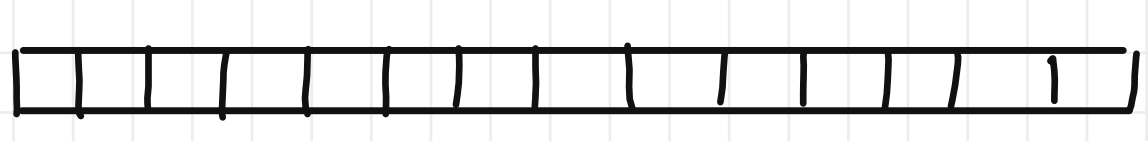


## DP по подотрезкам

1) Что это?  маленькое n.

$dp[l][r]$  = ответ на подотрезке

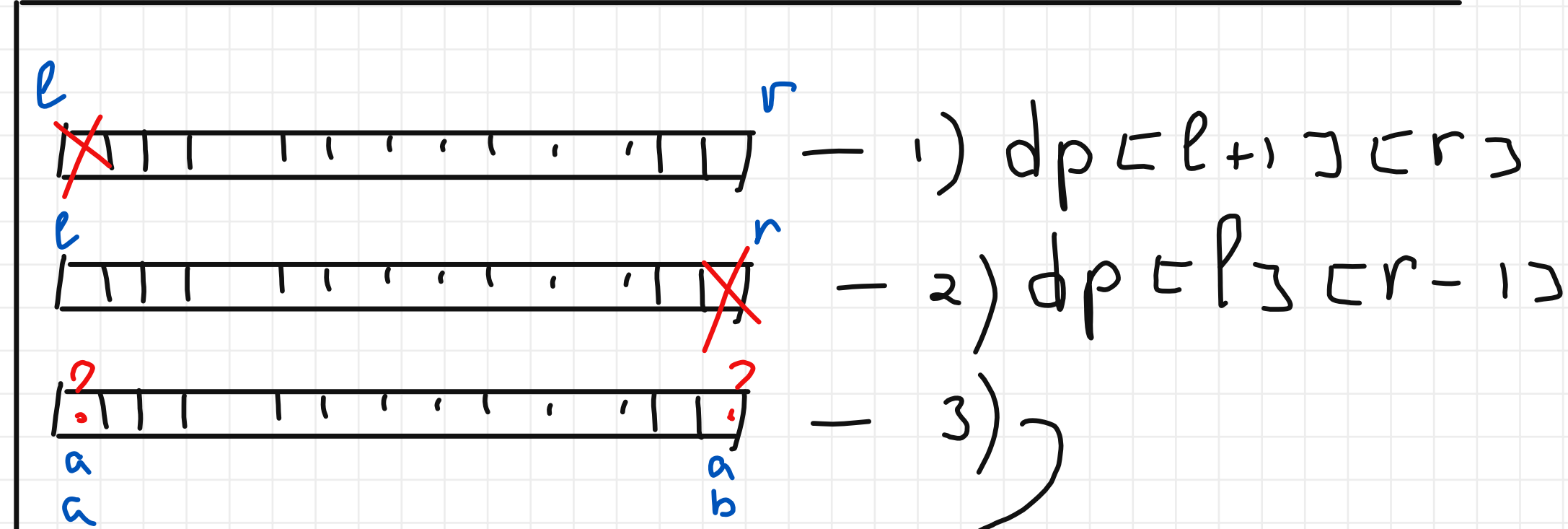
$dp[0][n-1]$  - ответ, отрезки длины 1 или 2 - база.

2) Максимальный подпалиндром.

1 2 3 2 5 3 1. Подпалиндром - подпослед. являющ. палиндромом.  
Палиндром - строка/массив, которые читаются одинаково справа и слева.

Примеры:

1 1, 1  
2 2 2, 4  
2 3 2 2, 4  
1 1 1, 7  
1 2 3 2 1



if  $s[l] == s[r]$   
 $dp[l+1][r-1] + 2$

код:

a, n - считали

$dp = \text{vector} \times n \times n$

База:

for  $i = 0 \dots n-1$ :

$dp[i][i] = 1$

$dp[0][0] = 1, dp[1][1] = 1 \dots$   
 $\dots dp[n-1][n-1] = 1$

for  $i = 0 \dots n-2$ :

if  $a[i] == a[i+1]$

$dp[i][i+1] = 2$

else:

$dp[i][i+1] = 1$



Переходы:

~~for  $l = 0 \dots n-1$ :~~

~~for  $r = 0 \dots n-1$ :~~

for  $len = \text{start} \dots n$ :

for  $l = 0 \dots n-len$ :

$r = l + len - 1$

$dp[l][r] = \max dp[l+1][r]$

$dp[l][r] = \max dp[l][r-1]$

if  $a[l] == a[r]$ :

$dp[l][r] = \max dp[l+1][r-1] + 2$

Ответ:

$dp[0][n-1]$

Асимптотика:  $O(N^2)$

3) Кол-во подпалиндромов

. Это число может быть большим!

