

Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет України «Київський політехнічний  
інститут імені Ігоря Сікорського»  
Факультет інформатики та обчислювальної техніки

Кафедра інформатики та програмної інженерії

**Модульна контрольна робота №2**

Варіант №1  
з дисципліни  
«Проектування алгоритмів»

**Виконав(ла)** ІП-22 Андреєва Уляна Андріївна \_\_\_\_\_  
(шифр, прізвище, ім'я, по батькові)

**Перевірив** Головченко М.М. \_\_\_\_\_  
(прізвище, ім'я, по батькові)

Київ 2024

# 1 ЗАВДАННЯ

## 1) (Варіант 1) (2 бали)

Дано 15 предметів, вага і вартість яких вказана у таблиці. Максимально допустима місткість рюкзака  $P = 24$ . Розв'язати задачу про рюкзак за допомогою ГА.

Номер предмета	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Вартість	6	6	7	6	4	2	3	4	5	2	1	3	4	8	7
Вага	2	4	5	4	2	1	1	2	4	1	1	2	2	3	2

Початкова популяція  $S_1=\{1,0,0,0,0,1,0,0,0,1,1,0,0,0,1\}$ ,  
 $S_2=\{1,0,0,0,1,1,0,0,0,1,1,0,0,0,1\}$ ,  $S_3=\{0,0,0,1,0,0,1,0,0,0,1,1,0,1,0\}$ ,  
 $S_4=\{0,1,1,0,0,0,0,0,0,0,1,1,0,0\}$ ,  $S_5=\{0,0,1,0,0,0,0,1,1,0,0,0,1,1,0\}$

Виконати 4 ітерації ГА і покращити популяцію за наступними правилами:

**Вибір батьків** (пропорційна селекція, батьки обираються відповідно до значень заданого генератора ПВЧ)

№.	1й	2й
1-а ітерація	0,314	0,574
2-а ітерація	0,512	0,139
3-я ітерація	0,347	0,746
4-а ітерація	0,664	0,341

**Оператор схрещування** (рівномірний оператор та його інверсія (р та 1- р), усього 2, ген обирається відповідно до значень заданого генератора ПВЧ),

0,567	0,235	0,763	0,257	0,217	0,876	0,987	0,243	0,789	0,642
0,943	0,578	0,172	0,567	0,875					

**Оператор мутації** (на парних ітераціях змінюємо випадковий ген на протилежний).

### Ітерація 1

#### Нумерація

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

#### Вага

2 4 5 4 2 1 1 2 4 1 1 2 2 3 2

#### Вартість

6 6 7 6 4 2 3 4 5 2 1 3 4 8 7

**Місткість**

24

**Значення оператору схрещування**

0.567 0.235 0.763 0.257 0.217 0.876 0.987 0.243 0.789 0.642 0.943 0.578 0.172 0.567 0.875

**Вибір батька 1, значення генератора**

0.314

**Вибір батька 2, значення генератора**

0.574

**Мутації нащадка 1 (0 - відсутня, інше число - номер гену, який мутує):**

0

**Мутації нащадка 2 (0 - відсутня, інше число - номер гену, який мутує):**

0

**Член популяції 1:**

1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1

**Член популяції 2:**

1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1

**Член популяції 3:**

0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 1 0 1 0

**Член популяції 4:**

0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0

**Член популяції 5:**

0 0 1 0 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0

**Цінності популяції 1**

6 0 0 0 0 2 0 0 0 2 1 0 0 0 7

**Цінності популяції 2**

6 0 0 0 4 2 0 0 0 2 1 0 0 0 7

**Цінності популяції 3**

0 0 6 0 0 3 0 0 0 1 3 0 8 0

**Цінності популяції 4**

067000000003400

**Цінності популяції 5**

007000045000480

**Вага популяції 1**

200001000110002

**Вага популяції 2**

200021000110002

**Вага популяції 3**

000400100012030

**Вага популяції 4**

045000000002200

**Вага популяції 5**

005000024000230

**Вага популяції 1**

7 <= 24 ОК

**Вага популяції 2**

9 <= 24 ОК

**Вага популяції 3**

11 <= 24 ОК

**Вага популяції 4**

13 <= 24 ОК

**Вага популяції 5**

16

**Цінність**

18

**Цінність**

22

**Цінність**

21

**Цінність**

20

**Цінність**

28

**Загальна цінність:**

109

**Імовірність вибору особин:**

$18 / 109 = 22 / 109 = 21 / 109 = 20 / 109 = 28 / 109 =$

$\leq 24$  ОК

**популяції 1 популяції 2 популяції 3 популяції 4 популяції 5**

0.1651376147 0.20183 0.19266 0.18349 0.25688

**Проміжки вибору:**

0.1651376104.376697 0.55963 0.74312 1.00000

**Обраний батько 1: +**

**Обраний батько 2:**

**Обраний батько 1:**

+

100011000110001

**Обраний батько 2:**

011000000001100

**Нащадок 1:**

110001000110101

**Нащадок 2:**

001010000001000

**Мутація 1:** відсутня 110001000110101

**Мутація 2:** відсутня 001010000001000

**Вага нащадка 1:**

240001000110202

**Вага нащадка 2:**

005020000002000

**Вага нащадка 1:**

13 <= 24 ОК

**Вага нащадка 2:**

9 <= 24 ОК

**Цінність нащадка 1:**

660002000210407

**Цінність нащадка 2:**

007040000003000

**Цінність нащадка 1:**

28

**Цінність нащадка 2:**

14

**Найвища цінність у нащадка:**

1

**Обраний нащадок:**

110001000110101

**Найгірша цінність в популяції:**

18

**Найгірша особина:**

1

**Член популяції 1:**

110001000110101

**Член популяції 2:**

100011000110001

**Член популяції 3:**

0	0	0 1 0 0 1 0 0	0 1 1 0 1 0
<b>Член популяції 4:</b>			
0	1	1 0 0 0 0 0 0	0 0 1 1 0 0
<b>Член популяції 5:</b>			
0	0	1 0 0 0 0 1 1	0 0 0 1 1 0

## Ітерація 2

### Нумерація

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

### Вага

### Вартість

667642345213487

### Місткість

24

### Значення оператору схрещування

0.567 0.235 0.763 0.257 0.217 0.876 0.987 0.243 0.789 0.642 0.943 0.578 0.172 0.567 0.875

### Вибір батька 1, значення генератора

0.512

### Вибір батька 2, значення генератора

0.139

### Мутації нащадка 1 (0 - відсутня, інше число - номер гену, який мутує):

1

### Мутації нащадка 2 (0 - відсутня, інше число - номер гену, який мутує):

4

### Член популяції 1:

110001000110101

### Член популяції 2:

100011000110001

### Член популяції 3:

000100100011010

**Член популяції 4:**

011000000001100

**Член популяції 5:**

001000011000110

**Цінності популяції 1**

660002000210407

**Цінності популяції 2**

600042000210007

**Цінності популяції 3**

000600300013080

**Цінності популяції 4**

067000000003400

**Цінності популяції 5**

007000045000480

**Вага популяції 1**

240001000110202

**Вага популяції 2**

200021000110002

**Вага популяції 3**

000400100012030

**Вага популяції 4**

045000000002200

**Вага популяції 5**

005000024000230

**Вага популяції 1**

13 <= 24 OK

**Вага популяції 2**

9 <= 24 OK

**Вага популяції 3**

11 <= 24 ОК

**Вага популяції 4**

13 <= 24 ОК

**Вага популяції 5**

16

**Цінність**

28

**Цінність**

22

**Цінність**

21

**Цінність**

20

**Цінність**

28

**Загальна цінність:**

119

**Імовірність вибору особин:**

$28 / 119 = 22 / 119 = 21 / 119 = 20 / 119 = 28 / 119 =$

$\leq 24 \text{ OK}$

**популяції 1 популяції 2 популяції 3 популяції 4 популяції 5**

0.2352941176 0.18487 0.17647 0.16807 0.23529

**Проміжки вибору:**

0.2352941107.462017 0.59664 0.76471 1.00000

**Обраний батько 1:**

+

**Обраний батько 2:**

+

**Обраний батько 1:**

000100100011010

**Обраний батько 2:**

110001000110101

**Нащадок 1:**

010000100011110

**Нащадок 2:**

100101000110001

**Мутація 1:** 1 елемент 110000100011110

**Мутація 2:** 4 елемент 100001000110001

**Вага нащадка 1:**

240000100012230

**Вага нащадка 2:**

200001000110002

**Вага нащадка 1:**

15 <= 24 ОК

**Вага нащадка 2:**

7 <= 24 ОК

**Цінність нащадка 1:**

660000300013480

**Цінність нащадка 2:**

600002000210007

**Цінність нащадка 1:**

31

**Цінність нащадка 2:**

18

**Найвища цінність у нащадка:**

1

**Обраний нащадок:**

110000100011110

**Найгірша цінність в популяції:**

20

**Найгірша особина:**

4

**Член популяції 1:**

110001000110101

**Член популяції 2:**

100011000110001

**Член популяції 3:**

0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0
<b>Член популяції 4:</b>														
1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	
<b>Член популяції 5:</b>														
0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	

### Ітерація 3

**Нумерація**

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

**Вага**

**Вартість**

667642345213487

**Місткість**

24

**Значення оператору схрещування**

0.567 0.235 0.763 0.257 0.217 0.876 0.987 0.243 0.789 0.642 0.943 0.578 0.172 0.567 0.875

**Вибір батька 1, значення генератора**

0.347

**Вибір батька 2, значення генератора**

0.746

**Мутації нащадка 1 (0 - відсутня, інше число - номер гену, який мутує):**

0

**Мутації нащадка 2 (0 - відсутня, інше число - номер гену, який мутує):**

0

**Член популяції 1:**

110001000110101

**Член популяції 2:**

100011000110001

**Член популяції 3:**

000100100011010

**Член популяції 4:**

110000100011110

**Член популяції 5:**

001000011000110

**Цінності популяції 1**

660002000210407

**Цінності популяції 2**

600042000210007

**Цінності популяції 3**

000600300013080

**Цінності популяції 4**

660000300013480

**Цінності популяції 5**

007000045000480

**Вага популяції 1**

240001000110202

**Вага популяції 2**

200021000110002

**Вага популяції 3**

000400100012030

**Вага популяції 4**

240000100012230

**Вага популяції 5**

005000024000230

**Вага популяції 1**

13 <= 24 ОК

**Вага популяції 2**

9 <= 24 ОК

**Вага популяції 3**

11 <= 24 ОК

**Вага популяції 4**

15 <= 24 ОК

**Вага популяції 5**

16

**Цінність**

28

**Цінність**

22

**Цінність**

21

**Цінність**

31

**Цінність**

28

**Загальна цінність:**

130

**Імовірність вибору особин:**

$28 / 130 = 22 / 130 = 21 / 130 = 31 / 130 = 28 / 130 =$

$\leq 24 \text{ ОК}$

**популяції 1 популяції 2 популяції 3 популяції 4 популяції 5**

0.2153846154 0.16923 0.16154 0.23846 0.21538

**Проміжки вибору:**

0.2153846105.348462 0.54615 0.78462 1.00000

**Обраний батько 1: +**

**Обраний батько 2:**

**Обраний батько 1:**

+

100011000110001

**Обраний батько 2:**

110000100011110

**Нащадок 1:**

110001000110101

**Нащадок 2:**

100010100011010

**Мутація 1:** відсутня 110001000110101

**Мутація 2:** відсутня 100010100011010

**Вага нащадка 1:**

240001000110202

**Вага нащадка 2:**

200020100012030

**Вага нащадка 1:**

13 <= 24 OK

**Вага нащадка 2:**

11 <= 24 OK

**Цінність нащадка 1:**

660002000210407

**Цінність нащадка 2:**

600040300013080

**Цінність нащадка 1:**

28

**Цінність нащадка 2:**

25

**Найвища цінність у нащадка:**

1

**Обраний нащадок:**

110001000110101

**Найгірша цінність в популяції:**

21

**Найгірша особина:**

3

**Член популяції 1:**

110001000110101

**Член популяції 2:**

100011000110001

**Член популяції 3:**

1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1
<b>Член популяції 4:</b>														
1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0
<b>Член популяції 5:</b>														
0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	

**Ітерація 4**

**Нумерація**

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

**Вага**

**Вартість**

667642345213487

**Місткість**

24

**Значення оператору схрещування**

0.567 0.235 0.763 0.257 0.217 0.876 0.987 0.243 0.789 0.642 0.943 0.578 0.172 0.567 0.875

**Вибір батька 1, значення генератора**

0.664

**Вибір батька 2, значення генератора**

0.341

**Мутації нащадка 1 (0 - відсутня, інше число - номер гену, який мутує):**

5

**Мутації нащадка 2 (0 - відсутня, інше число - номер гену, який мутує):**

3

**Член популяції 1:**

110001000110101

**Член популяції 2:**

100011000110001

**Член популяції 3:**

110001000110101

**Член популяції 4:**

110000100011110

**Член популяції 5:**

001000011000110

**Цінності популяції 1**

660002000210407

**Цінності популяції 2**

600042000210007

**Цінності популяції 3**

660002000210407

**Цінності популяції 4**

660000300013480

**Цінності популяції 5**

007000045000480

**Вага популяції 1**

240001000110202

**Вага популяції 2**

200021000110002

**Вага популяції 3**

240001000110202

**Вага популяції 4**

240000100012230

**Вага популяції 5**

005000024000230

**Вага популяції 1**

13 <= 24 ОК

**Вага популяції 2**

9 <= 24 ОК

**Вага популяції 3**

13 <= 24 ОК

**Вага популяції 4**

15 <= 24 ОК

**Вага популяції 5**

16

**Цінність**

28

**Цінність**

22

**Цінність**

28

**Цінність**

31

**Цінність**

28

**Загальна цінність:**

137

**Імовірність вибору особин:**

$28 / 137 = 22 / 137 = 28 / 137 = 31 / 137 = 28 / 137 =$

$\leq 24$  OK

**популяції 1 популяції 2 популяції 3 популяції 4 популяції 5**

0.204379562 0.16058 0.20438 0.22628 0.20438

**Проміжки вибору:**

0.2043795602.36496 0.56934 0.79562 1.00000

**Обраний батько 1: Обраний батько 2:**

+

**Обраний батько 1:**

+

110000100011110

**Обраний батько 2:**

100011000110001

**Нащадок 1:**

100010100011010

**Нащадок 2:**

110001000110101

**Мутація 1:** 5 елемент 100000100011010

**Мутація 2:** 3 елемент 111001000110101

**Вага нащадка 1:**

200000100012030

**Вага нащадка 2:**

245001000110202

**Вага нащадка 1:**

9 <= 24 ОК

**Вага нащадка 2:**

18 <= 24 ОК

**Цінність нащадка 1:**

600000300013080

**Цінність нащадка 2:**

667002000210407

**Цінність нащадка 1:**

21

**Цінність нащадка 2:**

35

**Найвища цінність у нащадка:**

2

**Обраний нащадок:**

111001000110101

**Найгірша цінність в популяції:**

22

**Найгірша особина:** 2

**Член популяції 1:**

110001000110101

**Член популяції 2:**

111001000110101

**Член популяції 3:**

1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1
<b>Член популяції 4:</b>														
1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0
<b>Член популяції 5:</b>														
0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	

