

矩阵快速幂

用 $O(\log n)$ 来求解的关键是把原问题转换为矩阵的问题。

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F(n) \\ F(n-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(n) + F(n-1) \\ F(n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F(n+1) \\ F(n) \end{bmatrix}$$

由此就可以把原问题转换为:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{n-1} \begin{bmatrix} F(1) \\ F(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{n-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

随后取左边矩阵的第一个值就是答案。