



Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Факультет вычислительной математики и кибернетики

Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики

Ухин Сергей Алексеевич

Генерация магнитного поля

Москва, 27 марта 2020

Постановка задачи

Рассмотрим уравнения, описывающие изменение магнитного поля.

$$\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} = \eta \Delta \mathbf{b} + \text{rot}(\mathbf{v} \times \mathbf{b})$$
$$\text{div} \mathbf{b} = 0$$

Здесь вектор функция $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)$ - поле магнитной индукции, вектор функция $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$ поле скоростей, которое является заданным. η - коэффициент магнитной вязкости. При этом $b_m = b_m(t, x_1, x_2, x_3)$ и $v_m = v_m(t, x_1, x_2, x_3)$, $m=1,2,3$.

Задача решается в области $[0, T] \times \Omega$, где $\Omega = [0, 2\pi] \times [0, 2\pi] \times [0, 2\pi]$.

В начальный момент времени $\mathbf{b}(0, x_1, x_2, x_3) = \mathbf{b}_0(x_1, x_2, x_3)$.

На границе области заданы периодические граничные условия, то есть мы предполагаем, что

$$\mathbf{b}(t, x_1, x_2, x_3) = \mathbf{b}(t, x_1 + 2\pi, x_2 + 2\pi, x_3 + 2\pi).$$

Для решения этой системы уравнений будет использоваться трехмерное преобразование Фурье и интегрирование по времени полученных коэффициентов Фурье. Такие методы называются спектральными или точнее поскольку в уравнение присутствуют нелинейные члены, которые будут вычисляться в физическом пространстве, псевдоспектральными.

Основные преимущества данного метода:

- Высокий порядок аппроксимации $O(1/N^N)$, где N количество точек на отрезке.
- Удобное вычисление производных любого порядка
- На современных архитектурах данный метод хорошо параллелизуется

Для преобразования фурье использовалась библиотека FFTW

Компиляция программы:

```
mpic++ -o task2 -O3 -std=c++11 -Wall task2.cpp -lfftw3_mpi -lfftw3 -lm
```

(можно просто через мейкфайл)

Поле скорости:

$v = 2/\sqrt{3} * (\sin y * \cos z; \sin z * \cos x; \sin x * \cos y)$ Для этого поля известно, что при коэффициенте магнитной индукции $\eta < 0,57$ генерация возможна, при больших значениях будет затухание.

Начальное магнитное поле:

$b = (\sin(x - 2 * y + 3 * z); \cos(z + 5 * y); \sin(-3 * x - y + z))$

после чего происходит коррекция поля для удовлетворения условия $\text{div}(b) = 0$;

