Opracowanie: Maksymilian Sulima gr 3

**MOwNiT – Rozwiązywanie równań nieliniowych**

1. Sprzęt

System operacyjny:

- Windows 10 19044.2604

Język:

- Python 3.10, numpy 1.24.3, matplotlib 3.7.1, jupyter

Procesor:

- AMD Ryzen 7 4700U

1. Treść zadania

Dla funkcji:

Wyznaczyć pierwiastki równania gdzie:

korzystając z metody Newtona i metody siecznych. W eksperymentach wykorzystujących metodę Newtona punkty startowe należy wybrać, zaczynając od końców przedziału i zmniejszając je o 0,1 po każdej iteracji eksperymentu. Dla metody siecznych jeden z punktów startowych jest początkiem przedziału, natomiast drugi jest wyznaczany tak jak w przypadki metody Newtona.

Następnie należy porównać liczbę iteracji obu badanych metod, przy różnych wartościach dokładności użytych w kryterium stopu.

1. Informacje wstępne

Metoda Newtona opiera się na wybraniu punktu startowego . Przybliżenie pierwiastka uzyskane zostaje poprzez wyznaczenie puntu przecięcia osi OX ze styczną poprowadzoną z punktu . Następnie zostaje sprawdzony warunek stopu, jeżeli nie został spełniony za punkt przyjmuje się punkt . Opisane kroki powtarza się do momentu w którym kryterium stopu zostanie spełnione lub przekroczony zostanie limit iteracji. Wzór implementujący metodę Newtona:

W metodzie siecznych wybrane zostają 2 punkty startowe , . Pierwiastek przybliżony zostaje jako punkt przecięcia osi OX i siecznej poprowadzonej przez punkty startowe. Sprawdzone zostaje kryterium stopu, jeżeli zostało ono spełnione szukanie pierwiastka kończy się. W przeciwnym przypadku obliczone zostaje kolejne przybliżenie korzystając z , j ako punktów startowych. Metodę siecznych zaimplementowano przy użyciu wzoru:

Zastosowano 2 kryteria stopu:

* Kryterium różnicy:

Gdzie to n-ty wyznaczony pierwiastek.

* Kryterium z wartości funkcji:

Gdzie to n-ty wyznaczony pierwiastek.

Obraz zawierający tekst, diagram, linia, zrzut ekranu

Opis wygenerowany automatycznie

Wykres 1. Przedstawia daną funkcję na zadanym przedziale.

Do obliczenia dokładności metod posłużono się wartością pierwiastka 0,541058871169699 wyliczoną w programie Wolfram Alpha.

1. Wyniki metody Newtona

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Punkt startowy\Wartość | 10E-2 | 10E-4 | 10E-6 | 10E-8 | 10E-10 | 10E-12 |
| -0,4 | 12 | 13 | 14 | 14 | 15 | 15 |
| -0,3 | 11 | 12 | 13 | 13 | 14 | 14 |
| -0,2 | 10 | 11 | 12 | 12 | 13 | 13 |
| -0,1 | 9 | 10 | 11 | 11 | 12 | 12 |
| 0 | 8 | 9 | 10 | 10 | 11 | 11 |
| 0,1 | 7 | 8 | 9 | 9 | 10 | 10 |
| 0,2 | 6 | 7 | 8 | 8 | 9 | 9 |
| 0,3 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 | 8 |
| 0,4 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 | 7 |
| 0,5 | 2 | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 |
| 0,6 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 6 |
| 0,7 | 6 | 7 | 8 | 8 | 9 | 9 |
| 0,8 | poza | poza | poza | poza | poza | poza |
| 0,9 | poza | poza | poza | poza | poza | poza |
| 1 | poza | poza | poza | poza | poza | poza |

Tabela 1. Przedstawia liczbę iteracji metody Newtona w zależności od wartości dla kryterium różnicy.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Punkt startowy\Wartość | 10E-2 | 10E-4 | 10E-6 | 10E-8 | 10E-10 | 10E-12 |
| -0,4 | 11 | 12 | 13 | 13 | 14 | 14 |
| -0,3 | 10 | 11 | 12 | 12 | 13 | 13 |
| -0,2 | 9 | 10 | 11 | 11 | 12 | 12 |
| -0,1 | 8 | 9 | 10 | 10 | 11 | 11 |
| 0 | 7 | 8 | 9 | 9 | 10 | 10 |
| 0,1 | 6 | 7 | 8 | 8 | 9 | 9 |
| 0,2 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 | 8 |
| 0,3 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 | 7 |
| 0,4 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 6 |
| 0,5 | 1 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 |
| 0,6 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 0,7 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 | 8 |
| 0,8 | poza | poza | poza | poza | poza | poza |
| 0,9 | poza | poza | poza | poza | poza | poza |
| 1 | poza | poza | poza | poza | poza | poza |

Tabela 2. Przedstawia liczbę iteracji metody Newtona w zależności od wartości dla kryterium wartości.

