Opracowanie: Maksymilian Sulima gr 3

**MOwNiT – Rozwiązywanie równań nieliniowych**

1. Sprzęt

System operacyjny:

- Windows 10 19044.2604

Język:

- Python 3.10, numpy 1.24.3, matplotlib 3.7.1, jupyter

Procesor:

- AMD Ryzen 7 4700U

1. Treść zadania

Dla funkcji:

Wyznaczyć pierwiastki równania gdzie:

korzystając z metody Newtona i metody siecznych. W eksperymentach wykorzystujących metodę Newtona punkty startowe należy wybrać, zaczynając od końców przedziału i zmniejszając je o 0,1 po każdej iteracji eksperymentu. Dla metody siecznych jeden z punktów startowych jest początkiem przedziału, natomiast drugi jest wyznaczany tak jak w przypadki metody Newtona.

Następnie należy porównać liczbę iteracji obu badanych metod, przy różnych wartościach dokładności użytych w kryterium stopu.

1. Informacje wstępne

Metoda Newtona opiera się na wybraniu punktu startowego . Przybliżenie pierwiastka uzyskane zostaje poprzez wyznaczenie puntu przecięcia osi OX ze styczną poprowadzoną z punktu . Następnie zostaje sprawdzony warunek stopu, jeżeli nie został spełniony za punkt przyjmuje się punkt . Opisane kroki powtarza się do momentu w którym kryterium stopu zostanie spełnione lub przekroczony zostanie limit iteracji. Wzór implementujący metodę Newtona:

W metodzie siecznych wybrane zostają 2 punkty startowe , . Pierwiastek przybliżony zostaje jako punkt przecięcia osi OX i siecznej poprowadzonej przez punkty startowe. Sprawdzone zostaje kryterium stopu, jeżeli zostało ono spełnione szukanie pierwiastka kończy się. W przeciwnym przypadku obliczone zostaje kolejne przybliżenie korzystając z , j ako punktów startowych. Metodę siecznych zaimplementowano przy użyciu wzoru:

Zastosowano 2 kryteria stopu:

* Kryterium różnicy:

Gdzie to n-ty wyznaczony pierwiastek.

* Kryterium z wartości funkcji:

Gdzie to n-ty wyznaczony pierwiastek.

Obraz zawierający tekst, diagram, linia, zrzut ekranu

Opis wygenerowany automatycznie

Wykres 1. Przedstawia daną funkcję na zadanym przedziale.

Do obliczenia dokładności metod posłużono się wartością pierwiastka 0,541058871169699 wyliczoną w programie Wolfram Alpha.

1. Wyniki metody Newtona

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Punkt startowy\Wartość | 10E-2 | 10E-4 | 10E-6 | 10E-8 | 10E-10 | 10E-12 |
| -0,4 | 12 | 13 | 14 | 14 | 15 | 15 |
| -0,3 | 11 | 12 | 13 | 13 | 14 | 14 |
| -0,2 | 10 | 11 | 12 | 12 | 13 | 13 |
| -0,1 | 9 | 10 | 11 | 11 | 12 | 12 |
| 0 | 8 | 9 | 10 | 10 | 11 | 11 |
| 0,1 | 7 | 8 | 9 | 9 | 10 | 10 |
| 0,2 | 6 | 7 | 8 | 8 | 9 | 9 |
| 0,3 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 | 8 |
| 0,4 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 | 7 |
| 0,5 | 2 | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 |
| 0,6 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 6 |
| 0,7 | 6 | 7 | 8 | 8 | 9 | 9 |
| 0,8 | 13\* | 14\* | 15\* | 16\* | 16\* | 16\* |
| 0,9 | 34\* | 35\* | 36\* | 37\* | 37\* | 37\* |
| 1 | 88\* | 89\* | 90\* | 90\* | 91\* | 91\* |

