

**Міністерство освіти і науки України**  
**Національний технічний університет України «Київський політехнічний**  
**інститут імені Ігоря Сікорського»**  
**Факультет інформатики та обчислювальної техніки**

**Кафедра інформатики та програмної інженерії**

**Модульна контрольна робота №2**

Варіант №1

з дисципліни

«Проектування алгоритмів»

**Виконав(ла)**

**ІП-22** Андрєєва Уляна Андріївна

(шифр, прізвище, ім'я, по батькові)

**Перевірів**

Головченко М.М.

(прізвище, ім'я, по батькові)

Київ 2024

# 1 ЗАВДАННЯ

## 1) (Варіант 1) (2 бали)

Дано 15 предметів, вага і вартість яких вказана у таблиці. Максимально допустима місткість рюкзака  $P = 24$ . Розв'язати задачу про рюкзак за допомогою ГА.

Номер предмета	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Вартість	6	6	7	6	4	2	3	4	5	2	1	3	4	8	7
Вага	2	4	5	4	2	1	1	2	4	1	1	2	2	3	2

Початкова популяція  $S_1 = \{1,0,0,0,0,1,0,0,0,1,1,0,0,0,1\}$ ,

$S_2 = \{1,0,0,0,1,1,0,0,0,1,1,0,0,0,1\}$ ,  $S_3 = \{0,0,0,1,0,0,1,0,0,0,1,1,0,1,0\}$ ,

$S_4 = \{0,1,1,0,0,0,0,0,0,0,1,1,0,0\}$ ,  $S_5 = \{0,0,1,0,0,0,0,1,1,0,0,0,1,1,0\}$

Виконати 4 ітерації ГА і покращити популяцію за наступними правилами:

**Вибір батьків** (пропорційна селекція, батьки обираються відповідно до значень заданого генератора ПВЧ)

№.	1й	2й
1-а ітерація	0,314	0,574
2-а ітерація	0,512	0,139
3-я ітерація	0,347	0,746
4-а ітерація	0,664	0,341

**Оператор схрещування** (рівномірний оператор та його інверсія ( $p$  та  $1-p$ ), усього 2, ген обирається відповідно до значень заданого генератора ПВЧ),

0,567	0,235	0,763	0,257	0,217	0,876	0,987	0,243	0,789	0,642
0,943	0,578	0,172	0,567	0,875					

**Оператор мутації** (на парних ітераціях змінюємо випадковий ген на протилежний).

## Ітерація 1

### Нумерація

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

### Вага

2 4 5 4 2 1 1 2 4 1 1 2 2 3 2

### Вартість

6 6 7 6 4 2 3 4 5 2 1 3 4 8 7

**Місткість**

24

**Значення оператора схрещування**

0.567 0.235 0.763 0.257 0.217 0.876 0.987 0.243 0.789 0.642 0.943 0.578 0.172 0.567 0.875

**Вибір батька 1, значення генератора**

0.314

**Вибір батька 2, значення генератора**

0.574

**Мутації нащадка 1 (0 - відсутня, інше число - номер гену, який мутує):**

0

**Мутації нащадка 2 (0 - відсутня, інше число - номер гену, який мутує):**

0

**Член популяції 1:**

1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1

**Член популяції 2:**

1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1

**Член популяції 3:**

0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 1 0 1 0

**Член популяції 4:**

0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0

**Член популяції 5:**

0 0 1 0 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0

**Цінності популяції 1**

6 0 0 0 0 2 0 0 0 2 1 0 0 0 7

**Цінності популяції 2**

6 0 0 0 4 2 0 0 0 2 1 0 0 0 7

**Цінності популяції 3**

0 0 0 6 0 0 3 0 0 0 1 3 0 8 0

**Цінності популяції 4**

067000000003400

**Цінності популяції 5**

007000045000480

**Вага популяції 1**

200001000110002

**Вага популяції 2**

200021000110002

**Вага популяції 3**

000400100012030

**Вага популяції 4**

045000000002200

**Вага популяції 5**

005000024000230

**Вага популяції 1**

7 <= 24 ОК

**Вага популяції 2**

9 <= 24 ОК

**Вага популяції 3**

11 <= 24 ОК

**Вага популяції 4**

13 <= 24 ОК

**Вага популяції 5**

16

**Цінність**

18

**Цінність**

22

**Цінність**

21

**Цінність**

20

**Цінність**

28

**Загальна цінність:**

109

**Імовірність вибору особин:**

$18 / 109 = 22 / 109 = 21 / 109 = 20 / 109 = 28 / 109 =$

$\leq 24$  OK

**популяції 1 популяції 2 популяції 3 популяції 4 популяції 5**

0.1651376147 0.20183 0.19266 0.18349 0.25688

**Проміжки вибору:**

0.1651376104.376697 0.55963 0.74312 1.00000

**Обраний батько 1: +**

**Обраний батько 2:**

**Обраний батько 1:**

+

100011000110001

**Обраний батько 2:**

011000000001100

**Нащадок 1:**

110001000110101

**Нащадок 2:**

001010000001000

**Мутація 1:** відсутня 110001000110101

**Мутація 2:** відсутня 001010000001000

**Вага нащадка 1:**

240001000110202

**Вага нащадка 2:**

005020000002000

**Вага нащадка 1:**

13 <= 24 ОК

**Вага нащадка 2:**

9 <= 24 ОК

**Цінність нащадка 1:**

660002000210407

**Цінність нащадка 2:**

007040000003000

**Цінність нащадка 1:**

28

**Цінність нащадка 2:**

14

**Найвища цінність у нащадка:**

1

**Обраний нащадок:**

110001000110101

**Найгірша цінність в популяції:**

18

**Найгірша особина:**

1

**Член популяції 1:**

110001000110101

**Член популяції 2:**

100011000110001

**Член популяції 3:**

0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0
<b>Член популяції 4:</b>														
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
<b>Член популяції 5:</b>														
0	0	1	0	0	0	0	1	1		0	0	0	1	0

## Ітерація 2

### Нумерація

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

### Вага

### Вартість

667642345213487

### Місткість

24

### Значення оператора схрещування

0.567 0.235 0.763 0.257 0.217 0.876 0.987 0.243 0.789 0.642 0.943 0.578 0.172 0.567 0.875

### Вибір батька 1, значення генератора

0.512

### Вибір батька 2, значення генератора

0.139

### Мутації нащадка 1 (0 - відсутня, інше число - номер гену, який мутує):

1

### Мутації нащадка 2 (0 - відсутня, інше число - номер гену, який мутує):

4

### Член популяції 1:

110001000110101

### Член популяції 2:

100011000110001

### Член популяції 3:

000100100011010

**Член популяції 4:**

011000000001100

**Член популяції 5:**

001000011000110

**Цінності популяції 1**

660002000210407

**Цінності популяції 2**

600042000210007

**Цінності популяції 3**

000600300013080

**Цінності популяції 4**

067000000003400

**Цінності популяції 5**

007000045000480

**Вага популяції 1**

240001000110202

**Вага популяції 2**

200021000110002

**Вага популяції 3**

000400100012030

**Вага популяції 4**

045000000002200

**Вага популяції 5**

005000024000230

**Вага популяції 1**

13 <= 24 ОК

**Вага популяції 2**

9 <= 24 ОК

**Вага популяції 3**



11 <= 24 ОК

**Вага популяції 4**

13 <= 24 ОК

**Вага популяції 5**

16

**Цінність**

28

**Цінність**

22

**Цінність**

21

**Цінність**

20

**Цінність**

28

**Загальна цінність:**

119

**Імовірність вибору особин:**

$28 / 119 = 22 / 119 = 21 / 119 = 20 / 119 = 28 / 119 =$

$\leq 24$  ОК

**популяції 1 популяції 2 популяції 3 популяції 4 популяції 5**

0.2352941176 0.18487 0.17647 0.16807 0.23529

**Проміжки вибору:**

0.2352941107.462017 0.59664 0.76471 1.00000

**Обраний батько 1:**

+

**Обраний батько 2:**

+

**Обраний батько 1:**

000100100011010

**Обраний батько 2:**

110001000110101

**Нащадок 1:**

010000100011110

**Нащадок 2:**

100101000110001

**Мутація 1:** 1 елемент 110000100011110

**Мутація 2:** 4 елемент 100001000110001

**Вага нащадка 1:**

240000100012230

**Вага нащадка 2:**

200001000110002

**Вага нащадка 1:**

15 <= 24 ОК

**Вага нащадка 2:**

7 <= 24 ОК

**Цінність нащадка 1:**

660000300013480

**Цінність нащадка 2:**

600002000210007

**Цінність нащадка 1:**

31

**Цінність нащадка 2:**

18

**Найвища цінність у нащадка:**

1

**Обраний нащадок:**

110000100011110

**Найгірша цінність в популяції:**

20

**Найгірша особина:**

4

**Член популяції 1:**

110001000110101

**Член популяції 2:**

100011000110001

**Член популяції 3:**

0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0
<b>Член популяції 4:</b>														
1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	
<b>Член популяції 5:</b>														
0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	

### Ітерація 3

**Нумерація**

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

**Вага**

**Вартість**

667642345213487

**Місткість**

24

**Значення оператора схрещування**

0.567 0.235 0.763 0.257 0.217 0.876 0.987 0.243 0.789 0.642 0.943 0.578 0.172 0.567 0.875

**Вибір батька 1, значення генератора**

0.347

**Вибір батька 2, значення генератора**

0.746

**Мутації нащадка 1 (0 - відсутня, інше число - номер гену, який мутує):**

0

**Мутації нащадка 2 (0 - відсутня, інше число - номер гену, який мутує):**

0

**Член популяції 1:**

110001000110101

**Член популяції 2:**

100011000110001

**Член популяції 3:**

000100100011010

**Член популяції 4:**

110000100011110

**Член популяції 5:**

001000011000110

**Цінності популяції 1**

660002000210407

**Цінності популяції 2**

600042000210007

**Цінності популяції 3**

000600300013080

**Цінності популяції 4**

660000300013480

**Цінності популяції 5**

007000045000480

**Вага популяції 1**

240001000110202

**Вага популяції 2**

200021000110002

**Вага популяції 3**

000400100012030

**Вага популяції 4**

240000100012230

**Вага популяції 5**

005000024000230

**Вага популяції 1**

13 <= 24 ОК

**Вага популяції 2**

9 <= 24 ОК

**Вага популяції 3**

11 <= 24 ОК

**Вага популяції 4**

15 <= 24 ОК

**Вага популяції 5**

16

**Цінність**

28

**Цінність**

22

**Цінність**

21

**Цінність**

31

**Цінність**

28

**Загальна цінність:**

130

**Імовірність вибору особин:**

$28 / 130 = 22 / 130 = 21 / 130 = 31 / 130 = 28 / 130 =$

$\leq 24$  ОК

**популяції 1 популяції 2 популяції 3 популяції 4 популяції 5**

0.2153846154 0.16923 0.16154 0.23846 0.21538

**Проміжки вибору:**

0.2153846105.348462 0.54615 0.78462 1.00000

**Обраний батько 1: +**

**Обраний батько 2:**

**Обраний батько 1:**

+

100011000110001

**Обраний батько 2:**

110000100011110

**Нащадок 1:**

110001000110101

**Нащадок 2:**

100010100011010

**Мутація 1:** відсутня 110001000110101

**Мутація 2:** відсутня 100010100011010

**Вага нащадка 1:**

240001000110202

**Вага нащадка 2:**

200020100012030

**Вага нащадка 1:**

13 <= 24 ОК

**Вага нащадка 2:**

11 <= 24 ОК

**Цінність нащадка 1:**

660002000210407

**Цінність нащадка 2:**

600040300013080

**Цінність нащадка 1:**

28

**Цінність нащадка 2:**

25

**Найвища цінність у нащадка:**

1

**Обраний нащадок:**

110001000110101

**Найгірша цінність в популяції:**

21

**Найгірша особина:**

3

**Член популяції 1:**

110001000110101

**Член популяції 2:**

100011000110001

**Член популяції 3:**

1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1
Член популяції 4:														
1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0
Член популяції 5:														
0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0

## Ітерація 4

**Нумерація**

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

**Вага**

**Вартість**

667642345213487

**Місткість**

24

**Значення оператора схрещування**

0.567 0.235 0.763 0.257 0.217 0.876 0.987 0.243 0.789 0.642 0.943 0.578 0.172 0.567 0.875

**Вибір батька 1, значення генератора**

0.664

**Вибір батька 2, значення генератора**

0.341

**Мутації нащадка 1 (0 - відсутня, інше число - номер гену, який мутує):**

5

**Мутації нащадка 2 (0 - відсутня, інше число - номер гену, який мутує):**

3

**Член популяції 1:**

110001000110101

**Член популяції 2:**

100011000110001

**Член популяції 3:**

110001000110101

**Член популяції 4:**

110000100011110

**Член популяції 5:**

001000011000110

**Цінності популяції 1**

660002000210407

**Цінності популяції 2**

600042000210007

**Цінності популяції 3**

660002000210407

**Цінності популяції 4**

660000300013480



**Цінності популяції 5**

007000045000480

**Вага популяції 1**

240001000110202

**Вага популяції 2**

200021000110002

**Вага популяції 3**

240001000110202

**Вага популяції 4**

240000100012230

**Вага популяції 5**

005000024000230

**Вага популяції 1**

13 <= 24 ОК

**Вага популяції 2**

9 <= 24 ОК

**Вага популяції 3**

13 <= 24 ОК

**Вага популяції 4**

15 <= 24 ОК

**Вага популяції 5**

16

**Цінність**

28

**Цінність**

22

**Цінність**

28

**Цінність**

31

**Цінність**

28

**Загальна цінність:**

137

**Імовірність вибору особин:**

$28 / 137 = 22 / 137 = 28 / 137 = 31 / 137 = 28 / 137 =$

$\leq 24$  ОК

**популяції 1 популяції 2 популяції 3 популяції 4 популяції 5**

0.204379562 0.16058 0.20438 0.22628 0.20438

**Проміжки вибору:**

0.2043795602.36496 0.56934 0.79562 1.00000

**Обраний батько 1: Обраний батько 2:**

+

**Обраний батько 1:**

+

110000100011110

**Обраний батько 2:**

100011000110001

**Нащадок 1:**

100010100011010

**Нащадок 2:**

110001000110101

**Мутація 1:** 5 елемент 100000100011010

**Мутація 2:** 3 елемент 111001000110101

**Вага нащадка 1:**

200000100012030

**Вага нащадка 2:**

245001000110202

**Вага нащадка 1:**

9 <= 24 ОК

**Вага нащадка 2:**

18 <= 24 ОК

**Цінність нащадка 1:**

600000300013080

**Цінність нащадка 2:**

667002000210407

**Цінність нащадка 1:**

21

**Цінність нащадка 2:**

35

**Найвища цінність у нащадка:**

2

**Обраний нащадок:**

111001000110101

**Найгірша цінність в популяції:**

22

**Найгірша особина: 2**

**Член популяції 1:**

110001000110101

**Член популяції 2:**

111001000110101

**Член популяції 3:**

1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1
<b>Член популяції 4:</b>														
1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0
<b>Член популяції 5:</b>														
0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0