## 2) (Варіант 1) (2 бали)

Дана матриця відстаней мережі та початкова матриця концентрації феромону

$$D := \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 5 & 6 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 3 & 8 \\ 2 & 3 & 5 & 0 & 4 \\ 1 & 7 & 3 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \tau_{ij} := \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 0.6 & 0.4 & 0.2 \\ 0.5 & 0 & 0.6 & 0.2 & 0.4 \\ 0.3 & 0.6 & 0 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.5 & 0.6 & 0 & 0.3 \\ 0.6 & 0.3 & 0.4 & 0.3 & 0 \end{pmatrix}$$

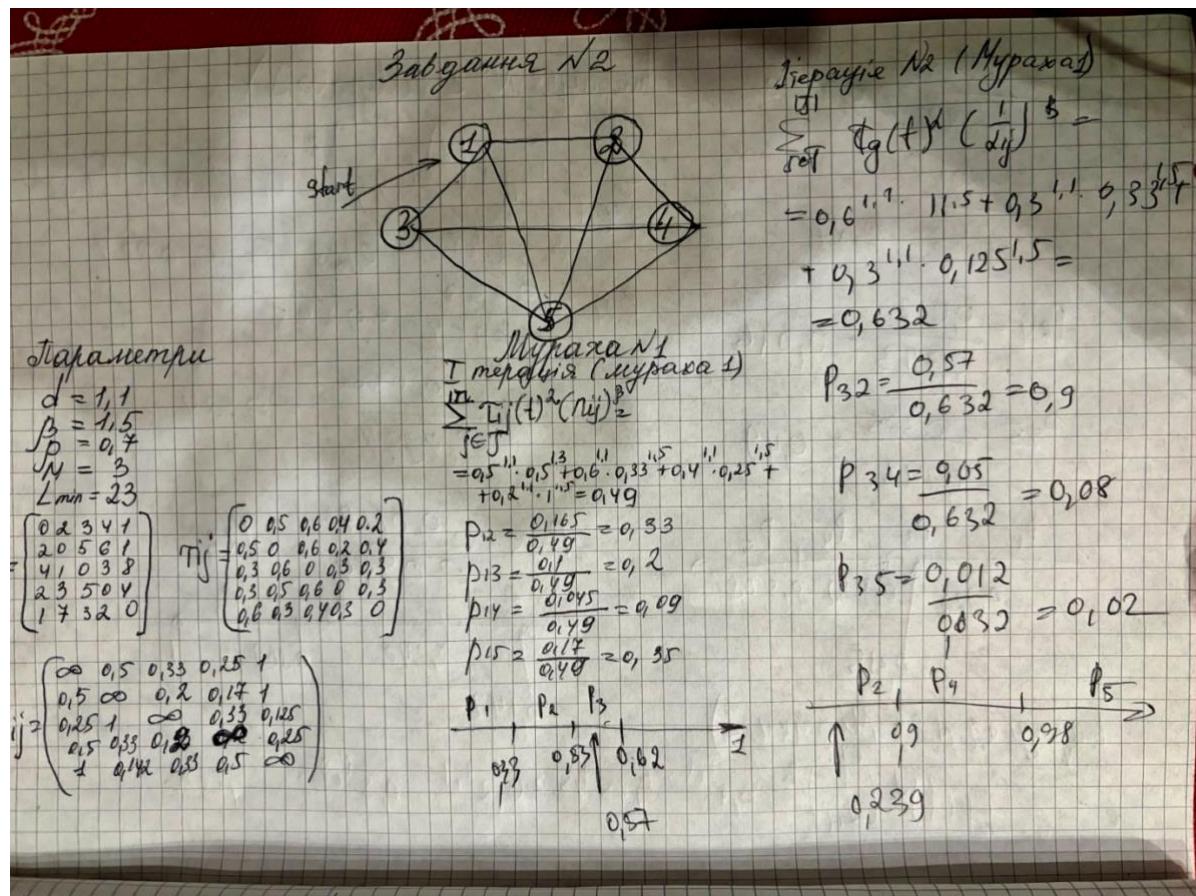
Розв'язати задачу комівояжера.

Виконати ітерацію мурашиного алгоритму з наступними параметрами:

$\alpha = 1.1$   $\beta = 1.5$   $\rho = 0.7$   $M=3$  (починають у вершинах 1, 2, 4 кожна і виконують перехід відповідно до значень заданого генератора ПВЧ)

1-а мураха	0,57	0,239	0,424
2-а мураха	0,315	0,147	0,152
3-я мураха	0,923	0,513	0,963

$L_{min} = 23$



Инвестирование №3

$$\sum_{j \in J} T_{ij}(t) \alpha_j \left( \frac{1}{T_{ij}} \right)^{\beta} = 0,2^{1,1} \cdot 0,17^{1,5} + 0,4^{1,4} \cdot 1/5 - 0,012 + 0,365 = 0,37$$

$$P_{24} = \frac{0,011}{0,377} = 0,031$$

$$P_{25} = \frac{0,365}{0,377} = 0,965$$

$$P_{24} = \frac{0,011}{0,377} = 0,031$$

$$P_{25} = \frac{0,365}{0,377} = 0,965$$

Инвестирование №3  
инвестиции в депозиты, money  
обменять не получится, потому что в деньгах

Инвестирование №2

Инвестирование №1 (Инвестирование №2)

$$\sum_{j \in J} T_{ij}(t) \alpha_j \left( \frac{1}{T_{ij}} \right)^{\beta} = 0,5^{1,1} \cdot 0,5^{1,5}$$

$$+ 0,2^{1,1} + 0,17^{1,5} + 0,4^{1,4} \cdot 1/5 = 0,743$$

$$P_{24} = \frac{0,165}{0,743} = 0,222$$

$$P_{23} = \frac{0,201}{0,743} = 0,27$$

$$P_{24} = \frac{0,012}{0,743} = 0,016$$

$$P_{25} = \frac{0,365}{0,743} = 0,49$$

$$\begin{array}{c} P_1 \\ \hline P_2 & P_3 & P_4 & P_5 \\ 0,222 & 0,492 & 0,508 & \\ \uparrow & & & \\ 0,315 & & & \end{array}$$

Инвестирование №2 (Инвестирование №2)

$$\sum_{j \in J} T_{ij}(t) \alpha_j \left( \frac{1}{T_{ij}} \right)^{\beta} = 0,5^{1,1} \cdot 0,25^{1,5} + 0,3^{1,1}$$

$$+ 0,33^{1,5} + 0,125^{1,5} = 0,0954$$

$$P_{31} = \frac{0,023}{0,0954} = 0,345$$

$$P_{34} = \frac{0,050}{0,0954} = 0,524$$

$$P_{35} = \frac{0,0114}{0,0954} = 0,123$$

$$\begin{array}{c} P_1 \\ \hline P_2 & P_3 & P_4 & P_5 \\ 0,345 & & & \\ \uparrow & & & \\ 0,147 & & & \end{array}$$

Инвестирование №3 (Инвестирование №2)

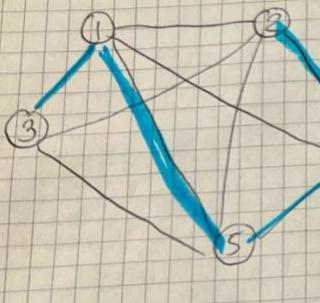
$$\sum_{j \in J} T_{ij}(t) \alpha_j \left( \frac{1}{T_{ij}} \right)^{\beta} = 0,1^{1,1} \cdot 0,25^{1,5} + 0,2^{1,1} \cdot 0,5^{1,5} = 0,106$$

$$P_{14} = \frac{0,045}{0,108} = 0,42$$

$$P_{15} = \frac{0,06}{0,108} = 0,57$$

$$\begin{array}{c} P_4 \\ | \\ 0,42 \\ | \\ 0,152 \end{array}$$

Наименее рис  
ко не вероятны  
и повернется  $y^2$



Маршрут № 3

Инепаярка № 1 (маршрут № 3)

$$\sum_{j=1}^{i-1} T_{ij}(t)^B \left( \frac{1}{dy} \right)^B = 0,3^{11} \cdot 0,5^{15} + 0,5^{11} \cdot 0,33^{15} + 0,6^{11} \cdot 0,2^{15} + 0,3^{11} - 0,25^{15} = 0,267$$

$$P_{41} = \frac{0,034}{0,267} = 0,352 \quad P_{43} = \frac{0,05}{0,267} = 0,187$$

$$P_{42} = \frac{0,088}{0,267} = 0,330 \quad P_{45} = \frac{0,03}{0,267} = 0,112$$

$$\begin{array}{ccccccc} P_1 & & P_2 & & P_3 & & P_5 \\ | & & | & & | & & | \\ 0,352 & & 0,682 & & 0,112 & & 0,187 \end{array}$$

$0,953$

Инепаярка № 2 (маршрут № 3)

$$\sum_{j=1}^{i-1} T_{ij}(t)^A \left( \frac{1}{dy} \right)^A = 0,6^{11} \cdot 1,1^{15} + 0,3^{11} \cdot 0,192^{15} + 0,4^{11} \cdot 0,33^{15} = 0,653$$

$$P_{51} = \frac{0,57}{0,653} = 0,87$$

$$P_{52} = \frac{0,142}{0,653} = 0,02$$

$$P_{53} = \frac{0,07}{0,653} = 0,107$$

$$\begin{array}{ccccc} P_1 & & P_2 & & P_3 \\ | & & | & & | \\ 0,87 & & 0,02 & & 0,107 \end{array}$$

$0,513$

Инепаярка № 3 (маршрут № 3)

$$\sum_{j=1}^{i-1} T_{ij}(t)^B h_{ij}^B = 0,5^{11} \cdot 0,5^{15} + 0,6^{11} \cdot 0,33^{15} = 0,273$$

$$P_{41} = \frac{0,465}{0,273} = 0,6$$

$$P_{43} = \frac{0,108}{0,273} = 0,4$$

$$\begin{array}{ccccc} P_1 & & P_2 & & P_3 \\ | & & | & & | \\ 0,6 & & 0,6 & & 0,4 \end{array}$$

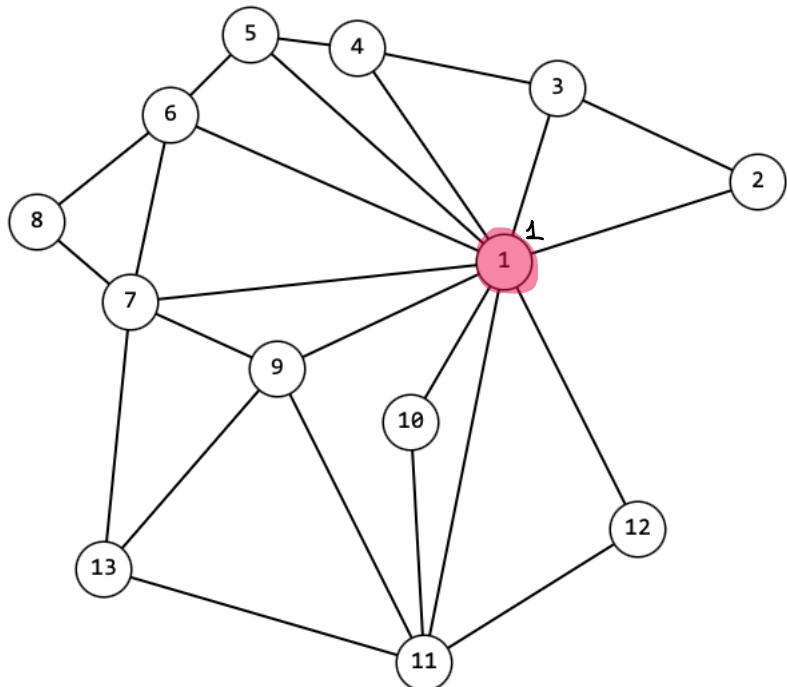
$0,963$

### 3) (Варіант 1) (2 бали)

Задано граф. Розв'язати задачу розфарбування вершин класичним Бджолиним алгоритмом (1 розвідник 6 фуражирів) Виконати 2 ітерації.