Tabela 1. Przedstawia liczbę iteracji metody Newtona w zależności od wartości dla kryterium różnicy.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Punkt startowy\Wartość | 10E-2 | 10E-4 | 10E-6 | 10E-8 | 10E-10 | 10E-12 |
| -0,4 | 11 | 12 | 13 | 13 | 14 | 14 |
| -0,3 | 10 | 11 | 12 | 12 | 13 | 13 |
| -0,2 | 9 | 10 | 11 | 11 | 12 | 12 |
| -0,1 | 8 | 9 | 10 | 10 | 11 | 11 |
| 0 | 7 | 8 | 9 | 9 | 10 | 10 |
| 0,1 | 6 | 7 | 8 | 8 | 9 | 9 |
| 0,2 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 | 8 |
| 0,3 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 | 7 |
| 0,4 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 6 |
| 0,5 | 1 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 |
| 0,6 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 0,7 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 | 8 |
| 0,8 | 12\* | 13\* | 14\* | 15\* | 15\* | 15\* |
| 0,9 | 33\* | 34\* | 35\* | 35\* | 36\* | 36\* |
| 1 | 87\* | 88\* | 89\* | 89\* | 90\* | 90\* |

Tabela 2. Przedstawia liczbę iteracji metody Newtona w zależności od wartości dla kryterium wartości.

Tabele 1 i 2 przedstawiają liczby iteracji w metodzie Newtona przy różnych warunkach stopu. Kryterium wartości zawsze zapewnia co najmniej o 1 mniejszą liczbę iteracji przy takiej samej wartości parametru . Wartość „z gwiazdką, są to wyniki dla danych, których obliczona przybliżona wartość pierwiastka nie należała do przyjętej dziedziny na pewnym etapie obliczeń. Dodatkowo można zauważyć, że dla zadanej funkcji punkty startowe znajdujące się na prawo od pierwiastka wymagają mniejszej liczby iteracji do spełnienia kryterium stopu. Jest to bezpośrednio związane z kształtem zadanej funkcji i co za tym idzie współczynnikiem kierunkowym stycznych.

Obraz zawierający tekst, linia, diagram, Wykres

Opis wygenerowany automatycznie

Wykres 2. Przedstawia na zielono zadaną funkcję oraz jej styczną w punkcie 0,8 kolorem zielonym.

Na wykresie 2 można zauważyć, że punkt przecięcie stycznej w punkcie o odciętej 0.8 z osią OX nie należy do rozważanej przez nas dziedziny. Dla punktów startowych o wartościach 0,9 i 1 punkt sytuacja wygląda analogicznie.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Punkt startowy\Wartość | 10E-2 | 10E-4 | 10E-6 | 10E-8 | 10E-10 | 10E-12 |
| -0,4 | 2,85E-05 | 4,06E-09 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -0,3 | 2,85E-05 | 4,06E-09 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -0,2 | 2,85E-05 | 4,05E-09 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -0,1 | 2,84E-05 | 4,02E-09 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 2,81E-05 | 3,94E-09 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,1 | 2,73E-05 | 3,72E-09 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,2 | 2,53E-05 | 3,20E-09 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,3 | 2,03E-05 | 2,06E-09 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,4 | 1,02E-05 | 5,16E-10 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,5 | 2,65E-04 | 6,18E-13 | 6,18E-13 | 0 | 0 | 0 |
| 0,6 | 2,22E-05 | 2,46E-09 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,7 | 9,33E-06 | 4,35E-10 | 0,00E+00 | 0 | 0 | 0 |
| 0,8 | 8,60E-05 | 3,69E-08 | 6,99E-15 | 0 | 0 | 0 |
| 0,9 | 4,89E-05 | 1,20E-08 | 9,99E-16 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 2,78E-05 | 3,86E-09 | 0,00E+00 | 0 | 0 | 0 |