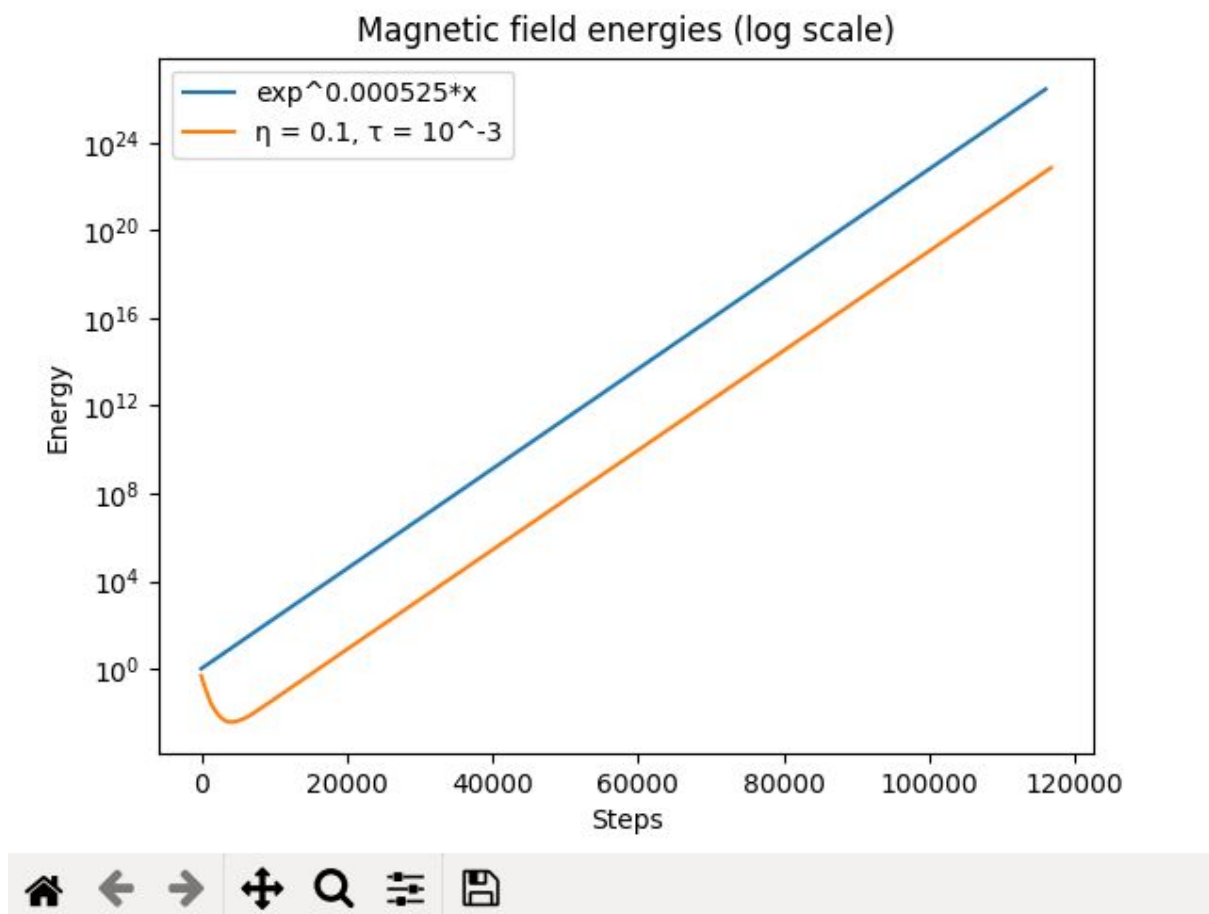
запуск программы:

```
mpirun ./task2 количество_итераций N t  $\eta$ 
```

Генерация поля:

Запуск программы на polus:

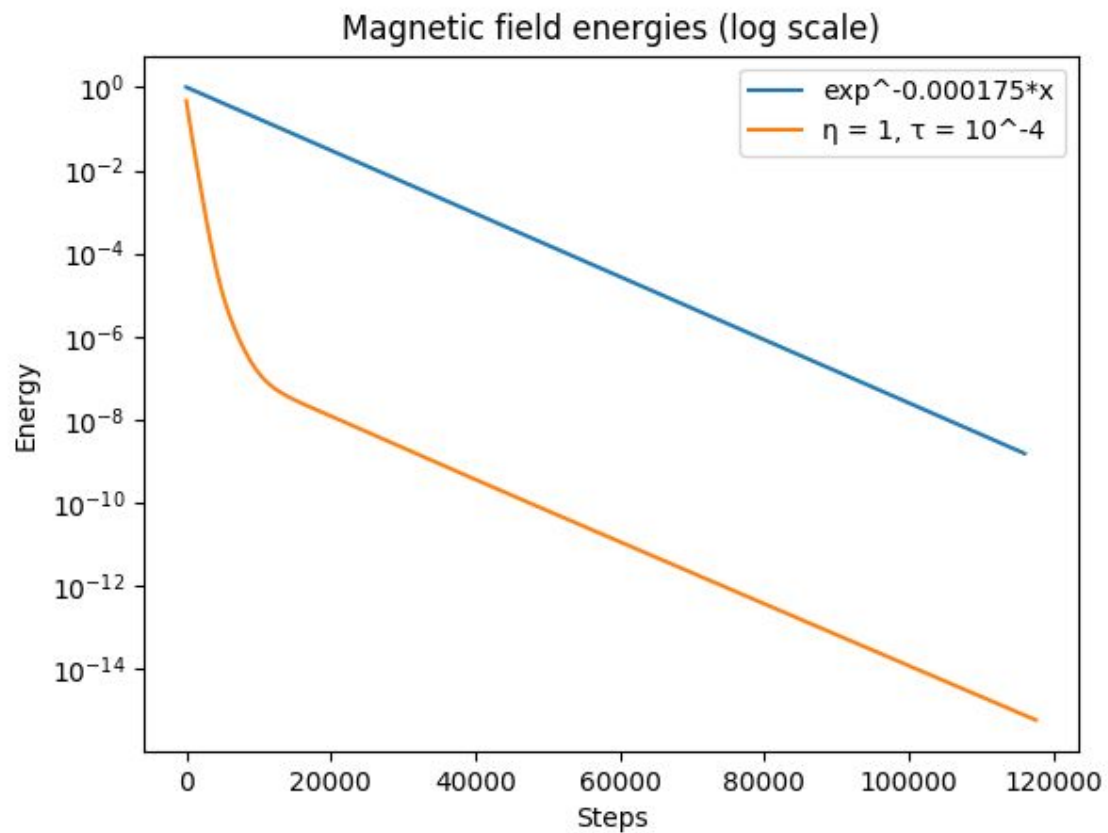
```
mpisubmit.pl -w 00:30 -p 60 ./task2 -- 300000 128 0.001 0.1
```