**Хід Розв'язку:**

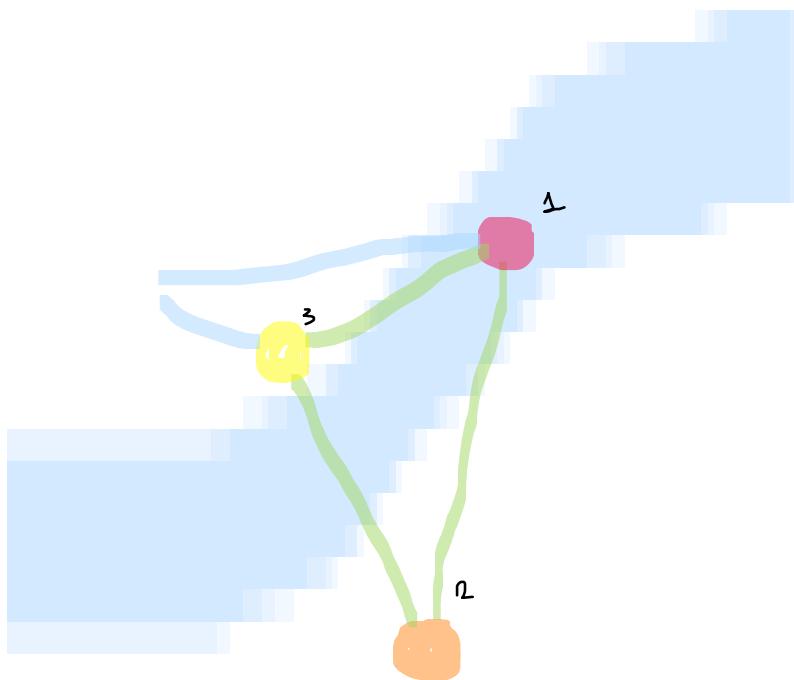
**1 крок** – Починаємо з вершини з найбільшим степенем -1



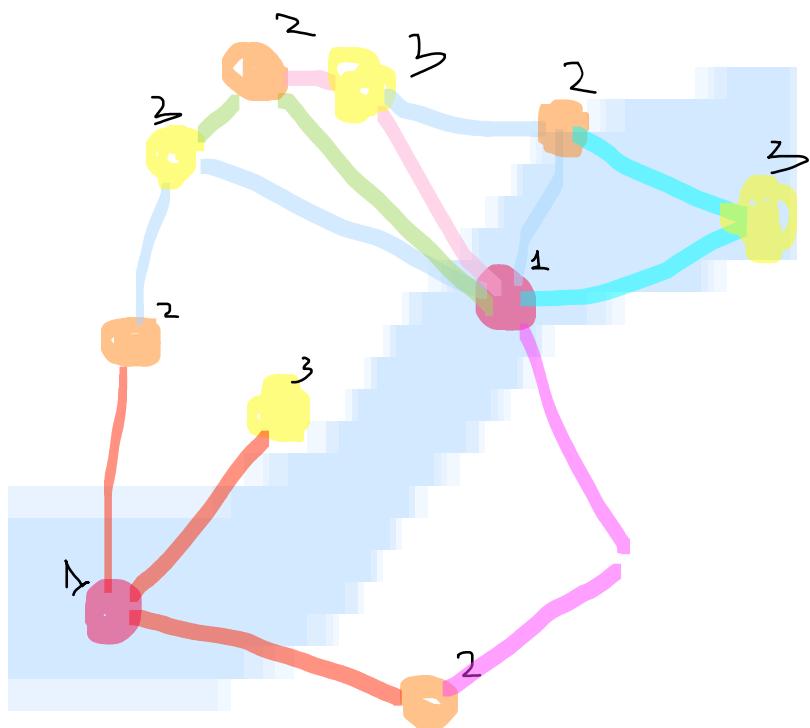
**2 крок** –

- Вибираємо вершину з найбільшою к-стю кольорів у сусідів-11
- Розфарбовую вершину 11 іншим кольором -2
- Вибираємо вершину з найбільшою к-стю кольорів у сусідів-9
- Йдемо по суміжним вершинам з вершиною 9 – використовуємо кольори вершин 2 і 1
- Розфарбовую вершину 9 іншим кольором -3
- Вибираємо вершину з найбільшою к-стю кольорів у сусідів-7

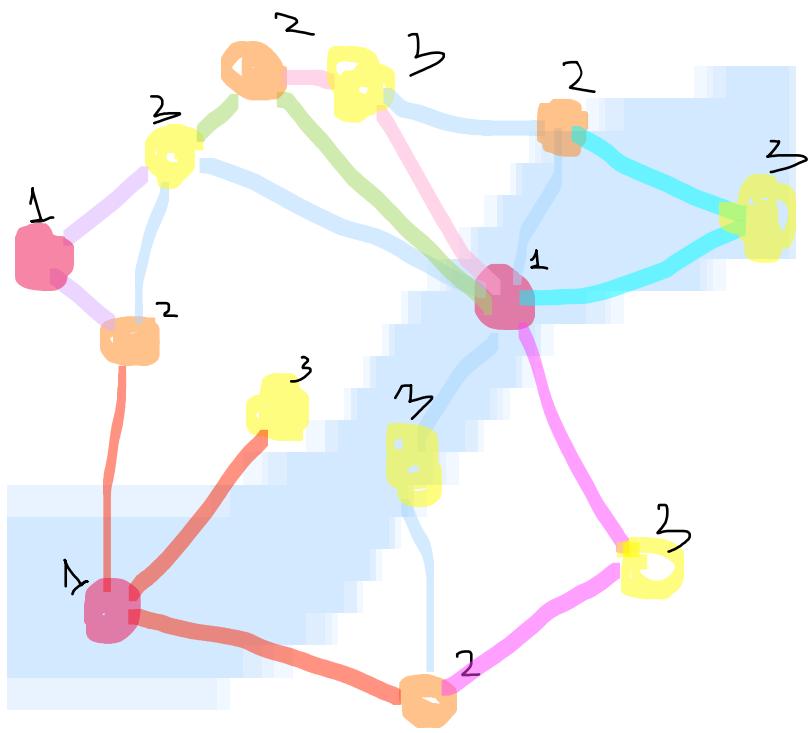
- Йдемо по суміжним розфарбованим вершинам з вершиною 7 – використовуємо кольори вершин 3 і 1



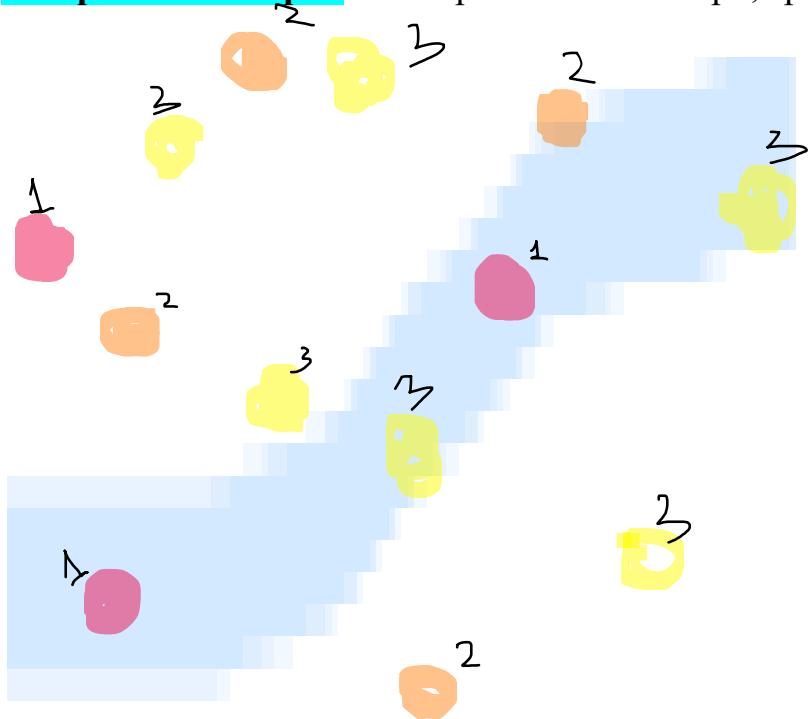
- **3 крок** – Розфарбовую вершину 7 кольором -2
- Вибираємо вершину з найбільшою к-стю кольорів у сусідів-6
- Йдемо по суміжним розфарбованим вершинам з вершиною 6 – використовуємо кольори вершин 2 і 1
- Розфарбовую вершину 6 невикористаним кольором -3
- Вибираємо вершину з найбільшою к-стю кольорів у сусідів-5
- Йдемо по суміжним розфарбованим вершинам з вершиною 5 – використовуємо кольори вершин 3 і 1
- Розфарбовую вершину 5 невикористаним кольором -2
- Вибираємо вершину з найбільшою к-стю кольорів у сусідів-4
- Йдемо по суміжним розфарбованим вершинам з вершиною 4 – використовуємо кольори вершин 2 і 1
- Розфарбовую вершину 4 невикористаним кольором -3
- Вибираємо вершину з найбільшою к-стю кольорів у сусідів-3
- Йдемо по суміжним розфарбованим вершинам з вершиною 3 – використовуємо кольори вершин 3 і 1
- Розфарбовую вершину 3 невикористаним кольором -2
- Вибираємо вершину з найбільшою к-стю кольорів у сусідів-13
- Йдемо по суміжним розфарбованим вершинам з вершиною 13 – використовуємо кольори вершин 2 і 3
- Розфарбовую вершину 13 невикористаним кольором -1
- Вибираємо вершину з найбільшою к-стю кольорів у сусідів-2
- Йдемо по суміжним розфарбованим вершинам з вершиною 2 – використовуємо кольори вершин 1 і 2
- Розфарбовую вершину 2 невикористаним кольором -3
- Вибираємо вершину з найбільшою к-стю кольорів у сусідів-12
- Йдемо по суміжним розфарбованим вершинам з вершиною 12 – використовуємо кольори вершин 1 і 2



- **3 крок** – Розфарбовую вершину 12 невикористаним кольором -3
- Вибираємо вершину з найбільшою к-стю кольорів у сусідів-10
- Йдемо по суміжним розфарбованим вершинам з вершиною 10 – використовуємо кольори 2 і 1
- Розфарбовую вершину 10 невикористаним кольором -3
- Вибираємо вершину з найбільшою к-стю кольорів у сусідів-8
- Йдемо по суміжним розфарбованим вершинам з вершиною 10 – використовуємо кольори 3 і 2
- Розфарбовую вершину 8 невикористаним кольором -1

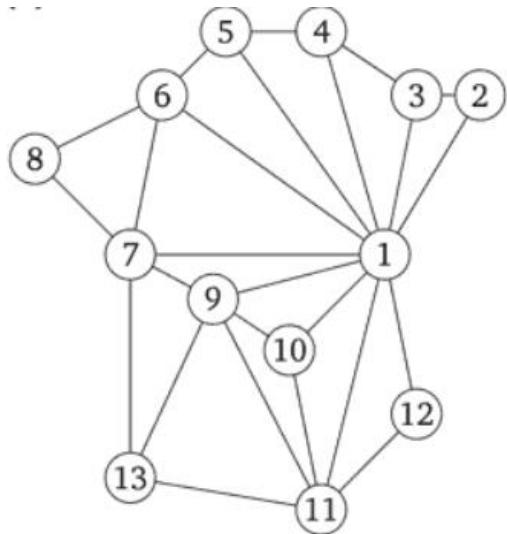


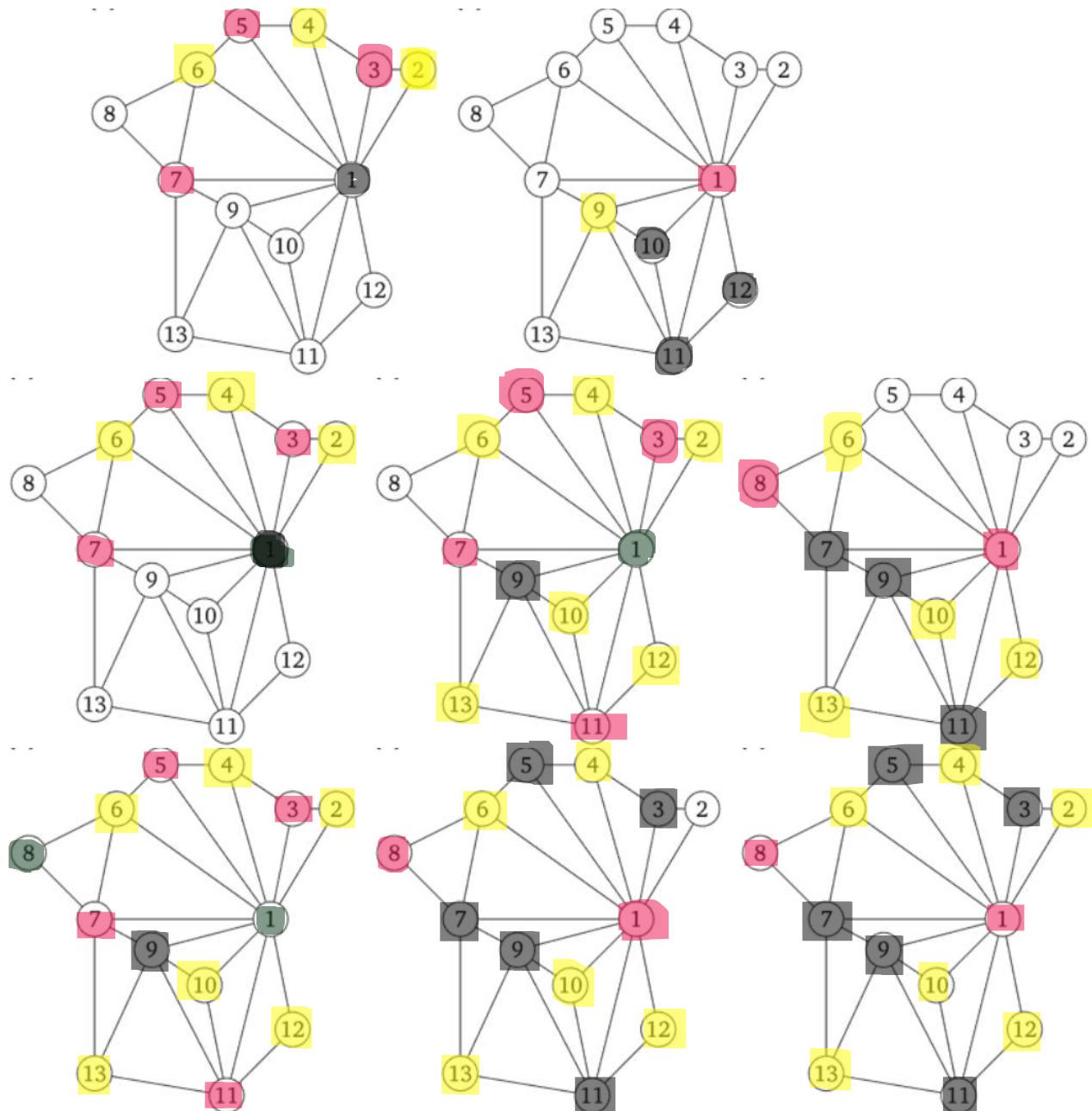
**Завершальний крок** – використано 3 кольори, граф розфарбовано