Tabela 3. Przedstawia wartości z modułu różnicy między pierwiastkiem z Wolphrama, a pierwiastkiem otrzymanym przy użyciu metody Newtona i kryterium różnicy.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Punkt startowy\Wartość | 10E-2 | 10E-4 | 10E-6 | 10E-8 | 10E-10 | 10E-12 |
| -0,4 | 2,40E-03 | 2,85E-05 | 4,06E-09 | 4,06E-09 | 0 | 0 |
| -0,3 | 2,40E-03 | 2,85E-05 | 4,06E-09 | 4,06E-09 | 0 | 0 |
| -0,2 | 2,40E-03 | 2,85E-05 | 4,05E-09 | 4,05E-09 | 0 | 0 |
| -0,1 | 2,39E-03 | 2,84E-05 | 4,02E-09 | 4,02E-09 | 0 | 0 |
| 0 | 2,38E-03 | 2,81E-05 | 3,94E-09 | 3,94E-09 | 0 | 0 |
| 0,1 | 2,35E-03 | 2,73E-05 | 3,72E-09 | 3,72E-09 | 0 | 0 |
| 0,2 | 2,26E-03 | 2,53E-05 | 3,20E-09 | 3,20E-09 | 0 | 0 |
| 0,3 | 2,02E-03 | 2,03E-05 | 2,06E-09 | 2,06E-09 | 0 | 0 |
| 0,4 | 1,43E-03 | 1,02E-05 | 5,16E-10 | 5,16E-10 | 0 | 0 |
| 0,5 | 7,38E-03 | 3,52E-07 | 3,52E-07 | 6,18E-13 | 6,18E-13 | 6,18E-13 |
| 0,6 | 2,12E-03 | 2,22E-05 | 2,46E-09 | 2,46E-09 | 0 | 0 |
| 0,7 | 1,37E-03 | 9,33E-06 | 4,35E-10 | 4,35E-10 | 0 | 0 |
| 0,8 | 4,18E-03 | 8,60E-05 | 3,69E-08 | 6,99E-15 | 6,99E-15 | 6,99E-15 |
| 0,9 | 3,15E-03 | 4,89E-05 | 1,20E-08 | 1,20E-08 | 9,99E-16 | 9,99E-16 |
| 1 | 2,37E-03 | 2,78E-05 | 3,86E-09 | 3,86E-09 | 0 | 0 |

Tabela 4. Przedstawia wartości z modułu różnicy między pierwiastkiem z Wolphrama, a pierwiastkiem otrzymanym przy użyciu metody Newtona i kryterium wartości.

Tabele 3 i 4 potwierdzają intuicję, że dodatkowe iteracje wykonane przy użyciu kryterium różnicy przełożyły się na większą dokładność otrzymanego pierwiastka.

1. Wyniki metody siecznych

W poniższych tabelach wartość iter oznacza przekroczoną graniczną wartość iteracji (1000). Dziel oznacza, że mianownik we wzorze iteracyjnym miał wartość 0.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Punkty startowe | | Wartość | | | | | |
| x0 | x1 | 10E-2 | 10E-4 | 10E-6 | 10E-8 | 10E-10 | 10E-12 |
| -0,4 | -0,3 | 15 | 17 | 18 | 19 | 19 | 20 |
| -0,4 | -0,2 | 14 | 16 | 17 | 18 | 18 | 19 |
| -0,4 | -0,1 | 13 | 15 | 16 | 16 | 17 | 17 |
| -0,4 | 0 | 11 | 13 | 14 | 15 | 15 | 16 |
| -0,4 | 0,1 | 10 | 12 | 13 | 14 | 14 | 14 |
| -0,4 | 0,2 | 8 | 10 | 11 | 12 | 13 | 13 |
| -0,4 | 0,3 | 7 | 9 | 10 | 11 | 11 | 12 |
| -0,4 | 0,4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 10 | 10 |
| -0,4 | 0,5 | 3 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 |
| -0,4 | 0,6 | 4 | 6 | 7 | 8 | 8 | 9 |
| -0,4 | 0,7 | 9 | 11 | 12 | 13 | 13 | 14 |
| -0,4 | 0,8 | 226\* | 229\* | 230\* | 230\* | 231\* | 231\* |
| -0,4 | 0,9 | iter | iter | iter | iter | iter | iter |
| -0,4 | 1 | dziel | dziel | dziel | dziel | dziel | dziel |

Tabela 5. Przedstawia liczbę iteracji metody siecznych w zależności od wartości dla kryterium wartości dla lewego punktu startowego -0.4.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Punkty startowe | | Wartość | | | | | |
| 1 | -0,4 | dziel | dziel | dziel | dziel | dziel | dziel |
| 1 | -0,3 | dziel | dziel | dziel | dziel | dziel | dziel |
| 1 | -0,2 | dziel | dziel | dziel | dziel | dziel | dziel |
| 1 | -0,1 | dziel | dziel | dziel | dziel | dziel | dziel |
| 1 | 0 | dziel | dziel | dziel | dziel | dziel | dziel |
| 1 | 0,1 | dziel | dziel | dziel | dziel | dziel | dziel |
| 1 | 0,2 | dziel | dziel | dziel | dziel | dziel | dziel |
| 1 | 0,3 | iter | Iter | iter | iter | iter | iter |
| 1 | 0,4 | 21 | 24 | 25 | 25 | 26 | 26 |
| 1 | 0,5 | 5 | 7 | 8 | 8 | 9 | 9 |
| 1 | 0,6 | 5 | 7 | 8 | 9 | 10 | 10 |
| 1 | 0,7 | 11\* | 13\* | 14\* | 15\* | 15\* | 16\* |
| 1 | 0,8 | 230\* | 232\* | 233\* | 234\* | 235\* | 235\* |
| 1 | 0,9 | dziel | dziel | dziel | dziel | dziel | dziel |