## 2) (Варіант 1) (2 бали)

Дана матриця відстаней мережі та початкова матриця концентрації феромону

$$D := \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 5 & 6 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 3 & 8 \\ 2 & 3 & 5 & 0 & 4 \\ 1 & 7 & 3 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \tau_{ij} := \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 0.6 & 0.4 & 0.2 \\ 0.5 & 0 & 0.6 & 0.2 & 0.4 \\ 0.3 & 0.6 & 0 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.5 & 0.6 & 0 & 0.3 \\ 0.6 & 0.3 & 0.4 & 0.3 & 0 \end{pmatrix}$$

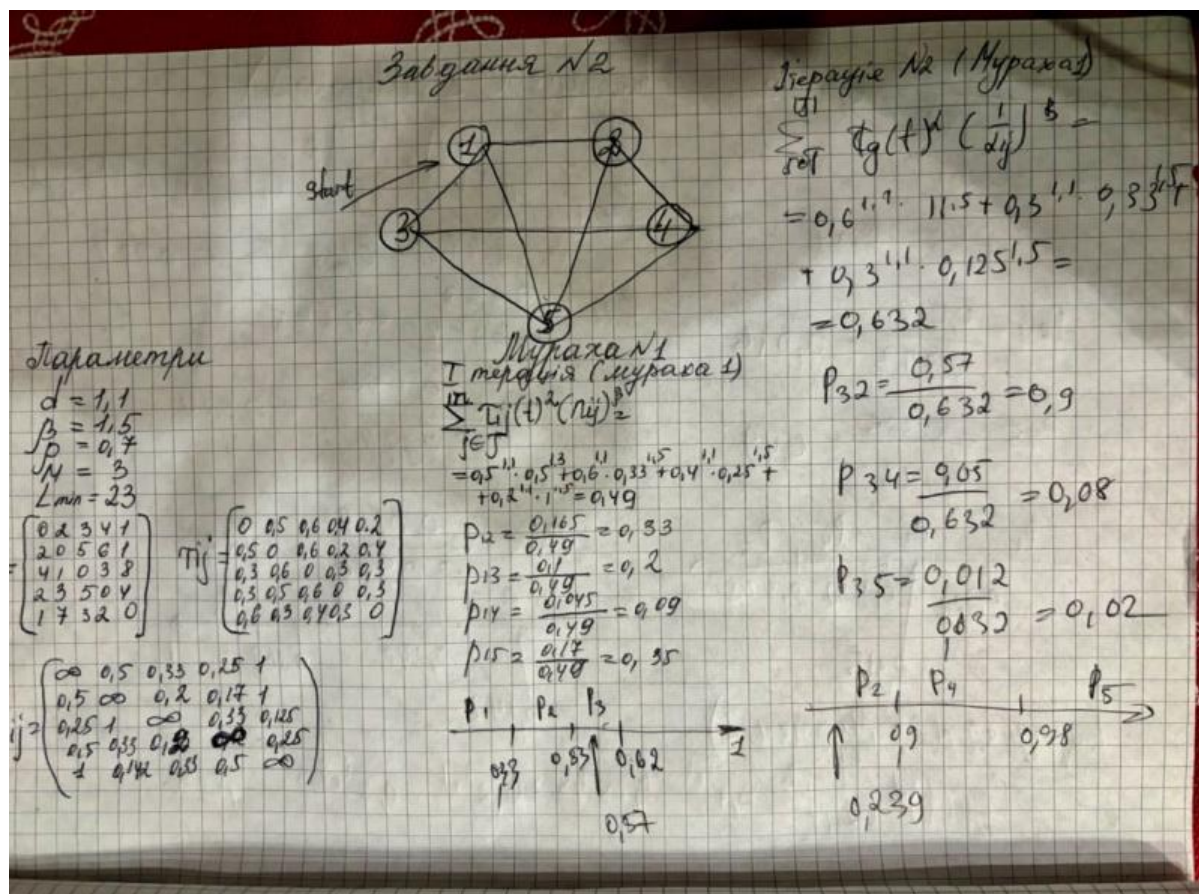
Розв'язати задачу комівояжера.

Виконати ітерацію мурашиного алгоритму з наступними параметрами:

$\alpha = 1.1$   $\beta = 1.5$   $\rho = 0.7$   $M=3$  (починають у вершинах 1, 2, 4 кожна і виконують перехід відповідно до значень заданого генератора ПВЧ)

1-а мураха	0,57	0,239	0,424
2-а мураха	0,315	0,147	0,152
3-я мураха	0,923	0,513	0,963

$L_{min} = 23$

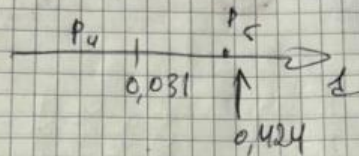


Итерация №3

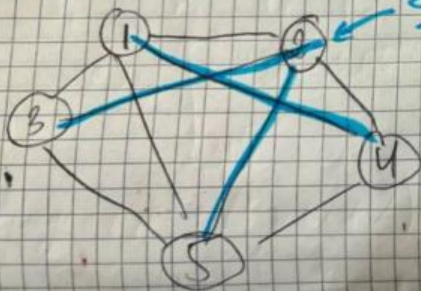
$$\sum_{j \in T} T_{ij}(t) \left( \frac{1}{\lambda_{ij}} \right)^B = 0,2^{1,1} \cdot 0,17^{1,5} + 0,4^{1,4} \cdot 1,55 = 0,012 + 0,365 = 0,377$$

$$P_{24} = \frac{0,011}{0,377} = 0,031$$

$$P_{25} = \frac{0,364}{0,377} = 0,965$$



Итерация only 4 iteration, money  
agents go not better agents go to 1 way



Итерация №2

Итерация №1 (Итерация 2)

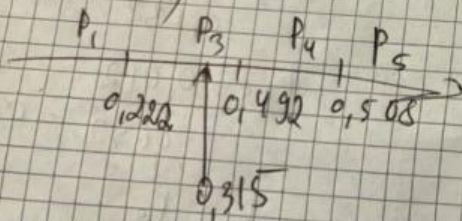
$$\sum_{j \in T} T_{ij}(t) \left( \frac{1}{\lambda_{ij}} \right)^B = 0,5^{1,1} \cdot 0,5^{1,5} + 0,2^{1,1} + 0,17^{1,5} + 0,4^{1,4} \cdot 1,55 = 0,243$$

$$P_{24} = \frac{0,165}{0,743} = 0,222$$

$$P_{23} = \frac{0,201}{0,743} = 0,27$$

$$P_{24} = \frac{0,012}{0,743} = 0,016$$

$$P_{25} = \frac{0,365}{0,743} = 0,49$$



Итерация №3 Итерация 2

$$\sum_{j \in T} T_{ij}(t) \left( \frac{1}{\lambda_{ij}} \right)^B = 0,1^{1,1} \cdot 0,25^{1,5} + 0,2^{1,1} \cdot 0,5^{1,5} = 0,106$$

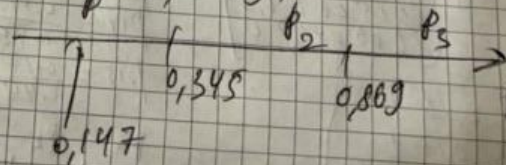
Итерация №2 (Итерация 2)

$$\sum_{j \in T} T_{ij}(t) \left( \frac{1}{\lambda_{ij}} \right)^B = 0,3^{1,1} \cdot 0,25^{1,5} + 0,3^{1,1} \cdot 0,33^{1,5} + 0,125^{1,5} = 0,0954$$

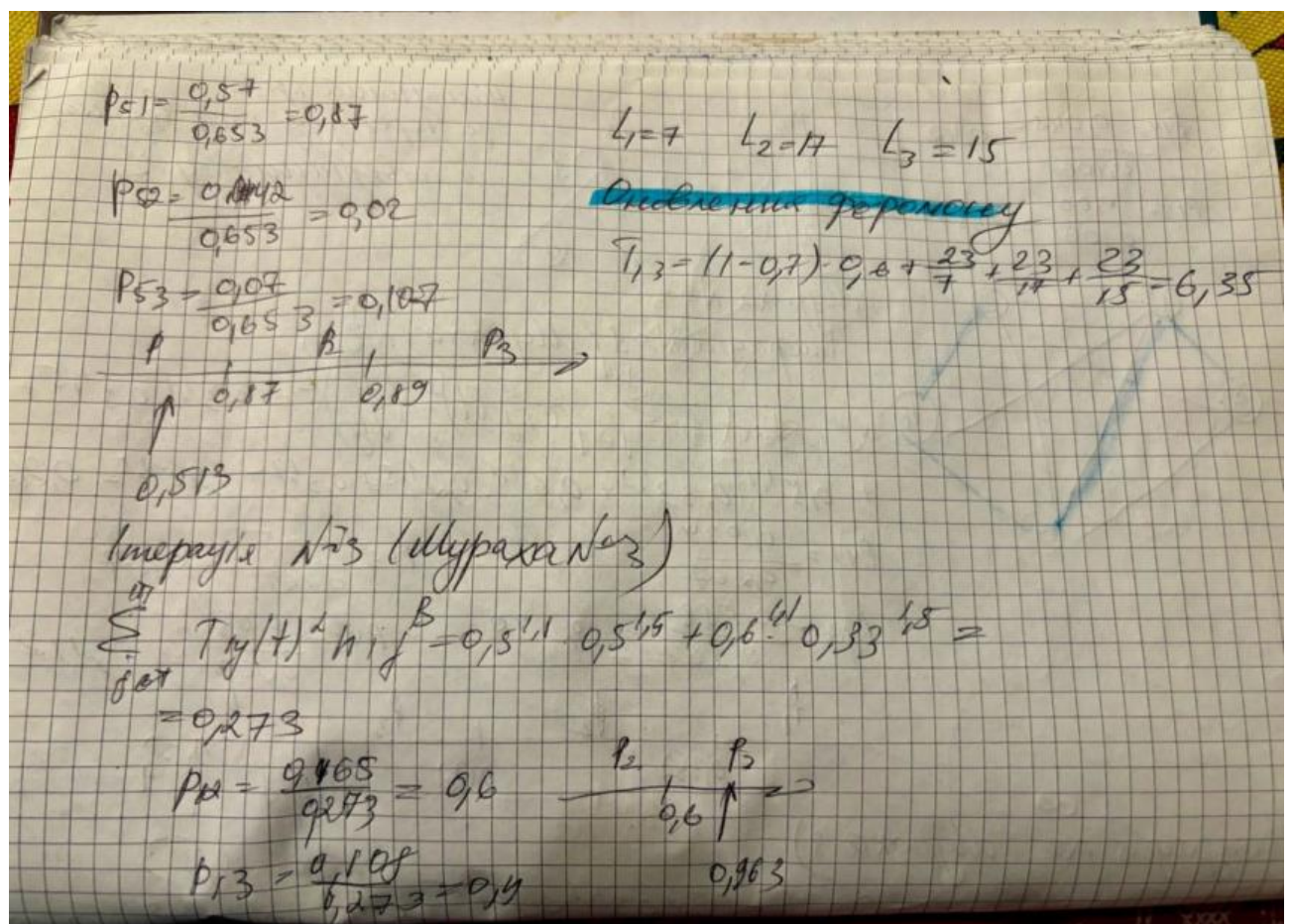
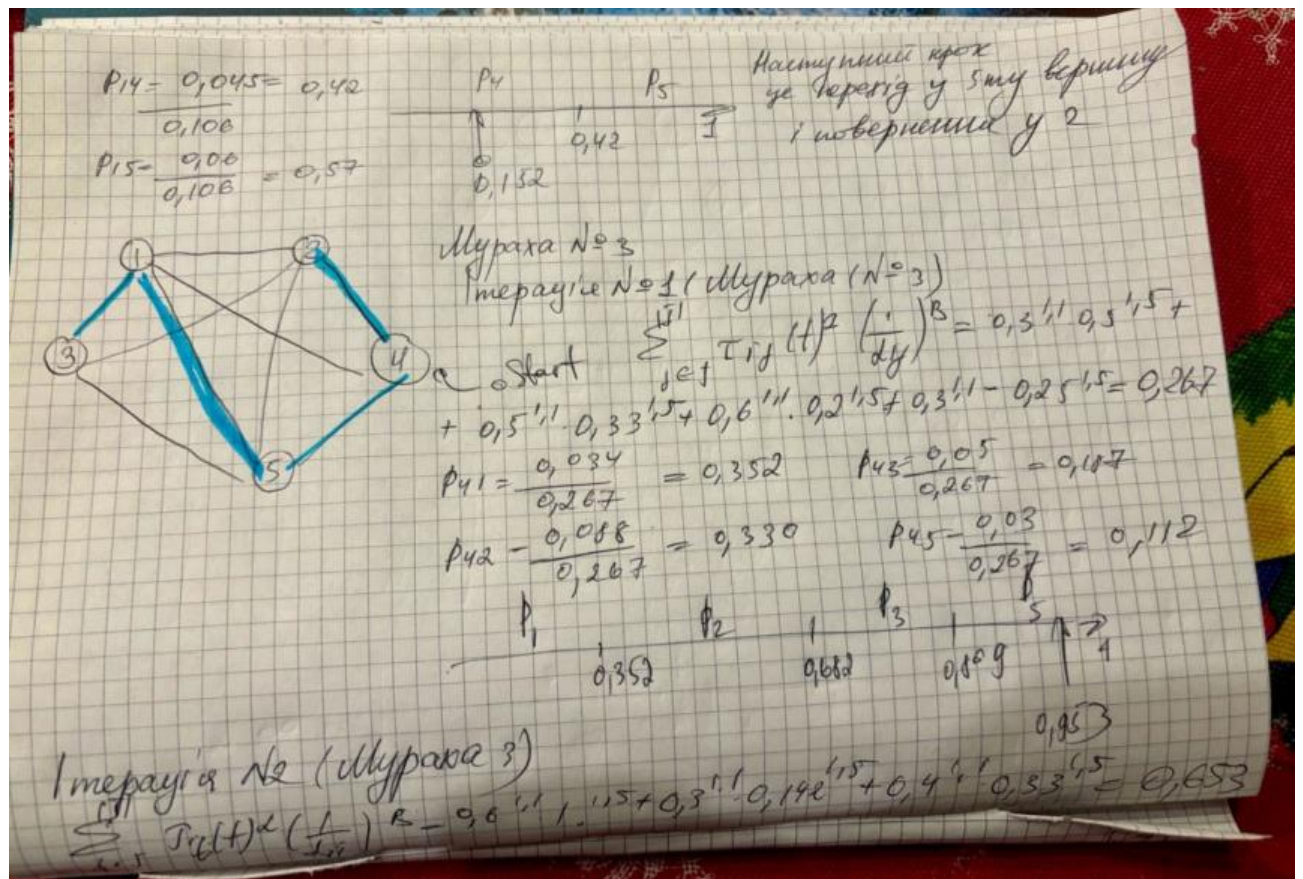
$$P_{31} = \frac{0,033}{0,0954} = 0,345$$

