

# Fast Almost-Gaussian Filtering

---

ШКАБАРА Я. А.

3331506/70401

# Гауссово размытие

---

Гауссово размытие — это результат применения математической функции Гаусса к изображению для его размытия.

$$g(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

$\sigma$  - среднеквадратичное отклонение;

$\mu$  — мат. ожидание.

# Матрица Гауссова размытия

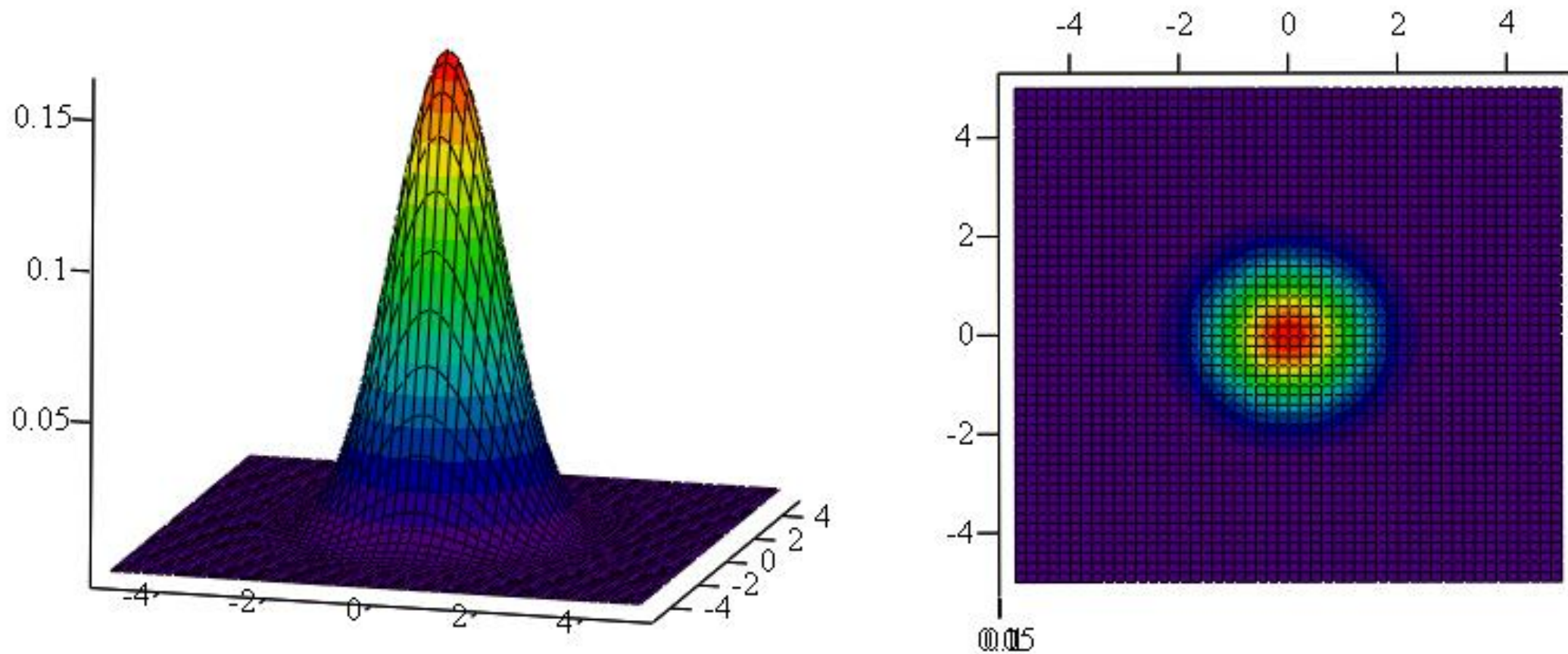
---

$$\frac{1}{273}$$

1	4	7	4	1
4	16	26	16	4
7	26	41	26	7
4	16	26	16	4
1	4	7	4	1

$$g(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

# Матрица Гауссова размытия



# Влияние $\sigma$ на результат обработки



Без фильтра



$\sigma = 1$



$\sigma = 5$

# Интегральное изображение

1.

31	2	4	33	5	36
12	26	9	10	29	25
13	17	21	22	20	18
24	23	15	16	14	19
30	8	28	27	11	7
1	35	34	3	32	6

2.

31	33	37	70	75	111
43	71	84	127	161	222
56	101	135	200	254	333
80	148	197	278	346	444
110	186	263	371	450	555
111	222	333	444	555	666

$$15 + 16 + 14 + 28 + 27 + 11 = 101 + 450 - 254 - 186 = 111$$

# Определение усредняющих фильтров

Стандартное отклонение усредняющего фильтра шириной  $w$ :

$$\sigma_{av} = \sqrt{\frac{w^2 - 1}{12}} \quad (1)$$

Стандартное отклонение при числе усреднений  $n$ :

$$\sigma_{nav} = \sqrt{\frac{nw^2 - n}{12}} \quad (2)$$

# Определение усредняющих фильтров

Вычислим идеальную ширину фильтра на основании  $\sigma$ :

$$w_{ideal} = \sqrt{\frac{12\sigma^2}{n} + 1} \quad (3)$$

Предполагается, что будут использоваться фильтры размеров  $w_l$  и  $w_u$ :  $w_l < w_{ideal} < w_u$  ( $w_l$  и  $w_u$  - ближайšie к  $w_{ideal}$  нечетные целые числа).  $w_u = w_l + 2$ .