Tabela 6. Przedstawia liczbę iteracji metody siecznych w zależności od wartości dla kryterium wartości dla prawego punktu startowego 1.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Punkty startowe | | Wartość | | | | | |
| x0 | x1 | 10E-2 | 10E-4 | 10E-6 | 10E-8 | 10E-10 | 10E-12 |
| -0,4 | -0,3 | 15 | 17 | 18 | 19 | 19 | 20 |
| -0,4 | -0,2 | 14 | 16 | 17 | 18 | 18 | 19 |
| -0,4 | -0,1 | 13 | 15 | 16 | 16 | 17 | 17 |
| -0,4 | 0 | 1 | 13 | 14 | 15 | 15 | 16 |
| -0,4 | 0,1 | 1 | 12 | 13 | 14 | 14 | 14 |
| -0,4 | 0,2 | 1 | 10 | 11 | 12 | 13 | 13 |
| -0,4 | 0,3 | 1 | 9 | 10 | 11 | 11 | 12 |
| -0,4 | 0,4 | 1 | 7 | 8 | 9 | 10 | 10 |
| -0,4 | 0,5 | 1 | 1 | 6 | 7 | 7 | 8 |
| -0,4 | 0,6 | 1 | 1 | 7 | 8 | 8 | 9 |
| -0,4 | 0,7 | 1 | 1 | 12 | 13 | 13 | 14 |
| -0,4 | 0,8 | 1 | 1 | 230\* | 230\* | 231\* | 231\* |
| -0,4 | 0,9 | 1 | 4\* | 4\* | 4\* | 4\* | 4\* |
| -0,4 | 1 | 1 | 4\* | 4\* | 4\* | 4\* | 4\* |

Tabela 7. Przedstawia liczbę iteracji metody siecznych w zależności od wartości dla kryterium różnicy dla lewego punktu startowego -0.4.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Punkty startowe | | Wartość | | | | | |
| 1 | -0,4 | 2 | 5\* | 5\* | 5\* | 5\* | 5\* |
| 1 | -0,3 | 2 | 5\* | 5\* | 5\* | 5\* | 5\* |
| 1 | -0,2 | 2 | 5\* | 5\* | 5\* | 5\* | 5\* |
| 1 | -0,1 | 2 | 5\* | 5\* | 5\* | 5\* | 5\* |
| 1 | 0 | 2 | 5\* | 5\* | 5\* | 5\* | 5\* |
| 1 | 0,1 | 5\* | 5\* | 5\* | 5\* | 5\* | 5\* |
| 1 | 0,2 | 5\* | 5\* | 5\* | 5\* | 5\* | 5\* |
| 1 | 0,3 | 5\* | 5\* | 5\* | 5\* | 5\* | 5\* |
| 1 | 0,4 | 5 | 24 | 25 | 25 | 26 | 26 |
| 1 | 0,5 | 5 | 7 | 8 | 9 | 9 | 9 |
| 1 | 0,6 | 3 | 8 | 9 | 9 | 10 | 10 |
| 1 | 0,7 | 3\* | 3\* | 14\* | 15\* | 15\* | 16\* |
| 1 | 0,8 | 3\* | 3\* | 3\* | 3\* | 3\* | 235\* |
| 1 | 0,9 | 3\* | 3\* | 3\* | 3\* | 3\* | 3\* |

Tabela 8. Przedstawia liczbę iteracji metody siecznych w zależności od wartości dla kryterium różnicy dla prawego punktu startowego 1.