$$P_{34} = \frac{0,050}{0,0954} = 0,524$$

$$P_{35} = \frac{0,0114}{0,0954} = 0,123$$





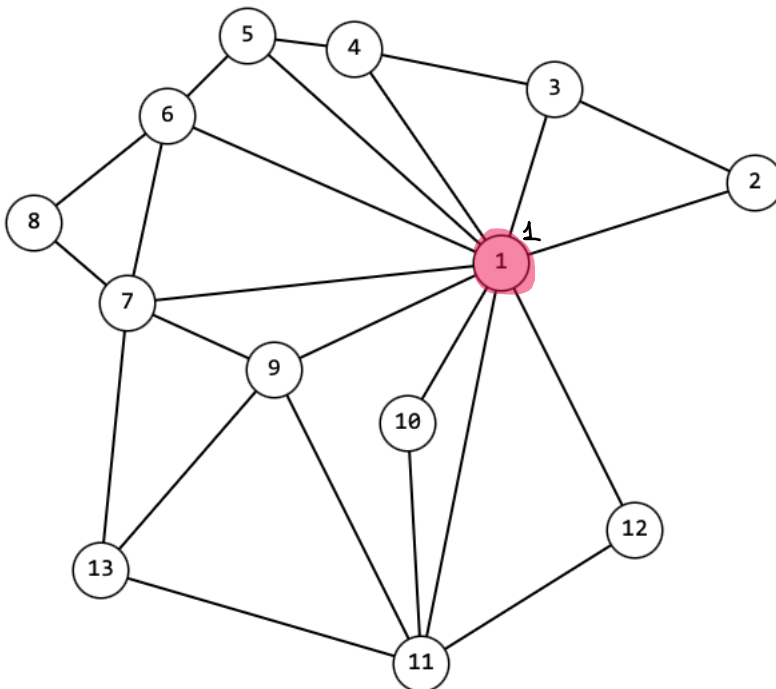


### 3) (Варіант 1) (2 бали)

Задано граф. Розв'язати задачу розфарбування верши класичним Бджолиним алгоритмом (1 розвідник 6 фуражирів) Виконати 2 ітерації.

**Хід Розв'язку:**

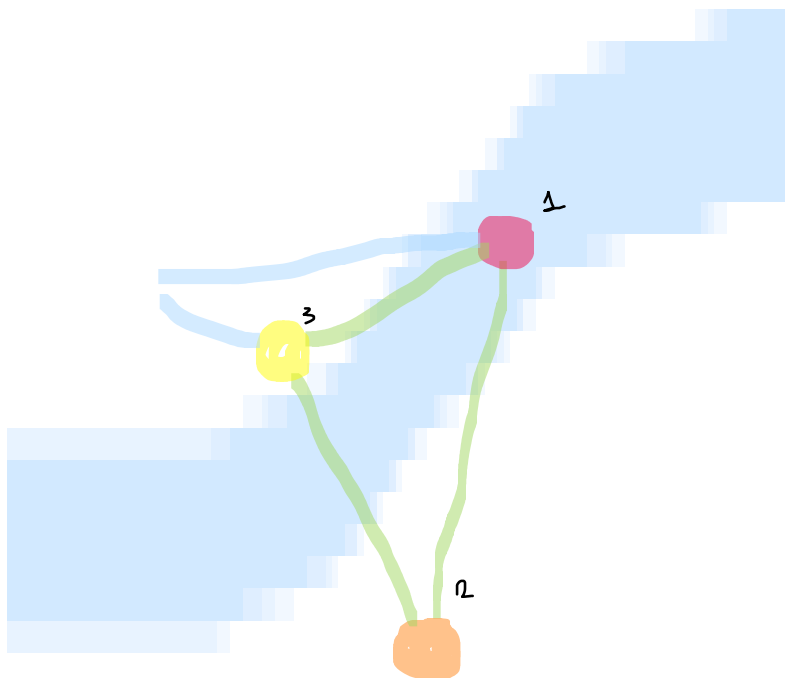
**1 крок** – Починаємо з вершини з найбільшим степенем -1



**2 крок** –

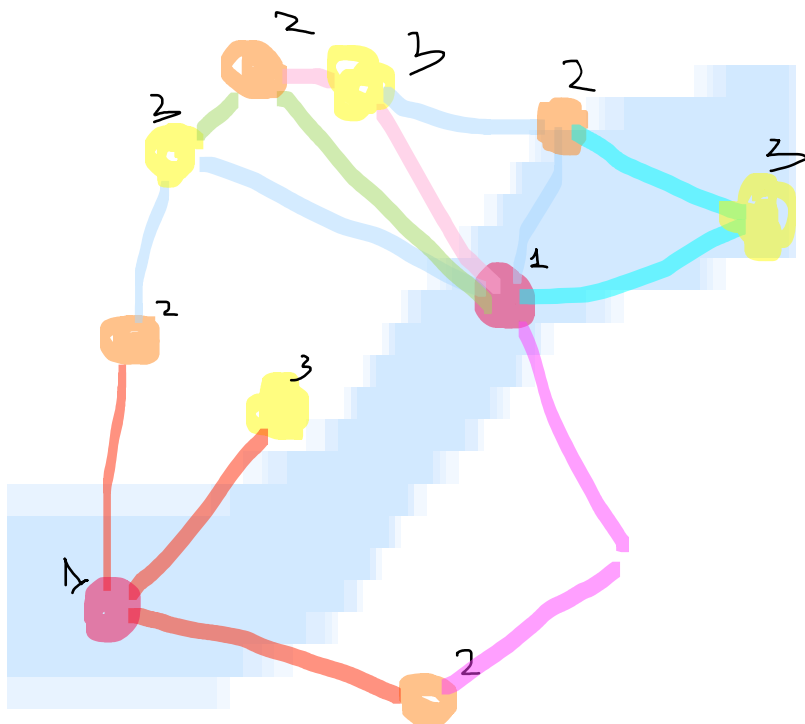
- Вибираємо вершину з найбільшою к-стю кольорів у сусідів-11
- Розфарбовуємо вершину 11 іншим кольором -2
- Вибираємо вершину з найбільшою к-стю кольорів у сусідів-9
- Йдемо по суміжним вершинам з вершиною 9 – використовуємо кольори вершин 2 і 1
- Розфарбовуємо вершину 9 іншим кольором -3
- Вибираємо вершину з найбільшою к-стю кольорів у сусідів-7

- Йдемо по суміжним розфарбованим вершинам з вершиною 7 – використовуємо кольори вершин 3 і 1

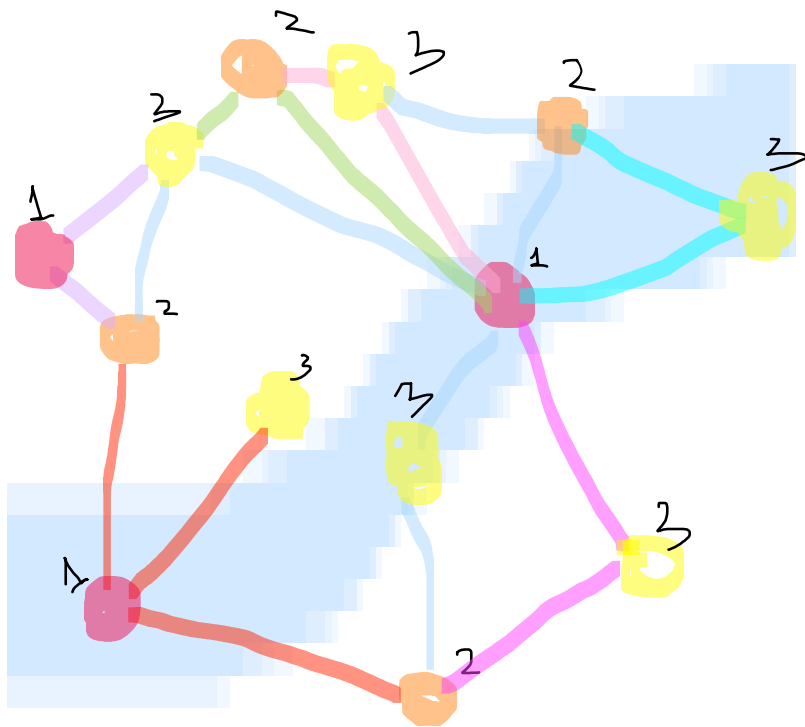


- **3 крок** – Розфарбовую вершину 7 кольором -2
- Вибираємо вершину з найбільшою к-сть кольорів у сусідів-6
- Йдемо по суміжним розфарбованим вершинам з вершиною 6 – використовуємо кольори вершин 2 і 1
- Розфарбовую вершину 6 невикористаним кольором -3
- Вибираємо вершину з найбільшою к-сть кольорів у сусідів-5
- Йдемо по суміжним розфарбованим вершинам з вершиною 5 – використовуємо кольори вершин 3 і 1
- Розфарбовую вершину 5 невикористаним кольором -2
- Вибираємо вершину з найбільшою к-сть кольорів у сусідів-4
- Йдемо по суміжним розфарбованим вершинам з вершиною 4 – використовуємо кольори вершин 2 і 1
- Розфарбовую вершину 4 невикористаним кольором -3
- Вибираємо вершину з найбільшою к-сть кольорів у сусідів-3
- Йдемо по суміжним розфарбованим вершинам з вершиною 3 – використовуємо кольори вершин 3 і 1
- Розфарбовую вершину 3 невикористаним кольором -2
- Вибираємо вершину з найбільшою к-сть кольорів у сусідів-13
- Йдемо по суміжним розфарбованим вершинам з вершиною 13 – використовуємо кольори вершин 2 і 3
- Розфарбовую вершину 13 невикористаним кольором -1
- Вибираємо вершину з найбільшою к-сть кольорів у сусідів-2
- Йдемо по суміжним розфарбованим вершинам з вершиною 2 – використовуємо кольори вершин 1 і 2
- Розфарбовую вершину 2 невикористаним кольором -3
- Вибираємо вершину з найбільшою к-сть кольорів у сусідів-12
- Йдемо по суміжним розфарбованим вершинам з вершиною 12 – використовуємо кольори вершин 1 і 2

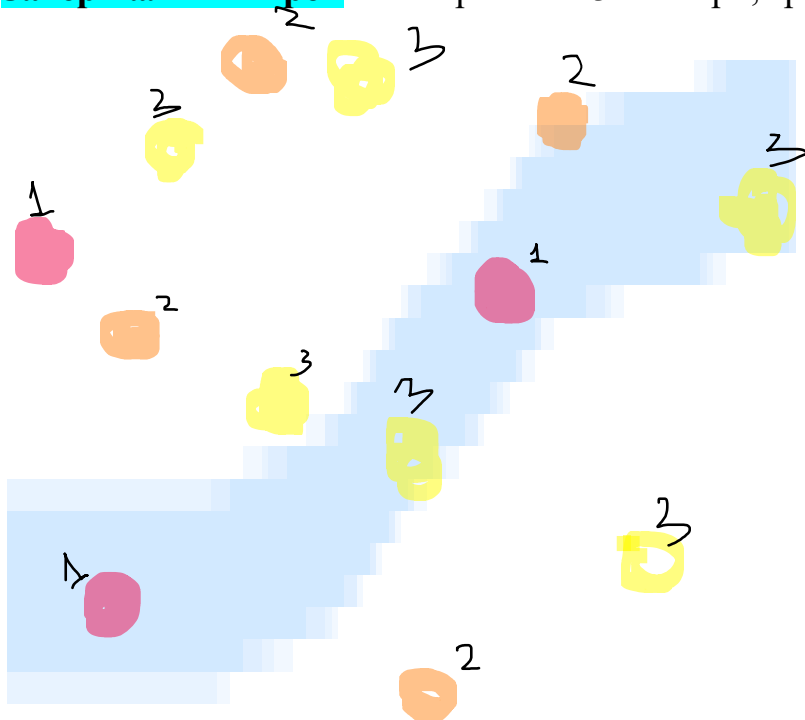




- **3 крок** – Розфарбовую вершину 12 невикористаним кольором -3
- Вибираємо вершину з найбільшою к-сть кольорів у сусідів-10
- Йдемо по суміжним розфарбованим вершинам з вершиною 10  
– використовуємо кольори вершин 2 і 1
- Розфарбовую вершину 10 невикористаним кольором -3
- Вибираємо вершину з найбільшою к-сть кольорів у сусідів-8
- Йдемо по суміжним розфарбованим вершинам з вершиною 10  
– використовуємо кольори вершин 3 і 2
- Розфарбовую вершину 8 невикористаним кольором -1

