

CHAPTER 1

THEORY OF WAVE MOTION

<i>List of Symbols.....</i>	<i>2</i>
<i>Equation of Wave Motion.....</i>	<i>3</i>
<i>The Simple Harmonic Oscillation</i>	<i>3</i>
<i>Propagating Simple Harmonic Wave</i>	<i>5</i>
<i>Viscous Damping.....</i>	<i>11</i>
<i>Forced Oscillations</i>	<i>14</i>
<i>Three-Dimensional Wave Equation.....</i>	<i>15</i>
<i>Plane Waves.....</i>	<i>20</i>
<i>Propagation Principles</i>	<i>21</i>
<i>Huygens' Principle</i>	<i>21</i>
<i>Fermat's Principle.....</i>	<i>23</i>
<i>Superposition Principle.....</i>	<i>24</i>
<i>Reciprocity Principle.....</i>	<i>28</i>
<i>Influence of the Medium</i>	<i>29</i>
<i>Change of Wavepath Direction</i>	<i>30</i>
<i>Interference.....</i>	<i>30</i>
<i>Polarization</i>	<i>32</i>
<i>Dispersion.....</i>	<i>33</i>
<i>Attenuation.....</i>	<i>36</i>

List of Symbols

a, a_i, b	wave amplitude
$a(r), a(t)$	amplitude decay-function due to geometrical spreading
$\bar{a}(r), \bar{a}(t)$	amplitude decay-function due to absorption and scattering
C	phase velocity
e	base of natural logarithm system
e_s	energy per unit area of a wavefront
E_t	total energy in a complete wavefront
f, f_i	temporal frequency in cycles per unit time ($f_i = 1/\tau$)
f_x	spatial frequency in cycles per unit length ($f_x = 1/\lambda$)
$f(t), T(t)$	function of time
$f(x, t), g(x, t)$	function of position (on the x -axis) and time
$f(x, y, t), g(x, y, t)$	function of position (in the xy -plane) and time
$f(x, y, z, t), g(x, y, z, t)$	function of position (in space) and time
$f(r, t), g(r, t)$	function of the ray-length (r) and time
h	damping coefficient
i	$\sqrt{-1}$, and integer
k, k_i	wave number ($k = 2\pi/\lambda$)
l, m, n	directional cosines
M	integer
p	circular frequency
q, q_i	wave-motion function
Q	quality factor
\bar{Q}	quality factor (effective estimate)
$Q(r)$	quality factor (function of distance)
r	distance of wavefront from source
r_0	distance from source to the point where the refracted wave is first observed on surface
t	time
U	group velocity
v	wave propagation-velocity
\bar{v}	mean velocity
$v(t)$	wave velocity (function of time)
$v(r)$	wave velocity (function of distance)
x, y, z	rectangular coordinates
α	absorption coefficient
δ, δ_i	phase angle
∇^2	Laplacian operator
λ	wavelength in length units ($\lambda = 1/f_x$)
τ	wave period in time units ($\tau = 1/f_i$)
$\omega, \omega_1, \omega_2$	circular (angular) frequency ($\omega = 2\pi/\tau$)

1.1 Equation of Wave Motion

Ketika gangguan mekanis terjadi dalam suatu medium, energi yang diinduksi bergerak keluar dari wilayah gangguan dan dalam setiap arah yang mungkin. Secara ketat, ini adalah gerakan gelombang ketika transportasi energi terjadi sementara medium itu sendiri tidak mengalami perpindahan permanen. Jenis gerakan ini biasanya direpresentasikan oleh persamaan diferensial yang sesuai, yaitu persamaan gelombang. Dengan memberikan kondisi batas untuk kasus tertentu, parameter gerakan dapat ditentukan dengan memecahkan persamaan diferensial di bawah kondisi-kondisi tersebut.

1.1.1 The Simple Harmonic Oscillation

Ini merupakan jenis gerakan periodik khusus di mana titik yang bergetar bergerak melintasi jalur linear dengan percepatan yang berbanding lurus dengan perpindahan titik yang bergerak dari pusat. Dengan menunjukkan jarak dari titik pusat oleh x , osilasi harmonik sederhana direpresentasikan oleh persamaan diferensial:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x \quad (1.1)$$

Di mana ω adalah konstanta proporsional dan tanda negatif menandakan bahwa percepatan berlawanan dengan pergeseran. Gerakan partikel dan variasi pergeseran sebagai fungsi waktu ditunjukkan dalam Gambar. 1.1A dan 1.1B.

Solusi dari persamaan (1.1) adalah:

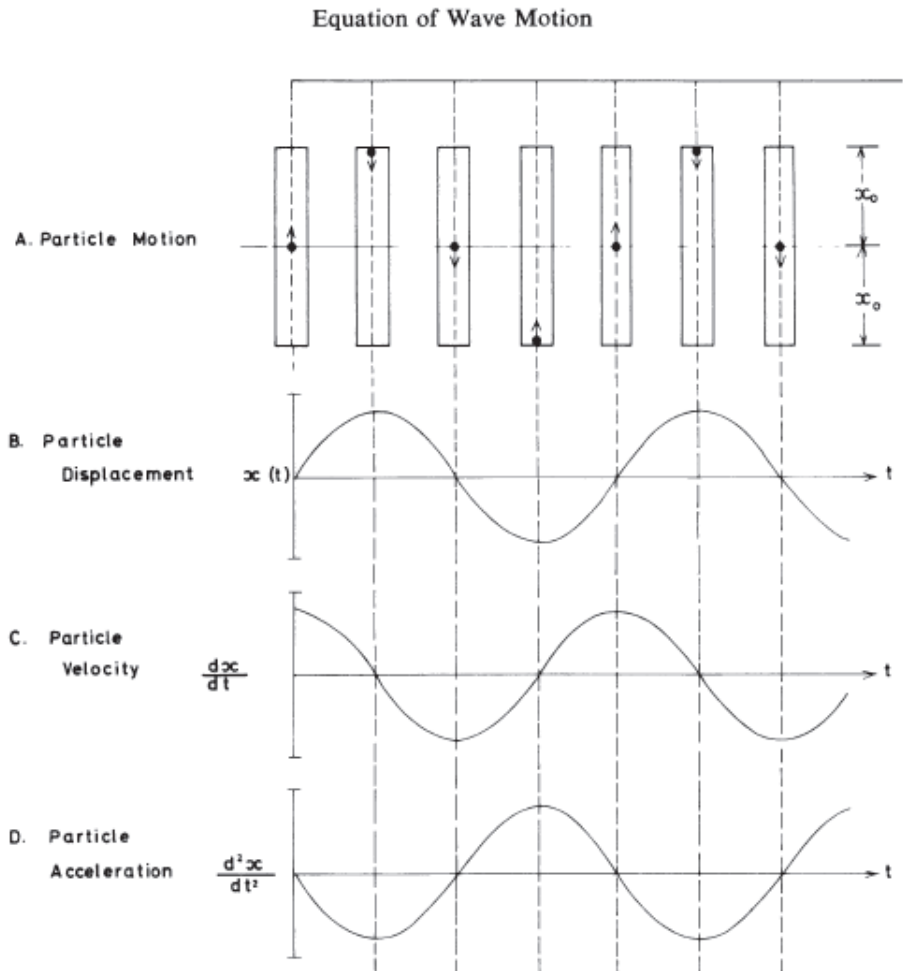
$$x = x_1 \cos \omega t + x_2 \sin \omega t \quad (1.2)$$

