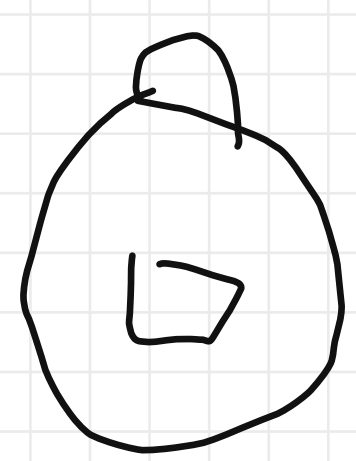


DP

Пример 1. Рюкзак



-рюкзак

m_i, c_i - вес и цена

$dp[i][M] = x$ - число, это макс. стоимость рюкзака, которую можно получить используя первые i предметов (набрать вес рюкзака ровно M)

$$dp[i][M] = \max \begin{cases} dp[i-1][M] \\ dp[i-1][M - m_i] + c_i \end{cases}$$

код

инициализируется

(База $dp[0][0] = 0, dp[0][1..M] = -\infty$)

for $i \dots$

for $M \dots$

{

Ответ: $\max_M dp[n][M]$

Пример 2. НОП

Наибольшая общая подпоследовательность

a b a c d a - P

a b c b

b b c a

a a c d b a c a b c a a d c

- 1) a a a ✓
- 2) d b ✗
- 3) c a a c ✗
- 4) a c b ✗

Общую. и там и там она должна быть

и не из любой, хоть убивайтесь!!!

$dp[i][j]$ - ответ для префикса левой строки длины i и префикса правой строки длины j .

База:

$dp[0][x] = 0$ где x - любое

$dp[x][0] = 0$

Переход:

L a b c d

R a b c b

1) if $L[i] == R[j]$
 $dp[i][j] = dp[i-1][j-1] + 1$

max { 2) $dp[i-1][j]$
3) $dp[i][j-1]$

a b c d ...
e f g h k l ...

Пример:

$dp[i][j]$	x	a	b	a	c	a	b	a	e
y	0	0	0	0	0	0	0	0	0
d	1	0	0	0	0	0	0	0	0
a	2	0	1	1	1	1	1	1	1
c	3	0	1	1	2	2	2	2	2
a	4	0	1	1	2	2	3	3	3
b	5	0	1	2	2	2	3	4	4
c	6	0	1	2	2	3	3	4	4
e	7	0	1	2	2	3	3	4	5

Где ответ?
 $dp[n][m]$

Асимптотика:
 $O(N \cdot M)$
где N и M - длины строк.

код:

$dp = \text{int}[(N+1) \cdot (M+1)]$

$dp[0][x] = 0$ $0 \leq x \leq M$

$dp[x][0] = 0$ $0 \leq x \leq N$

for $i = 1 \dots N+1$:

for $j = 1 \dots M+1$:

if $a[i] == b[j]$:

$dp[i][j] = dp[i-1][j-1] + 1$

else:

$dp[i][j] = \max(dp[i-1][j], dp[i][j-1])$

$dp[i][j]$	x	a	b	a	c	a	b	a	e
y	0	0	0	0	0	0	0	0	0
d	1	0	0	0	0	0	0	0	0
a	2	0	1	1	1	1	1	1	1
c	3	0	1	1	2	2	2	2	2
a	4	0	1	1	2	2	3	3	3
b	5	0	1	2	2	2	3	4	4
c	6	0	1	2	2	3	3	4	4
e	7	0	1	2	2	3	3	4	5

~ a c a b e

Пример 3. Мало памяти!

На примере рюкзака: $dp[i][M] = \max \begin{cases} dp[i-1][M] \\ dp[i-1][M - m_i] + c_i \end{cases}$

Можно хранить не огромную матрицу $N \cdot M$

А хранить предыдущий свой и текущий: $2 \cdot M$

Расстояние по Левенштейну.

Две строки a b d c, a k d

1. Заменить символ
2. Удалить любой символ
3. Вставить любой символ в любое место

a b d c \rightsquigarrow a k d c \rightsquigarrow a k d (расстояние 2)

a b b a b c b - расстояние 1

$dp[i][j]$ = ответ для префикса i в первой и j во второй

$dp[i][j]$	\emptyset	a	b	a	c	a	b	a	e
\emptyset	0	1	2	3	4	5	6	7	8
d	1	1	2	3	4	5	6	7	8
a	2	1	2	2	3	4	5	6	7
c	3								
a	4								
b	5								
c	6								
e	7								

$dp[i][j] = \min \begin{cases} dp[i-1][j] + 1 \\ dp[i][j-1] + 1 \\ dp[i-1][j-1] + \text{match}(L[i], R[j]) \end{cases}$
(равно 1, если \neq и 0, если $=$)

Order