Переход:

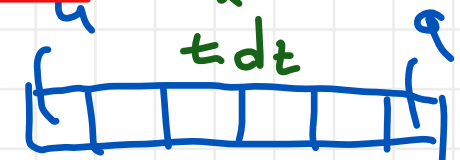
$dp[l][r] += dp[l+1][r]$

$dp[l][r] += dp[l][r-1]$

$dp[l][r] -= dp[l+1][r-1]$

if  $a[l] == a[r]$ :

$dp[l][r] += dp[l+1][r-1]$



База:

$dp[i][i] = 2$  (он сам и  $\emptyset$ )

$dp[i][i+1] = \begin{cases} a[i] == a[i+1], & 4 \\ a[i] \neq a[i+1], & 3 \end{cases}$

4) Удаление скобок.

$(\{ \}) \{ \}$  (3)   
 \ок не ок

У нас есть последоват. скобок

$(\{ \}) \{ \}$  - удалить мин. кол-во скобок  
что бы стала ПСН

удалили 3 шт.

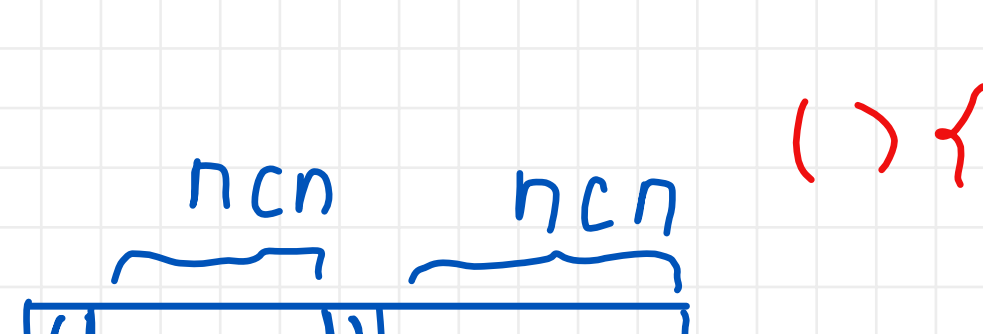
$dp[l][r]$  = длиной самой длинной ПСН (как подпослед.)

База:

$dp[i][i] = 0$

$dp[i][i+1] = 2$  только если  $\{ \}$

Переходы:



for  $i = l+1 \dots r$ :

if  $a[l]$  и  $a[i] \in \{ \{ \}, \{ \}, \{ \} \}$ :

$dp[l][r] = \max dp[l+1][i-1] + dp[i+1][r] + 2$

$dp[l][r] = \max dp[l+1][r]$

Ответ:  $dp[0][n-1]$

Асимптотика:  $O(N^3)$  ( $N^2$  состояний, каждое за  $N$ )

5) Восстановление ответа (на примере скобок)

Очень удобно с помощью рекурсии

for  $i = l+1 \dots r$ :

if  $a[l]$  и  $a[i] \in \{ \{ \}, \{ \}, \{ \} \}$ :

$dp[l][r] = \max dp[l+1][i-1] + dp[i+1][r] + 2$

$\rightarrow pred[l][r] = i$

$dp[l][r] = \max dp[l+1][r]$

$pred[l][r] = -1$

string rec( $l, r$ ):

if  $r = l$ :

return "";

if  $l+1 == r$ :

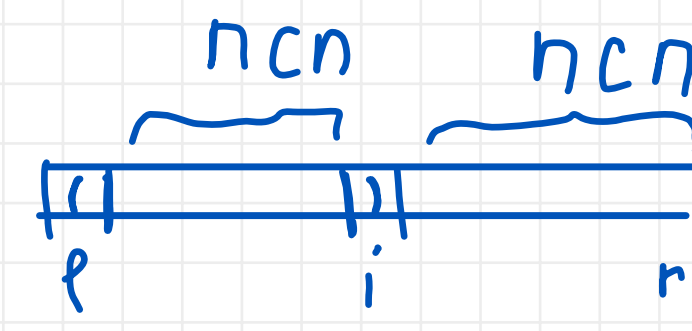
match  $\{ \}$  либо ""

if  $pred[l][r] == -1$ :

return rec( $l+1, r$ );

$i = pred[l][r]$

return  $a[l] + rec(l+1, i-1) + a[i] + rec(i+1, r)$



Ответ: rec( $0, n-1$ )