Hal ini dapat diekspresikan dalam bentuk fase amplitudo:

$$x = x_0 \sin (\omega t + \delta) \quad (1.3)$$

Dalam konteks ini, x_1 , x_2 , x_0 , ω , dan δ merupakan konstanta-konstanta yang mendefinisikan parameter-parameter dari fungsi sinus. Dengan jelas, ω merupakan frekuensi lingkaran, yang menentukan periodisitas dari fungsi sinus. Kecepatan partikel dan percepatan dari

sistem ini dapat diturunkan dengan melakukan diferensiasi terhadap persamaan (1.3) terhadap waktu, satu kali dan dua kali berturut-turut. Fungsi-fungsi ini direpresentasikan dalam Gambar 1.1C dan 1.1D.



Gambar 1.1 Osilasi harmonik sederhana. (A) Lokasi partikel (relatif terhadap posisi diamnya) digambar pada titik-titik tertentu pada sumbu waktu. Plot (B), (C), dan (D) masing-masing mewakili perpindahan, kecepatan, dan percepatan partikel.

1.1.2 Propagating Simple Harmonic Wave

Gangguan, q , yang merambat sejauh x dari titik sumber diberikan oleh:

$$q = f(x, t) \quad (1.4)$$

di mana besaran q dapat bersifat skalar, seperti tekanan hidrostatik, muatan listrik; atau vektor, seperti gaya, perpindahan.

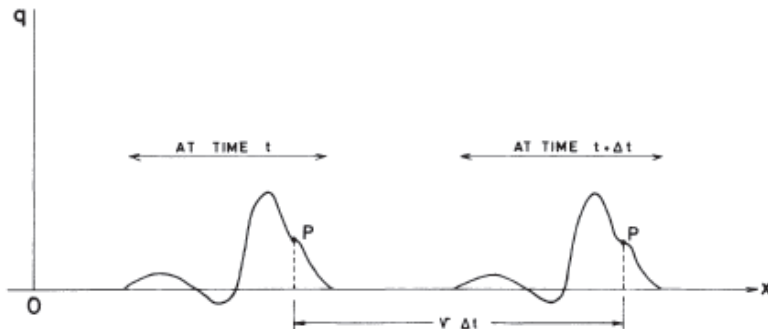
Dengan memperkenalkan konstanta v , q dapat dinyatakan sebagai fungsi dari satu variabel X , di mana $X = x - vt$, yaitu:

$$q = f(X) \quad (1.5)$$

atau

$$q = f(x - vt) \quad (1.6)$$

Dalam persamaan ini jika t ditingkatkan sebesar Δt , dan x ditingkatkan sebesar $v\Delta t$, fungsi q tetap tidak berubah. Ini berarti bahwa setiap titik pada profil gelombang, seperti titik P pada Gambar 1.2, berkembang sepanjang sumbu x dengan kecepatan $v\Delta t/\Delta t$ atau v . Oleh karena itu, konstanta v yang muncul dalam ekspresi untuk q mewakili kecepatan propagasi.



Gambar 1.2 Kecepatan rambat gelombang bidang yang bergerak ke arah positif sepanjang sumbu x .

Persamaan (1.6) menggambarkan gelombang yang bergerak ke arah positif sumbu x . Untuk gelombang yang bergerak ke arah negatif, persamaan yang sesuai adalah:

$$q = g(x + vt) \quad (1.7)$$

Untuk u tetap, gerakan tersebut dapat dinyatakan dengan persamaan diferensial:

$$\frac{\partial^2 q}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} \quad (1.8)$$

Ini adalah persamaan dasar untuk gelombang yang bergerak dengan kecepatan konstan dan tanpa perubahan dalam profil.

Solusi dari persamaan ini adalah:

$$q = \alpha_1 f(x - vt) + \alpha_2 g(x + vt) \quad (1.9)$$

di mana α_1 dan α_2 adalah konstanta. Kasus khusus di mana $f(x - vt)$ adalah fungsi sinus adalah gelombang harmonik sederhana, yaitu

$$q = a \sin C(x - vt) \quad (1.10)$$

di mana C adalah faktor skala, dan a adalah nilai maksimum yang q capai dan disebut amplitudo gelombang.

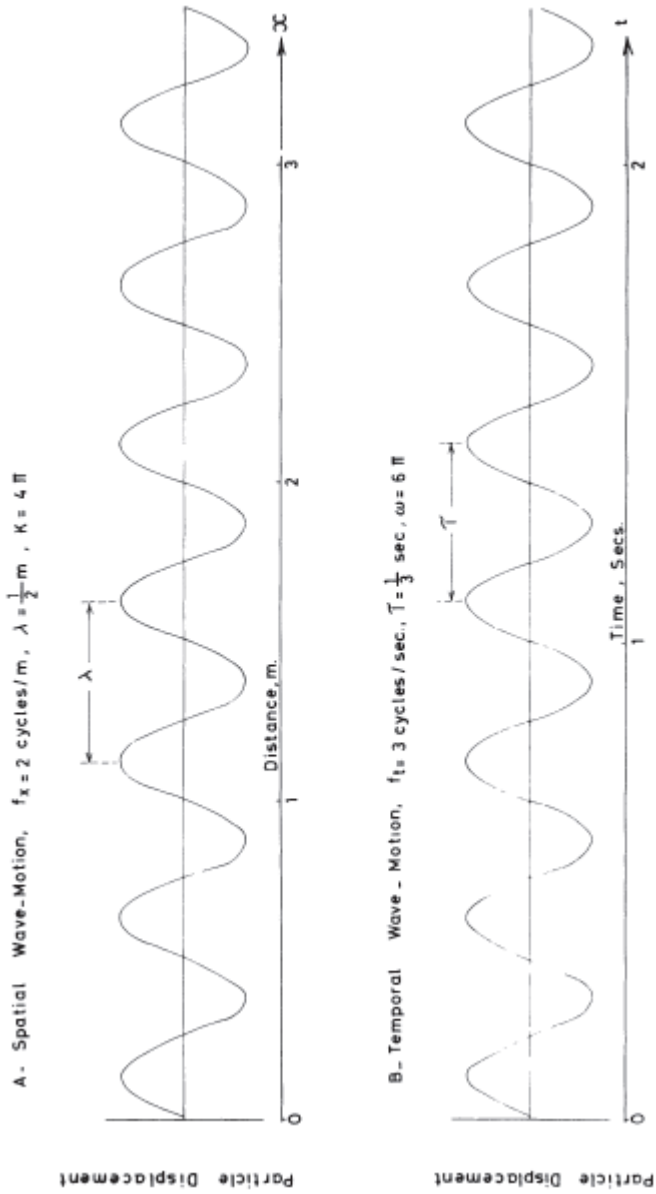
Untuk menyelidiki periodisitas fungsi $q(x, t)$ kita perlu mempertimbangkan dua kasus:

Kasus 1: Variasi q terhadap x (t tetap konstan)

Pada nilai t tetap, q bervariasi hanya dengan x dan fungsi yang dihasilkan disebut profil gelombang (Gambar 1.3A). Dalam hal ini gelombang tersebut berulang pada interval jarak yang teratur. Interval konstan adalah panjang gelombang, λ , dan frekuensi spasial, f_x siklus per satuan panjang, diberikan oleh:

$$f_x = 1/\lambda \quad (1.11)$$

Menetapkan t , membuat persamaan (1.10) menjadi dalam bentuk $\sin(2\pi f_x x + \text{constant})$. Ini berarti bahwa pengganda skala C yang muncul dalam (1.10) dapat digantikan oleh $2\pi f_x$ atau oleh $2\pi/\lambda$ karena dengan (1.11) $f_x = 1/\lambda$.



Gambar 1.3 Gerak harmonik sederhana di mana perpindahan partikel adalah (A) fungsi jarak dan (B) fungsi waktu.

Kasus 2: Variasi q terhadap t (x tetap konstan).

Ketika kita menetapkan x , fungsi q akan menggambarkan variasi gangguan sebagai fungsi waktu saja (Gambar 1.3B). Persamaan (1.10), dalam kasus ini, diubah menjadi bentuk $\sin(2\pi f_t t + \text{constant})$. Parameter f_t mewakili jumlah siklus per satuan waktu, atau frekuensi temporal (atau hanya frekuensi) gelombang. Membandingkan persamaan yang direduksi dengan persamaan asli (1.10), kita memiliki $C_v = 2\pi f_t$. Dengan memecahkan untuk f_t dan menggantikan $2\pi/\lambda$ untuk C , kita mendapatkan:

$$f_t = v/\lambda \quad (1.12)$$

Jika kita memperkenalkan definisi periode gelombang, τ , waktu yang diperlukan untuk satu siklus lengkap berlalu, kita dapat menuliskan:

$$f_t = 1/\tau \quad (1.13)$$

dan (1.12) menjadi:

$$\lambda = v\tau \quad (1.14)$$

Persamaan (1.11), (1.12), (1.13), dan (1.14) merangkum hubungan antara kecepatan gelombang dan parameter gelombang penting lainnya seperti periode gelombang dan panjang gelombang.

Dengan mensubstitusikan nilai C dalam persamaan (1.10) dan memanfaatkan hubungan dari (1.11) hingga (1.14), kita mendapatkan:

$$q = a \sin \left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi t}{\tau} \right) \quad (1.15)$$

atau

$$q = a \sin (2\pi f_x x - 2\pi f_t t) \quad (1.16)$$

atau

$$q = a \sin (kx - \omega t) \quad (1.17)$$

Di sini kita telah menggunakan k ($= 2\pi f_x = 2\pi/\lambda$) dan ω ($= 2\pi f_t = 2\pi/T$), mengikuti konvensi biasa yang biasanya digunakan dalam literatur. k disebut nomor gelombang, dan ω , frekuensi melingkar (atau sudut).

Dua parameter k dan ω terhubung oleh hubungan:

$$\omega = kv \quad (1.18)$$

Subskrip t dan x biasanya dihilangkan dari f_t dan f_x masing-masing ketika salah satu dari parameter ini muncul sendiri dalam satu ekspresi.

Perlu dicatat di sini bahwa osilasi harmonik sederhana adalah kasus khusus dari kasus yang lebih umum yang diwakili oleh persamaan (1.16). Dengan demikian, untuk x yang konstan, persamaan (1.16) berkurang menjadi bentuk:

$$q = a \sin(2\pi ft + \text{constant})$$

Yang mana, dengan diferensiasi terhadap waktu dua kali, memberikan:

$$\frac{d^2q}{dt^2} = -4\pi^2 f^2 q$$

atau (dengan menggantikan $\omega = 2\pi f$):

$$\frac{d^2q}{dt^2} = -\omega^2 q$$

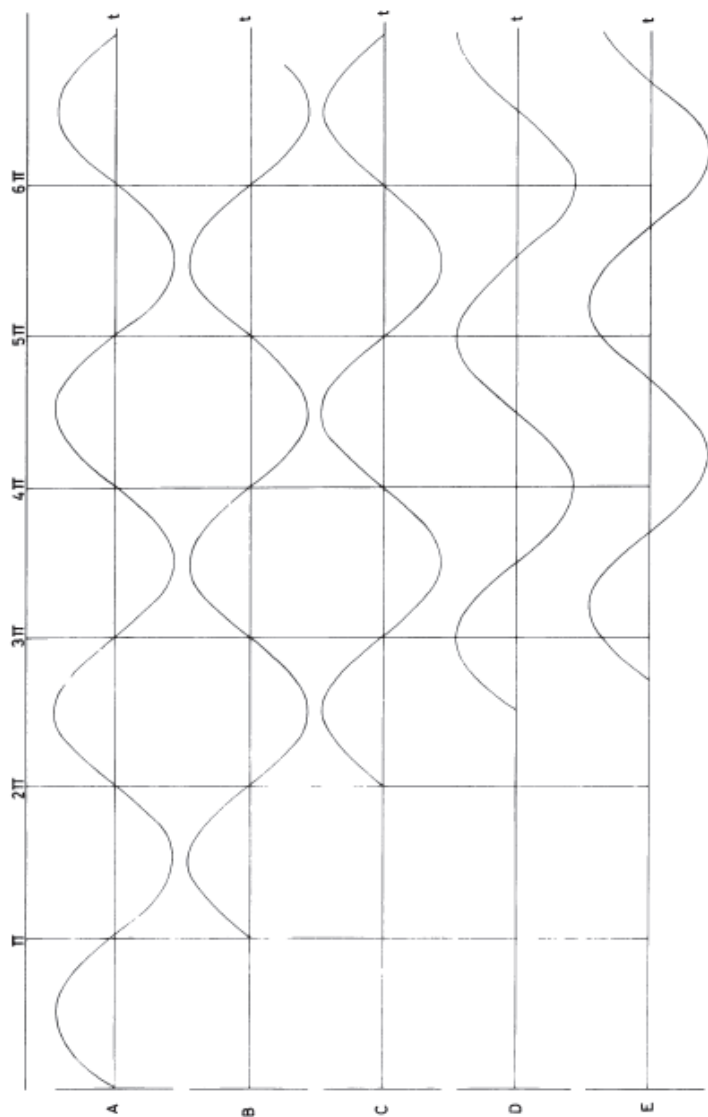
di mana q di sini dapat mewakili segala jenis gangguan. Dengan demikian, sebagai contoh, ketika q mewakili pergeseran, kita mendapatkan persamaan (1.1).