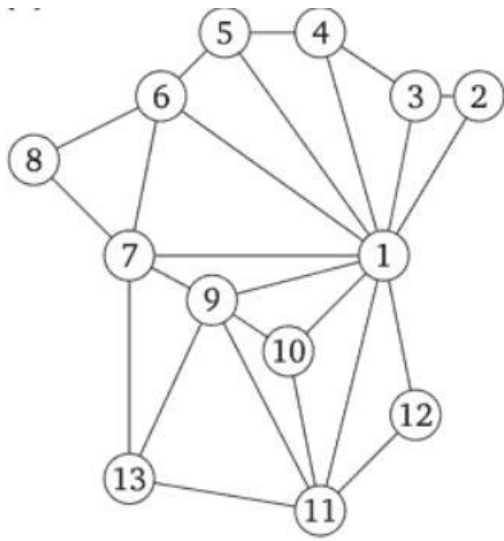


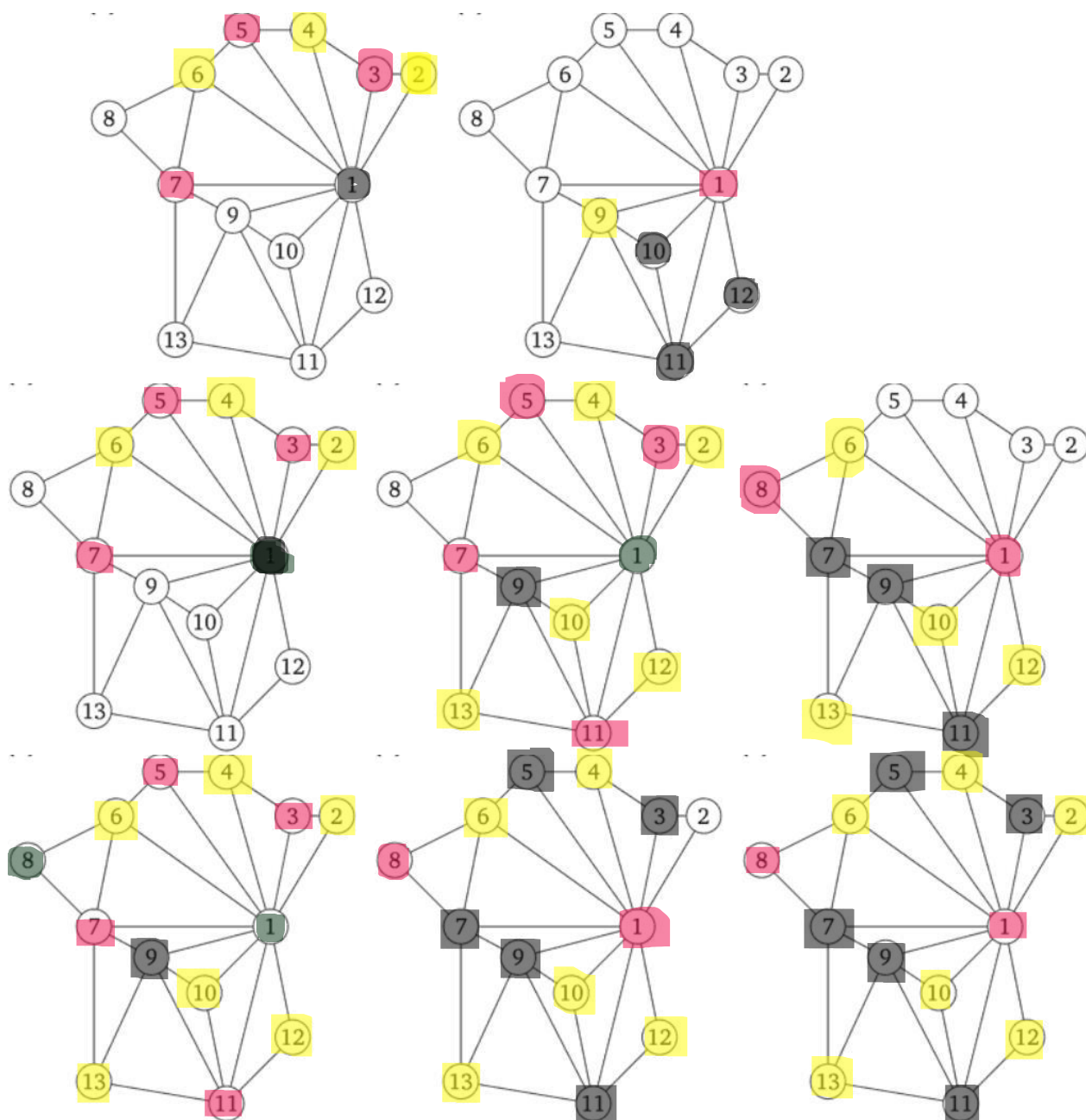
**Завершальний крок** – використано 3 кольори, граф розфарбовано



4) (Варіант 1) (2 бали)

Задано граф. Розв'язати задачу розфарбування верши Бджолиним (ABC) алгоритмом (2 розвідники 10 фуражирів)



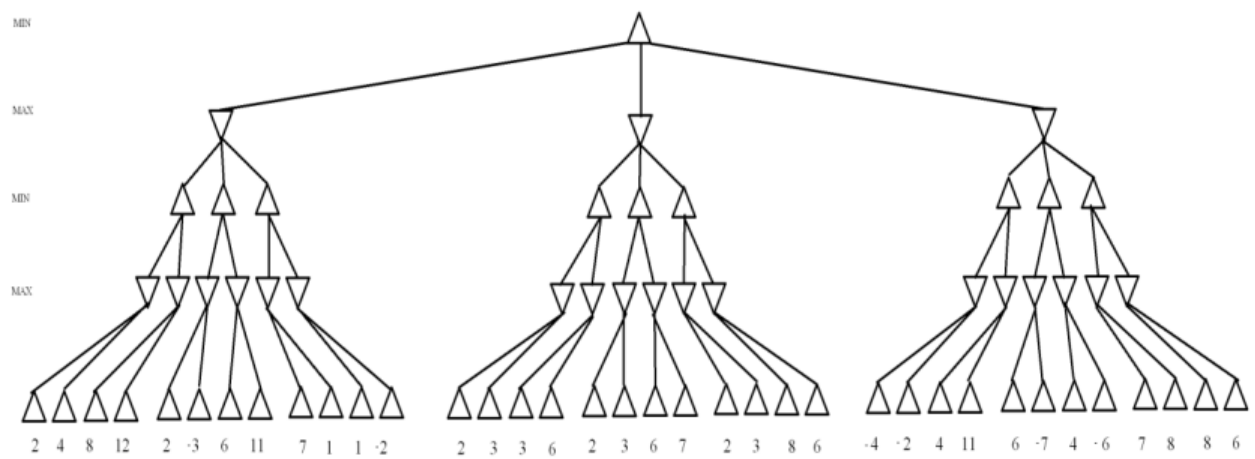


Хроматичне число = 4

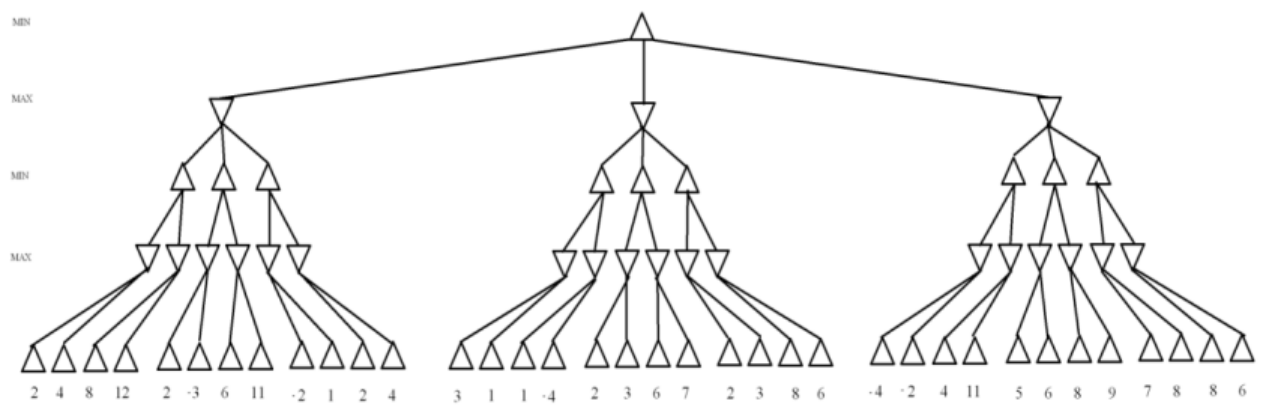
### 5) (Варіант 1) (1 бал)

За допомогою мінімаксного пошуку знайти оцінки вузлів гри показаної у розгорнутій формі, для якої задано термінальні стани. Показати оптимальну стратегію гри для гравців.

1)

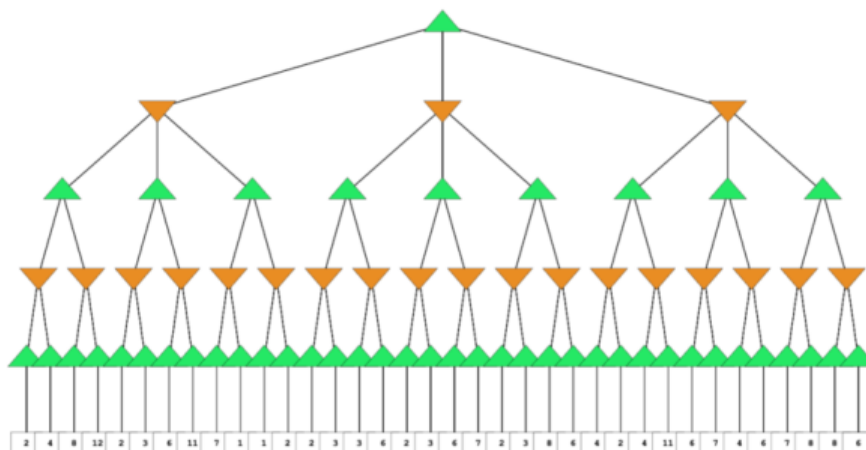


2)

