

## 4.3 Berechne den Rang der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 7 & 2 & -6 & 4 \\ 2 & 1 & s & t \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 8 & -1 & -1 & 2 \\ -3 & 15 & -3 & 0 & 3 \\ -3 & 29 & -7 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Der Rang von  $A$  hängt dabei von den Parametern  $s, t \in \mathbb{R}$  ab.

## 4.4 Bestimme alle Lösungen des linearen Gleichungssystems

$$\begin{array}{rrrrrrcl} & & 3x_2 & - & 5x_3 & + & x_4 & = & 0 \\ - & x_1 & - & 3x_2 & & & - & x_4 & = & -5 \\ - & 2x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & + & 2x_4 & = & 2 \\ - & 3x_1 & + & 4x_2 & + & 2x_3 & - & 2x_4 & = & 8 \end{array}$$

## 4.5 Gegeben ist das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rrrrcl} 2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & 0 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & + & tx_3 & = & 1 \\ - & 2tx_1 & + & tx_2 & + & 9x_3 & = & 6 \end{array}$$

mit einem Parameter  $t \in \mathbb{R}$ .

- Für welche  $t \in \mathbb{R}$  ist das System eindeutig lösbar? Wie lautet die Lösung?
- Für welche  $t \in \mathbb{R}$  gibt es unendlich viele Lösungen? Gib alle Lösungen an.
- Für welche  $t \in \mathbb{R}$  gibt es keine Lösung?

## 4.6 Sei $A = (a_{j,k}) \in \mathbb{R}^{m \times n}$

- In jedem der folgenden fünf Fälle finde Matrizen  $x$  und/oder  $y$  mit folgenden Eigenschaften: Eines der Produkte  $Ax, yA, yAx$  ist
  - die  $j$ -te Zeile von  $A$ ,
  - die  $k$ -te Spalte von  $A$ ,
  - das Element  $a_{jk}$ ,
  - die Summe der Einträge der  $j$ -ten Zeile von  $A$ ,
  - die Summe der Einträge der  $k$ -ten Spalte von  $A$ .
- Sei  $B \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 
  - die  $j$ -te und die  $k$ -te Spalte von  $A$  vertauscht,
  - die  $j$ -te und die  $k$ -te Zeile von  $A$  vertauscht,
  - das  $\lambda$ -fache der  $j$ -ten Zeile zur  $k$ -ten Zeile von  $A$  addiert.

In jedem der drei Fälle finde eine Matrix  $C$ , so dass entweder  $B = CA$  oder  $B = AC$