Fase Gelombang Ini mengikuti dari sifat fungsi sinus, bahwa fungsi tersebut memiliki nilai yang sama ketika digeser oleh $\pm 2n\pi$ ($n = 0, 1, 2, \dots$). Gelombang-gelombang ini dikatakan dalam fase. Ketika pergeseran adalah $\pm(2n - 1)\pi$ ($n = 0, 1, 2, \dots$), maka gelombang-gelombang ini dikatakan tidak dalam fase. Namun, secara umum, gelombang harmonik sederhana ditulis dengan istilah fase seperti ini,

$$q = a \sin(kx - \omega t + \delta) \quad (1.19)$$

di mana δ adalah fase gelombang.

Contoh pergeseran fasa diberikan dalam Fig. 1.4.



Gambar 1.4 Osilasi harmonik sederhana dengan frekuensi yang sama dan pergeseran fasa yang berbeda. Gelombang (A) dan (B) tidak sefasa, sedangkan (A) dan (C) sefasa. Gelombang (D) memiliki fase-lead seperlima periode terhadap (E) dan fase-lag setengah periode terhadap (C).

1.1.3 Viscous Damping

Kita telah belajar dari diskusi sebelumnya bahwa osilasi harmonik sederhana satu dimensi (tanpa redaman) diberikan oleh:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega^2 q = 0$$

Pada redaman kental, titik yang bergetar mengalami gaya redaman yang sebanding dengan kecepatan getarannya. Gerakan yang dihasilkan dijelaskan oleh persamaan yang serupa dengan persamaan ini kecuali untuk istilah redaman $2h(dq/dt)$, yaitu:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2h \frac{dq}{dt} + \omega^2 q = 0 \quad (1.20)$$

dimana h mewakili konstanta redaman. Persamaan tersebut adalah persamaan diferensial linier homogen orde kedua dengan koefisien konstan. Ini dapat diselesaikan, menggunakan persamaan bantu:

$$s^2 + 2hs + \omega^2 = 0 \quad (1.21)$$

Akar-akar (s_1 dan s_2) dari persamaan ini diberikan oleh:

$$s_1 = -h + \sqrt{h^2 - \omega^2} \quad \text{and} \quad s_2 = -h - \sqrt{h^2 - \omega^2}$$

dan solusi dari persamaan (1.20) diberikan oleh:

$$q = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t} \quad (1.22)$$

dimana A_1 dan A_2 adalah konstanta.

Secara umum, di bawah redaman kental, baik amplitudo maupun frekuensi osilasi dimodifikasi. Tingkat modifikasi tergantung pada tingkat redaman. Mengingat rasio h/ω , tiga kasus dapat dibedakan:

(1) Kasus *Underdamping* ($h^2 < \omega^2$)

Untuk kasus ini, istilah $\sqrt{h^2 - \omega^2}$ yang muncul dalam persamaan (1.22) adalah imajiner dan dapat ditulis sebagai:

$$i\sqrt{\omega^2 - h^2}, \quad i = \sqrt{-1}$$

Menggunakan kondisi awal $q = a$ dan $dq/dt = 0$ pada $t = 0$, kita mendapatkan:

$$q = \frac{\omega a}{\sqrt{\omega^2 - h^2}} e^{-ht} \cos \left(\sqrt{\omega^2 - h^2} \cdot t - \tan^{-1} \frac{h}{\sqrt{\omega^2 - h^2}} \right) \quad (1.23)$$

Persamaan ini memberi tahu kita bahwa frekuensi baru, $\sqrt{\omega^2 - h^2}$, lebih rendah dari frekuensi ω dari *osilasi tanpa redaman*. Bahkan, ketika redaman meningkat (yaitu, h berkembang besar), frekuensi menurun hingga nilai h menjadi sama dengan ω , sehingga gerakan berhenti menjadi osilatori. Amplitudo, $\omega a e^{-ht} / \sqrt{\omega^2 - h^2}$, tergantung pada waktu. Dengan demikian, pengenalan redaman ini menghasilkan gerakan osilatori dengan amplitudo yang berkurang secara eksponensial seiring waktu dan frekuensi yang menurun sebesar faktor $\sqrt{1 - \left(\frac{h}{\omega}\right)^2}$ relatif terhadap gerakan tanpa redaman. Ketika $h = 0$, persamaan tersebut berkurang menjadi gerakan tanpa redaman di mana osilasi berlanjut dengan amplitudo konstan dan frekuensi konstan. Gerakan ini direpresentasikan oleh Gambar 1.5A untuk gerakan tanpa redaman dan Gambar 1.5B untuk gerakan kurang redaman.

(2) Kasus **Critical Damping** ($h^2 = \omega^2$)

Dalam kasus ini, akar persamaan bantu sama dan solusinya menjadi:

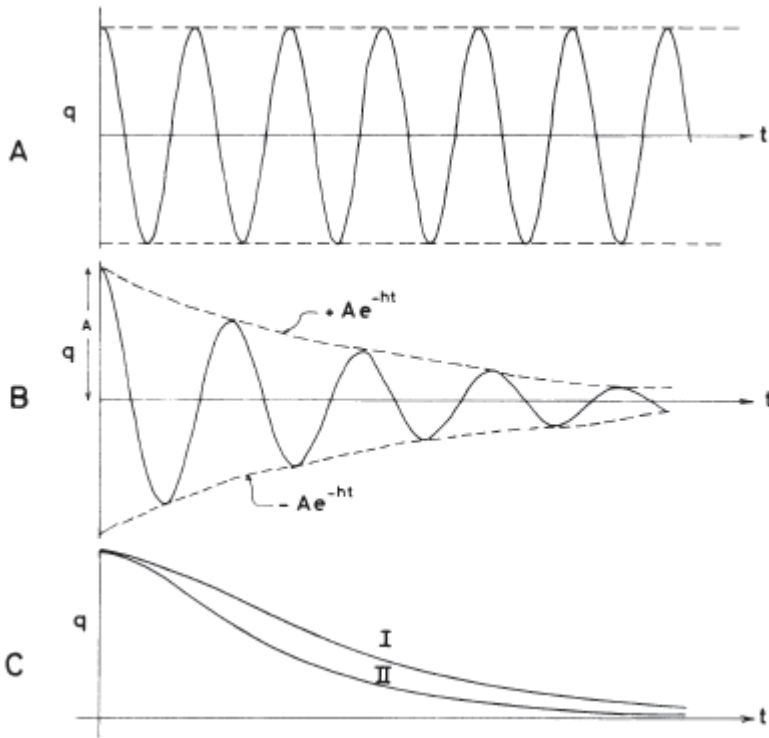
$$q = (A_1 + A_2 t) e^{-ht} \quad (1.24)$$

Sekali lagi, A_1 dan A_2 adalah konstan.