4) (Варіант 1) (2 бали)

Задано граф. Розв'язати задачу розфарбування вершин Бджолиним (ABC) алгоритмом (2 розвідники 10 фуражирів)



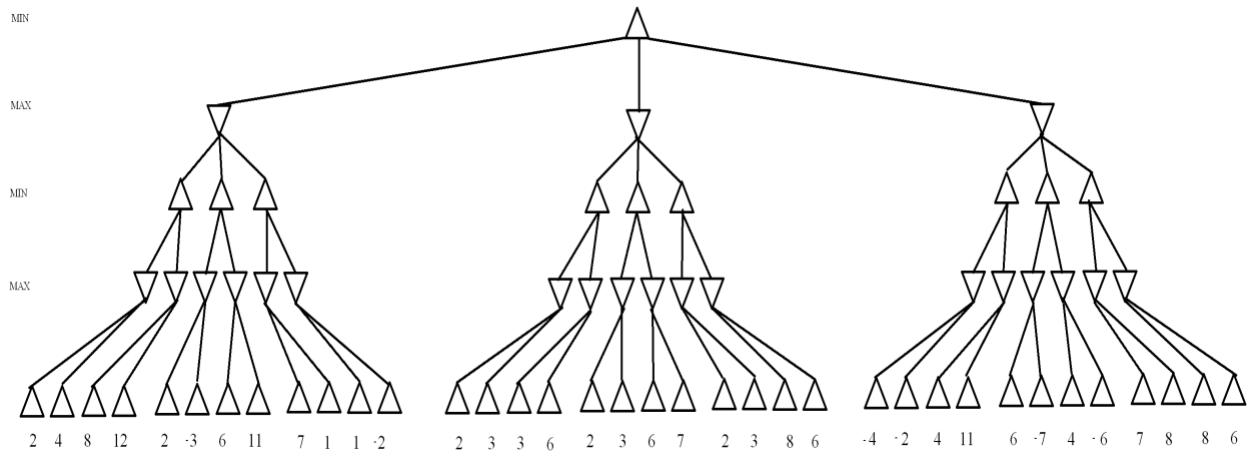


Хроматичне число = 4

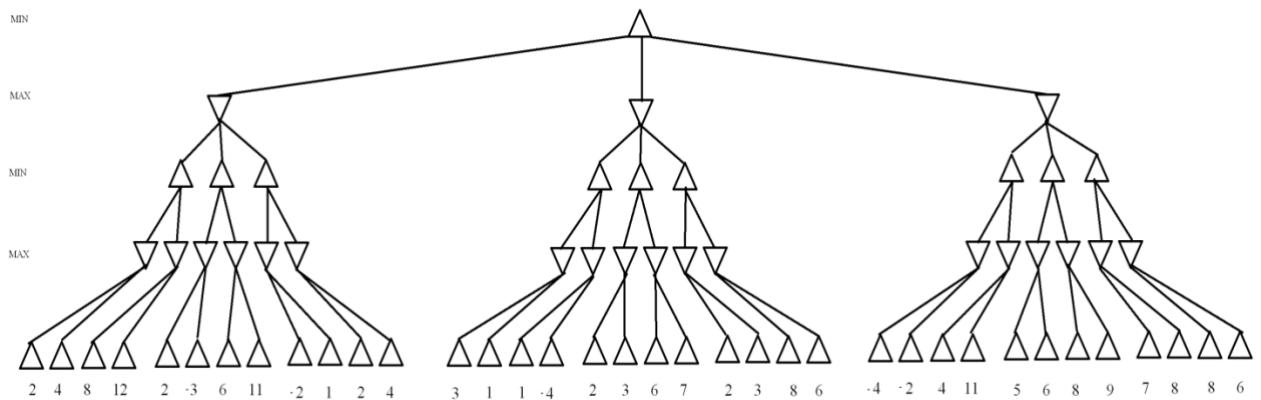
### 5) (Варіант 1) (1 бал)

За допомогою мінімаксного пошуку знайти оцінки вузлів гри показаної у розгорнутої формі, для якої задано термінальні стани. Показати оптимальну стратегію гри для гравців.

1)

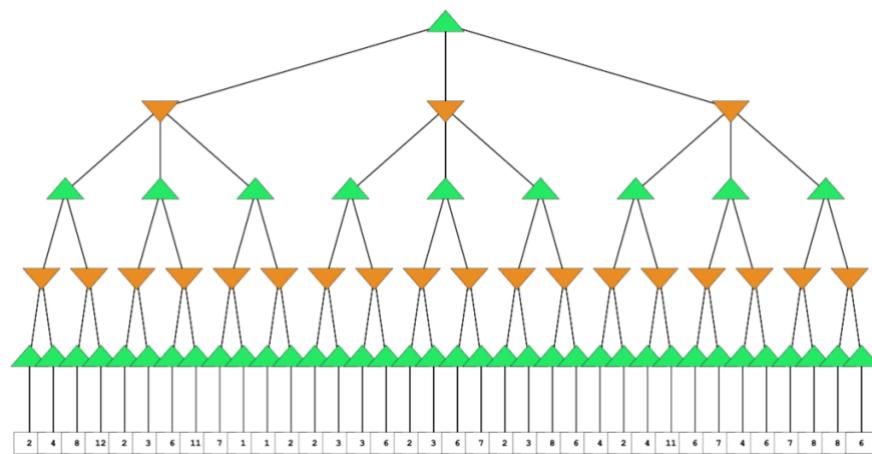


2)