Tabele 1 i 2 przedstawiają liczby iteracji w metodzie Newtona przy różnych warunkach stopu. Kryterium wartości zawsze zapewnia co najmniej o 1 mniejszą liczbę iteracji przy takiej samej wartości parametru . Wartość „poza” oznacza, że na pewnym etapie obliczeń przybliżona wartość pierwiastka nie należała do przyjętej dziedziny .

Obraz zawierający tekst, linia, diagram, Wykres

Opis wygenerowany automatycznie

Wykres 2. Przedstawia na zielono zadaną funkcję oraz jej styczną w punkcie 0,8 kolorem zielonym.

Na wykresie 2 można zauważyć, że punkt przecięcie stycznej w punkcie o odciętej 0.8 z osią OX nie należy do rozważanej przez nas dziedziny. Dla punktów startowych o wartościach 0,9 i 1 punkt sytuacja wygląda analogicznie.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Punkt startowy\Wartość | 10E-2 | 10E-4 | 10E-6 | 10E-8 | 10E-10 | 10E-12 |
| -0,4 | 2,85E-05 | 4,06E-09 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -0,3 | 2,85E-05 | 4,06E-09 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -0,2 | 2,85E-05 | 4,05E-09 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -0,1 | 2,84E-05 | 4,02E-09 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 2,81E-05 | 3,94E-09 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,1 | 2,73E-05 | 3,72E-09 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,2 | 2,53E-05 | 3,20E-09 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,3 | 2,03E-05 | 2,06E-09 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,4 | 1,02E-05 | 5,16E-10 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,5 | 2,65E-04 | 6,18E-13 | 6,18E-13 | 0 | 0 | 0 |
| 0,6 | 2,22E-05 | 2,46E-09 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,7 | 9,33E-06 | 4,35E-10 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Tabela 3. Przedstawia wartości z modułu różnicy między pierwiastkiem z Wolphrama, a pierwiastkiem otrzymanym przy użyciu metody Newtona i kryterium różnicy.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Punkt startowy\Wartość | 10E-2 | 10E-4 | 10E-6 | 10E-8 | 10E-10 | 10E-12 |
| -0,4 | 2,40E-03 | 2,85E-05 | 4,06E-09 | 4,06E-09 | 0 | 0 |
| -0,3 | 2,40E-03 | 2,85E-05 | 4,06E-09 | 4,06E-09 | 0 | 0 |
| -0,2 | 2,40E-03 | 2,85E-05 | 4,05E-09 | 4,05E-09 | 0 | 0 |
| -0,1 | 2,39E-03 | 2,84E-05 | 4,02E-09 | 4,02E-09 | 0 | 0 |
| 0 | 2,38E-03 | 2,81E-05 | 3,94E-09 | 3,94E-09 | 0 | 0 |
| 0,1 | 2,35E-03 | 2,73E-05 | 3,72E-09 | 3,72E-09 | 0 | 0 |
| 0,2 | 2,26E-03 | 2,53E-05 | 3,20E-09 | 3,20E-09 | 0 | 0 |
| 0,3 | 2,02E-03 | 2,03E-05 | 2,06E-09 | 2,06E-09 | 0 | 0 |
| 0,4 | 1,43E-03 | 1,02E-05 | 5,16E-10 | 5,16E-10 | 0 | 0 |
| 0,5 | 7,38E-03 | 3,52E-07 | 3,52E-07 | 6,18E-13 | 6,18E-13 | 6,18E-13 |
| 0,6 | 2,12E-03 | 2,22E-05 | 2,46E-09 | 2,46E-09 | 0 | 0 |
| 0,7 | 1,37E-03 | 9,33E-06 | 4,35E-10 | 4,35E-10 | 0 | 0 |

Tabela 4. Przedstawia wartości z modułu różnicy między pierwiastkiem z Wolphrama, a pierwiastkiem otrzymanym przy użyciu metody Newtona i kryterium wartości.

