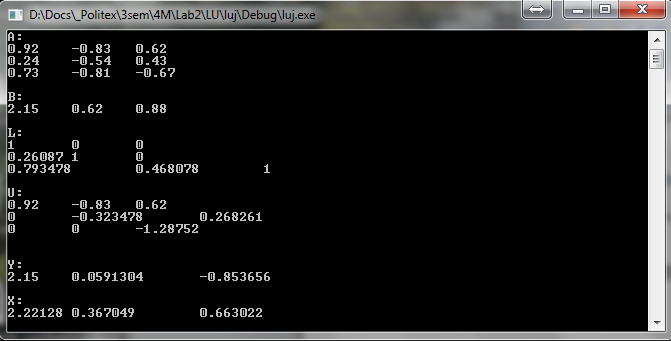


Рис. 5.2. Проміжні результати та реакція на помилки

Як бачимо ці дві програми повернули одинаковий результат.

## ВИСНОВКИ

В ході даної лабораторної роботи я оволодів прямими методами розв’язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь, а саме:

1)методом Гауса з вибором головного елемента;

2)методом LU-розкладу.