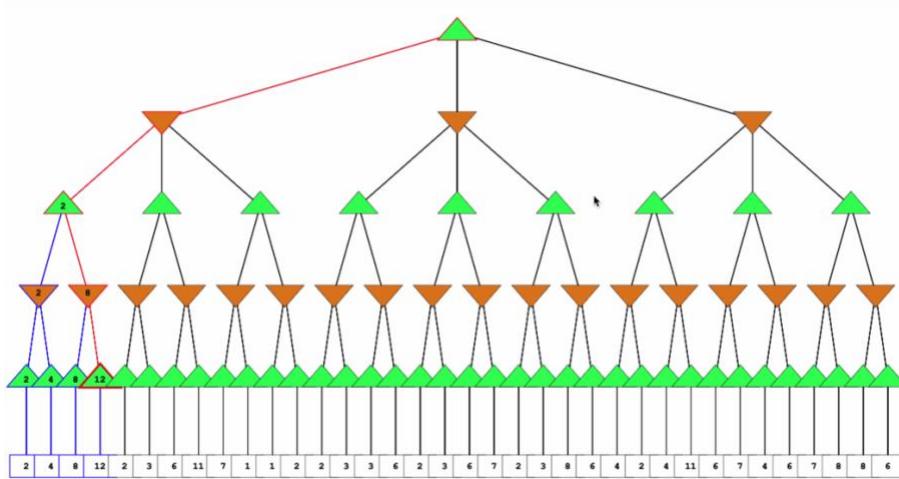


## Оптимальна стратегія гри для гравців 1

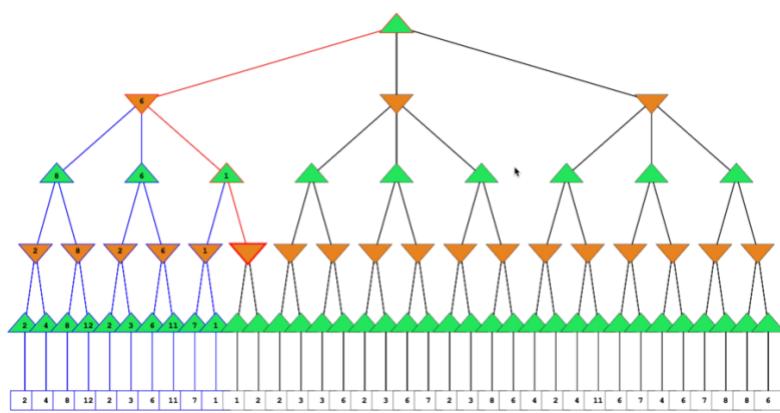
1 крок



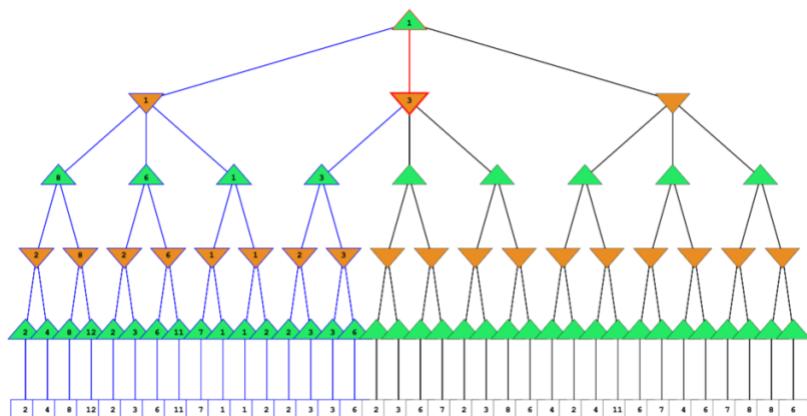
2 крок



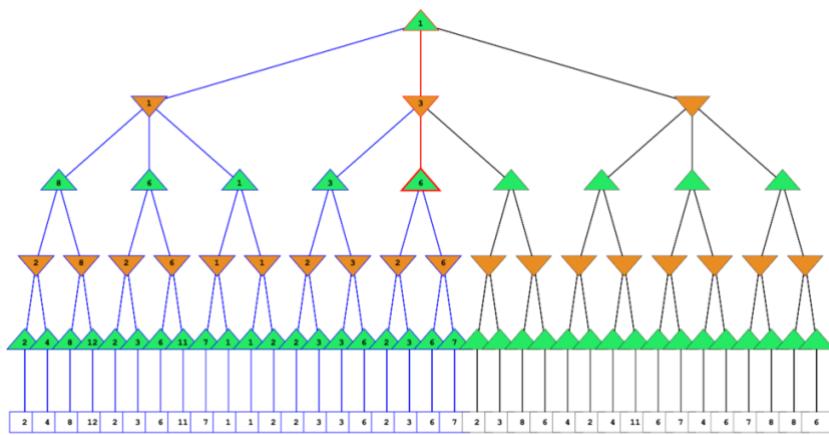
3 крок



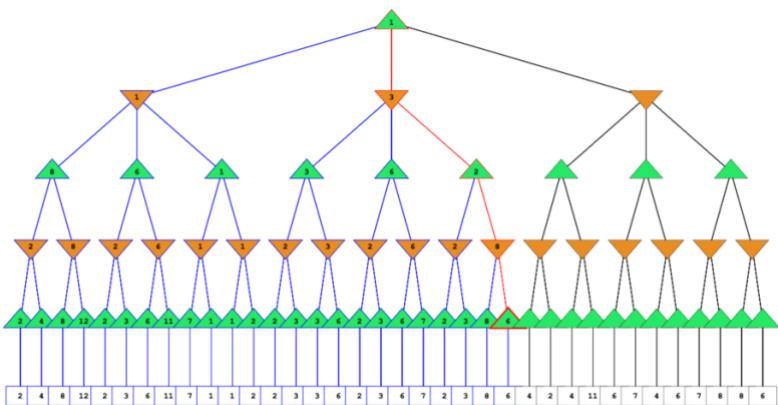
4 крок



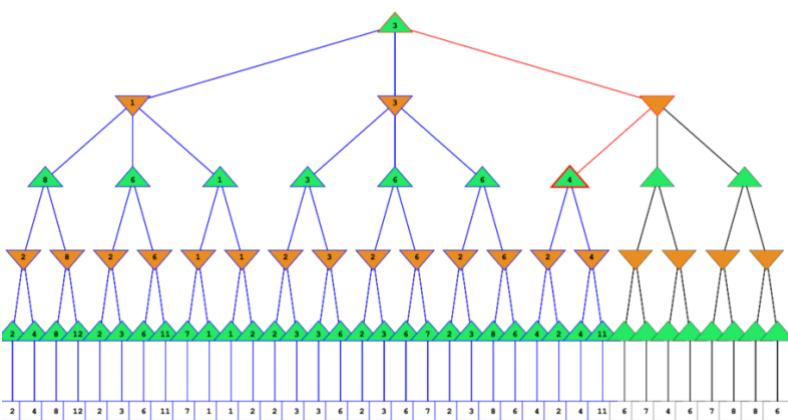
5 крок



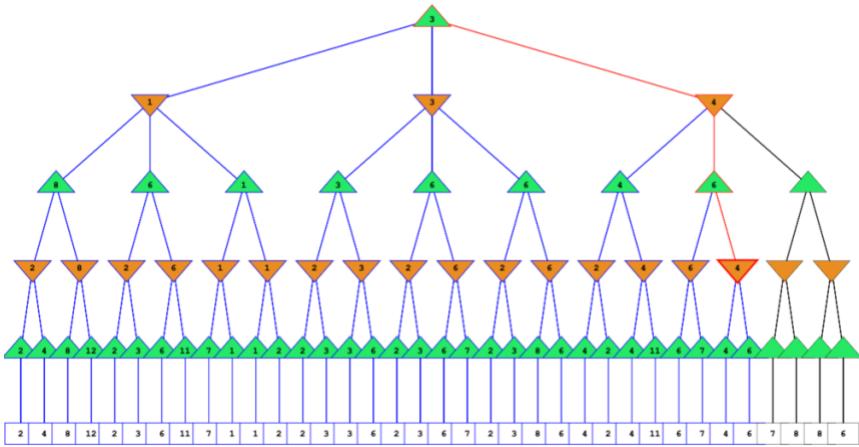
6 крок



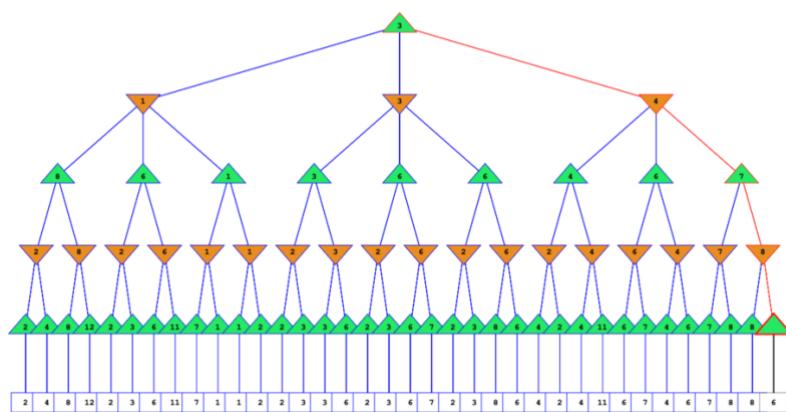
7 крок



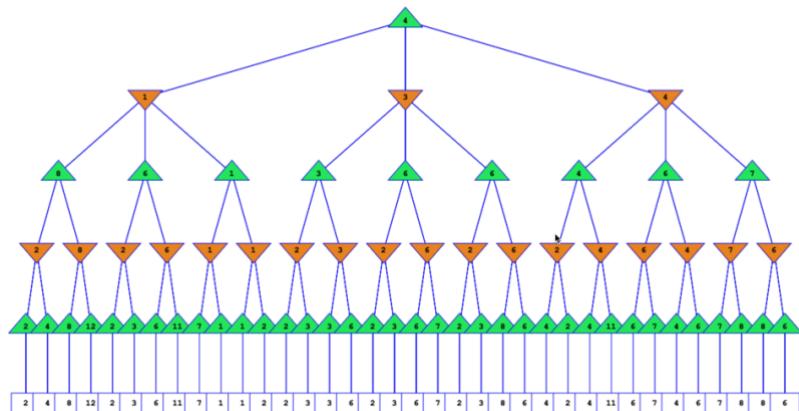
8 крок



**9 крок**

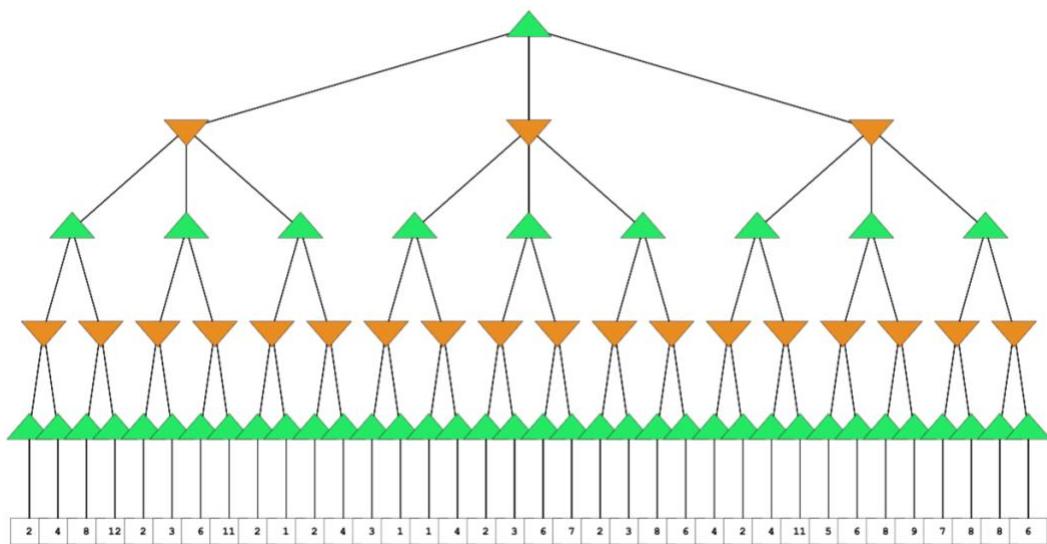


**10 крок – знайдена оптимальна стратегія**

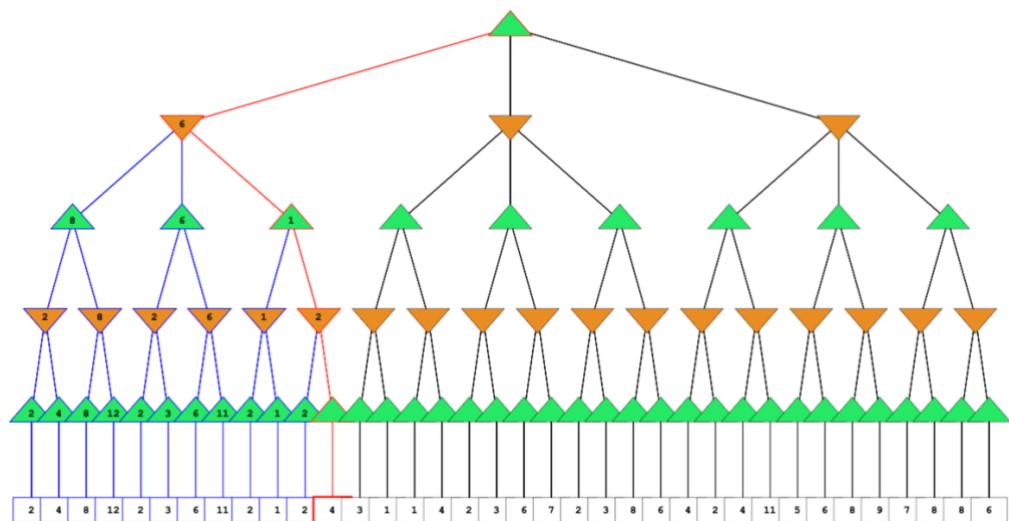


**Оптимальна стратегія гри для гравців 2**

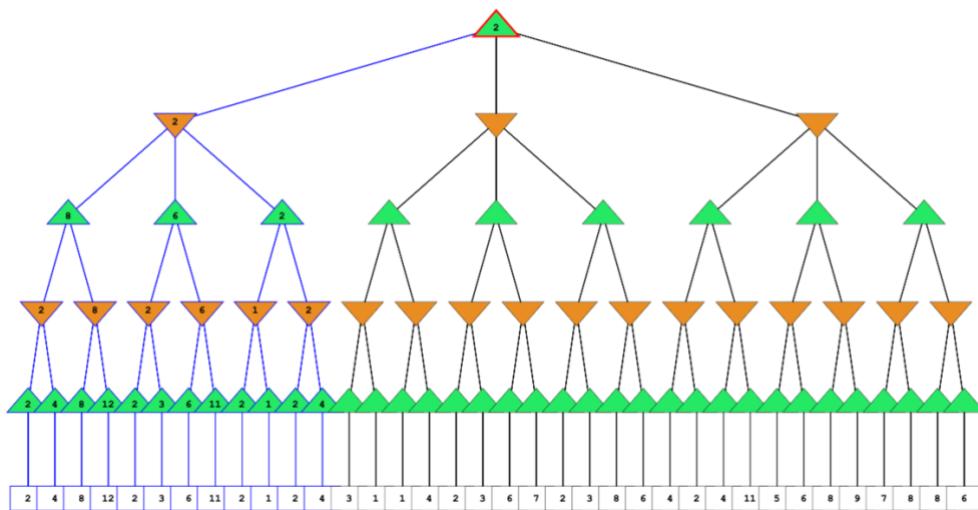
**1 крок**



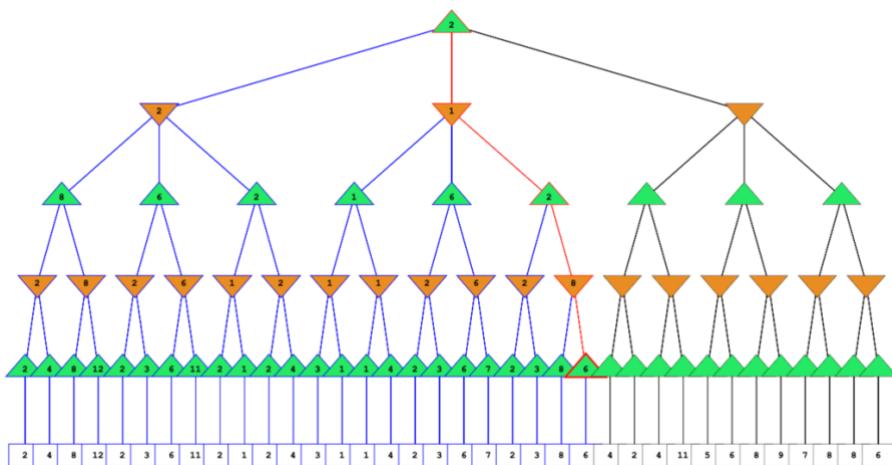
2 крок



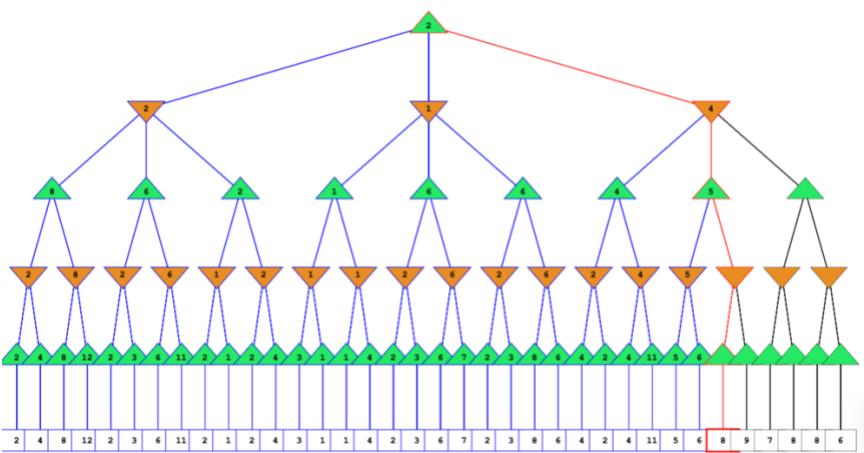
3 крок



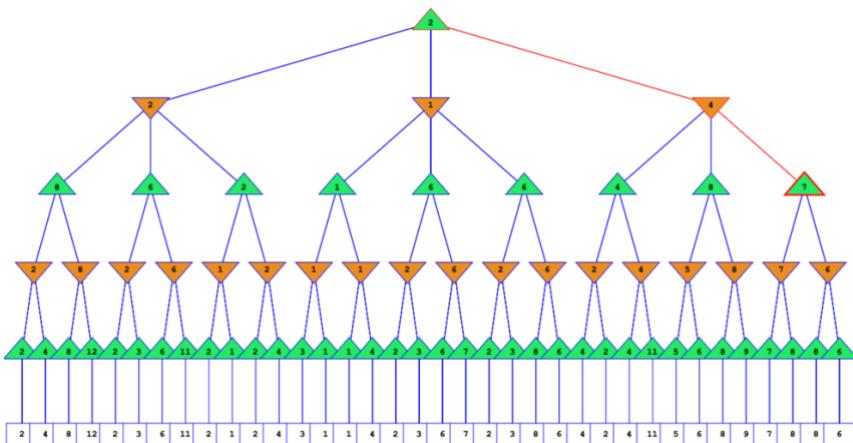
4 крок



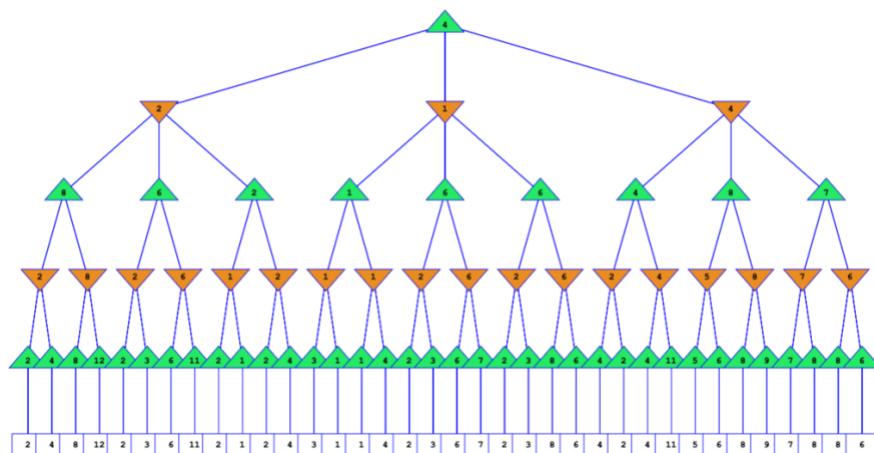
5 крок



6 крок

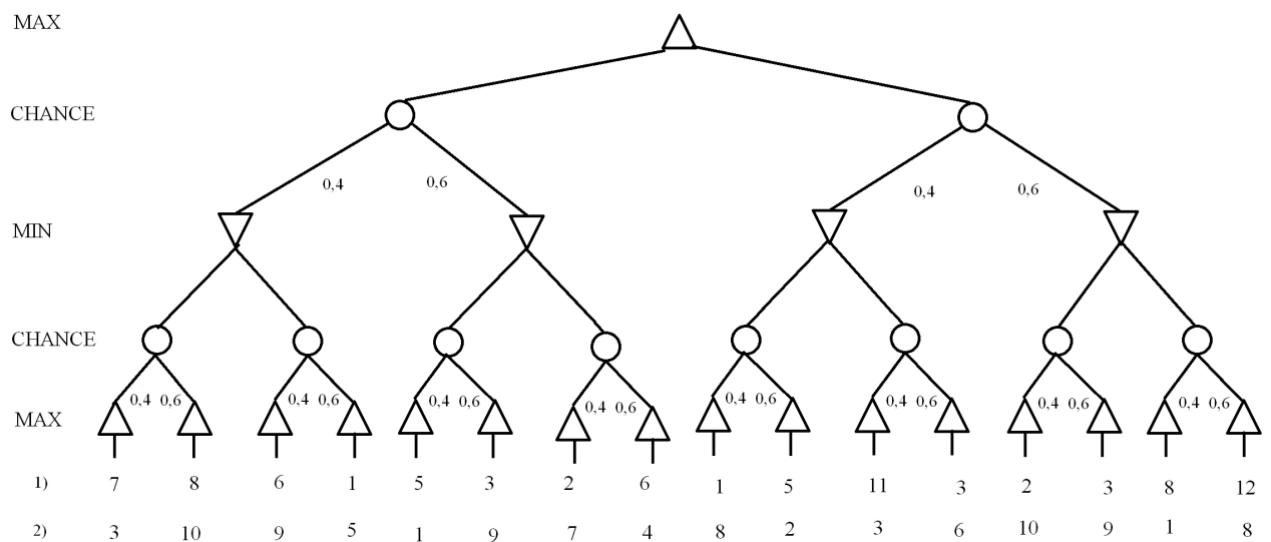


7 крок – знайдена оптимальна стратегія

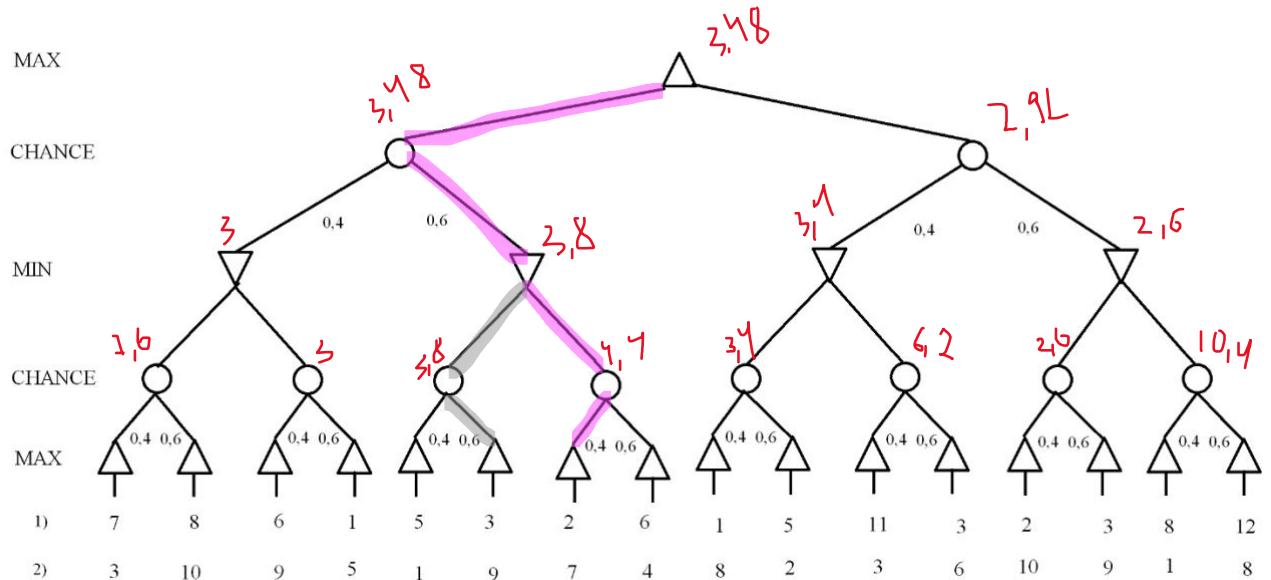


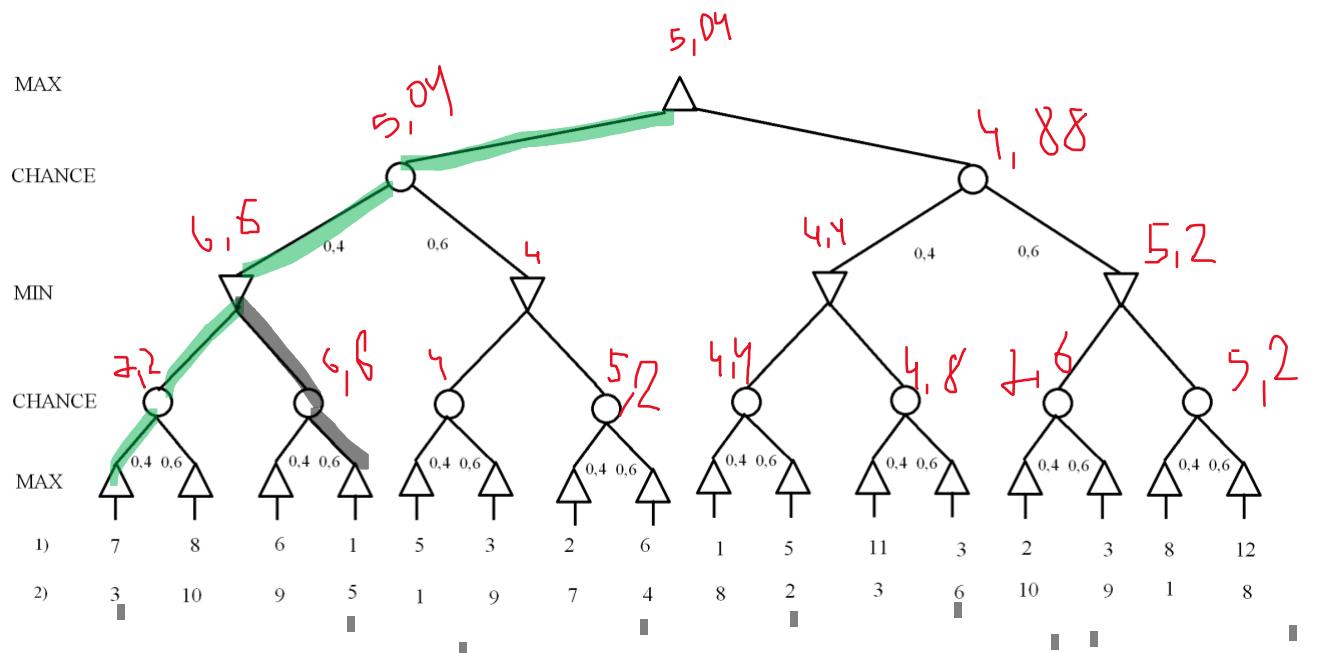
### 6) (Варіант 1) (1 бал)

За допомогою мінімаксного пошуку знайти оцінки вузлів гри з елементами випадковості показаної у розгорнутої формі. Показати оптимальну (згідно оцінок) стратегію гри для гравців. (тут 2і задачі, внизу 2 ряди термінальних значень).



Відповідь:





### 7) (2 бали)

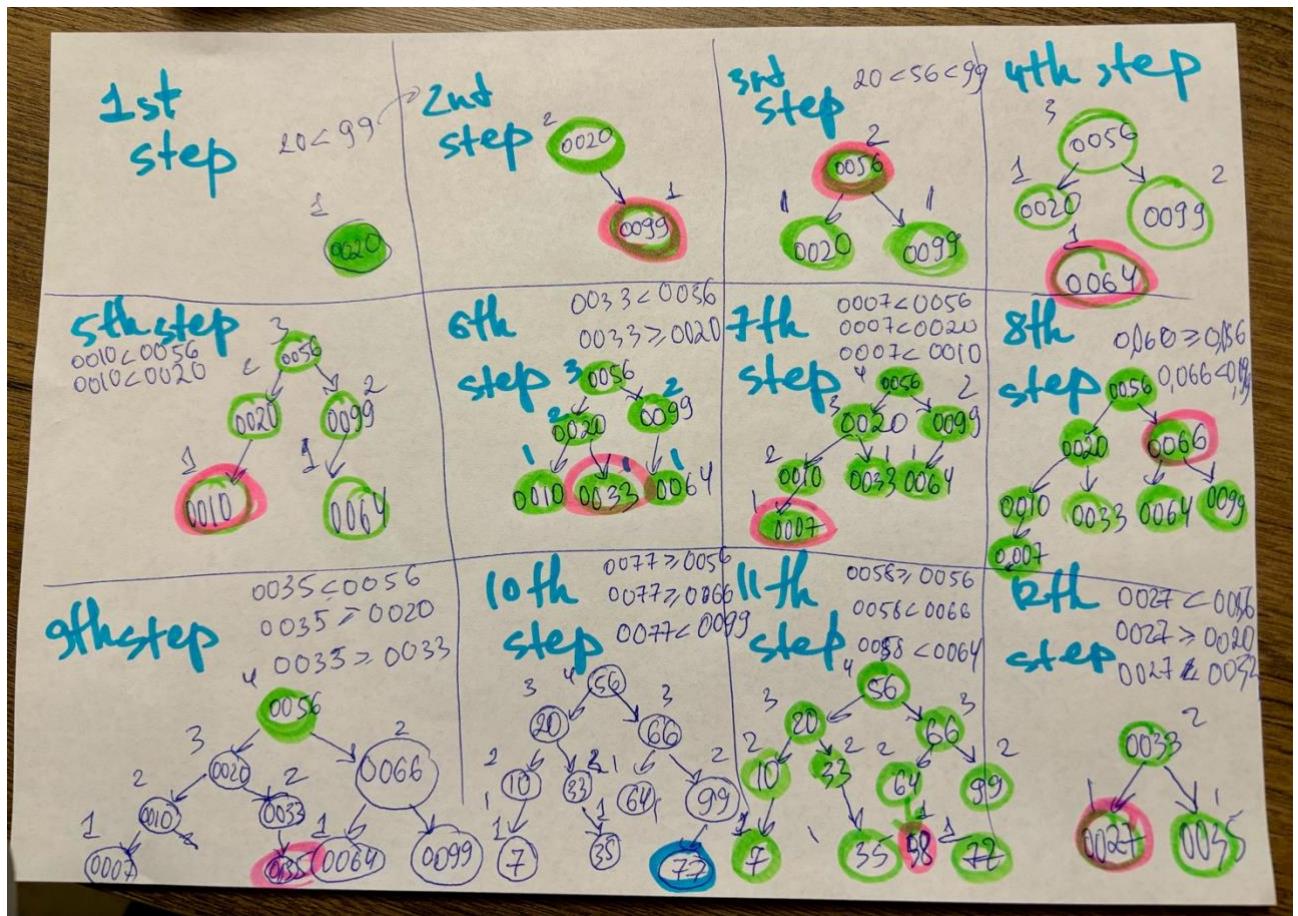