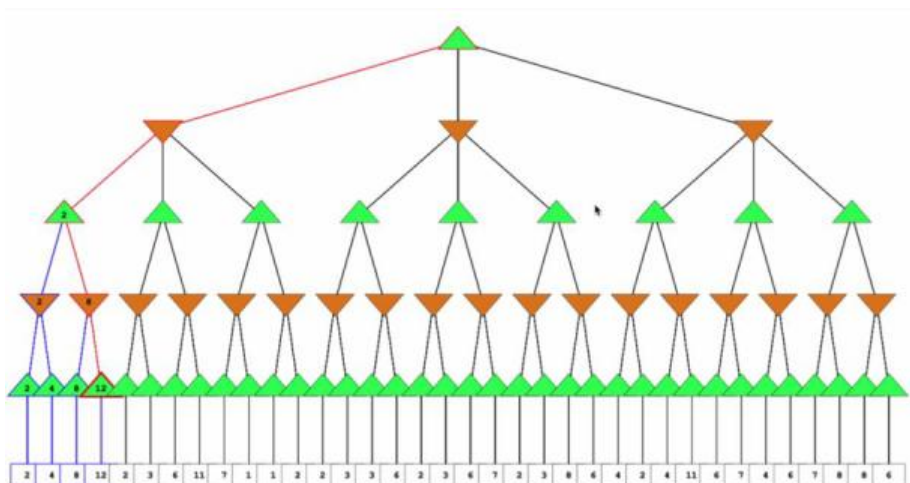


## Оптимальна стратегія гри для гравців 1

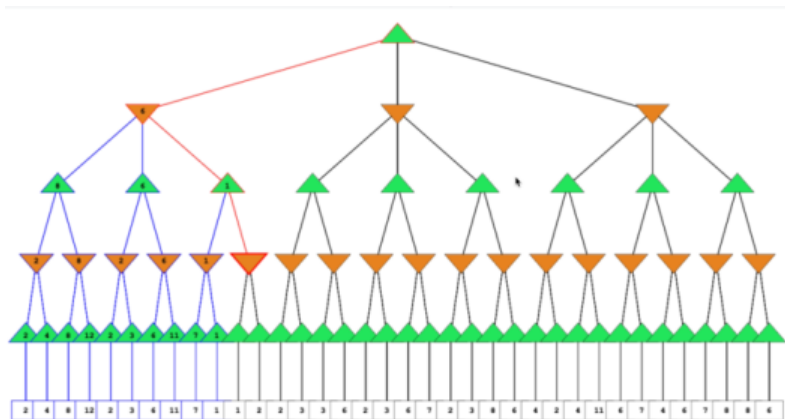
1 крок



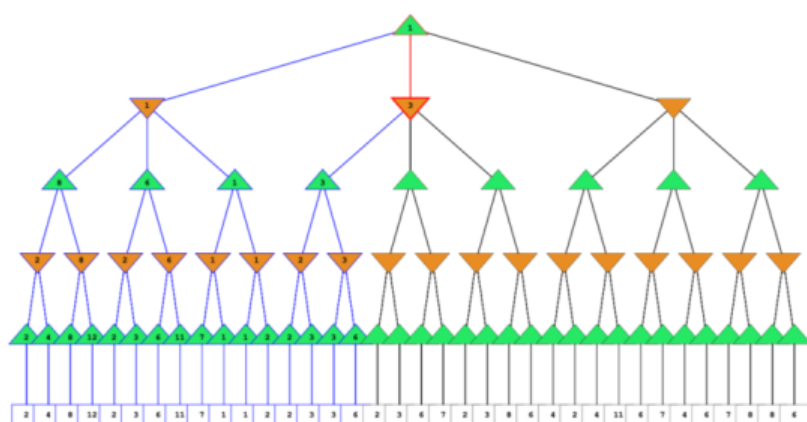
2 крок



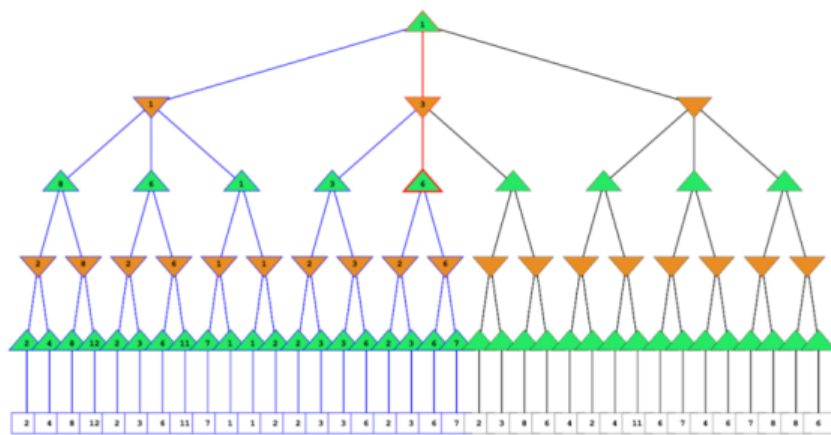
3 крок



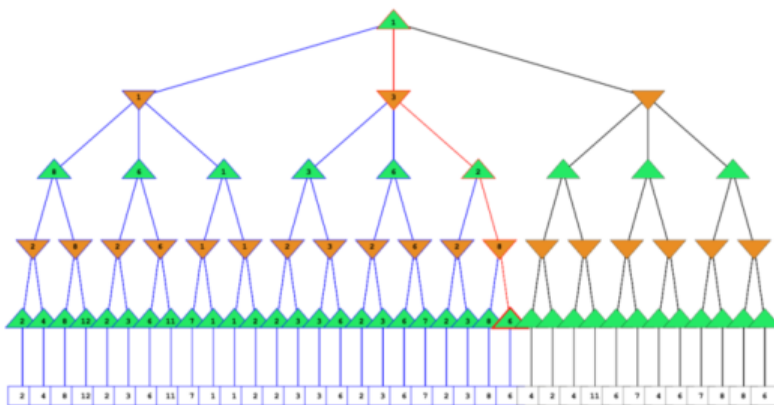
4 крок



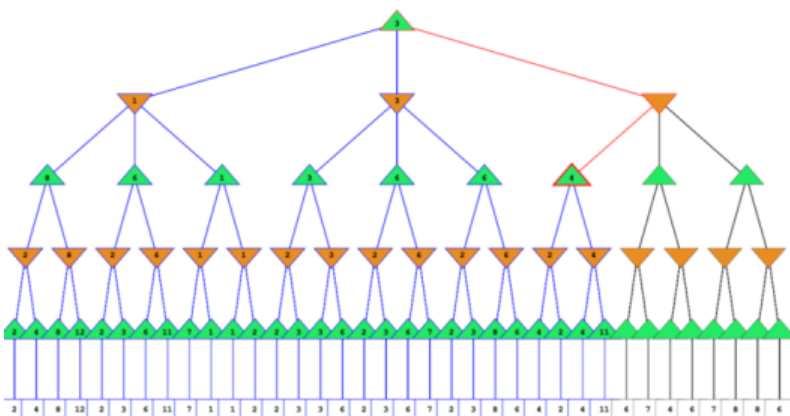
5 крок



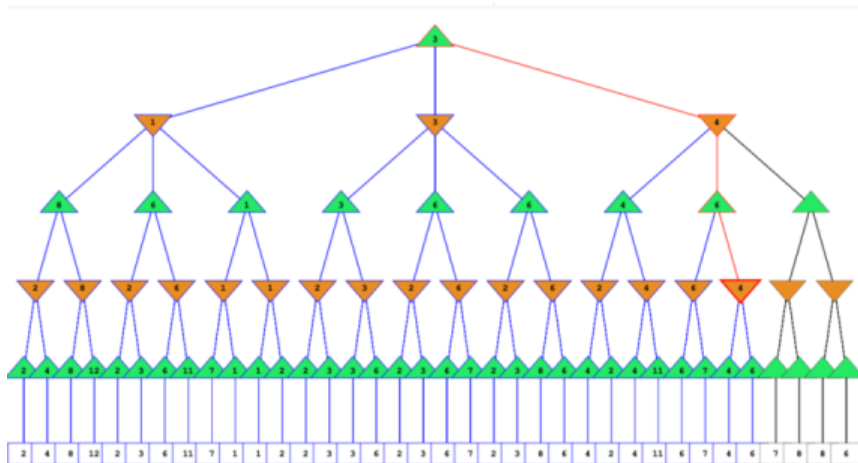
6 крок



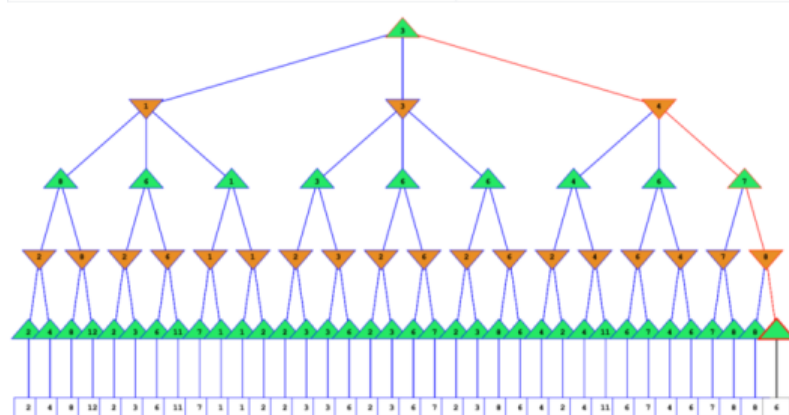
7 крок



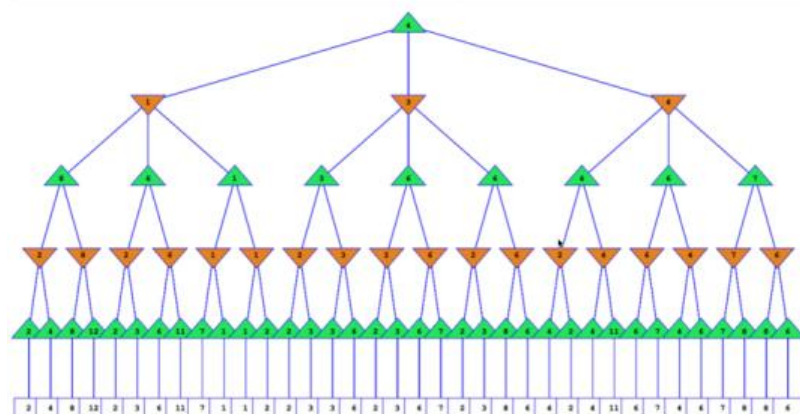
8 крок



9 крок



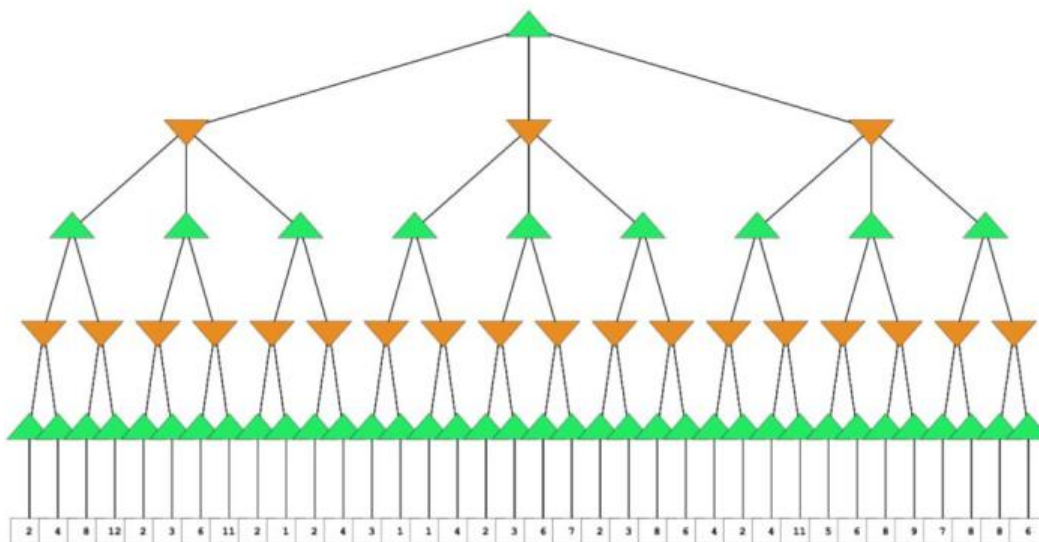
10 крок – знайдена оптимальна стратегія



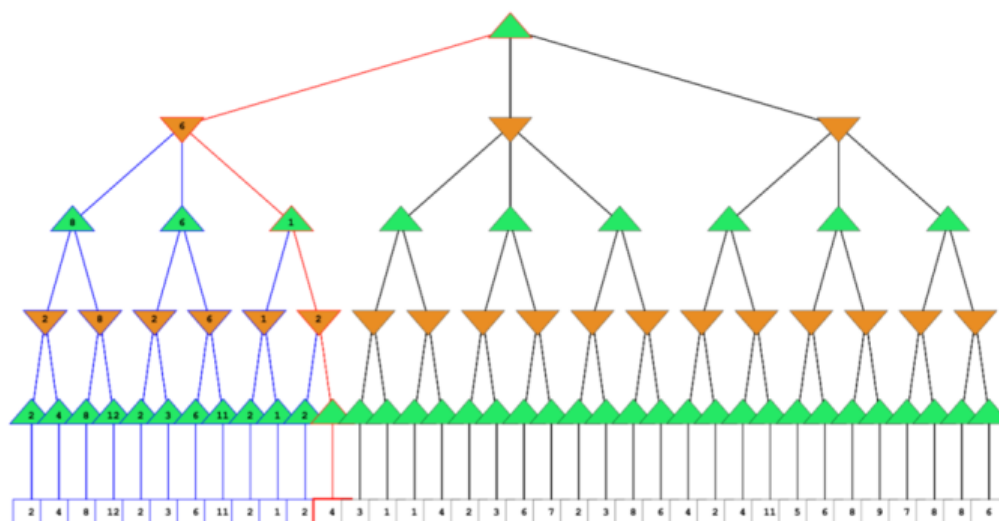
Оптимальна стратегія гри для гравців 2

1 крок

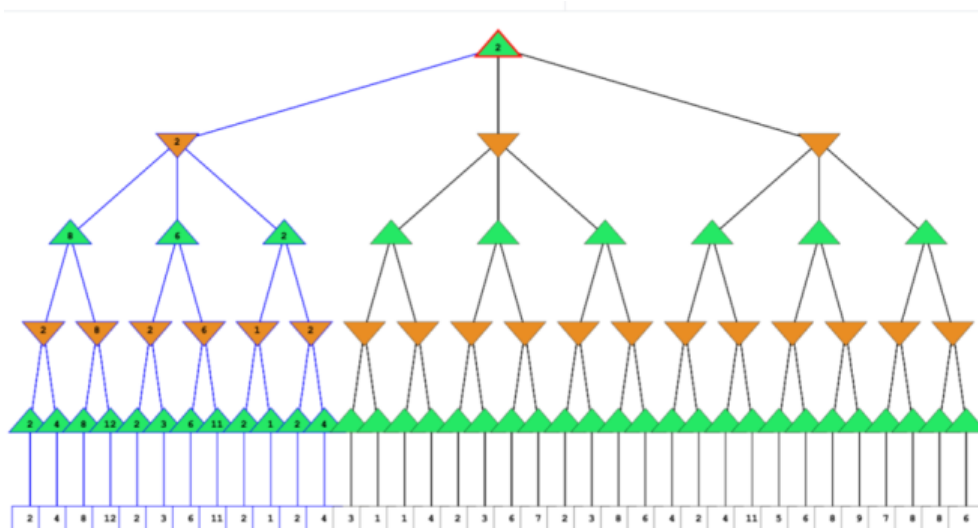




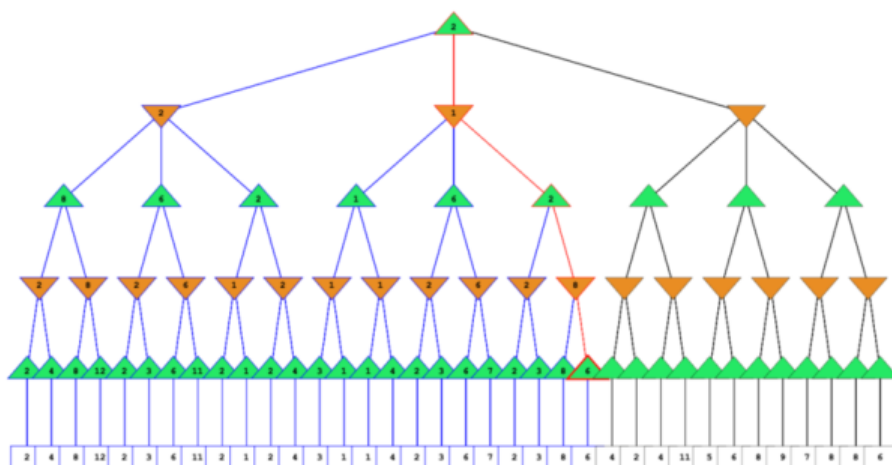
2 крок



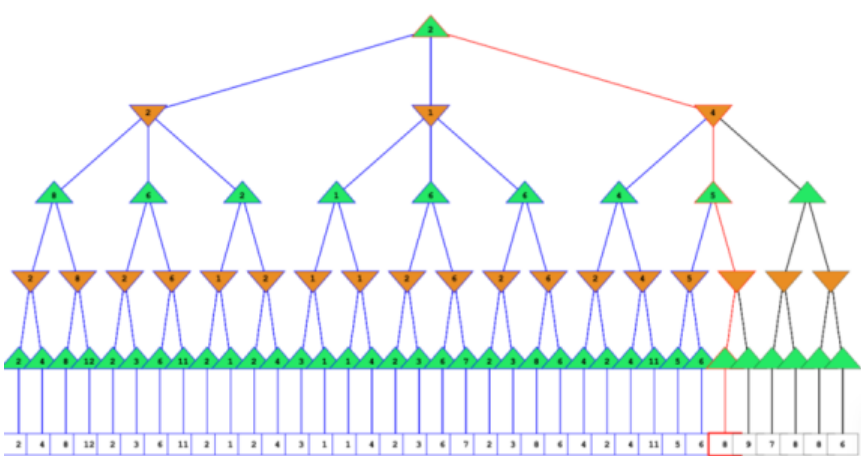