Dengan menerapkan kondisi awal yang sama, yang digunakan dalam Kasus (1), persamaan (1.22) disederhanakan menjadi:

$$q = a e^{-ht} (ht + 1) \quad (1.25)$$

Seperti yang terlihat pada Gambar 1.5C, ini adalah gerakan aperiodik, dan kritis dalam arti bahwa jika gaya peredaman dikurangi sejumlah kecil sehingga h menjadi sedikit kurang dari ω , gerakan tersebut menjadi osilasi.



Gambar 1.5 Jenis gerakan harmonik teredam. (A) Tidak teredam ($h = 0$). (B) **Underdamping** ($h^2 < \omega^2$), (C-I) **Critical Damping** ($h^2 = \omega^2$), (C-II) **Over Damping** ($h^2 > \omega^2$).

(3) Kasus **Overdamping** ($h^2 > \omega^2$)

Akar persamaan bantu, dalam kasus ini, adalah nyata dan tidak sama. Solusi dari persamaan diferensial (1.20) mengambil bentuk persamaan (1.22).

Dengan menerapkan kondisi awal yang digunakan dalam kasus (1) dan (2), kita mendapatkan:

$$q = \frac{a}{2\sqrt{h^2 - \omega^2}} (s_1 e^{s_2 t} - s_2 e^{s_1 t}) \quad (1.26)$$

Seperti pada kasus (2), ini menggambarkan gerakan aperiodik (Gambar 1.5C), dengan q berkurang seiring waktu, mendekati nol saat t

cenderung tak terhingga. Pertanyaan tentang peredaman dan persamaan relevan yang menggambarkan gerakan dalam berbagai derajat peredaman sangat penting terutama dalam kaitannya dengan alat sensor gerak. Gravimeter, seismograf, dan geophone pada dasarnya adalah alat yang sama, hanya dengan konstanta peredaman yang berbeda. Namun, persamaan gerakan, yang diambil untuk tiga kasus peredaman, menggambarkan gerakan titik yang bergetar bebas dalam kondisi peredaman sedangkan persamaan yang mengatur gerakan alat sensor gerak memiliki tambahan istilah untuk gaya eksternal yang menyebabkan gerakan. Jenis persamaan ini dibahas secara singkat dalam bagian berikutnya.

1.1.4 Forced Oscillations

Sejauh ini kita telah membahas kasus-kasus sistem getar bebas. Sekarang kita akan mempertimbangkan kasus yang lebih umum, yaitu getaran terpaksa. Dalam jenis gerakan ini, titik getar dikenai oleh gaya eksternal selain gaya redaman yang menghambat gerakan.

Persamaan untuk getaran terpaksa atau *forced vibration* adalah:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2h \frac{dq}{dt} + \omega^2 q = f(t) \quad (1.27)$$

di mana $f(t)$ adalah gaya eksternal.

Sekarang mari kita ambil jenis khusus gaya eksternal di mana:

$$f(t) = a \sin pt$$

di mana a adalah konstan, dan p adalah frekuensi lingkaran. Gaya eksternal seperti ini dianggap sebagai representasi kerja untuk kondisi operasi seismograf atau geofon ketika mereka aktif. Tanggapan dari alat-alat ini dalam keadaan ini terbentuk sebagai hasil dari kombinasi dua gerakan; gerakan bebas, teredam dengan frekuensi alami dan fungsi gaya eksternal dengan frekuensi, p . Terkadang, dua gerakan ini disebut sebagai gerakan transien dan gerakan keadaan tetap masing-masing.

Persamaan untuk diselesaikan dalam kasus ini adalah:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2h \frac{dq}{dt} + \omega^2 q = a \sin pt \quad (1.28)$$

Solusi umum dari persamaan ini diperoleh dengan menambahkan integral partikular ke fungsi komplementer atau dengan menggunakan transformasi Laplace. Solusinya adalah:

$$q = \underbrace{A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}}_{\text{complementary function}} + \underbrace{\frac{a \sin(pt - \delta)}{\sqrt{(\omega^2 - p^2)^2 + (2hp)^2}}}_{\text{particular integral}} \quad (1.29)$$

di mana $\delta = \tan^{-1} 2hp/(\omega^2 - p^2)$, dan A_1 dan A_2 adalah konstan. Fungsi komplementer dan integral partikular mewakili solusi transien dan keadaan tetap secara berturut-turut.

Dapat dilihat dari persamaan ini bahwa semakin besar perbedaan antara frekuensi gaya eksternal (p) dan frekuensi sistem (ω), semakin kecil amplitudo menjadi. Untuk sistem getar yang diberikan (yaitu untuk tangan tetap dan ω), amplitudo terbesar diperoleh ketika $(\omega^2 - p^2)^2 + 4h^2 p^2$ minimum, atau ketika:

$$\frac{d}{dp} \{(\omega^2 - p^2)^2 + 4h^2 p^2\} = 0$$

dan

$$\frac{d^2}{dp^2} \{(\omega^2 - p^2)^2 + 4h^2 p^2\} > 0$$

yaitu, ketika

$$p^2 = \omega^2 - 2h^2$$

atau ketika $p = \omega$ untuk h yang sangat kecil. Peningkatan amplitudo osilasi karena kesetaraan atau hampir kesetaraan frekuensi (p) gaya eksternal dengan *natural frequency* (ω) disebut resonansi.

1.1.5 Three-Dimensional Wave Equation

Persamaan {1.27} dianggap sebagai bentuk umum dari persamaan gelombang satu dimensi. Ia umum dalam arti bahwa semua persamaan gelombang sebelumnya dapat diperoleh dari itu sebagai kasus khusus.

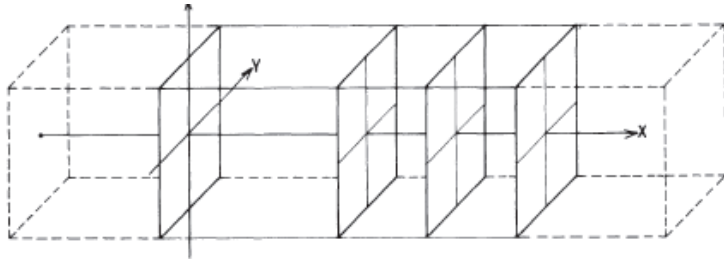
Solusi dari persamaan gelombang satu dimensi, $q = f(x, t)$, mewakili gelombang yang merambat. Menurut persamaan ini, gelombang, pada suatu waktu tertentu, memiliki nilai yang ditentukan di setiap titik sepanjang sumbu x .