Tabele 3 i 4 potwierdzają intuicję, że dodatkowe iteracje wykonane przy użyciu kryterium różnicy przełożyły się na większą dokładność otrzymanego pierwiastka.

1. Wyniki metody siecznych

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Punkty startowe | | Wartość | | | | | |
| x0 | x1 | 10E-2 | 10E-4 | 10E-6 | 10E-8 | 10E-10 | 10E-12 |
| -0,4 | -0,3 | 15 | 17 | 18 | 19 | 19 | 20 |
| -0,4 | -0,2 | 14 | 16 | 17 | 18 | 18 | 19 |
| -0,4 | -0,1 | 13 | 15 | 16 | 16 | 17 | 17 |
| -0,4 | 0 | 1 | 13 | 14 | 15 | 15 | 16 |
| -0,4 | 0,1 | 1 | 12 | 13 | 14 | 14 | 14 |
| -0,4 | 0,2 | 1 | 10 | 11 | 12 | 13 | 13 |
| -0,4 | 0,3 | 1 | 9 | 10 | 11 | 11 | 12 |
| -0,4 | 0,4 | 1 | 7 | 8 | 9 | 10 | 10 |
| -0,4 | 0,5 | 1 | 1 | 6 | 7 | 7 | 8 |
| -0,4 | 0,6 | 1 | 1 | 7 | 8 | 8 | 9 |
| -0,4 | 0,7 | 1 | 1 | 12 | 13 | 13 | 14 |
| -0,4 | 0,8 | 1 | 1 | poza | poza | poza | poza |
| -0,4 | 0,9 | 1 | poza | poza | poza | poza | poza |
| -0,4 | 1 | 1 | poza | poza | poza | poza | poza |
| 1 | -0,4 | 2 | poza | poza | poza | poza | poza |
| 1 | -0,3 | 2 | poza | poza | poza | poza | poza |
| 1 | -0,2 | 2 | poza | poza | poza | poza | poza |
| 1 | -0,1 | 2 | poza | poza | poza | poza | poza |
| 1 | 0 | 2 | poza | poza | poza | poza | poza |
| 1 | 0,1 | poza | poza | poza | poza | poza | poza |
| 1 | 0,2 | poza | poza | poza | poza | poza | poza |
| 1 | 0,3 | poza | poza | poza | poza | poza | poza |
| 1 | 0,4 | 5 | 24 | 25 | 25 | 26 | 26 |
| 1 | 0,5 | 5 | 7 | 8 | 9 | 9 | 9 |
| 1 | 0,6 | 3 | 8 | 9 | 9 | 10 | 10 |
| 1 | 0,7 | poza | poza | poza | poza | poza | poza |
| 1 | 0,8 | poza | poza | poza | poza | poza | poza |
| 1 | 0,9 | poza | poza | poza | poza | poza | poza |

Tabela 5. Przedstawia liczbę iteracji metody siecznych w zależności od wartości dla kryterium różnicy.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Punkty startowe | | Wartość | | | | | |
| x0 | x1 | 10E-2 | 10E-4 | 10E-6 | 10E-8 | 10E-10 | 10E-12 |
| -0,4 | -0,3 | 15 | 17 | 18 | 19 | 19 | 20 |
| -0,4 | -0,2 | 14 | 16 | 17 | 18 | 18 | 19 |
| -0,4 | -0,1 | 13 | 15 | 16 | 16 | 17 | 17 |
| -0,4 | 0 | 11 | 13 | 14 | 15 | 15 | 16 |
| -0,4 | 0,1 | 10 | 12 | 13 | 14 | 14 | 14 |
| -0,4 | 0,2 | 8 | 10 | 11 | 12 | 13 | 13 |
| -0,4 | 0,3 | 7 | 9 | 10 | 11 | 11 | 12 |
| -0,4 | 0,4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 10 | 10 |
| -0,4 | 0,5 | 3 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 |
| -0,4 | 0,6 | 4 | 6 | 7 | 8 | 8 | 9 |
| -0,4 | 0,7 | 9 | 11 | 12 | 13 | 13 | 14 |
| -0,4 | 0,8 | poza | poza | poza | poza | poza | poza |
| -0,4 | 0,9 | poza | poza | poza | poza | poza | poza |
| -0,4 | 1 | poza | poza | poza | poza | poza | poza |
| 1 | -0,4 | poza | poza | poza | poza | poza | poza |
| 1 | -0,3 | poza | poza | poza | poza | poza | poza |
| 1 | -0,2 | poza | poza | poza | poza | poza | poza |
| 1 | -0,1 | poza | poza | poza | poza | poza | poza |
| 1 | 0 | poza | poza | poza | poza | poza | poza |
| 1 | 0,1 | poza | poza | poza | poza | poza | poza |
| 1 | 0,2 | poza | poza | poza | poza | poza | poza |
| 1 | 0,3 | poza | poza | poza | poza | poza | poza |
| 1 | 0,4 | 21 | 24 | 25 | 25 | 26 | 26 |
| 1 | 0,5 | 5 | 7 | 8 | 8 | 9 | 9 |
| 1 | 0,6 | 5 | 7 | 8 | 9 | 10 | 10 |
| 1 | 0,7 | poza | poza | poza | poza | poza | poza |
| 1 | 0,8 | poza | poza | poza | poza | poza | poza |
| 1 | 0,9 | poza | poza | poza | poza | poza | poza |