3 крок



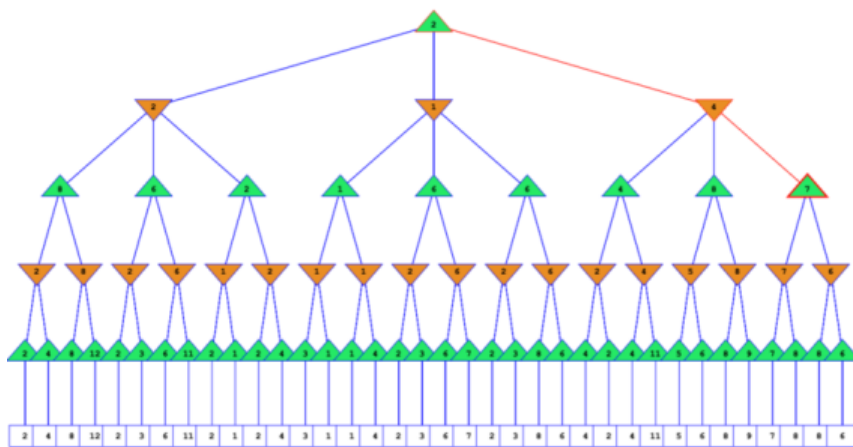
4 шаг



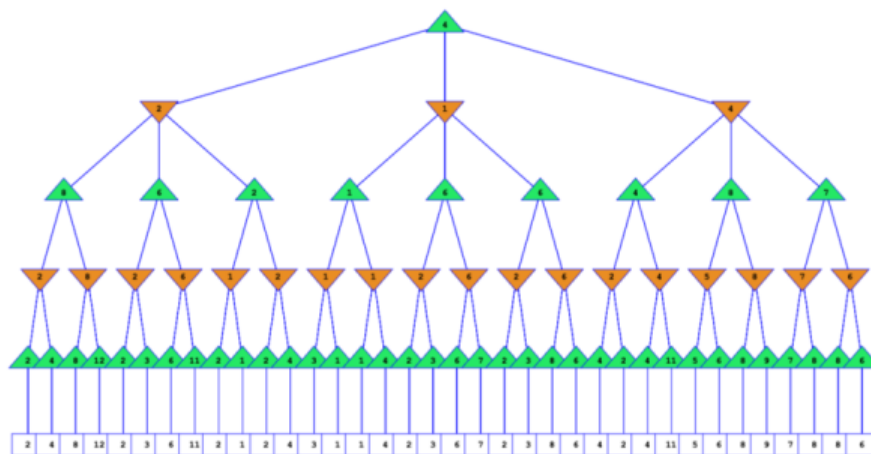
5 шаг



6 шаг

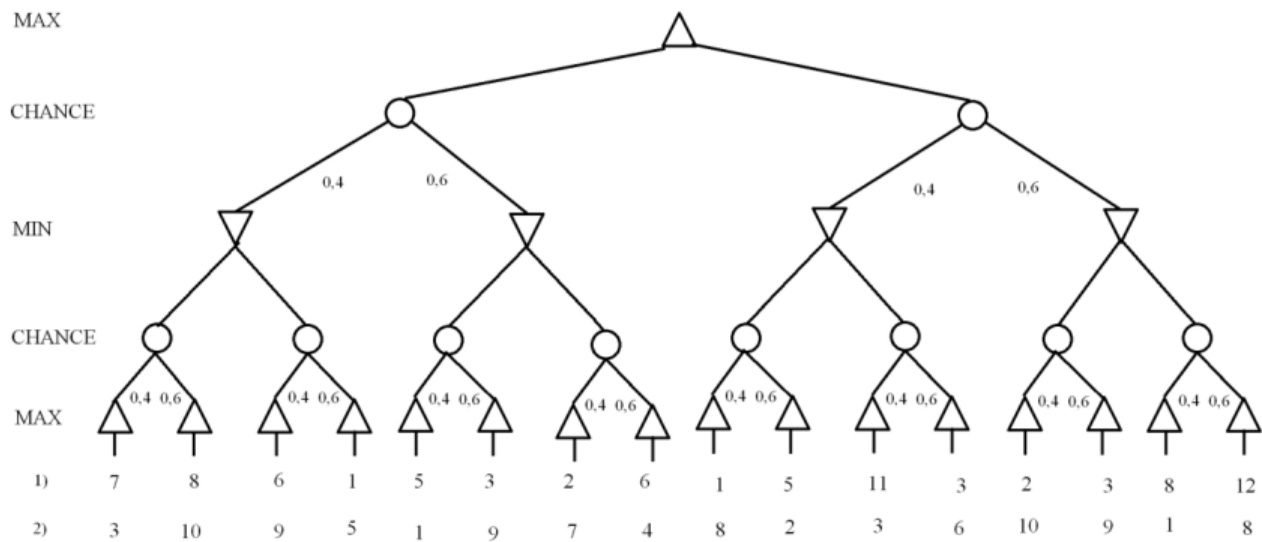


7 крок— знайдена оптимальна стратегія

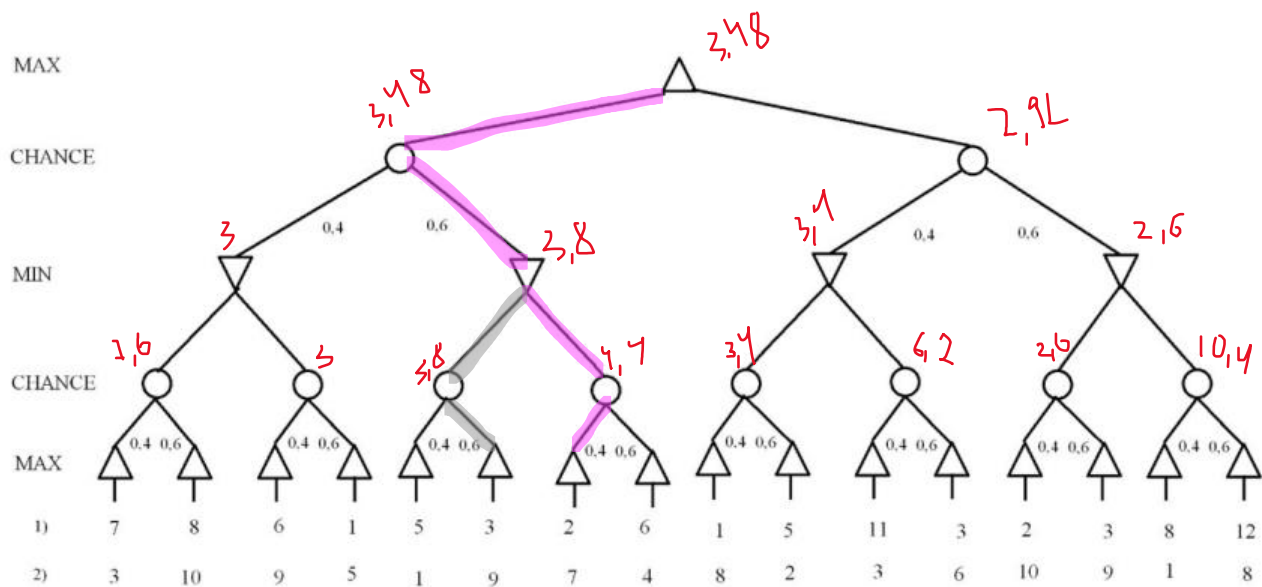


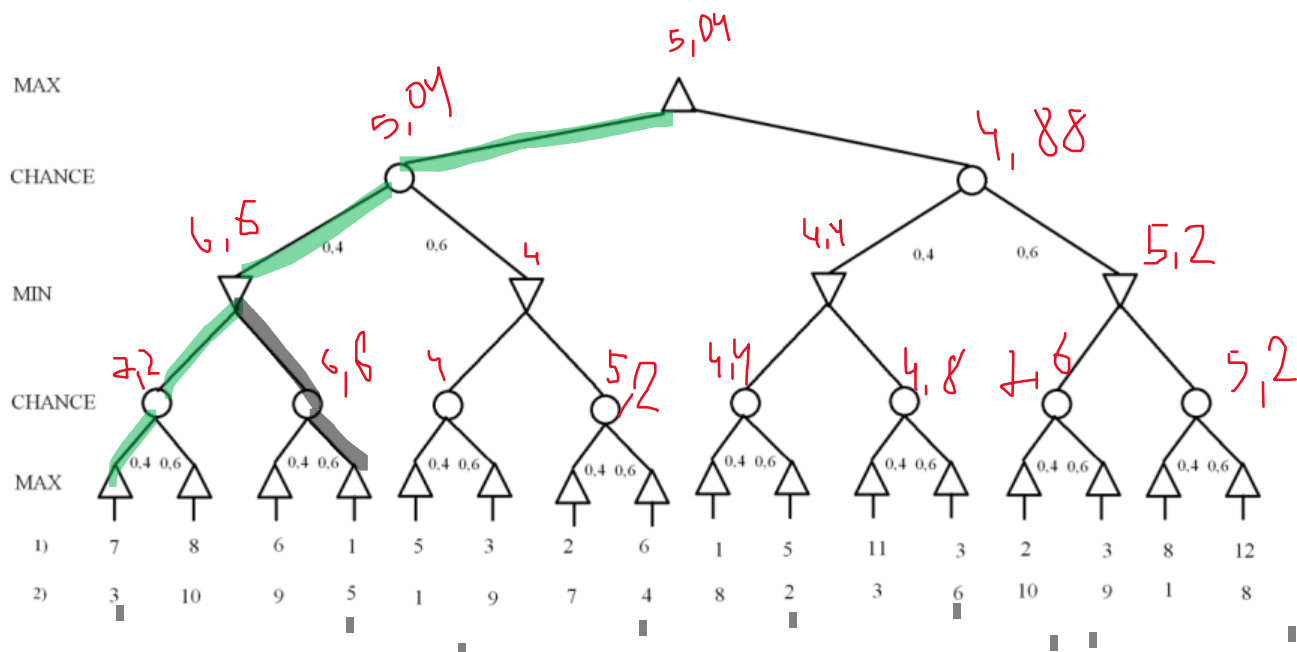
б) (Варіант 1) (1 бал)

За допомогою мінімаксного пошуку знайти оцінки вузлів гри з елементами випадковості показаної у розгорнутій формі. Показати оптимальну (згідно оцінок) стратегію гри для гравців. (тут 2і задачі, внизу 2 ряди термінальних значень).



Відповідь:





## 7) (2 бали)

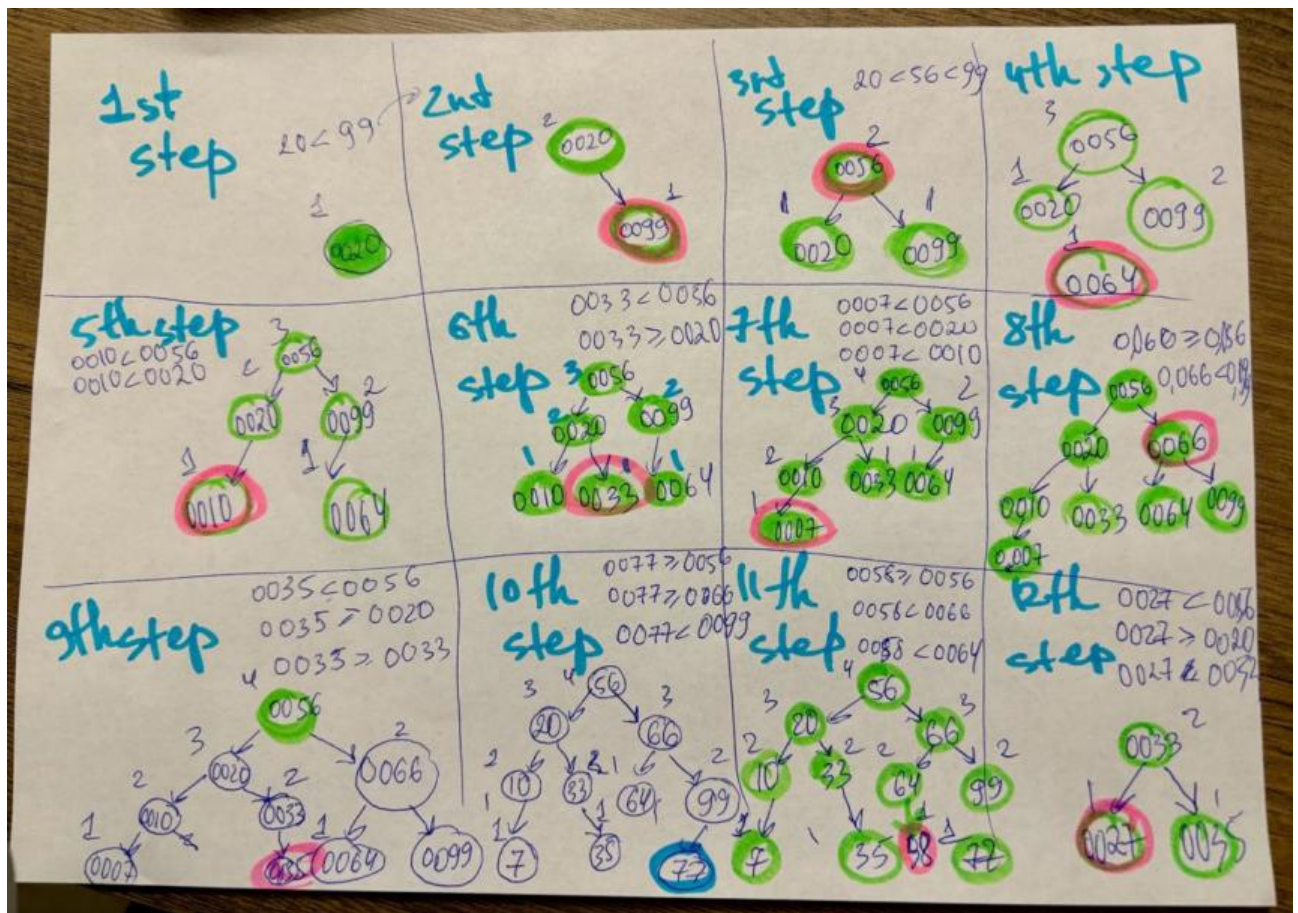
У відповідності з варіантом задано набір ключів (таблиця 1). Побудувати для нього AVL-дерево з поясненням додавання кожного ключа та описом повороту, де це потрібно.