Kasus tiga dimensi terbentuk ketika, pada setiap waktu, gelombang (fungsi q) memiliki nilai yang ditentukan di setiap titik dalam ruang. Dengan demikian, menggunakan koordinat kartesian, kasus tiga dimensi diungkapkan oleh:

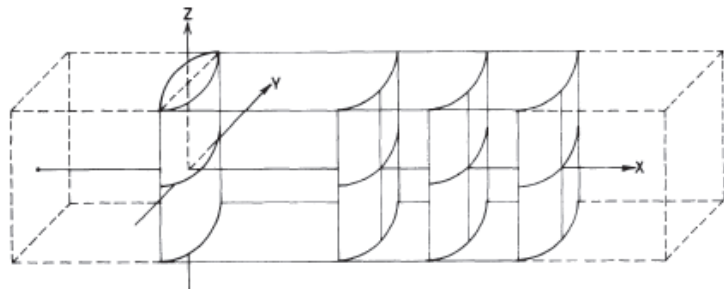
$$q = f(x, y, z, t) \quad (1.30)$$

Ketika berurusan dengan kasus tiga dimensi, konsep-konsep baru muncul. Gelombang depan adalah fitur penting dari gerakan gelombang tiga dimensi. Ini didefinisikan sebagai permukaan (digambar dalam ruang) yang mencakup semua titik yang memiliki fase yang sama. Gelombang depan dapat berupa bidang paralel (gelombang datar) atau silinder konsentris (gelombang silindris) atau permukaan bola konsentris (gelombang bola) atau bentuk lainnya yang tidak beraturan dari bentuk geometris sederhana. Tiga gelombang tiga dimensi yang paling umum diilustrasikan dalam Gambar 1.6.

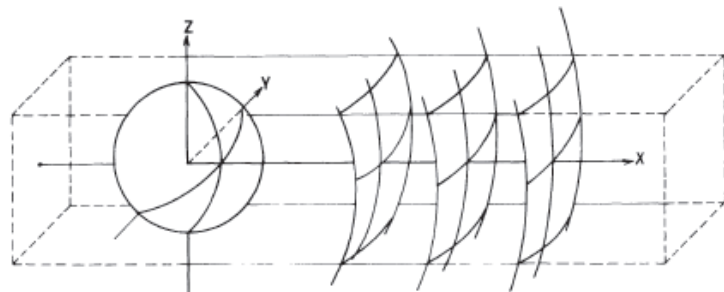
Sangat berguna untuk dicatat bahwa dengan pemilihan sumbu koordinat khusus, adalah mungkin untuk mewakili gelombang datar dan silindris tiga dimensi dengan persamaan gelombang satu dimensi dan dua dimensi masing-masing. Untuk mewakili gelombang datar dengan persamaan gelombang satu dimensi, sumbu koordinat dipilih sedemikian rupa sehingga salah satu sumbunya bersamaan dengan arah penyebarannya. Gelombang silindris yang garis aksialnya bersamaan dengan salah satu sumbu koordinat dapat diwakili oleh persamaan gelombang dua dimensi. Gelombang bola yang merambat dalam medium homogen dapat (dengan keutuhan simetri tentang asalnya) diwakili oleh persamaan gelombang satu dimensi. Dalam hal ini, gangguan pada setiap saat adalah fungsi dari jari-jari bola tanpa memperhatikan arahnya dalam ruang.



A. PLANE WAVE FRONTS



B. CYLINDRICAL WAVE FRONTS



C. SPHERICAL WAVE FRONTS

Gambar 1.6 Gerakan gelombang tiga dimensi (dalam medium homogen) yang diwakili oleh persamaan gelombang satu dan dua dimensi. (A) Gelombang bidang. (B) Gelombang silinder. (C) Gelombang bola.

Persamaan tiga dimensi untuk gelombang yang tidak diredam dengan gaya luar, merambat dalam medium homogen (yaitu maju dengan kecepatan konstan, v) diberikan oleh:

$$\frac{\partial^2 q}{\partial t^2} = v^2 \left(\frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 q}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 q}{\partial z^2} \right) \quad (1.31)$$

atau dengan menggunakan konvensi operator del,

$$\frac{\partial^2 q}{\partial t^2} = v^2 \nabla^2 q \quad (1.32)$$

Tipe gelombang tertentu yang diperoleh dari persamaan ini tergantung pada kondisi penyebaran yang ada dalam situasi tertentu. Ketika tipe gelombang didefinisikan, solusi yang sesuai dipilih.

Metode penyelesaian dapat dibagi menjadi dua jenis utama:

(1) Solusi yang Menghasilkan Gelombang Stasioner

Metode pemisahan variabel biasanya digunakan dalam kasus ini.

Untuk menjelaskan konsep, kita menggunakan persamaan satu dimensi,

$$\frac{\partial^2 q}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} \quad (1.33)$$

Solusi uji adalah $q = X(x) \cdot T(t)$ yang, setelah substitusi dalam persamaan (1.33), memberikan solusi dalam bentuk:

$$q = A \cos k_1 x \cos vk_1 t \quad (1.34)$$

dimana A adalah konstan.

Untuk kasus dua dimensi, solusi yang sesuai adalah:

$$q = A \cos k_1 x \cos k_2 y \cos k_3 vt, \quad k_1^2 + k_2^2 = k_3^2 \quad (1.35)$$

dan untuk kasus tiga dimensi:

$$q = A \cos k_1 x \cos k_2 y \cos k_3 z \cos k_4 vt, \quad k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 = k_4^2 \quad (1.36)$$

dimana k_1, k_2, k_3 , dan k_4 adalah konstanta sembarang.

Ketika koordinat polar bola atau silinder digunakan, solusi yang berbeda diperoleh. Khususnya, kita dapat menyebutkan kasus simetri bola di mana kita memiliki:

$$q = \frac{A}{r} \cos kr \cos kv \quad (1.37)$$

dimana r adalah jarak dari asal, dan A adalah konstan.

(2) Solusi yang Menghasilkan Gelombang Progresif

Sekali lagi kita mengambil kasus satu dimensi seperti dalam kasus (1). Dengan mengubah variabel independen baru menjadi $x - vt$ dan $x + vt$ secara berturut-turut, dapat dibuktikan bahwa solusi umum (lihat persamaan (1.9)) adalah:

$$q = f(x - vt) + g(x + vt) \quad (1.38)$$

di mana $f(x - vt)$ mewakili gelombang yang bergerak dengan kecepatan v , menjauhi asal, dan $g(x + vt)$ dalam arah yang berlawanan.