Tabela 6. Przedstawia liczbę iteracji metody siecznych w zależności od wartości dla kryterium wartości.

W wynikach przedstawionych w tabelach 4 i 5 wyraźnie widać gorsze uwarunkowanie metody siecznych do zadanej funkcji, objawiające się zdecydowanie większą proporcją wartości „poza”. Dla obu kryteriów stopu w metodzie Newtona współczynnik „poza” do całkowitej liczby wyników wyniósł 20%, natomiast dla metody siecznych są to odpowiednio 50% i 44,6% dla kryteriów wartości i różnicy.

Obraz zawierający diagram, linia, Wykres, tekst

Opis wygenerowany automatycznie

Wykres 3. Przedstawia na zielono zadaną funkcję oraz jej sieczną przechodzącą przez punkty i

Wykres 3 pokazuje przykład danych dla których liczba iteracji w kryterium stopu wynosi 1 lub 2. Przy złym doborze punktów startowych przybliżony pierwiastek w praktyce pokrywa się z 1 z punktów startowych powodując szybkie przerwanie działanie obliczeń zwracając niedokładny wynik.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Punkty startowe | | Wartość | | | | | |
| x0 | x1 | 10E-2 | 10E-4 | 10E-6 | 10E-8 | 10E-10 | 10E-12 |
| -0,4 | -0,3 | 7,93E-04 | 1,02E-07 | 1,33E-11 | 0 | 0 | 0 |
| -0,4 | -0,2 | 4,85E-04 | 2,84E-08 | 1,66E-12 | 0 | 0 | 0 |
| -0,4 | -0,1 | 1,93E-04 | 2,54E-09 | 3,30E-14 | 3,30E-14 | 0 | 0 |
| -0,4 | 0 | 5,34E-01 | 2,97E-07 | 7,41E-11 | 0 | 0 | 0 |
| -0,4 | 0,1 | 4,38E-01 | 1,56E-08 | 6,31E-13 | 0 | 0 | 0 |
| -0,4 | 0,2 | 3,40E-01 | 7,30E-07 | 3,18E-10 | 9,99E-16 | 0 | 0 |
| -0,4 | 0,3 | 2,40E-01 | 2,72E-08 | 1,55E-12 | 0 | 0 | 0 |
| -0,4 | 0,4 | 1,41E-01 | 4,63E-07 | 1,50E-10 | 0 | 0 | 0 |
| -0,4 | 0,5 | 4,10E-02 | 4,10E-02 | 8,87E-11 | 0 | 0 | 0 |
| -0,4 | 0,6 | 5,89E-02 | 5,89E-02 | 8,82E-12 | 0 | 0 | 0 |
| -0,4 | 0,7 | 1,59E-01 | 1,59E-01 | 1,57E-12 | 0 | 0 | 0 |
| -0,4 | 0,8 | 2,59E-01 | 2,59E-01 | 9,60E-01 | 9,60E-01 | 9,60E-01 | 9,60E-01 |
| -0,4 | 0,9 | 3,59E-01 | 3,05E+00 | 3,05E+00 | 3,05E+00 | 3,05E+00 | 3,05E+00 |
| -0,4 | 1 | 4,59E-01 | 8,44E+00 | 8,44E+00 | 8,44E+00 | 8,44E+00 | 8,44E+00 |
| 1 | -0,4 | 4,59E-01 | 8,43E+00 | 8,43E+00 | 8,43E+00 | 8,43E+00 | 8,43E+00 |
| 1 | -0,3 | 4,58E-01 | 8,41E+00 | 8,41E+00 | 8,41E+00 | 8,41E+00 | 8,41E+00 |
| 1 | -0,2 | 4,57E-01 | 8,35E+00 | 8,35E+00 | 8,35E+00 | 8,35E+00 | 8,35E+00 |
| 1 | -0,1 | 4,55E-01 | 8,22E+00 | 8,22E+00 | 8,22E+00 | 8,22E+00 | 8,22E+00 |
| 1 | 0 | 4,50E-01 | 7,92E+00 | 7,92E+00 | 7,92E+00 | 7,92E+00 | 7,92E+00 |
| 1 | 0,1 | 7,21E+00 | 7,21E+00 | 7,21E+00 | 7,21E+00 | 7,21E+00 | 7,21E+00 |
| 1 | 0,2 | 5,74E+00 | 5,74E+00 | 5,74E+00 | 5,74E+00 | 5,74E+00 | 5,74E+00 |
| 1 | 0,3 | 3,32E+00 | 3,32E+00 | 3,32E+00 | 3,32E+00 | 3,32E+00 | 3,32E+00 |
| 1 | 0,4 | 2,06E-01 | 2,86E-09 | 4,11E-14 | 4,11E-14 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| 1 | 0,5 | 3,89E-04 | 1,30E-08 | 4,32E-13 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| 1 | 0,6 | 3,96E-02 | 9,16E-10 | 6,99E-15 | 6,99E-15 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| 1 | 0,7 | 1,06E+00 | 1,06E+00 | 1,06E+00 | 1,06E+00 | 1,06E+00 | 1,06E+00 |
| 1 | 0,8 | 2,51E+00 | 2,51E+00 | 2,51E+00 | 2,51E+00 | 2,51E+00 | 2,51E+00 |
| 1 | 0,9 | 4,93E+00 | 4,93E+00 | 4,93E+00 | 4,93E+00 | 4,93E+00 | 4,93E+00 |