Таблиця 1. Варіанти

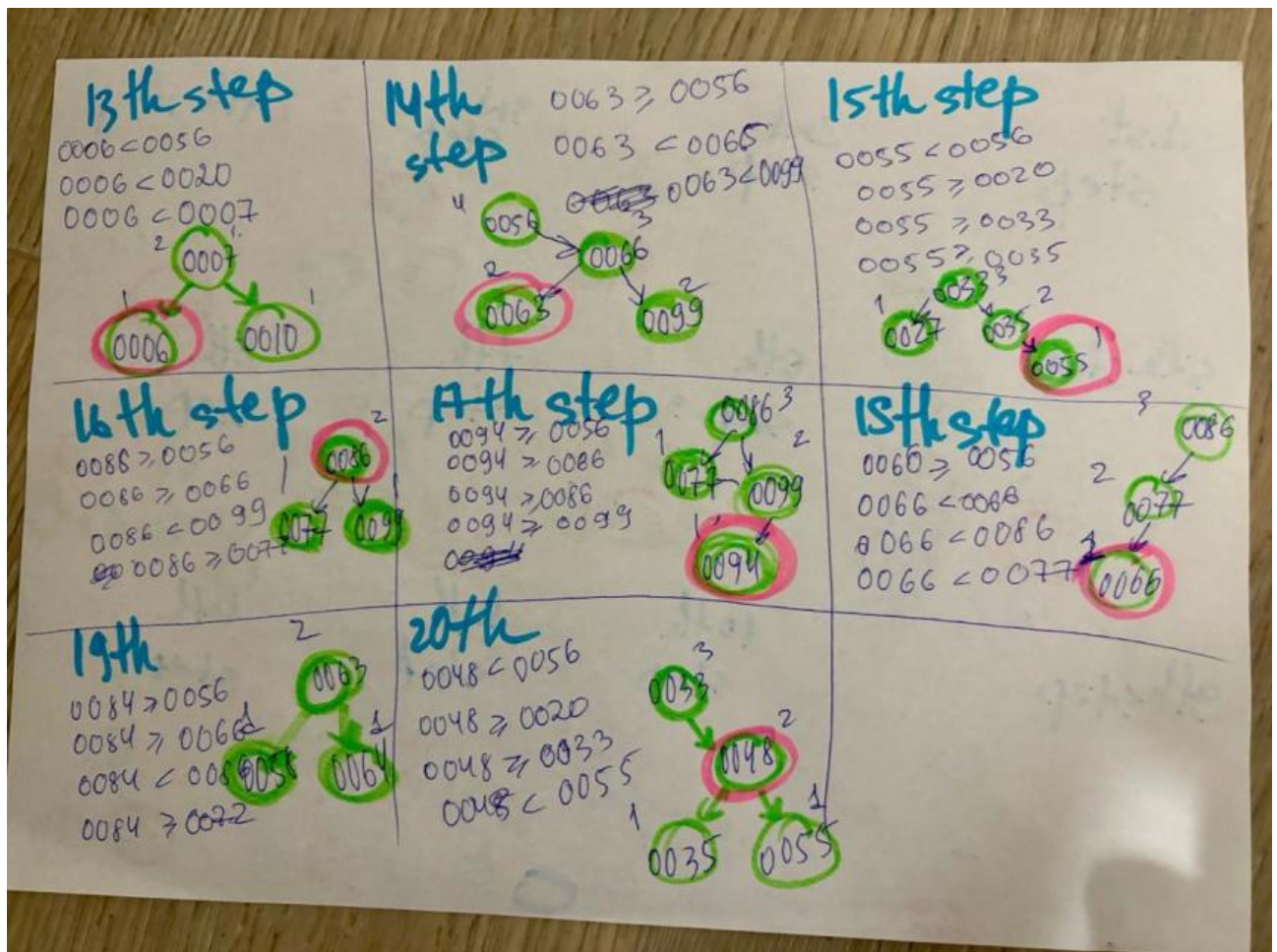
Варіант	k1	k2	k3	k4	k5	k6	k7	k8	k9	k10	k11	k12	k13	k14	k15	k16	k17	k18	k19	k20
1	20	99	56	64	10	33	7	66	35	77	58	27	6	63	55	86	94	66	84	48
2	58	45	65	88	63	93	80	72	50	5	17	37	41	31	50	72	14	19	32	23
3	73	99	95	94	39	58	74	52	94	76	42	1	17	90	48	89	71	20	94	53
4	28	20	99	34	37	85	44	20	50	95	94	37	48	40	69	66	76	99	43	65
5	97	72	65	17	30	9	9	89	75	19	38	21	48	91	96	84	28	54	67	23
6	49	3	31	36	14	2	13	23	33	59	36	19	72	9	18	74	11	79	59	26
7	88	16	70	39	31	21	24	63	89	24	99	73	4	26	62	55	98	78	95	88
8	75	89	95	87	66	2	10	94	67	49	28	57	29	68	86	44	78	36	46	62
9	57	69	79	59	23	67	55	68	18	70	85	93	60	12	15	1	38	60	12	31
10	64	20	96	23	63	27	61	16	45	28	19	28	25	86	45	68	4	22	54	3
11	96	10	88	21	76	64	84	28	40	39	9	8	84	8	5	1	40	96	82	61
12	68	10	71	21	36	11	47	81	50	75	65	80	51	36	47	47	27	32	44	60
13	68	74	37	30	75	9	72	12	61	83	73	78	19	58	96	69	12	66	4	83
14	69	81	20	86	46	79	31	42	97	53	57	2	18	72	23	57	99	75	63	22
15	89	91	76	28	19	62	65	24	70	72	79	73	85	75	29	51	18	47	25	47
16	89	51	87	72	69	91	42	83	52	41	31	44	13	49	9	85	47	97	81	15
17	20	35	13	46	67	98	51	77	93	13	21	35	29	44	65	45	95	60	81	34
18	47	32	46	21	54	46	25	65	83	52	20	47	59	10	37	87	8	65	71	60
19	21	18	31	2	71	63	54	8	73	34	15	84	36	32	53	99	55	59	98	20

20	77	10	47	64	15	78	79	59	37	57	25	30	42	73	14	74	52	47	75	70
21	10	7	98	72	90	77	42	36	5	98	66	50	58	63	9	91	23	18	80	30
22	4	61	3	44	31	79	68	99	96	4	32	20	80	44	61	99	67	62	54	82
23	88	94	92	23	56	42	48	70	40	13	88	31	34	45	17	72	88	84	53	65
24	13	11	31	89	51	61	31	33	54	40	59	30	97	9	89	83	40	40	35	13
25	72	14	51	91	6	35	61	77	40	59	38	3	89	45	40	19	62	47	8	24
26	64	11	18	40	32	14	60	63	69	25	10	98	41	68	12	10	83	87	65	2
27	34	26	24	58	6	91	34	47	45	42	67	82	38	55	46	38	5	57	71	10
28	94	24	76	95	1	95	57	11	62	33	82	82	88	24	46	90	37	48	22	81
29	44	92	42	76	11	11	67	81	9	44	93	32	23	70	51	49	2	28	93	40
30	3	88	75	72	98	80	13	25	55	32	34	89	6	58	83	4	3	75	63	63
31	43	12	37	63	20	36	32	30	79	84	46	14	48	24	95	5	42	50	72	29
32	76	19	85	1	39	36	98	72	77	17	91	87	67	75	97	34	65	27	63	29
33	60	81	49	48	76	45	65	94	19	47	72	69	86	33	31	30	56	43	36	54
34	47	81	44	82	2	24	60	57	17	57	60	67	80	20	64	59	86	48	69	47
35	3	14	66	41	62	62	19	90	40	62	83	51	68	3	70	1	90	7	42	72

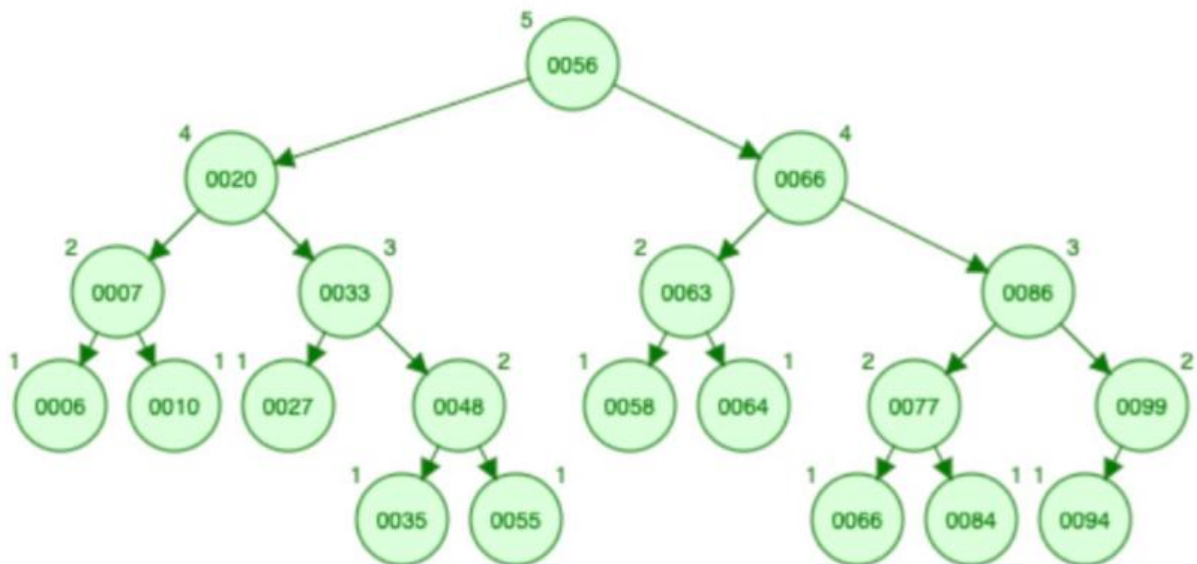
Відповідь:







Фінальний вигляд:



8) (2 бали)

У відповідності з варіантом задано набір ключів (таблиця 1).

Побудувати для нього червоно-чорне дерево з поясненням додавання кожного ключа та випадку балансування.

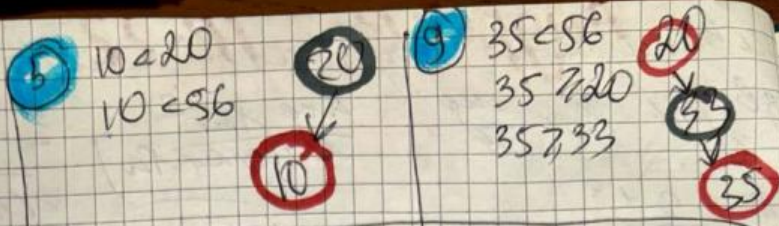
Таблиця 1. Варіанти

Варіант	k1	k2	k3	k4	k5	k6	k7	k8	k9	k10	k11	k12	k13	k14	k15	k16	k17	k18	k19	k20
1	20	99	56	64	10	33	7	66	35	77	58	27	6	63	55	86	94	66	84	48
2	58	45	65	88	63	93	80	72	50	5	17	37	41	31	50	72	14	19	32	23
3	73	99	95	94	39	58	74	52	94	76	42	1	17	90	48	89	71	20	94	53
4	28	20	99	34	37	85	44	20	50	95	94	37	48	40	69	66	76	99	43	65
5	97	72	65	17	30	9	9	89	75	19	38	21	48	91	96	84	28	54	67	23
6	49	3	31	36	14	2	13	23	33	59	36	19	72	9	18	74	11	79	59	26
7	88	16	70	39	31	21	24	63	89	24	99	73	4	26	62	55	98	78	95	88
8	75	89	95	87	66	2	10	94	67	49	28	57	29	68	86	44	78	36	46	62
9	57	69	79	59	23	67	55	68	18	70	85	93	60	12	15	1	38	60	12	31
10	64	20	96	23	63	27	61	16	45	28	19	28	25	86	45	68	4	22	54	3
11	96	10	88	21	76	64	84	28	40	39	9	8	84	8	5	1	40	96	82	61
12	68	10	71	21	36	11	47	81	50	75	65	80	51	36	47	47	27	32	44	60
13	68	74	37	30	75	9	72	12	61	83	73	78	19	58	96	69	12	66	4	83
14	69	81	20	86	46	79	31	42	97	53	57	2	18	72	23	57	99	75	63	22
15	89	91	76	28	19	62	65	24	70	72	79	73	85	75	29	51	18	47	25	47
16	89	51	87	72	69	91	42	83	52	41	31	44	13	49	9	85	47	97	81	15
17	20	35	13	46	67	98	51	77	93	13	21	35	29	44	65	45	95	60	81	34
18	47	32	46	21	54	46	25	65	83	52	20	47	59	10	37	87	8	65	71	60
19	21	18	31	2	71	63	54	8	73	34	15	84	36	32	53	99	55	59	98	20
20	77	10	47	64	15	78	79	59	37	57	25	30	42	73	14	74	52	47	75	70
21	10	7	98	72	90	77	42	36	5	98	66	50	58	63	9	91	23	18	80	30
22	4	61	3	44	31	79	68	99	96	4	32	20	80	44	61	99	67	62	54	82
23	88	94	92	23	56	42	48	70	40	13	88	31	34	45	17	72	88	84	53	65
24	13	11	31	89	51	61	31	33	54	40	59	30	97	9	89	83	40	40	35	13
25	72	14	51	91	6	35	61	77	40	59	38	3	89	45	40	19	62	47	8	24
26	64	11	18	40	32	14	60	63	69	25	10	98	41	68	12	10	83	87	65	2
27	34	26	24	58	6	91	34	47	45	42	67	82	38	55	46	38	5	57	71	10
28	94	24	76	95	1	95	57	11	62	33	82	82	88	24	46	90	37	48	22	81
29	44	92	42	76	11	11	67	81	9	44	93	32	23	70	51	49	2	28	93	40
30	3	88	75	72	98	80	13	25	55	32	34	89	6	58	83	4	3	75	63	63
31	43	12	37	63	20	36	32	30	79	84	46	14	48	24	95	5	42	50	72	29
32	76	19	85	1	39	36	98	72	77	17	91	87	67	75	97	34	65	27	63	29
33	60	81	49	48	76	45	65	94	19	47	72	69	86	33	31	30	56	43	36	54
34	47	81	44	82	2	24	60	57	17	57	60	67	80	20	64	59	86	48	69	47
35	3	14	66	41	62	62	19	90	40	62	83	51	68	3	70	1	90	7	42	72

Відповідь:

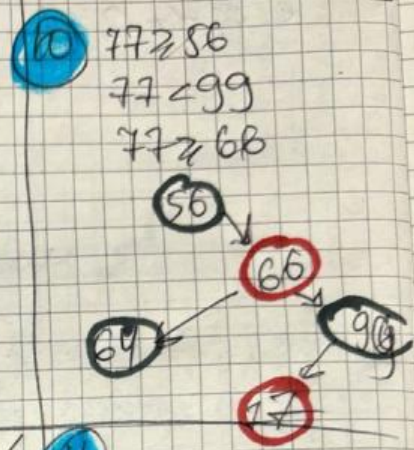
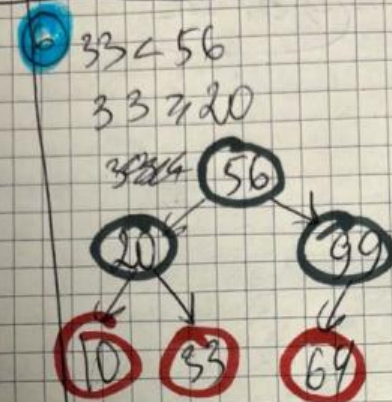
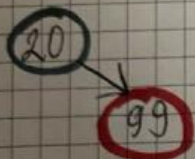