Затухание поля:

Запуск программы на polus:

```
mpisubmit.pl -w 00:30 -p 60 ./task2 -- 300000 128 0.0001 1
```



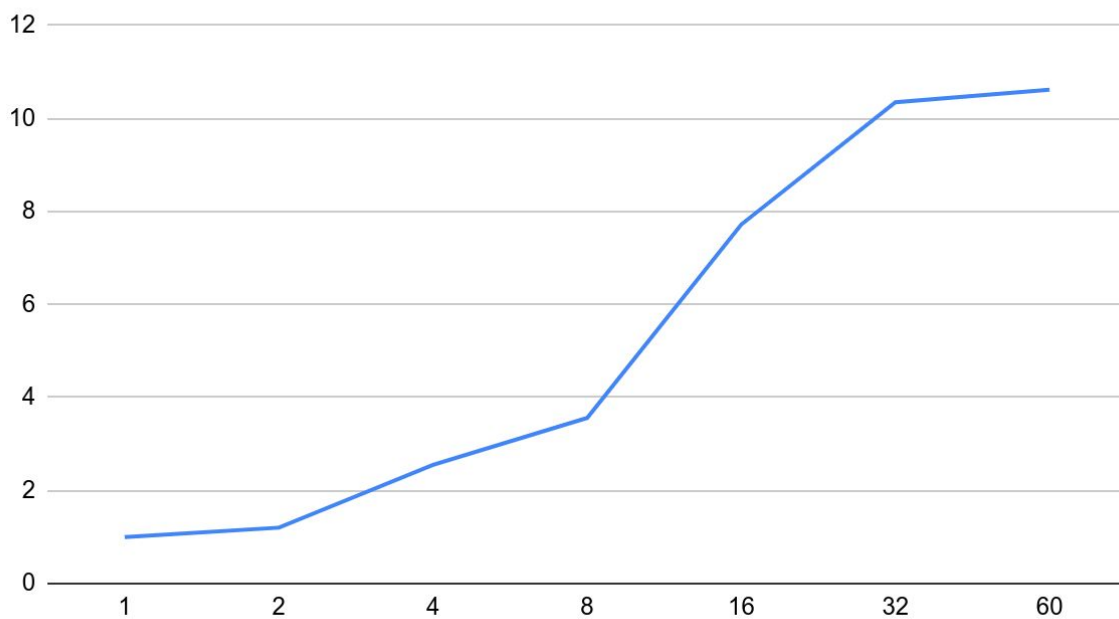
x=74691.4 y=1.86825e-10

Зависимость времени выполнения от количества процессов

N = 128:

количество процессов	время(ms)	ускорение
1	156872	1
2	129674	1.20
4	61516	2.55
8	44028	3.56
16	20317	7.72
32	15152	10.35
60	14764	10.62

Зависимость ускорения от кол-ва процессов



N = 96:

количество процессов	время(ms)	ускорение
1	72329	1
2	52145	1.38
4	24714	2.92
8	15700	4.60
16	10867	6.65
32	6666	10.85
60	6177	11.7

Зависимость ускорения от кол-ва процессов