Tabela 7. Przedstawia wartości z modułu różnicy między pierwiastkiem z Wolphrama, a pierwiastkiem otrzymanym przy użyciu metody siecznych i kryterium różnicy.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Punkty startowe | | Wartość ro | | | | | |
| x0 | x1 | 10E-2 | 10E-4 | 10E-6 | 10E-8 | 10E-10 | 10E-12 |
| -0,4 | -0,3 | 7,93E-04 | 1,02E-07 | 1,33E-11 | 0 | 0 | 0 |
| -0,4 | -0,2 | 4,85E-04 | 2,84E-08 | 1,66E-12 | 0 | 0 | 0 |
| -0,4 | -0,1 | 1,93E-04 | 2,54E-09 | 3,30E-14 | 3,30E-14 | 0 | 0 |
| -0,4 | 0 | 1,19E-03 | 2,97E-07 | 7,41E-11 | 0,00E+00 | 0 | 0 |
| -0,4 | 0,1 | 3,86E-04 | 1,56E-08 | 6,31E-13 | 0,00E+00 | 0 | 0 |
| -0,4 | 0,2 | 1,68E-03 | 7,30E-07 | 3,18E-10 | 9,99E-16 | 0 | 0 |
| -0,4 | 0,3 | 4,78E-04 | 2,72E-08 | 1,55E-12 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| -0,4 | 0,4 | 1,43E-03 | 4,63E-07 | 1,50E-10 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| -0,4 | 0,5 | 1,39E-03 | 3,51E-07 | 8,87E-11 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| -0,4 | 0,6 | 6,83E-04 | 7,76E-08 | 8,82E-12 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| -0,4 | 0,7 | 4,77E-04 | 2,73E-08 | 1,57E-12 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| -0,4 | 0,8 | 9,60E-01 | 9,60E-01 | 9,60E-01 | 9,60E-01 | 9,60E-01 | 9,60E-01 |
| -0,4 | 0,9 | 3,05E+00 | 3,05E+00 | 3,05E+00 | 3,05E+00 | 3,05E+00 | 3,05E+00 |
| -0,4 | 1 | 8,44E+00 | 8,44E+00 | 8,44E+00 | 8,44E+00 | 8,44E+00 | 8,44E+00 |
| 1 | -0,4 | 8,43E+00 | 8,43E+00 | 8,43E+00 | 8,43E+00 | 8,43E+00 | 8,43E+00 |
| 1 | -0,3 | 8,41E+00 | 8,41E+00 | 8,41E+00 | 8,41E+00 | 8,41E+00 | 8,41E+00 |
| 1 | -0,2 | 8,35E+00 | 8,35E+00 | 8,35E+00 | 8,35E+00 | 8,35E+00 | 8,35E+00 |
| 1 | -0,1 | 8,22E+00 | 8,22E+00 | 8,22E+00 | 8,22E+00 | 8,22E+00 | 8,22E+00 |
| 1 | 0 | 7,92E+00 | 7,92E+00 | 7,92E+00 | 7,92E+00 | 7,92E+00 | 7,92E+00 |
| 1 | 0,1 | 7,21E+00 | 7,21E+00 | 7,21E+00 | 7,21E+00 | 7,21E+00 | 7,21E+00 |
| 1 | 0,2 | 5,74E+00 | 5,74E+00 | 5,74E+00 | 5,74E+00 | 5,74E+00 | 5,74E+00 |
| 1 | 0,3 | 3,32E+00 | 3,32E+00 | 3,32E+00 | 3,32E+00 | 3,32E+00 | 3,32E+00 |
| 1 | 0,4 | 2,84E-03 | 2,86E-09 | 4,11E-14 | 4,11E-14 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| 1 | 0,5 | 3,89E-04 | 1,30E-08 | 4,32E-13 | 4,32E-13 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| 1 | 0,6 | 2,30E-03 | 1,45E-06 | 9,16E-10 | 6,99E-15 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| 1 | 0,7 | 1,06E+00 | 1,06E+00 | 1,06E+00 | 1,06E+00 | 1,06E+00 | 1,06E+00 |
| 1 | 0,8 | 2,51E+00 | 2,51E+00 | 2,51E+00 | 2,51E+00 | 2,51E+00 | 2,51E+00 |
| 1 | 0,9 | 4,93E+00 | 4,93E+00 | 4,93E+00 | 4,93E+00 | 4,93E+00 | 4,93E+00 |