## 1st step

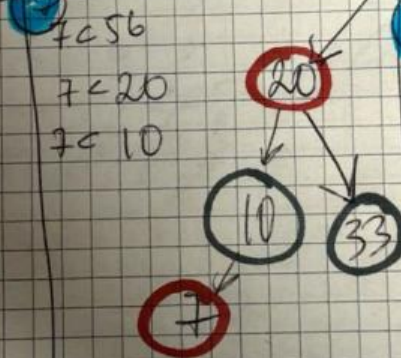


## 2nd step

20 < 99



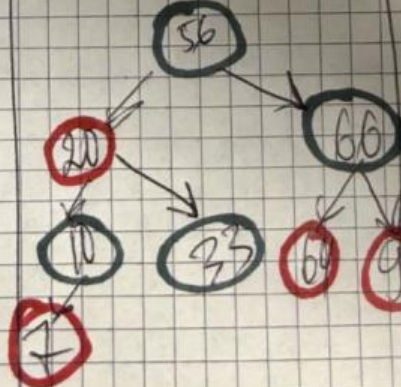
56 > 20  
56 < 99



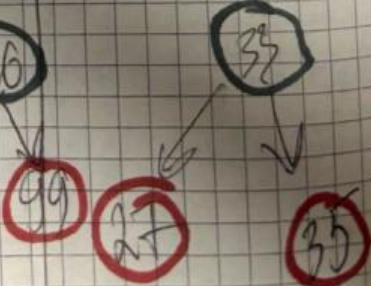
64 < 56  
64 > 20  
64 < 99



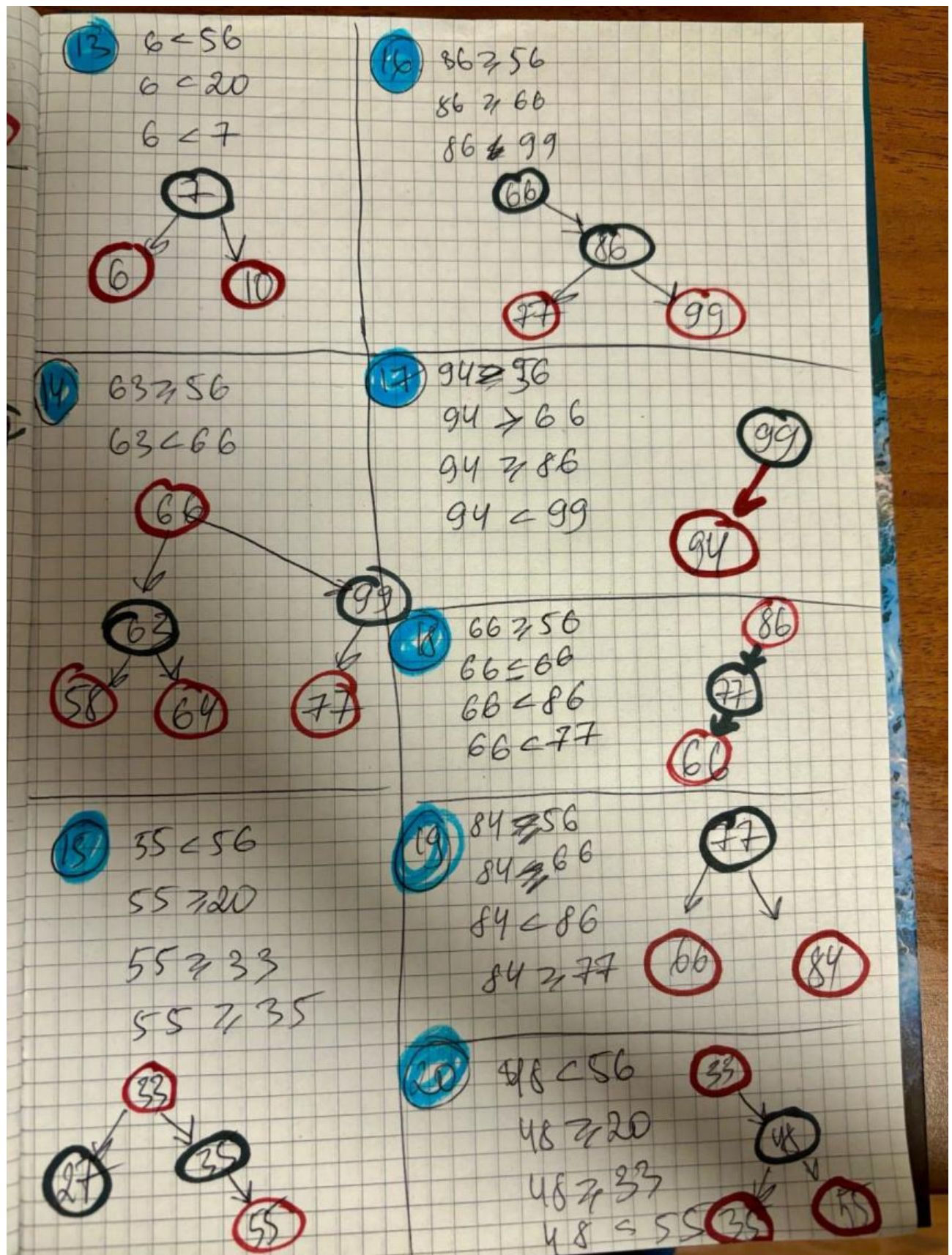
66 > 56  
66 < 99



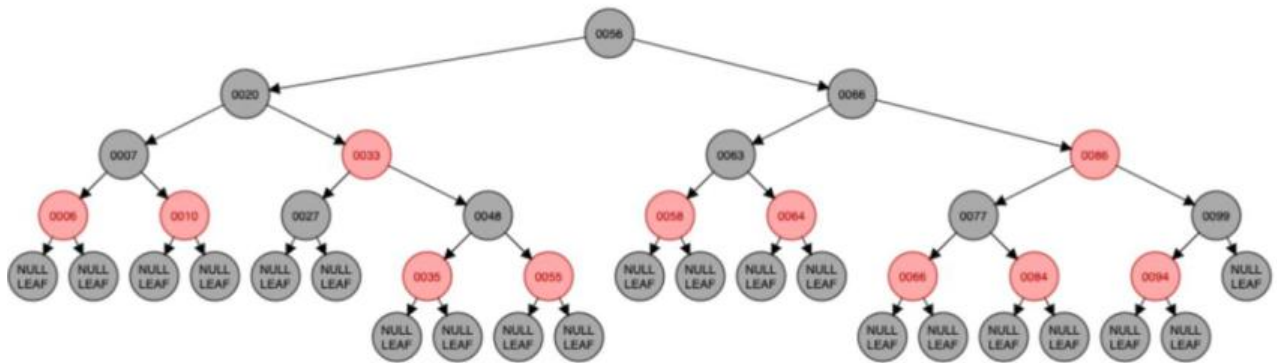
27 < 56  
27 > 20  
27 < 33







## Фінальний вигляд:



## 9) (1 бал)

У відповідності з варіантом задано набір ключів (таблиця 1).

Побудувати для нього B-дерево з поясненням додавання кожного ключа для  $t=3$ .

Таблиця 1. Варіанти

Варіант	k1	k2	k3	k4	k5	k6	k7	k8	k9	k10	k11	k12	k13	k14	k15	k16	k17	k18	k19	k20
1	20	99	56	64	10	33	7	66	35	77	58	27	6	63	55	86	94	66	84	48
2	58	45	65	88	63	93	80	72	50	5	17	37	41	31	50	72	14	19	32	23
3	73	99	95	94	39	58	74	52	94	76	42	1	17	90	48	89	71	20	94	53
4	28	20	99	34	37	85	44	20	50	95	94	37	48	40	69	66	76	99	43	65
5	97	72	65	17	30	9	9	89	75	19	38	21	48	91	96	84	28	54	67	23
6	49	3	31	36	14	2	13	23	33	59	36	19	72	9	18	74	11	79	59	26
7	88	16	70	39	31	21	24	63	89	24	99	73	4	26	62	55	98	78	95	88
8	75	89	95	87	66	2	10	94	67	49	28	57	29	68	86	44	78	36	46	62
9	57	69	79	59	23	67	55	68	18	70	85	93	60	12	15	1	38	60	12	31
10	64	20	96	23	63	27	61	16	45	28	19	28	25	86	45	68	4	22	54	3
11	96	10	88	21	76	64	84	28	40	39	9	8	84	8	5	1	40	96	82	61
12	68	10	71	21	36	11	47	81	50	75	65	80	51	36	47	47	27	32	44	60
13	68	74	37	30	75	9	72	12	61	83	73	78	19	58	96	69	12	66	4	83
14	69	81	20	86	46	79	31	42	97	53	57	2	18	72	23	57	99	75	63	22
15	89	91	76	28	19	62	65	24	70	72	79	73	85	75	29	51	18	47	25	47
16	89	51	87	72	69	91	42	83	52	41	31	44	13	49	9	85	47	97	81	15
17	20	35	13	46	67	98	51	77	93	13	21	35	29	44	65	45	95	60	81	34
18	47	32	46	21	54	46	25	65	83	52	20	47	59	10	37	87	8	65	71	60
19	21	18	31	2	71	63	54	8	73	34	15	84	36	32	53	99	55	59	98	20
20	77	10	47	64	15	78	79	59	37	57	25	30	42	73	14	74	52	47	75	70
21	10	7	98	72	90	77	42	36	5	98	66	50	58	63	9	91	23	18	80	30
22	4	61	3	44	31	79	68	99	96	4	32	20	80	44	61	99	67	62	54	82

23	88	94	92	23	56	42	48	70	40	13	88	31	34	45	17	72	88	84	53	65
24	13	11	31	89	51	61	31	33	54	40	59	30	97	9	89	83	40	40	35	13
25	72	14	51	91	6	35	61	77	40	59	38	3	89	45	40	19	62	47	8	24
26	64	11	18	40	32	14	60	63	69	25	10	98	41	68	12	10	83	87	65	2
27	34	26	24	58	6	91	34	47	45	42	67	82	38	55	46	38	5	57	71	10
28	94	24	76	95	1	95	57	11	62	33	82	82	88	24	46	90	37	48	22	81
29	44	92	42	76	11	11	67	81	9	44	93	32	23	70	51	49	2	28	93	40
30	3	88	75	72	98	80	13	25	55	32	34	89	6	58	83	4	3	75	63	63
31	43	12	37	63	20	36	32	30	79	84	46	14	48	24	95	5	42	50	72	29
32	76	19	85	1	39	36	98	72	77	17	91	87	67	75	97	34	65	27	63	29
33	60	81	49	48	76	45	65	94	19	47	72	69	86	33	31	30	56	43	36	54
34	47	81	44	82	2	24	60	57	17	57	60	67	80	20	64	59	86	48	69	47
35	3	14	66	41	62	62	19	90	40	62	83	51	68	3	70	1	90	7	42	72

Відповідь:

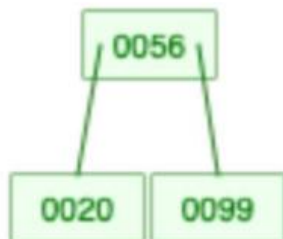
1 крок



2 крок



3 крок



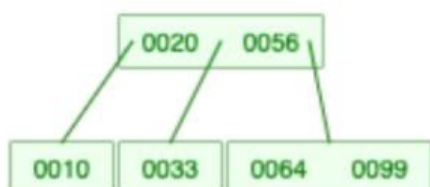
4 крок



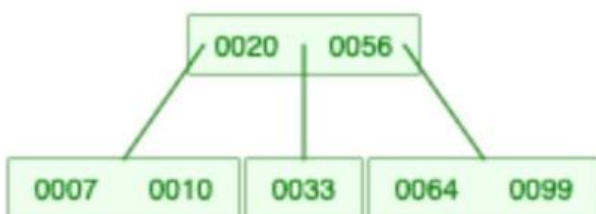
5 крок



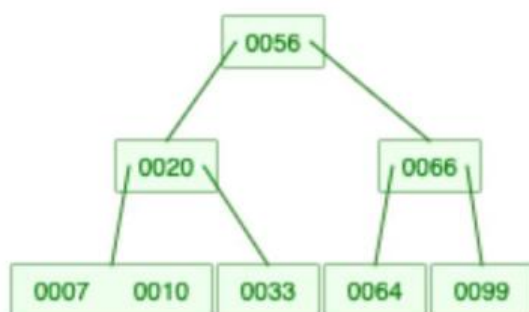
6 крок



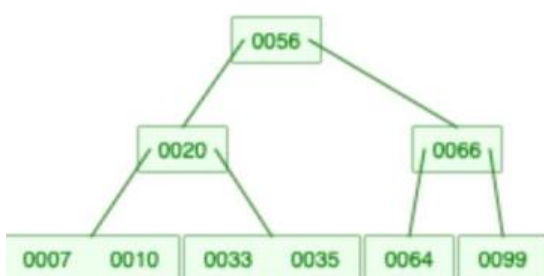
7 крок



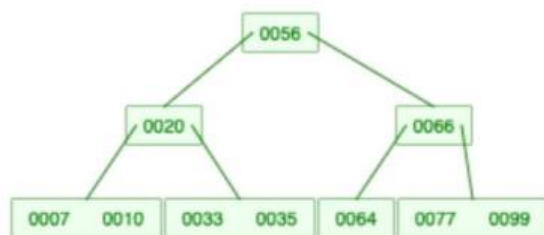
8 крок



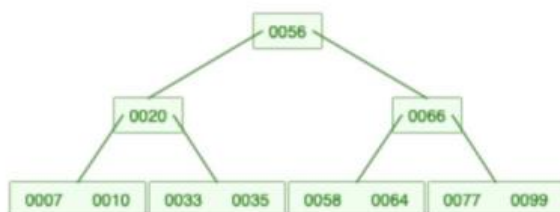
9 крок



10 шаг



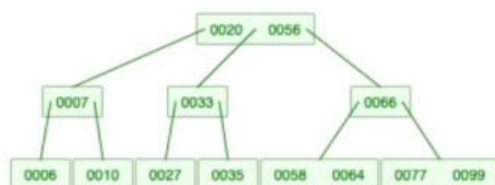
11 шаг



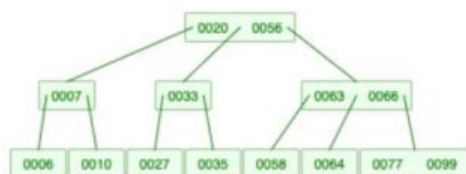
12 шаг



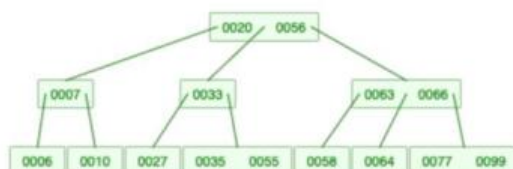
13 шаг



14 шаг

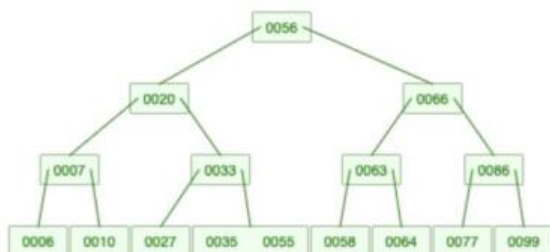


15 шаг

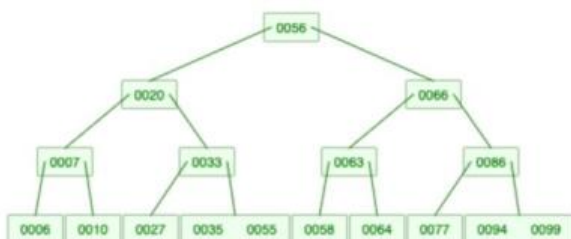




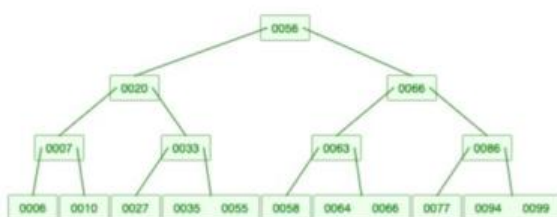
16 крок



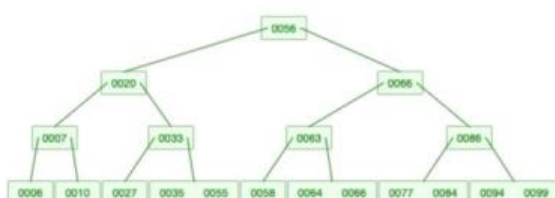
17 крок



18 крок



19 крок



Остаточний варіант