W wynikach przedstawionych w tabelach 4 i 5 wyraźnie widać gorsze uwarunkowanie metody siecznych do zadanej funkcji, objawiające się zdecydowanie większą proporcją wartości „poza”. Dla obu kryteriów stopu w metodzie Newtona współczynnik „poza” do całkowitej liczby wyników wyniósł 20%, natomiast dla metody siecznych są to odpowiednio 50% i 44,6% dla kryteriów wartości i różnicy. Dodatkowo dla metody stycznych pojawił się problem przekroczenia wartości granicznej liczby iteracji.

Obraz zawierający diagram, linia, Wykres, tekst

Opis wygenerowany automatycznie

Wykres 3. Przedstawia na zielono zadaną funkcję oraz jej sieczną przechodzącą przez punkty i

Wykres 3 pokazuje przykład danych dla których uzyskano „dziel”. Przy złym doborze punktów startowych przybliżony pierwiastek w praktyce pokrywa się z 1 z punktów startowych powodując zaokrąglenie wartości mianowniku do 0.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Punkty startowe | | Wartość | | | | | |
| x0 | x1 | 10E-2 | 10E-4 | 10E-6 | 10E-8 | 10E-10 | 10E-12 |
| -0,4 | -0,3 | 7,93E-04 | 1,02E-07 | 1,33E-11 | 0 | 0 | 0 |
| -0,4 | -0,2 | 4,85E-04 | 2,84E-08 | 1,66E-12 | 0 | 0 | 0 |
| -0,4 | -0,1 | 1,93E-04 | 2,54E-09 | 3,30E-14 | 3,30E-14 | 0 | 0 |
| -0,4 | 0 | 1,19E-03 | 2,97E-07 | 7,41E-11 | 0 | 0 | 0 |
| -0,4 | 0,1 | 3,86E-04 | 1,56E-08 | 6,31E-13 | 0 | 0 | 0 |
| -0,4 | 0,2 | 1,68E-03 | 7,30E-07 | 3,18E-10 | 9,99E-16 | 0 | 0 |
| -0,4 | 0,3 | 4,78E-04 | 2,72E-08 | 1,55E-12 | 0 | 0 | 0 |
| -0,4 | 0,4 | 1,43E-03 | 4,63E-07 | 1,50E-10 | 0 | 0 | 0 |
| -0,4 | 0,5 | 1,39E-03 | 3,51E-07 | 8,87E-11 | 0 | 0 | 0 |
| -0,4 | 0,6 | 6,83E-04 | 7,76E-08 | 8,82E-12 | 0 | 0 | 0 |
| -0,4 | 0,7 | 4,77E-04 | 2,73E-08 | 1,57E-12 | 0 | 0 | 0 |
| -0,4 | 0,8 | 2,66E-03 | 2,29E-09 | 2,80E-14 | 2,80E-14 | 0 | 0 |
| -0,4 | 0,9 | 3,59E-01 | 3,59E-01 | 3,59E-01 | 3,59E-01 | 3,59E-01 | 3,59E-01 |
| -0,4 | 1 | 4,59E-01 | 4,59E-01 | 4,59E-01 | 4,59E-01 | 4,59E-01 | 4,59E-01 |