У відповідності з варіантом задано набір ключів (таблиця 1).  
Побудувати для нього АВЛ-дерево з поясненням додавання кожного  
ключа та описом повороту, де це потрібно.

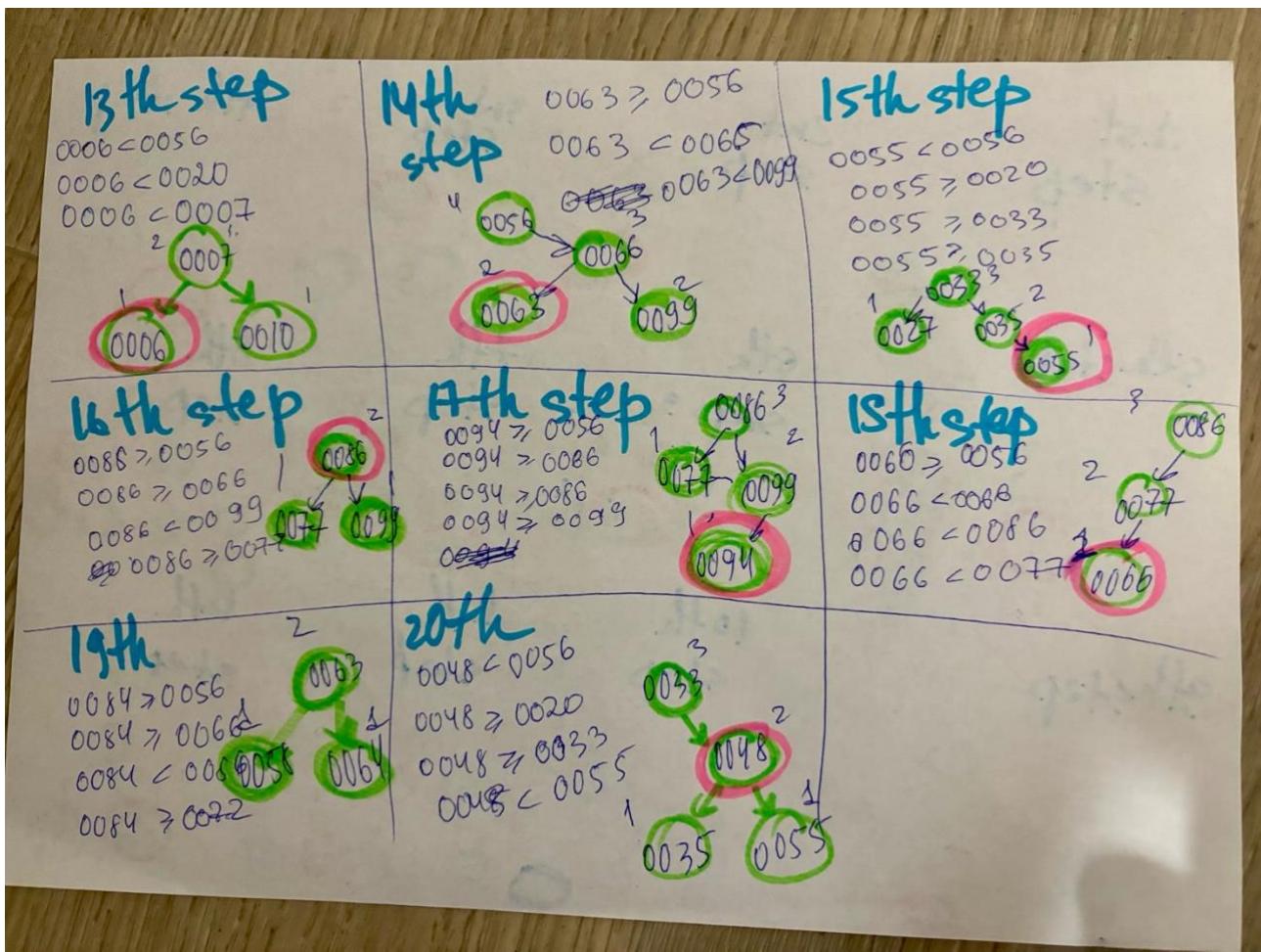
Таблиця 1. Варіанти

Варіант	k1	k2	k3	k4	k5	k6	k7	k8	k9	k10	k11	k12	k13	k14	k15	k16	k17	k18	k19	k20
1	20	99	56	64	10	33	7	66	35	77	58	27	6	63	55	86	94	66	84	48
2	58	45	65	88	63	93	80	72	50	5	17	37	41	31	50	72	14	19	32	23
3	73	99	95	94	39	58	74	52	94	76	42	1	17	90	48	89	71	20	94	53
4	28	20	99	34	37	85	44	20	50	95	94	37	48	40	69	66	76	99	43	65
5	97	72	65	17	30	9	9	89	75	19	38	21	48	91	96	84	28	54	67	23
6	49	3	31	36	14	2	13	23	33	59	36	19	72	9	18	74	11	79	59	26
7	88	16	70	39	31	21	24	63	89	24	99	73	4	26	62	55	98	78	95	88
8	75	89	95	87	66	2	10	94	67	49	28	57	29	68	86	44	78	36	46	62
9	57	69	79	59	23	67	55	68	18	70	85	93	60	12	15	1	38	60	12	31
10	64	20	96	23	63	27	61	16	45	28	19	28	25	86	45	68	4	22	54	3
11	96	10	88	21	76	64	84	28	40	39	9	8	84	8	5	1	40	96	82	61
12	68	10	71	21	36	11	47	81	50	75	65	80	51	36	47	47	27	32	44	60
13	68	74	37	30	75	9	72	12	61	83	73	78	19	58	96	69	12	66	4	83
14	69	81	20	86	46	79	31	42	97	53	57	2	18	72	23	57	99	75	63	22
15	89	91	76	28	19	62	65	24	70	72	79	73	85	75	29	51	18	47	25	47
16	89	51	87	72	69	91	42	83	52	41	31	44	13	49	9	85	47	97	81	15
17	20	35	13	46	67	98	51	77	93	13	21	35	29	44	65	45	95	60	81	34
18	47	32	46	21	54	46	25	65	83	52	20	47	59	10	37	87	8	65	71	60
19	21	18	31	2	71	63	54	8	73	34	15	84	36	32	53	99	55	59	98	20

