

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ»

КАФЕДРА №13

ОТЧЕТ
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ
ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

ассистент

должность, уч. степень, звание

подпись, дата

М.Е.Иванов

инициалы, фамилия

ОТЧЁТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №1

Исследование возможности восстановления непрерывного сигнала по его
дискретным отсчетам

по дисциплине: ЦИФРОВЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

РАБОТУ
ВЫПОЛНИЛ
СТУДЕНТ ГР. №

1032

подпись, дата

Яковлева У. И.

инициалы, фамилия

Санкт-Петербург
2023

ВВЕДЕНИЕ

Целью работы является ознакомление со спектральным представлением дискретных сигналов и изучение теоремы Котельникова. Временная реализация сигнала несет в себе большое количество информации, которая для невооруженного глаза незаметна. Часть этой информации может приходиться на слабые компоненты, величина которых зачастую недостаточна для их выявления непосредственно по реализации.

Для их обнаружения и изучения часто на практике применяют частотный или спектральный анализ. Спектральный анализ эквивалентен преобразованию сигнала из временной области в частотную.

Практическая часть

Код нашей программы в MATLAB выглядит следующим образом:

```
% Очищает рабочую область
clear ;
% Закрывает все открытые окна вывода
close all;

% Параметры сигнала
TCont = 0.01; % шаг непрерывной функции, с
T = 0.1; % период дискретизации, с
N = 8; % число периодов сигнала
w = 30; % круговая частота, 1/с

Tc = 2*pi/w; % период сигнала
xmin = -Tc; % начальное значение оси X для графика
xmax = Tc*(N+1); % конечное значение оси X для графика

t = xmin:TCont:xmax; % время для восстановленного сигнала
td = xmin:T:xmax; % точки дискретного сигнала

% Исходный сигнал
y = sin(w*t).*rectpuls(t-Tc*N/2,Tc*N);
% Дискретизированный сигнал
yd = sin(w*td).*rectpuls(td-Tc*N/2,Tc*N);

% Восстановление исходного сигнала
dt1 = td/T;
d=[dt1' yd'];
yr = pulstran(t/T,d,'sinc');
% Построение реализаций
figure;
plot(td,yd,'o',t,yr,t,y,':');
hold on;
axis([xmin xmax -1 1]);
legend('discrete','original','restored');
xlabel('t [c]');
ylabel('y(t)');
% Построение спектра исходного сигнала
figure;
fy = abs(fft(y))*TCont;
npoints = length(y);
n1 = floor(npoints*2*TCont/Tc);
```

```

freq1 = 2*w/n1*(-n1:n1);
for i = 1:n1
    sy(i) = fy(npoints-n1+i);
    sy(i+n1+1) = fy(i+1);
end;
sy(n1+1) = fy(1);
subplot(2,1,1);
plot (freq1,sy,'r');
xlabel('w[1/c]');
ylabel('S(w)');
title('Spectrum of original signal');
% Построение спектра восстановленного сигнала
fr = abs(fft(yr))*TCont;
n2 = floor(npoints*2*TCont/Tc);
freq2 = 2*w/n2*(-n2:n2);
for i = 1:n2
    sr(i) = fr(npoints-n2+i);
    sr(i+n2+1) = fr(i+1);
end;
sr(n2+1) = fr(1);
subplot(2,1,2);
plot (freq2,sr,'g');
title('Spectrum of restored signal');
xlabel('w[1/c]');
ylabel('S(w)');

```

После запуска программы были получены следующие графики:

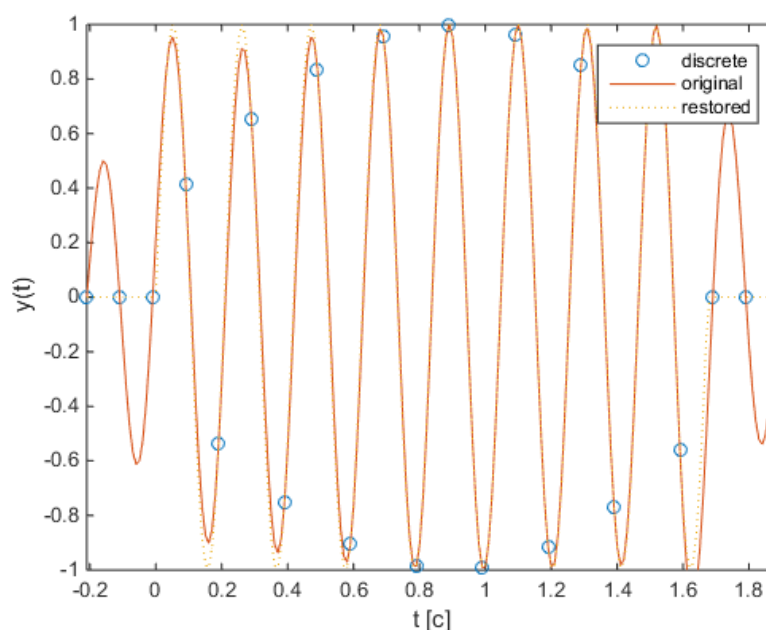


Рисунок 1 – График исходного и восстановленного сигналов

На рисунке 1 представлена эталонная модель исходного сигнала (original), который мы принимаем, но не знаем, как он выглядит.