Untuk kasus dua dan tiga dimensi yang sesuai, solusinya masing-masing adalah:

$$q = f(lx + my - vt) + g(lx + my + vt) \quad (1.39)$$

di mana $l^2 + m^2 = 1$, dan

$$q = f(lx + my + nz - vt) + g(lx + my + nz + vt) \quad (1.40)$$

di mana $l^2 + m^2 + n^2 = 1$, dan untuk kasus simetri bola tiga dimensi,

$$q = \frac{1}{r} f(r - vt) + \frac{1}{r} g(r + vt) \quad (1.41)$$

Perlu dicatat bahwa solusi umum yang menghasilkan gelombang progresif mencakup dua fungsi, f yang mewakili gelombang yang maju dari asal dan g yang bergerak ke arah yang berlawanan. Dalam aplikasi fisik umum, hanya f yang diperlukan untuk menjelaskan gerakan, sehingga solusi yang cukup adalah:

- | | |
|---------------------------------|------------------------|
| (1) $q = f(x - vt)$ | for one dimension |
| (2) $q = f(lx + my - vt)$ | for two dimensions |
| (3) $q = f(lx + my + nz - vt)$ | for three dimensions |
| (4) $q = \frac{1}{r} f(r - vt)$ | for spherical symmetry |

Persamaan untuk gelombang bola serupa dalam bentuk dengan gelombang satu dimensi kecuali amplitudonya berbanding terbalik dengan jarak dari asal.

1.1.6 Plane Waves

Gelombang datar didefinisikan sebagai gelombang di mana gangguan konstan di semua titik bidang tegak lurus terhadap arah propagasi.

Dengan kondisi ini, persamaan gelombang tiga dimensi umum dapat dipecahkan, memberikan solusi tipe yang dinyatakan oleh persamaan (1.40). Dalam hal ini, bidang gelombang adalah bidang $lx + my + nz = \text{konstan}$, dan gelombang tersebut merambat sepanjang garis yang cosinus directional relatif terhadap sumbu koordinat x, y , dan z adalah l, m , dan n (Gambar 1.7).

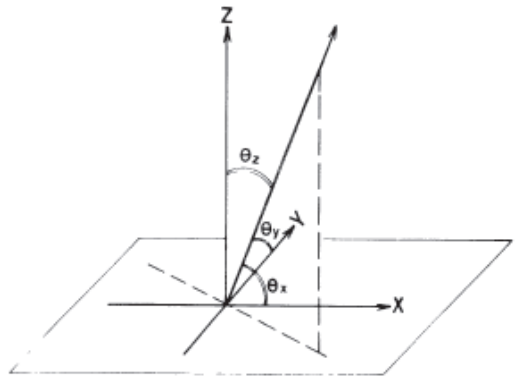


Figure 1.7 Raypath of a plane wave. The wavefront is the plane $lx + my + nz = \text{constant}$, where $l = \cos \theta_x$, $m = \cos \theta_y$ and $n = \cos \theta_z$.

Tentu saja ketika gelombang maju sepanjang sumbu x , (Gambar 1.6A) solusi berkurang menjadi bentuk satu dimensi yang dinyatakan oleh persamaan (1.38).

Dalam aplikasi fisik normal, hanya $f(x - vt)$ dari persamaan (1.38) yang diperlukan untuk menjelaskan gerakan. Ketika fungsi $f(x - vt)$ adalah sinusoidal, gerakan biasanya disebut sebagai gelombang datar harmonik.

1.2 Propagation Principles

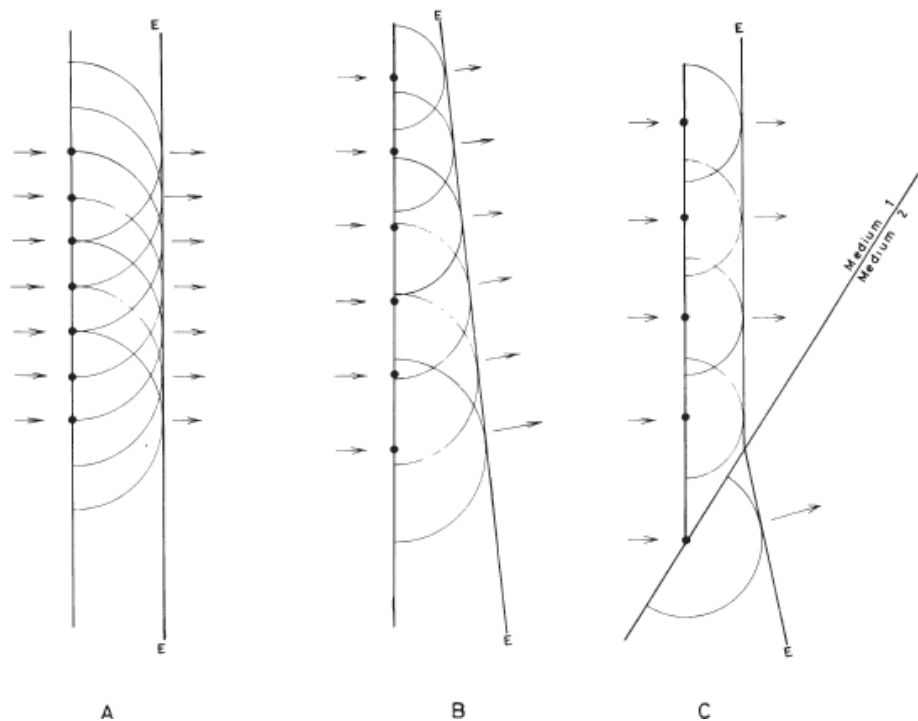
Pembentukan gambaran mental tentang propagasi gelombang satu dimensi yang bergerak dengan kecepatan konstan sepanjang garis lurus relatif mudah dilakukan. Namun, dengan gelombang dua dan tiga dimensi yang bergerak dalam medium heterogen, mekanisme propagasinya menjadi jauh lebih rumit. Meskipun solusi persamaan gelombang dapat memberikan deskripsi matematis dari gerakan untuk setiap situasi tertentu, beberapa prinsip dirumuskan untuk membantu dalam memvisualisasikan cara gelombang merambat, terutama dalam situasi yang rumit.

1.2.1 Huygens' Principle

Menurut prinsip ini, setiap titik pada bidang gelombang dapat dianggap sebagai sumber sekunder di mana amplop bidang gelombang (garis EE, Gambar 1.8) dari gelombang-gelombang sekunder ini menentukan posisi gelombang primer pada waktu kemudian. Model propagasi gelombang Huygens mensyaratkan bahwa gelombang-gelombang sekunder aktif hanya pada titik-titik di mana amplop menyentuh permukaan mereka. Selanjutnya, hanya bagian-bagian amplop yang terletak pada arah kemajuan gelombang yang dipertimbangkan untuk prinsip tersebut.