Tabela 9. Przedstawia wartości z modułu różnicy między pierwiastkiem z Wolphrama, a pierwiastkiem otrzymanym przy użyciu metody siecznych i kryterium wartości dla lewego punktu startowego -0.4.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Punkty startowe | | Wartość | | | | | |
| x0 | x1 | 10E-2 | 10E-4 | 10E-6 | 10E-8 | 10E-10 | 10E-12 |
| 1 | -0,4 | 4,59E-01 | 4,59E-01 | 4,59E-01 | 4,59E-01 | 4,59E-01 | 4,59E-01 |
| 1 | -0,3 | 4,58E-01 | 4,58E-01 | 4,58E-01 | 4,58E-01 | 4,58E-01 | 4,58E-01 |
| 1 | -0,2 | 4,57E-01 | 4,57E-01 | 4,57E-01 | 4,57E-01 | 4,57E-01 | 4,57E-01 |
| 1 | -0,1 | 4,55E-01 | 4,55E-01 | 4,55E-01 | 4,55E-01 | 4,55E-01 | 4,55E-01 |
| 1 | 0 | 4,50E-01 | 4,50E-01 | 4,50E-01 | 4,50E-01 | 4,50E-01 | 4,50E-01 |
| 1 | 0,1 | 4,37E-01 | 4,37E-01 | 4,37E-01 | 4,37E-01 | 4,37E-01 | 4,37E-01 |
| 1 | 0,2 | 4,07E-01 | 4,07E-01 | 4,07E-01 | 4,07E-01 | 4,07E-01 | 4,07E-01 |
| 1 | 0,3 | 3,40E-01 | 3,40E-01 | 3,40E-01 | 3,40E-01 | 3,40E-01 | 3,40E-01 |
| 1 | 0,4 | 2,84E-03 | 2,86E-09 | 4,11E-14 | 4,11E-14 | 0 | 0 |
| 1 | 0,5 | 3,89E-04 | 1,30E-08 | 4,32E-13 | 4,32E-13 | 0 | 0 |
| 1 | 0,6 | 2,30E-03 | 1,45E-06 | 9,16E-10 | 6,99E-15 | 0 | 0 |
| 1 | 0,7 | 4,78E-04 | 2,75E-08 | 1,58E-12 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0,8 | 1,67E-03 | 7,31E-07 | 3,19E-10 | 9,99E-16 | 0 | 0 |
| 1 | 0,9 | 3,59E-01 | 3,59E-01 | 3,59E-01 | 3,59E-01 | 3,59E-01 | 3,59E-01 |

Tabela 10. Przedstawia wartości z modułu różnicy między pierwiastkiem z Wolphrama, a pierwiastkiem otrzymanym przy użyciu metody siecznych i kryterium wartości dla prawego punktu startowego 1.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Punkty startowe | | Wartość | | | | | |
| x0 | x1 | 10E-2 | 10E-4 | 10E-6 | 10E-8 | 10E-10 | 10E-12 |
| -0,4 | -0,3 | 7,93E-04 | 1,02E-07 | 1,33E-11 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| -0,4 | -0,2 | 4,85E-04 | 2,84E-08 | 1,66E-12 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| -0,4 | -0,1 | 1,93E-04 | 2,54E-09 | 3,30E-14 | 3,30E-14 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| -0,4 | 0 | 5,34E-01 | 2,97E-07 | 7,41E-11 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| -0,4 | 0,1 | 4,38E-01 | 1,56E-08 | 6,31E-13 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| -0,4 | 0,2 | 3,40E-01 | 7,30E-07 | 3,18E-10 | 9,99E-16 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| -0,4 | 0,3 | 2,40E-01 | 2,72E-08 | 1,55E-12 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| -0,4 | 0,4 | 1,41E-01 | 4,63E-07 | 1,50E-10 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| -0,4 | 0,5 | 4,10E-02 | 4,10E-02 | 8,87E-11 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| -0,4 | 0,6 | 5,89E-02 | 5,89E-02 | 8,82E-12 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| -0,4 | 0,7 | 1,59E-01 | 1,59E-01 | 1,57E-12 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| -0,4 | 0,8 | 2,59E-01 | 2,59E-01 | 2,80E-14 | 2,80E-14 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| -0,4 | 0,9 | 3,59E-01 | 3,59E-01 | 3,59E-01 | 3,59E-01 | 3,59E-01 | 3,59E-01 |
| -0,4 | 1 | 4,59E-01 | 4,59E-01 | 4,59E-01 | 4,59E-01 | 4,59E-01 | 4,59E-01 |