Tabela 8. Przedstawia wartości z modułu różnicy między pierwiastkiem z Wolphrama, a pierwiastkiem otrzymanym przy użyciu metody siecznych i kryterium wartości.

W tabelach 7 i 8 wartości zaznaczone na szaro oznaczają wartości wyliczone dla danych których użycie powodowało wyjście poza dziedzinę. Porównując dokładności uzyskane dla odpowiadających sobie warunków stopu w obu metodach można zauważyć, że metoda Newtona dała bardziej dokładne wyniki dla kryterium różnicy przy mniejszej liczbie iteracji. Średnio metoda Newtona wykonała 8,76 iteracji, natomiast metoda siecznych 10,37 iteracji.

Dla kryterium wartości 7,72 średnio iteracji wykonała metoda Newtona, a metoda siecznych 10,33, jednak dla tego kryterium metoda siecznych okazała się bardziej dokładna.

1. Wnioski

* Dla zadanej funkcji metoda Newtona okazała się być bardziej niezawodna rzadziej wykraczając poza zadaną dziedzinę.
* Niezależnie od wyboru kryterium stopu metoda Newtona zawsze wykonywała mniej iteracji w porównaniu do metody siecznych.
* Kryterium wartości daje bardziej przewidywalne wyniki przybliżenia, które jest nie większe od przyjętej wartości . Stosując kryterium różnicy można uzyskać wyniki dalekie od rzeczywistego przy źle dobranych punktach startowych (takich jak te przedstawione na wykresie 3).
* W metodzie Newtona dobranie punktu startowego bliżej pierwiastka skutkuje mniejszą liczbą iteracji.
* Korzystając z kryterium różnicy dobrze jest sprawdzić uzyskaną dokładność obliczonego przybliżenia, liczba iteracji nie świadczy o dokładności. Dla punktów startowych o odciętych -0,4 i 0,5 uzyskano wynik różny o 4,10E-02 od wartości rzeczywistej dla 10E-02, natomiast dla 1 i 0 4,50E-01.