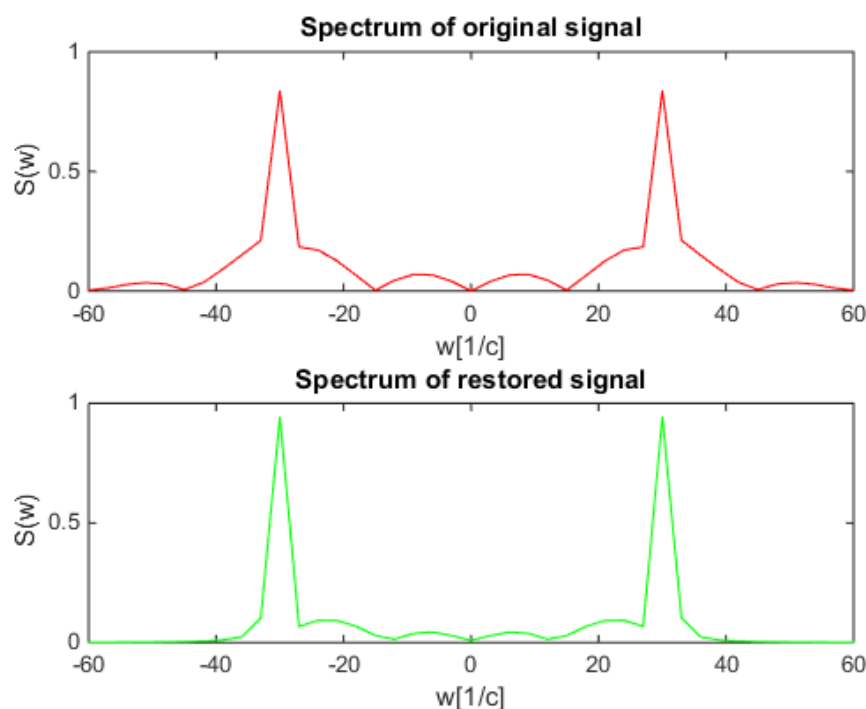


Рисунок 2 – График спектров исходного и восстановленного сигналов

Мы восстановили сигнал по синим точкам, провели пунктирную линию и убедились, что она совпадает с моделью исходного сигнала с некоторой погрешностью. На рисунке 2 представлены спектры исходного и восстановленного сигналов. Видно, что спектры также совпадают с некоторой погрешностью.

Затем мы заменяем значение $W=W1$ на $W=W2=40 \text{ с}^{-1}$ и получаем следующие графики:

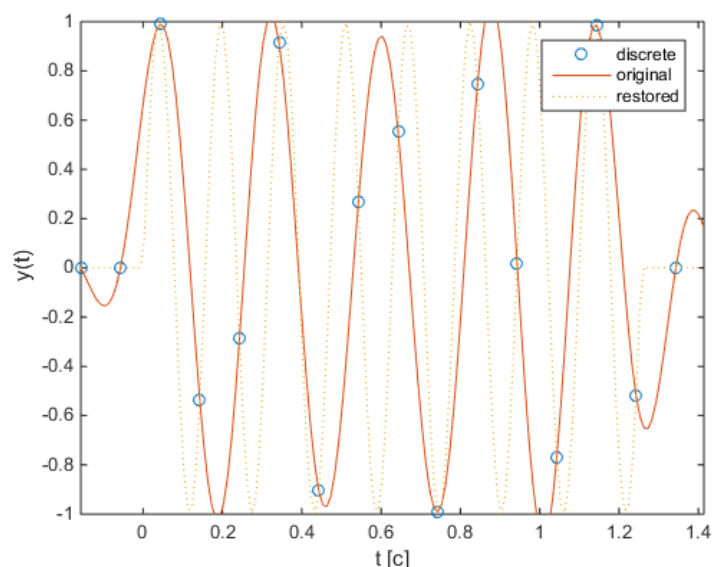


Рисунок 3 – График исходного и восстановленного сигналов при $W=40 \text{ c}^{-1}$

С помощью формулы Фурье мы получаем формулу, которой описывается спектр сигнала (мощность сигнала, разбитая по частотам).