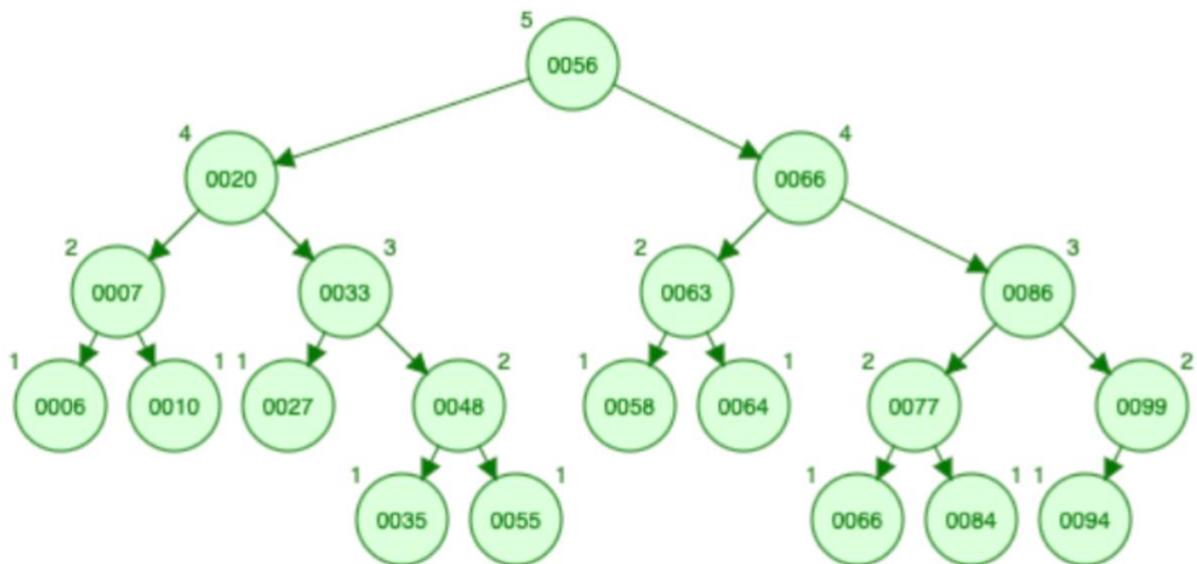
20	77	10	47	64	15	78	79	59	37	57	25	30	42	73	14	74	52	47	75	70
21	10	7	98	72	90	77	42	36	5	98	66	50	58	63	9	91	23	18	80	30
22	4	61	3	44	31	79	68	99	96	4	32	20	80	44	61	99	67	62	54	82
23	88	94	92	23	56	42	48	70	40	13	88	31	34	45	17	72	88	84	53	65
24	13	11	31	89	51	61	31	33	54	40	59	30	97	9	89	83	40	40	35	13
25	72	14	51	91	6	35	61	77	40	59	38	3	89	45	40	19	62	47	8	24
26	64	11	18	40	32	14	60	63	69	25	10	98	41	68	12	10	83	87	65	2
27	34	26	24	58	6	91	34	47	45	42	67	82	38	55	46	38	5	57	71	10
28	94	24	76	95	1	95	57	11	62	33	82	82	88	24	46	90	37	48	22	81
29	44	92	42	76	11	11	67	81	9	44	93	32	23	70	51	49	2	28	93	40
30	3	88	75	72	98	80	13	25	55	32	34	89	6	58	83	4	3	75	63	63
31	43	12	37	63	20	36	32	30	79	84	46	14	48	24	95	5	42	50	72	29
32	76	19	85	1	39	36	98	72	77	17	91	87	67	75	97	34	65	27	63	29
33	60	81	49	48	76	45	65	94	19	47	72	69	86	33	31	30	56	43	36	54
34	47	81	44	82	2	24	60	57	17	57	60	67	80	20	64	59	86	48	69	47
35	3	14	66	41	62	62	19	90	40	62	83	51	68	3	70	1	90	7	42	72

Відповідь:





Фінальний вигляд:



8) (2 бали)

У відповідності з варіантом задано набір ключів (таблиця 1).

Побудувати для нього червоно-чорне дерево з поясненням додавання кожного ключа та випадку балансування.

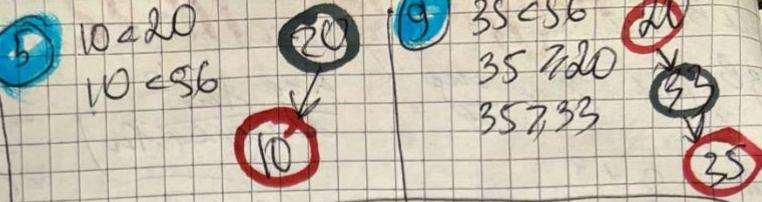
Таблиця 1. Варіанти

Варіант	k1	k2	k3	k4	k5	k6	k7	k8	k9	k10	k11	k12	k13	k14	k15	k16	k17	k18	k19	k20
1	20	99	56	64	10	33	7	66	35	77	58	27	6	63	55	86	94	66	84	48
2	58	45	65	88	63	93	80	72	50	5	17	37	41	31	50	72	14	19	32	23
3	73	99	95	94	39	58	74	52	94	76	42	1	17	90	48	89	71	20	94	53
4	28	20	99	34	37	85	44	20	50	95	94	37	48	40	69	66	76	99	43	65
5	97	72	65	17	30	9	9	89	75	19	38	21	48	91	96	84	28	54	67	23
6	49	3	31	36	14	2	13	23	33	59	36	19	72	9	18	74	11	79	59	26
7	88	16	70	39	31	21	24	63	89	24	99	73	4	26	62	55	98	78	95	88
8	75	89	95	87	66	2	10	94	67	49	28	57	29	68	86	44	78	36	46	62
9	57	69	79	59	23	67	55	68	18	70	85	93	60	12	15	1	38	60	12	31
10	64	20	96	23	63	27	61	16	45	28	19	28	25	86	45	68	4	22	54	3
11	96	10	88	21	76	64	84	28	40	39	9	8	84	8	5	1	40	96	82	61
12	68	10	71	21	36	11	47	81	50	75	65	80	51	36	47	47	27	32	44	60
13	68	74	37	30	75	9	72	12	61	83	73	78	19	58	96	69	12	66	4	83
14	69	81	20	86	46	79	31	42	97	53	57	2	18	72	23	57	99	75	63	22
15	89	91	76	28	19	62	65	24	70	72	79	73	85	75	29	51	18	47	25	47
16	89	51	87	72	69	91	42	83	52	41	31	44	13	49	9	85	47	97	81	15
17	20	35	13	46	67	98	51	77	93	13	21	35	29	44	65	45	95	60	81	34
18	47	32	46	21	54	46	25	65	83	52	20	47	59	10	37	87	8	65	71	60
19	21	18	31	2	71	63	54	8	73	34	15	84	36	32	53	99	55	59	98	20
20	77	10	47	64	15	78	79	59	37	57	25	30	42	73	14	74	52	47	75	70
21	10	7	98	72	90	77	42	36	5	98	66	50	58	63	9	91	23	18	80	30
22	4	61	3	44	31	79	68	99	96	4	32	20	80	44	61	99	67	62	54	82
23	88	94	92	23	56	42	48	70	40	13	88	31	34	45	17	72	88	84	53	65
24	13	11	31	89	51	61	31	33	54	40	59	30	97	9	89	83	40	40	35	13
25	72	14	51	91	6	35	61	77	40	59	38	3	89	45	40	19	62	47	8	24
26	64	11	18	40	32	14	60	63	69	25	10	98	41	68	12	10	83	87	65	2
27	34	26	24	58	6	91	34	47	45	42	67	82	38	55	46	38	5	57	71	10
28	94	24	76	95	1	95	57	11	62	33	82	82	88	24	46	90	37	48	22	81
29	44	92	42	76	11	11	67	81	9	44	93	32	23	70	51	49	2	28	93	40
30	3	88	75	72	98	80	13	25	55	32	34	89	6	58	83	4	3	75	63	63
31	43	12	37	63	20	36	32	30	79	84	46	14	48	24	95	5	42	50	72	29
32	76	19	85	1	39	36	98	72	77	17	91	87	67	75	97	34	65	27	63	29
33	60	81	49	48	76	45	65	94	19	47	72	69	86	33	31	30	56	43	36	54
34	47	81	44	82	2	24	60	57	17	57	60	67	80	20	64	59	86	48	69	47
35	3	14	66	41	62	62	19	90	40	62	83	51	68	3	70	1	90	7	42	72

Відповідь:

