(1) Decidir si los siguientes lenguajes son regulares o no. Si decide que un lenguaje es regular, de un AFN o una expresión regular para el lenguaje. Si decide que NO es regular, justifique su respuesta.

(a) $L_1 = \{a^n bbc^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
(b) $L_2 = \{x_1 \cdots x_n \mid x_1 \cdots x_n = x_n \cdots x_1\}$
(c) $L_3 = \{0^n 1^m \mid n, m \in \mathbb{N}\}$
(d) $L_4 = \{0^n 1^m \mid n, m \in \mathbb{N}, m > n\}$
(e) $L_5 = \{\alpha \in \{0,1\}^* \mid |\alpha| < 23\}$.

Elegir alpha que limite las posibilidades de mi adversario, puesto que no puedo proponer una descomposicion

Recordemos que menciona el PI. Sea L un lenguaje regular, cumple que existe un "k" asociado a ese lenguaje y, que para toda alpha perteneciente a L, alpha se puede separar en 3 fragmentos, y que cumplen:

* L reg $\longrightarrow \exists k, \forall \alpha \in L \; \exists \beta_1, \gamma, \beta_2$ tq $\alpha = \beta_1 \gamma \beta_2$ y ademas $\gamma \neq \varepsilon$ y $|\beta_1\gamma| \leq k$
$\longrightarrow \forall m \; \beta_1 \gamma^m \beta_2 \in L \longrightarrow \forall \; |\alpha| > k$

* Para ver que un lenguaje no es regular:
$\longrightarrow \forall k \; \exists \alpha \in L \; \forall \beta_1, \gamma, \beta_2$ tq $\alpha = \beta_1 \gamma \beta_2$, $|\alpha| > 0$, $|\beta_1\gamma| < k$ $\exists m \; \beta_1 \gamma^m \beta_2 \notin L$.

a_ Si fuera regular existe k tq. $\alpha = a^k bb c^k$. Por PL, $\alpha = \beta_1 \gamma \beta_2$ con $|\gamma| > 0$ y $|\beta_1\gamma| \leq k$ tq. $\beta\gamma^n\beta_2$ es aceptado por el automata.

$\longrightarrow \alpha = a^k bb c^k$

$\longrightarrow \alpha = \underbrace{\overbrace{a \ldots}^{\beta_1} \overbrace{\ldots a}^{\gamma}}_{k \text{ veces}} \overbrace{bb \; \underbrace{c \ldots c}_{k \text{ veces}}}^{\beta_2}$ y $|\beta_1\gamma| \leq k$, luego

$\beta\gamma$ = fragmentos de "a" por $|\beta_1\gamma| \leq k$. Luego, como $\beta\gamma^n\beta_2 \in$ a L, llego a un absurdo, porque γ = "a ... a" y si lo inflo rompo la simetría con respecto a "c^k".

$\longrightarrow \underbrace{\beta_1\gamma^2\beta_2}_{k+2 \text{ "a" y } k \text{ "c"}} \in L$ } ¡Absurdo!, $\gamma = a^i$

b_ "numeros capícuas". Veamos que $\alpha = a_1^k a_2 a_1^k = a_1 \ldots a_1, a_2, a_1 \ldots a_1$, luego como $|\beta_1\gamma| \leq k$, $\beta_1\gamma$ esta compuesto por "$a_1 \ldots a_1$", lo que rompe la simetría puesto que $\beta_1\gamma^n\beta_2 = (a_1)^{k+m} a_2 (a_1)^k \notin L$

c. Propongo $\alpha = 0^k 1^m$, luego como $|\beta_1\gamma| \leq k$ tengo que $\beta_1\gamma$ son 0's. Por ende si inflamos "γ", tendríamos algo de la forma:

$\underbrace{0 \ldots}_{\beta_1} \underbrace{\ldots 0}_{\gamma} 1 \ldots 1 \longrightarrow \underbrace{\beta_1\gamma^i\beta_2}_{k+i \text{ "0's"}}$ y como no tengo restricción de simetría, $k + i = m$ y luego $\in L$.

d_ $0^n 1^m$, $m > n$.