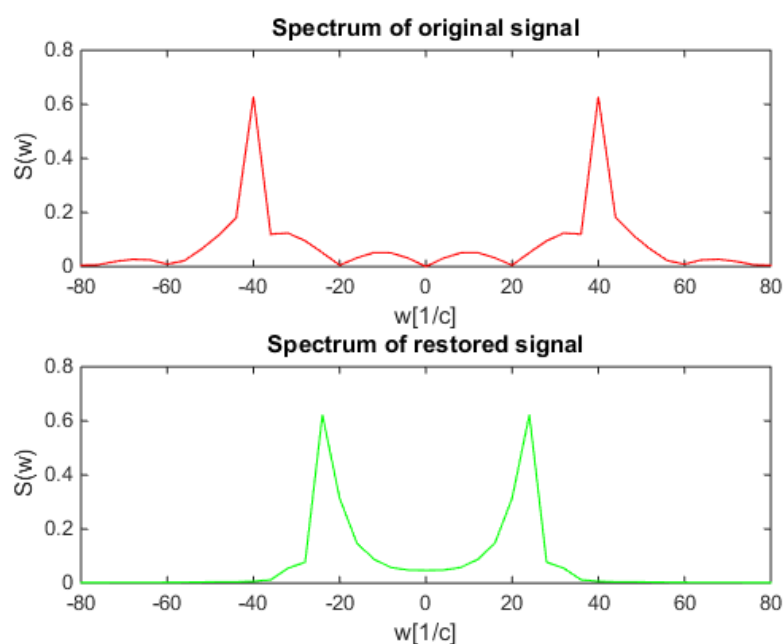


Рисунок 4 – График спектров исходного и восстановленного сигналов при $W=40 \text{ c}^{-1}$

На рисунке 3 мы видим, что восстановленный сигнал очень отличается от исходного, тоже самое наблюдается и на графиках спектров. Это связано с тем, что теорема Котельникова была нарушена (любой сигнал $x(t)$, спектр которого не содержит составляющих с частотами выше некоторого значения w_b , может быть без потерь информации представлен своими дискретными отсчетами $x[k]$, взятыми

с интервалом $T \leq \pi / \omega_B$).

Далее мы заменяем значение $W=W_1$ на $W=W_3=31.4 \text{ с}^{-1}$ и получаем следующие графики:

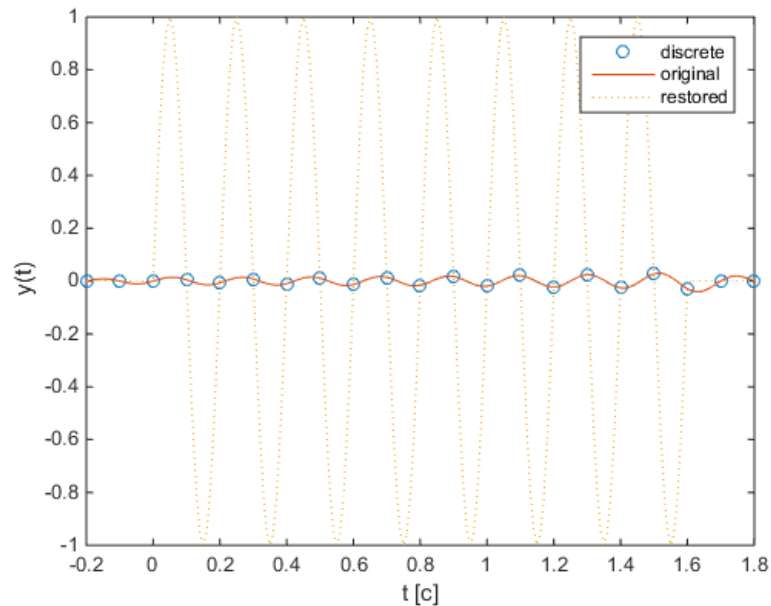


Рисунок 5 – График исходного и восстановленного сигналов при $W=31.4 \text{ с}^{-1}$

