

Höhere Mathematik 1

Präsenzaufgaben für die Übungen vom 26. bis 29. 10. 2021 (bitte vorbereiten und Aufgabenstellungen so weit wie möglich verstehen)

1.1. Gib die folgenden Mengen jeweils durch Aufzählung aller Elemente an.

(Beispiel: $\{x \in \mathbb{R}; x^2 = 4\} = \{-2, 2\}$.)

(a) $\{x \in \mathbb{R}; 4x^2 + x - 5 = 0\}$,

(b) $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}; (x^2 - 1)(y^2 - 1) = 0 \text{ und } x + y = 4\}$.

1.2. (a) Die Abbildungen $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ seien definiert durch $f(x) = 2x - 5$ und $g(x) = x^3$. Bestimme die komponierten Abbildungen $f \circ g$ und $g \circ f$.

(b) Sei $f: \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{1\}$, $f(x) = \frac{x-5}{x-2}$. Zeige, dass f bijektiv ist, und berechne die Umkehrfunktion f^{-1} .

1.3. Welche der folgenden Aussagen über Element- und Teilmengenbeziehungen sind wahr?

(a) $2 \in \{1, 2, 3, 4\}$,

(b) $\{2, 1\} \in \{1, 2, 3, 4\}$,

(c) $\{2, 1\} \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$,

(d) $\{2, 1\} \in \{\{1, 2\}, \{3, 4\}\}$,

(e) $\{2, 1\} \in \{\{1, 2, 3\}, \{4\}\}$.

1.4. Ein Fußballtrainer hat in seiner Mannschaft 18 Personen. Davon kann eine Person nur als Torhüter eingesetzt werden, acht sind als Verteidiger geeignet und sechs als Mittelfeldspieler. Drei Personen können sowohl als Verteidiger, Mittelfeldspieler oder Stürmer spielen, fünf können im Mittelfeld und im Sturm spielen, und vier können im Mittelfeld und in der Verteidigung eingesetzt werden. Im Sturm und in der Verteidigung können drei Personen spielen.

(a) Wie viele reine Stürmer gibt es?

(b) Wie viele Spieler können nur in der Verteidigung eingesetzt werden?

Bitte wenden

Hausaufgaben (Abgabe bis 4. 11. 2021 **vor** der Vorlesung)

1.5. Gib die folgenden Mengen jeweils durch Aufzählung aller Elemente an.

- (a) $\{x \in \mathbb{R}; 2x^2 - 9x + 10 = 0\}$,
- (b) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 = 25 \text{ und } 7y - x = 25\}$.

1.6. Gib die folgenden Mengen explizit an:

- (a) $\{1, 2, 3\} \cup \{1, 5\}$,
- (b) $\{1, 2, 3\} \cap \{1, 5\}$,
- (c) $\{1, 2, 3\} \setminus \{1, 5\}$,
- (d) $\{1, 2, 3\} \times \{1, 5\}$,
- (e) $\mathcal{P}(\{1, 2, 3\})$,
- (f) $\{1, 2, 3\} \cup \{1, \{2, 3\}\}$,
- (g) $\{1, 2, 3\} \setminus \{1, \{2, 3\}\}$,
- (h) $\{\{1\}, \{2\}, \{1, 2, 3\}\} \setminus \{\{1\}, \{2, 3\}\}$.

1.7. Welche der folgenden Abbildungen ist injektiv / surjektiv / bijektiv?

- (a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) := x^2$;
- (b) $g: \mathbb{R} \rightarrow \{x \in \mathbb{R}; x \geq 0\}, g(x) := x^2$;
- (c) $h: \{x \in \mathbb{R}; x \geq 0\} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) := x^2$;
- (d) $p: \{x \in \mathbb{R}; x \geq 0\} \rightarrow \{x \in \mathbb{R}; x \geq 0\}, p(x) := x^2$.

1.8. In einer Klasse mit 16 Schülern werden die drei Wahlpflichtfächer Geschichte, Literatur und Theater angeboten. Jedes der Fächer wird von 10 Schülern gewählt. Für nur Geschichte hat sich ein Schüler entschieden, für nur Literatur zwei Schüler, und für nur Theater haben sich drei Schüler entschieden. Wie viele Schüler belegen alle drei Fächer?

Hinweis: Man überlege sich zuerst, wie viele Schüler mindestens zwei der Fächer belegen.