Luego si fuera regular existe k tq α = 0^k 1^m, y por PL α = β1 γ β2 con |γ| > 0 y |β1γ| <= k, talque β1γ^nβ2 pertenece a L.

$\rightarrow \alpha = 0^k 1^m$ veamos que implica que $\beta_1\gamma$ = 0's porque $|\beta_1\gamma| \leq k$, luego $\beta_1\gamma^n\beta_2$ no pertenece debido a que puedo bombear tantos 0's como quiera y luego $m < n \notin L$. Veamos que:

$\underbrace{0 \ldots \ldots 0}_{\beta_1\gamma} 1 \ldots \ldots 1 \longrightarrow 0 \ldots \ldots 0 = \beta_1\gamma^n$, luego

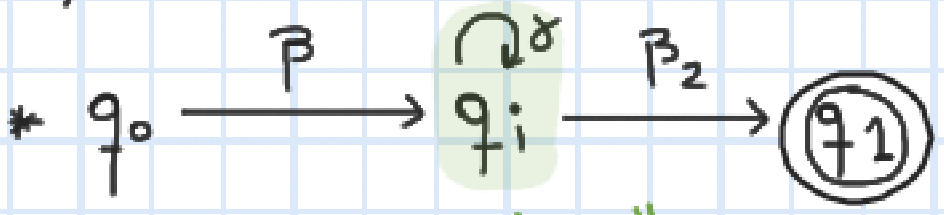
eligamos $n = m$, por ende tenemos que

* $\underbrace{\beta_1\gamma^n\beta_2}_{\text{"k+m" 0's}}$ } " $\underbrace{0 \ldots 0}_{k} \underbrace{0 \ldots 0}_{m}$ ", $k + m \geq m$

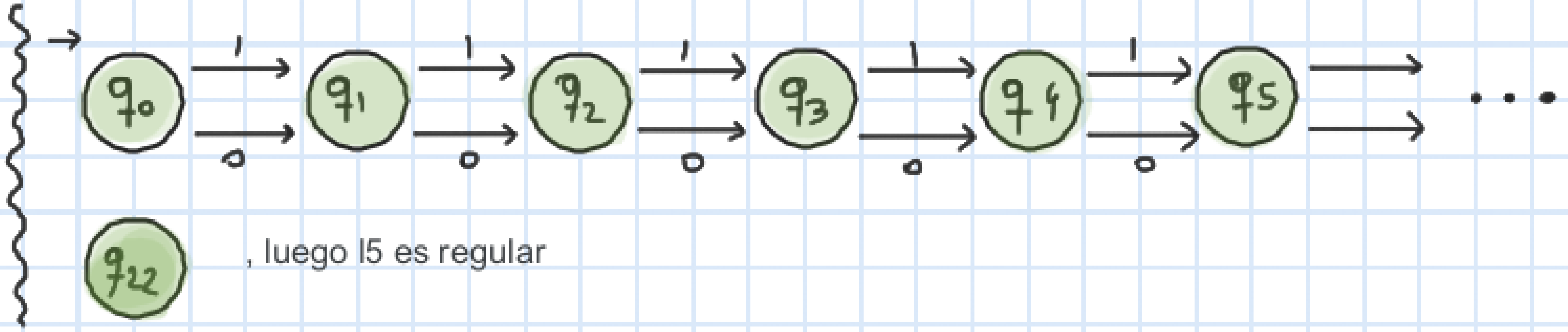
y luego no se cumple que $\forall n \; \beta_1\gamma^n\beta_2 \in L$.

(2) Suponga que L es un lenguaje regular y $L' \subseteq L$, es L' regular?

1) e_ Veamos el Pumping lemma en un automata, para ver la idea de la prueba:



"el gamma se infla"



, luego l5 es regular