Tabela 10. Przedstawia wartości z modułu różnicy między pierwiastkiem z Wolphrama, a pierwiastkiem otrzymanym przy użyciu metody siecznych i kryterium różnicy dla lewego punktu startowego -0.4.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Punkty startowe | | Wartość | | | | | |
| x0 | x1 | 10E-2 | 10E-4 | 10E-6 | 10E-8 | 10E-10 | 10E-12 |
| 1 | -0,4 | 4,59E-01 | 4,59E-01 | 4,59E-01 | 4,59E-01 | 4,59E-01 | 4,59E-01 |
| 1 | -0,3 | 4,58E-01 | 4,58E-01 | 4,58E-01 | 4,58E-01 | 4,58E-01 | 4,58E-01 |
| 1 | -0,2 | 4,57E-01 | 4,57E-01 | 4,57E-01 | 4,57E-01 | 4,57E-01 | 4,57E-01 |
| 1 | -0,1 | 4,55E-01 | 4,55E-01 | 4,55E-01 | 4,55E-01 | 4,55E-01 | 4,55E-01 |
| 1 | 0 | 4,50E-01 | 4,50E-01 | 4,50E-01 | 4,50E-01 | 4,50E-01 | 4,50E-01 |
| 1 | 0,1 | 4,37E-01 | 4,37E-01 | 4,37E-01 | 4,37E-01 | 4,37E-01 | 4,37E-01 |
| 1 | 0,2 | 4,07E-01 | 4,07E-01 | 4,07E-01 | 4,07E-01 | 4,07E-01 | 4,07E-01 |
| 1 | 0,3 | 3,40E-01 | 3,40E-01 | 3,40E-01 | 3,40E-01 | 3,40E-01 | 3,40E-01 |
| 1 | 0,4 | 2,06E-01 | 2,86E-09 | 4,11E-14 | 4,11E-14 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| 1 | 0,5 | 3,89E-04 | 1,30E-08 | 4,32E-13 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| 1 | 0,6 | 3,96E-02 | 9,16E-10 | 6,99E-15 | 6,99E-15 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| 1 | 0,7 | 1,59E-01 | 1,59E-01 | 1,58E-12 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| 1 | 0,8 | 2,59E-01 | 2,59E-01 | 2,59E-01 | 2,59E-01 | 2,59E-01 | 0,00E+00 |
| 1 | 0,9 | 3,59E-01 | 3,59E-01 | 3,59E-01 | 3,59E-01 | 3,59E-01 | 3,59E-01 |

Tabela 11. Przedstawia wartości z modułu różnicy między pierwiastkiem z Wolphrama, a pierwiastkiem otrzymanym przy użyciu metody siecznych i kryterium różnicy dla prawego punktu startowego 1.

1. Porównanie liczby iteracji i dokładności

Najbardziej dokładne wyniki uzyskano dla metody Newtona i kryterium różnicy.

Metoda Newtona pozwala jest dużo bardziej stabilna dla zadanej funkcji. Mimo wykraczania poza dziedzinę nigdy nie przekroczyła 200 iteracji w przeciwieństwie do metody stycznych, która przekroczyła niejednokrotnie ustalony limit.

Zmniejszenie wartości pozwala na zawsze uzyskanie dokładniejszego wyniku dla kryterium wartości, dla kryterium różnicy nie jest to oczywiste. Za przykład może posłużyć metoda siecznych, kryterium różnicy (tabela 11). Dla punktów startowych 1, -0,4, problem jest źle uwarunkowany (wykres 3) i zmiana nie wpływa na dokładność obliczeń.

Podobna zależność jest zauważalna dla liczby iteracji, najbardziej skuteczna metoda, metoda Newtona i kryterium różnicy nigdy nie wykonuje więcej niż 100 iteracji, dając jednocześnie lepsze wyniki niż np. metoda siecznych i kryterium różnicy mimo, że ta druga wykonuje dużo więcej iteracji.

Wnioski

* Dla zadanej funkcji metoda Newtona okazała się być bardziej niezawodna rzadziej wykraczając poza zadaną dziedzinę.
* Niezależnie od wyboru kryterium stopu metoda Newtona zawsze wykonywała mniej iteracji w porównaniu do metody siecznych.
* Kryterium wartości daje bardziej przewidywalne wyniki przybliżenia, które jest nie większe od przyjętej wartości . Stosując kryterium różnicy można uzyskać wyniki dalekie od rzeczywistego przy źle dobranych punktach startowych (takich jak te przedstawione na wykresie 3).
* W metodzie Newtona dobranie punktu startowego bliżej pierwiastka skutkuje mniejszą liczbą iteracji.
* Korzystając z kryterium różnicy dobrze jest sprawdzić uzyskaną dokładność obliczonego przybliżenia, liczba iteracji nie świadczy o dokładności. Dla punktów startowych o odciętych -0,4 i 0,5, w metodzie siecznych i kryterium różnicy uzyskano wynik różny o 4,10E-02 od wartości rzeczywistej dla 10E-02, natomiast dla 1 i 0 (dla tego samego kryterium i metody) 4,50E-01.