Übung 1

2.1 Bestimme die reellen Lösungen der Gleichung $|x^2+3x-4| = 2x+2$

$$f(x) = |x^2+3x-4| = \begin{cases} x^2+3x-4 & x^2+3x-4 \geq 0 \\ -x^2-3x+4 & x^2+3x-4 < 0 \end{cases}$$

$$x^2+3x-4 = 2x+2 - 2x - 2$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2+x-6 = 0$$

$\Rightarrow x_{1/2} = -0.5 \pm \sqrt{0.25+6}$
$x_1 = (-3), f(-3) \ngeq 0 \times$
$\wedge\, x_2 = 2, f(2) \geq 0\surd$

$$-x^2-3x+4 = 2x+2 - 2x - 2$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2+5x-2 = 0$$

$\Rightarrow x_{1/2} = -2.5 \pm \sqrt{6.25+2}$
$x_1 = (-5.3723), f(-5.3723) \nless 0 \times$
$\wedge\, x_2 = 0.3723, f(0.3723) < 0\surd$

$\Rightarrow x_1 = 2 \wedge x_2 = 0.3723$

2.2 Bestimme sämtliche reellen Lösungen der Ungleichungen

(a) $\sqrt{x-1} > 2x-5$

Da in $\sqrt{x-1}$ für alle Lösungen $x \in \mathbb{R}$ immer $x \geq 0$ gilt und alle $x < 2.5$ in $2x-5$ zu einem negativen Ergebnis führen muss für $\sqrt{x-1} > 2x-5$ $x \geq 2.5$ gelten.

$$\sqrt{x-1} > 2x-5^2$$

$$\Leftrightarrow \quad x-1 > 4x^2-20x+25 - x + 1$$

$$\Leftrightarrow \quad 4x^2-21x+26 < 0 \div 4$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2-5.25x+6.5 < 0$$

$\Rightarrow x_{x/2} = \frac{5.25}{2} \pm \sqrt{(\frac{-5.25}{2})^2 - 6.5}$
$x_1 = 2 \ngeq 2.5 \times$
$\wedge\, x_2 = 3.25 \geq 2.5\surd$
$\Rightarrow \forall x \in \mathbb{R}\{1 < x < 3.25\} : (\sqrt{x-1} > 2x-5)$

(b) $\dfrac{x+4}{x-2} < \dfrac{2}{x+1}$.

$$
\begin{aligned}
& & \frac{x+4}{x-2} &< \frac{2}{x+1} * (x-2) * (x+1) \\
&\Leftrightarrow & \frac{(x+4)(x-2)(x+1)}{x-2} &< \frac{2(x-2)(x+1)}{x+1} \\
&\Leftrightarrow & (x+4)(x+1) &< 2(x-2) \\
&\Leftrightarrow & x^2+5x+4 &< 2x-4 - 2x + 4 \\
&\Leftrightarrow & x^2+3x+8 &< 0
\end{aligned}
$$

$\Rightarrow x_{1/2} = -1.5 \pm \sqrt{1.5^2 - 8}$