## 1st step

20

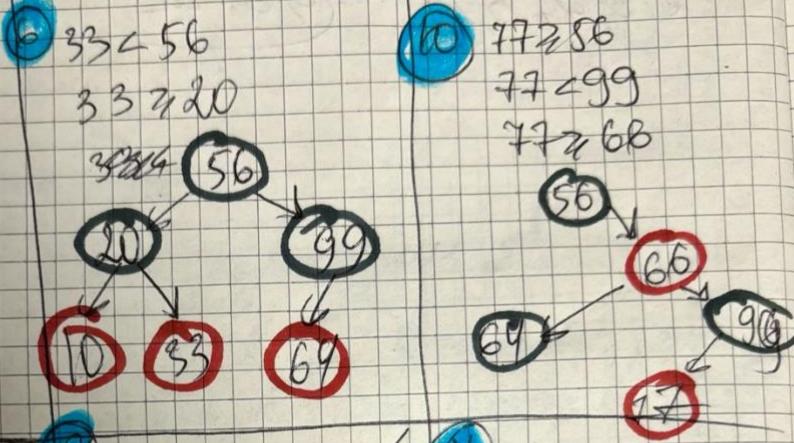


## 2nd step

20 < 99

20

99



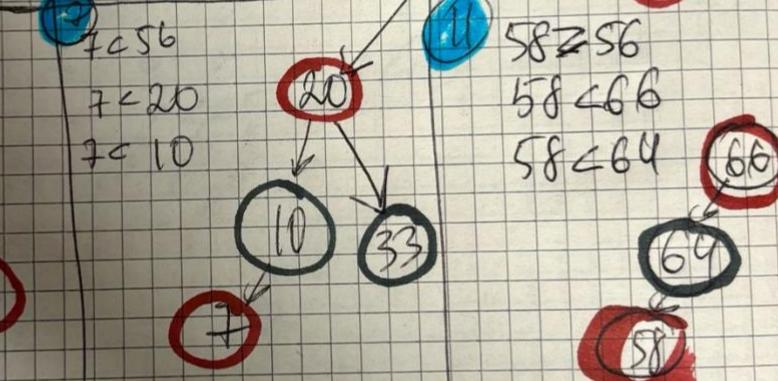
3

56 > 20

56 < 99

20

99



4

64 < 56

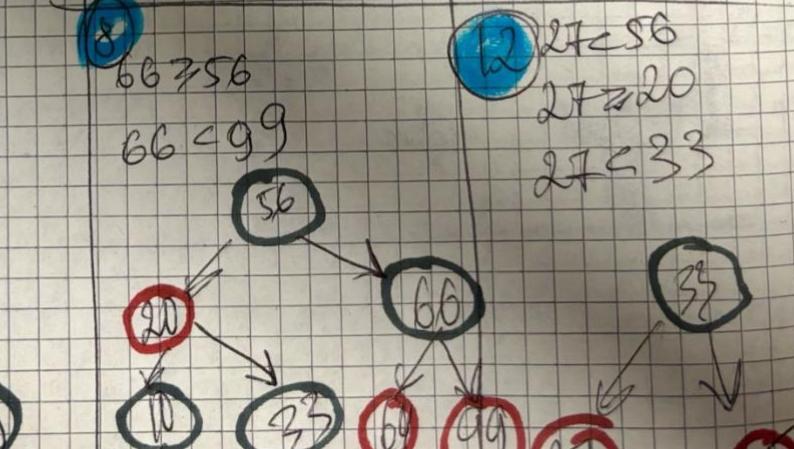
64 > 20

64 < 99

20

99

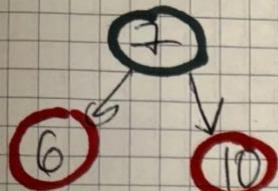
64



$$13 \quad 6 < 56$$

$$6 < 20$$

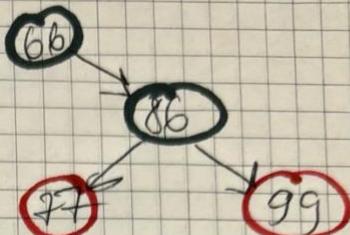
$$6 < 7$$



$$16 \quad 86 \geq 56$$

$$86 \geq 66$$

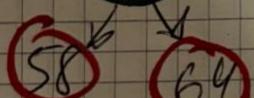
$$86 \geq 99$$



$$14 \quad 63 \geq 56$$

$$63 < 66$$

$$66$$

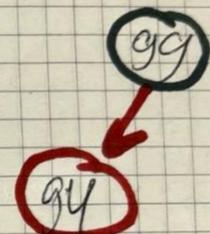


$$17 \quad 94 \geq 56$$

$$94 \geq 66$$

$$94 \geq 86$$

$$94 < 99$$

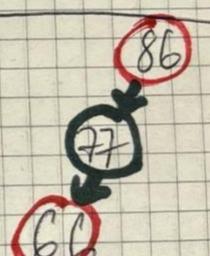


$$18 \quad 66 \geq 56$$

$$66 \leq 66$$

$$66 < 86$$

$$66 < 77$$

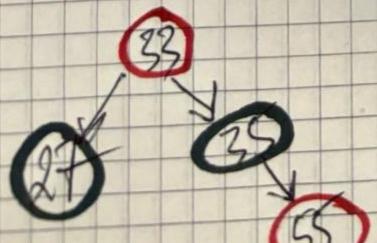


$$15 \quad 55 < 56$$

$$55 \geq 20$$

$$55 \geq 33$$

$$55 \geq 35$$

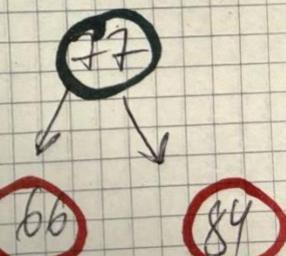


$$19 \quad 84 \geq 56$$

$$84 \geq 66$$

$$84 < 86$$

$$84 \geq 77$$

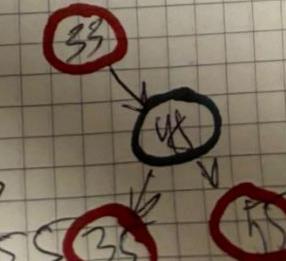


$$20 \quad 48 < 56$$

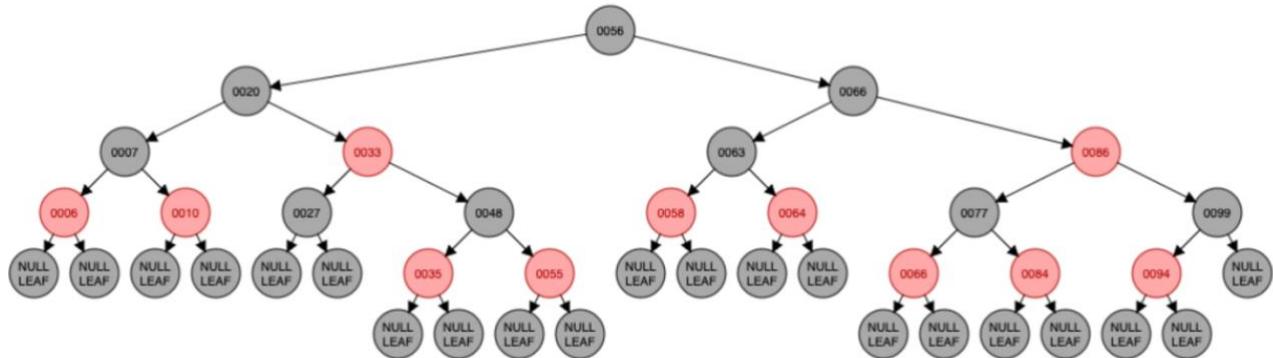
$$48 \geq 20$$

$$48 \geq 33$$

$$48 < 55$$



## Фінальний вигляд:



9) (1 бал)

У відповідності з варіантом задано набір ключів (таблиця 1).

Побудувати для нього В-дерево з поясненням додавання кожного ключа для  $t=3$ .

Таблиця 1. Варіанти

Варіант	k1	k2	k3	k4	k5	k6	k7	k8	k9	k10	k11	k12	k13	k14	k15	k16	k17	k18	k19	k20
1	20	99	56	64	10	33	7	66	35	77	58	27	6	63	55	86	94	66	84	48
2	58	45	65	88	63	93	80	72	50	5	17	37	41	31	50	72	14	19	32	23
3	73	99	95	94	39	58	74	52	94	76	42	1	17	90	48	89	71	20	94	53
4	28	20	99	34	37	85	44	20	50	95	94	37	48	40	69	66	76	99	43	65
5	97	72	65	17	30	9	9	89	75	19	38	21	48	91	96	84	28	54	67	23
6	49	3	31	36	14	2	13	23	33	59	36	19	72	9	18	74	11	79	59	26
7	88	16	70	39	31	21	24	63	89	24	99	73	4	26	62	55	98	78	95	88
8	75	89	95	87	66	2	10	94	67	49	28	57	29	68	86	44	78	36	46	62
9	57	69	79	59	23	67	55	68	18	70	85	93	60	12	15	1	38	60	12	31
10	64	20	96	23	63	27	61	16	45	28	19	28	25	86	45	68	4	22	54	3
11	96	10	88	21	76	64	84	28	40	39	9	8	84	8	5	1	40	96	82	61
12	68	10	71	21	36	11	47	81	50	75	65	80	51	36	47	47	27	32	44	60
13	68	74	37	30	75	9	72	12	61	83	73	78	19	58	96	69	12	66	4	83
14	69	81	20	86	46	79	31	42	97	53	57	2	18	72	23	57	99	75	63	22
15	89	91	76	28	19	62	65	24	70	72	79	73	85	75	29	51	18	47	25	47
16	89	51	87	72	69	91	42	83	52	41	31	44	13	49	9	85	47	97	81	15
17	20	35	13	46	67	98	51	77	93	13	21	35	29	44	65	45	95	60	81	34
18	47	32	46	21	54	46	25	65	83	52	20	47	59	10	37	87	8	65	71	60
19	21	18	31	2	71	63	54	8	73	34	15	84	36	32	53	99	55	59	98	20
20	77	10	47	64	15	78	79	59	37	57	25	30	42	73	14	74	52	47	75	70
21	10	7	98	72	90	77	42	36	5	98	66	50	58	63	9	91	23	18	80	30
22	4	61	3	44	31	79	68	99	96	4	32	20	80	44	61	99	67	62	54	82

23	88	94	92	23	56	42	48	70	40	13	88	31	34	45	17	72	88	84	53	65
24	13	11	31	89	51	61	31	33	54	40	59	30	97	9	89	83	40	40	35	13
25	72	14	51	91	6	35	61	77	40	59	38	3	89	45	40	19	62	47	8	24
26	64	11	18	40	32	14	60	63	69	25	10	98	41	68	12	10	83	87	65	2
27	34	26	24	58	6	91	34	47	45	42	67	82	38	55	46	38	5	57	71	10
28	94	24	76	95	1	95	57	11	62	33	82	82	88	24	46	90	37	48	22	81
29	44	92	42	76	11	11	67	81	9	44	93	32	23	70	51	49	2	28	93	40
30	3	88	75	72	98	80	13	25	55	32	34	89	6	58	83	4	3	75	63	63
31	43	12	37	63	20	36	32	30	79	84	46	14	48	24	95	5	42	50	72	29
32	76	19	85	1	39	36	98	72	77	17	91	87	67	75	97	34	65	27	63	29
33	60	81	49	48	76	45	65	94	19	47	72	69	86	33	31	30	56	43	36	54
34	47	81	44	82	2	24	60	57	17	57	60	67	80	20	64	59	86	48	69	47
35	3	14	66	41	62	62	19	90	40	62	83	51	68	3	70	1	90	7	42	72

Відповідь:

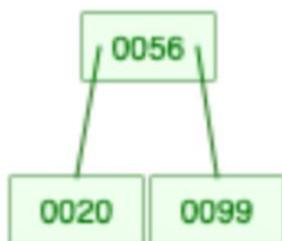
1 крок

0020

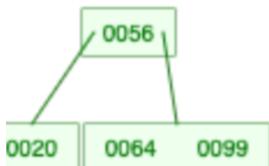
2 крок

0020      0099

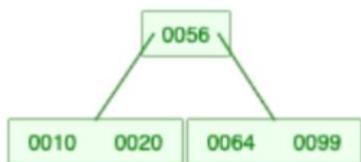
3 крок



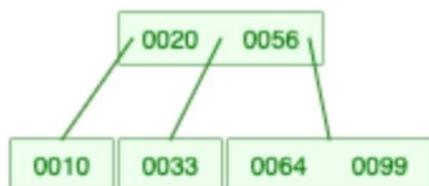
4 крок



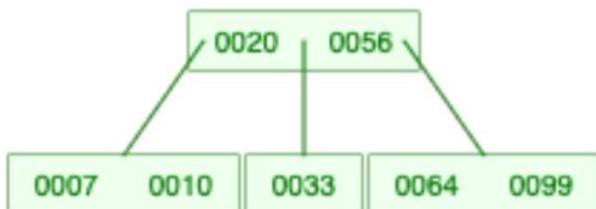
5 крок



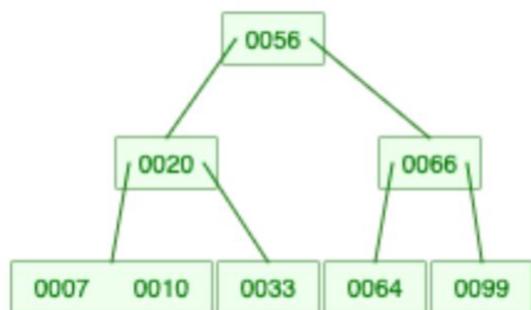
6 крок



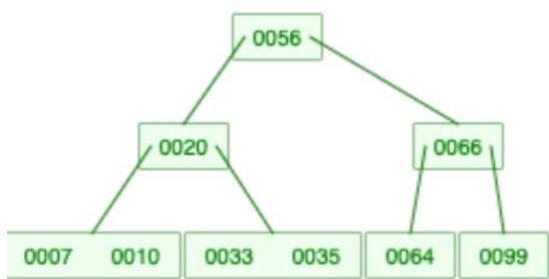
7 крок



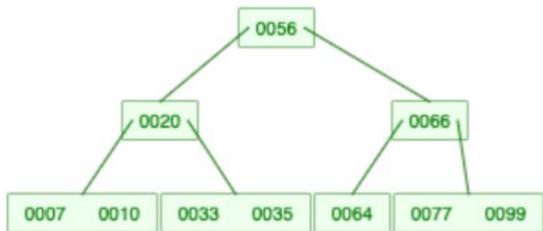
8 крок



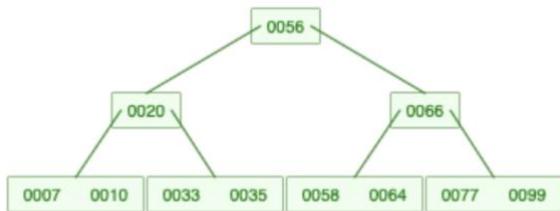
9 крок



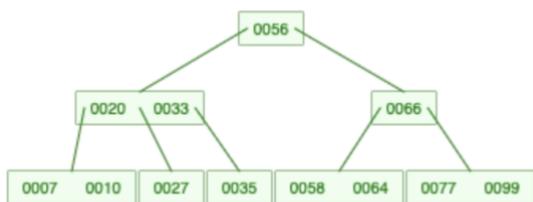
10 крок



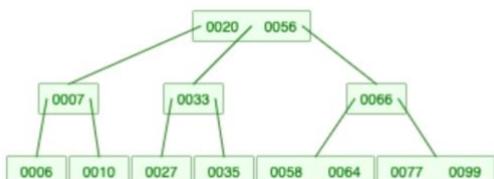
11 крок



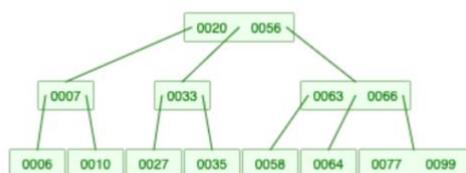
12 крок



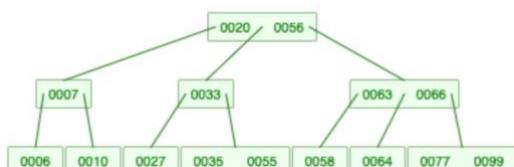
13 крок



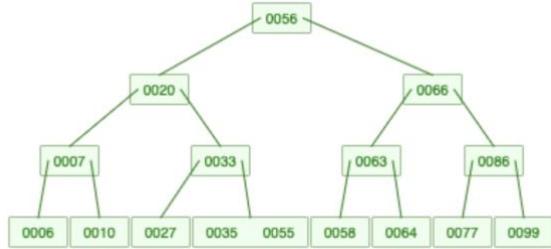
14 крок



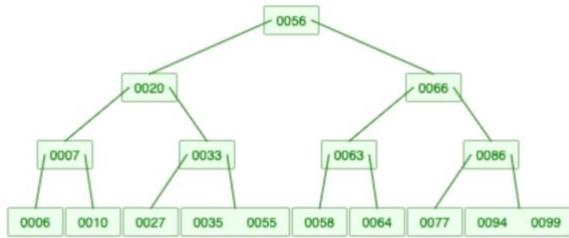
15 крок



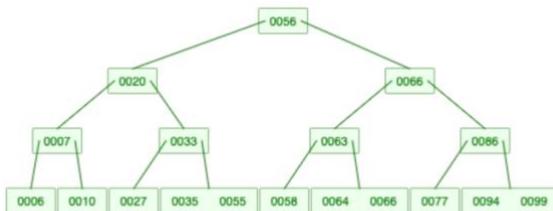
16 крок



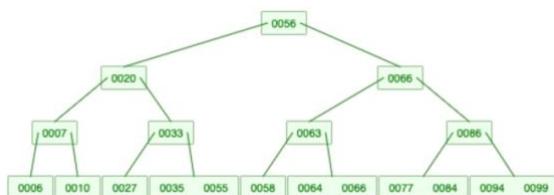
17 крок



18 крок



19 крок



Остаточний варіант