# Определение усредняющих фильтров

При этом фильтр размера  $w_l$  будет применен  $m$  раз ( $0 \leq m \leq n$ ), а фильтр размера  $w_u$  -  $(n-m)$  раз.

Можно записать уравнение 2 в виде:

$$\begin{aligned}\sigma &= \sqrt{\frac{mw_l^2 + (n-m)w_u^2 - n}{12}} \\ &= \sqrt{\frac{mw_l^2 + (n-m)(w_l+2)^2 - n}{12}}\end{aligned}\tag{4}$$

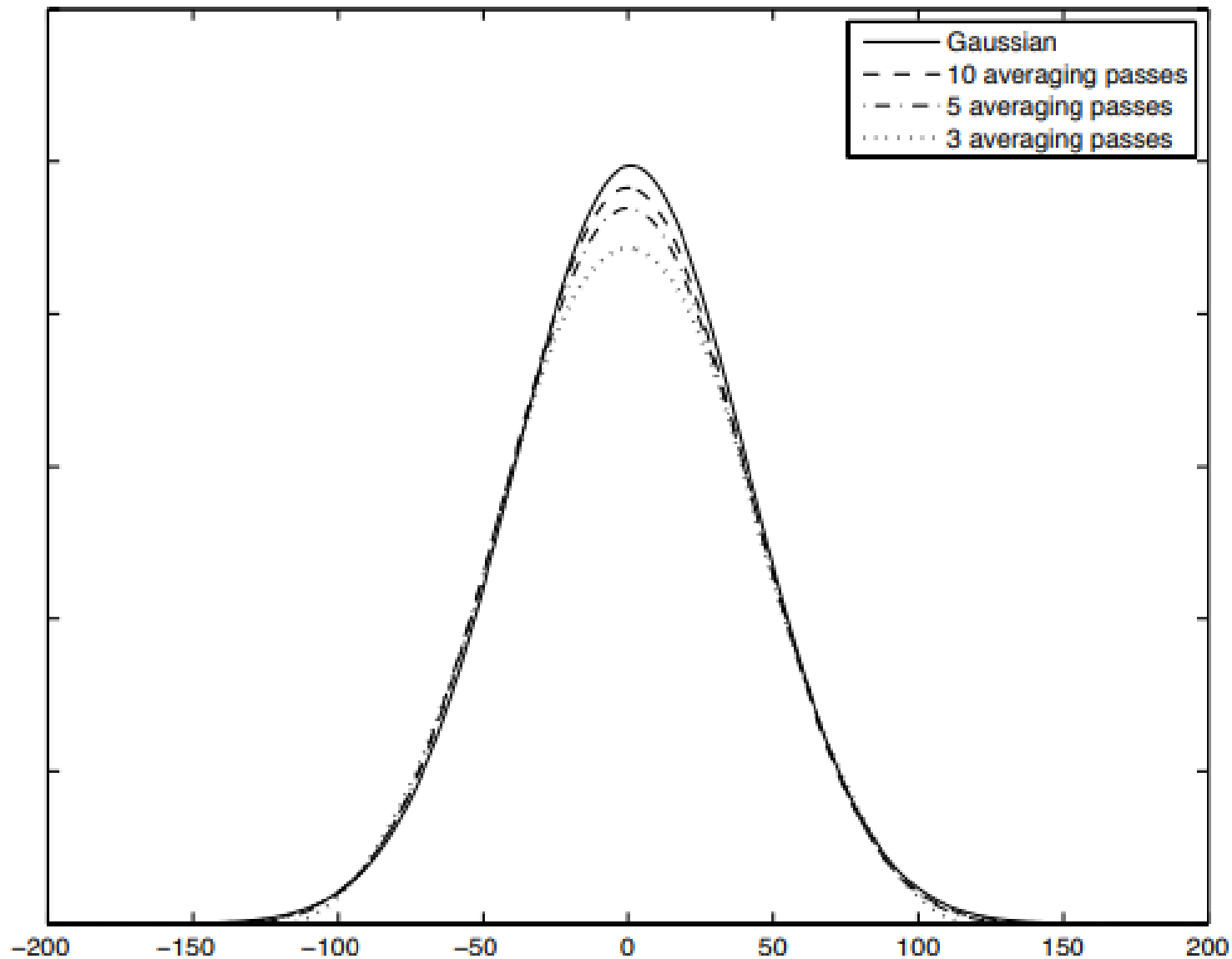
# Определение усредняющих фильтров

При известных  $\sigma$ ,  $n$  и  $w_l$  из уравнения (4) можно найти  $m$ :

$$m = \frac{12\sigma^2 - nw_l^2 - 4nw_l - 3n}{-4w_l - 4} \quad (5)$$

При заданных  $\sigma$  и  $n$  алгоритм сводится к следующим действиям:

1. С помощью уравнения 3 найти  $w_{ideal}$  для определения  $w_l$  и  $w_u$ ;
2. Определить  $m$  с помощью уравнения 5;
3. Применить фильтр ширины  $w_l$   $m$  раз;
4. Применить фильтр ширины  $w_u$   $(n - m)$  раз.



Аппроксимация фильтра Гаусса со стандартным отклонением 40 с использованием 3, 5 и 10 проходов усреднения.

Фактическое стандартное отклонение, полученное за 5 проходов, составило 39,983.

# Список литературы

---

1. P. Kovesi, "Fast Almost-Gaussian Filtering," *2010 International Conference on Digital Image Computing: Techniques and Applications*, Sydney, NSW, 2010, pp. 121-125, doi: 10.1109/DICTA.2010.30.