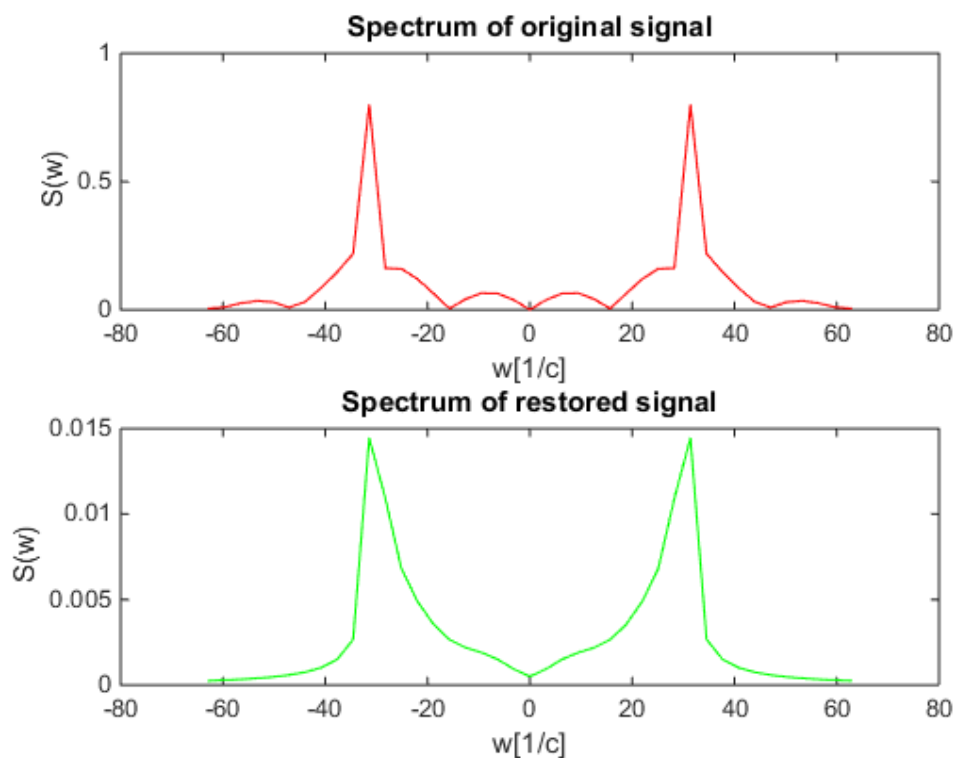


Рисунок 6 – График спектров исходного и восстановленного сигналов при $W=31,4 \text{ с}^{-1}$

На рисунке 5 и 6 видно, что попытка восстановления сигнала не удалась,

потому что также была нарушена теорема Котельникова.

Далее мы увеличили число N в 50 раз и задали $W=W_1=30 \text{ с}^{-1}$. И получили следующий график спектров:

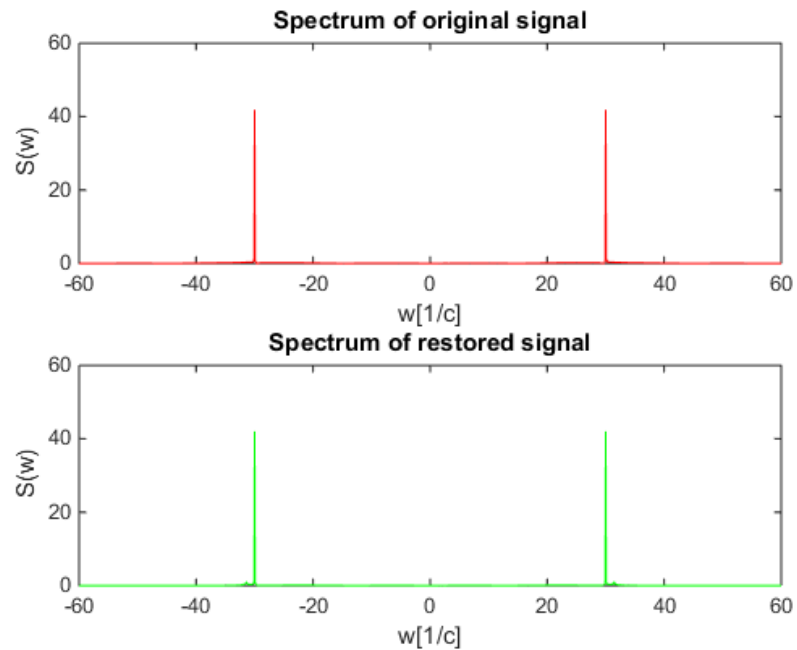


Рисунок 6 – График спектров исходного и восстановленного сигналов при $N=400$ и $W=30 \text{ с}^{-1}$

На рисунке 6 мы можем видеть, что график спектров исходного и восстановленного сигналов стремится к δ -функции (показатель, который характеризует концентрацию в одной точки всей мощности сигнала)

ВЫВОД

В процессе выполнения лабораторной работы было проведено экспериментальное исследование дискретных сигналов и теоремы Котельникова. Был изучен прием сигнала, его обработка и перевод его в спектральный вид в среде MATLAB.

При $N=400$ был получен график, где спектры исходного и восстановленного сигналов стремятся к δ функции.