Dinyatakan kembali, gelombang-gelombang kecil dapat dianggap merambat ke segala arah, tetapi interaksi saling antara mereka membuat gangguan yang dihasilkan menjadi nol di mana-mana kecuali

pada titik-titik di mana mereka menyentuh amplop. Diterapkan pada gelombang datar yang merambat melalui media homogen dan inhomogen, prinsip tersebut diilustrasikan dalam Gambar 1.8.



Gambar 1.8 Perambatan gelombang bidang menurut prinsip Huygen. (A) Medium homogen, (B) perubahan kecepatan yang seragam di seluruh arah perambatan, (C) perubahan kecepatan yang tiba-tiba pada antarmuka yang memisahkan medium 1 dan medium 2.

Prinsip tersebut berfungsi sebagai alat geometris untuk membangun posisi bidang gelombang pada waktu-waktu berikutnya. Dengan demikian, misalnya, perubahan arah propagasi akibat pantulan, refraksi, atau difraksi dapat dibangun dengan menggunakan prinsip ini.

Dapat ditunjukkan (lihat Bath, 1968) bahwa, dengan menggunakan solusi umum Kirchhoff dari persamaan gelombang, bidang gelombang pada waktu tertentu dapat didefinisikan dalam hal bidang gelombang yang didefinisikan pada waktu sebelumnya. Ini pada dasarnya merupakan ungkapan lain untuk Prinsip Huygens.

Dengan demikian, propagasi gelombang sepenuhnya didefinisikan oleh posisi bidang gelombangnya pada setiap saat. Sebenarnya, gerakan terjadi dengan cara bahwa setiap titik pada bidang gelombang maju ke arah normal terhadap bidang gelombang di titik tersebut. Garis-garis yang selalu tegak lurus terhadap bidang gelombang progresif biasanya disebut sebagai *rays* (sinar). Seringkali lebih nyaman untuk menjelaskan propagasi gelombang dengan menggunakan sinar daripada dengan mempertimbangkan bidang gelombang progresif.

Dalam medium yang homogen, sinar merupakan garis lurus, sedangkan dalam medium yang heterogen, sinar tidak berbentuk bujursangkar. Memahami bentuk geometris dari raypath (terutama dalam pekerjaan seismologi) membantu untuk menginterpretasikan ***time-distance relation*** atau ***traveltime curve***.

1.2.2 Fermat's Principle

Awalnya, prinsip ini diformulasikan oleh Fermat (1601-65) dalam kaitannya dengan gelombang cahaya. Dia menyarankan bahwa waktu yang dibutuhkan bagi cahaya untuk melakukan perjalanan dari satu titik ke titik lainnya sepanjang lintasan tertentu lebih sedikit daripada waktu yang dibutuhkan untuk melakukan perjalanan ini melalui rute lainnya. Ketika diterapkan pada lintasan-lintasan seismik, kita dapat mengungkapkan kembali prinsip ini dengan efek bahwa gelombang merambat sepanjang lintasan ray yang memiliki waktu tempuh minimum.

Dengan distribusi kecepatan dalam suatu medium, adalah mungkin (dengan menggunakan prinsip Fermat) untuk mendefinisikan bentuk geometris lintasan ray. Sebagai konsekuensi dari prinsip ini, lintasan ray dari gelombang yang merambat dalam medium homogen mengambil bentuk garis lurus.

Dapat ditunjukkan (lihat Bath, 1968, hlm. 340) bahwa hukum pantulan dan pembiasan mengikuti dari aplikasi prinsip Fermat

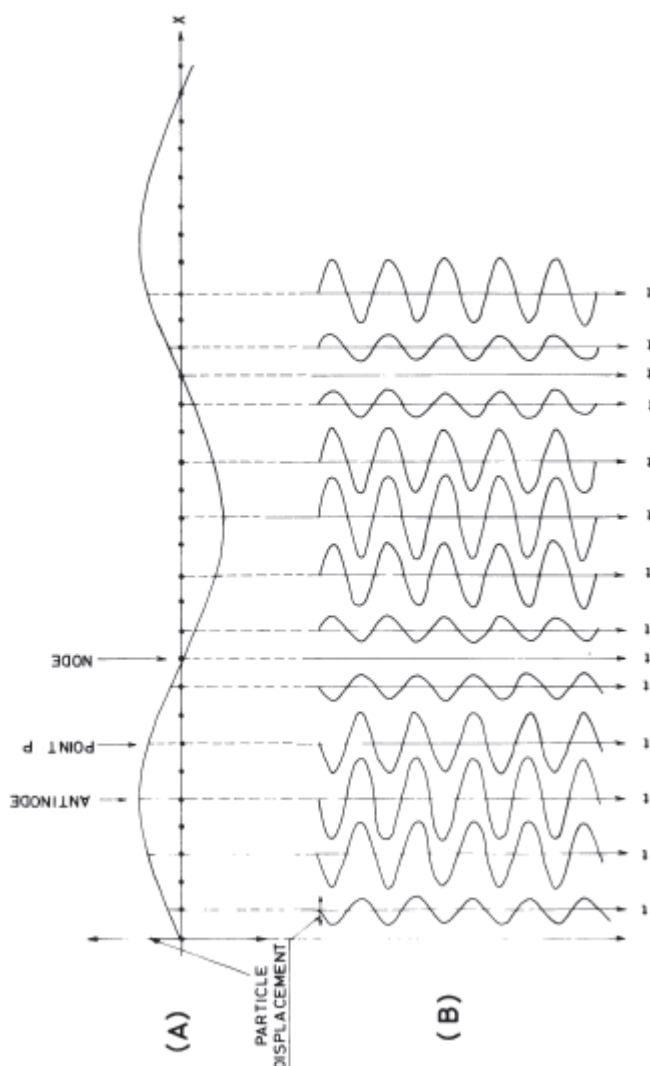
1.2.3 Superposition Principle

Formulasi prinsip ini berasal dari kenyataan bahwa persamaan gerak gelombang bersifat linear. Jika q_1 dan q_2 adalah dua solusi dari persamaan gelombang, maka $a_1q_1 + a_2q_2$ juga merupakan solusi, dengan a_1 dan a_2 adalah konstanta. Dengan demikian dapat dinyatakan bahwa hasil penambahan beberapa gerakan gelombang sama dengan jumlah efek dari komponen-komponen individualnya.

Pembentukan gelombang diam dari kombinasi dua gelombang harmonik yang bergerak ke arah yang berlawanan berfungsi sebagai contoh untuk penerapan prinsip ini.

Sekarang, mari ambil dua gelombang harmonik q_1 dan q_2 dengan amplitudo yang sama dan bergerak ke arah yang berlawanan, di mana:

$$\begin{aligned} q_1 &= a \sin (\omega t - kx) \\ q_2 &= a \sin (\omega t + kx) \\ q &= q_1 + q_2 \\ q &= 2a \cos kx \sin \omega t \end{aligned} \tag{1.42}$$



Gambar 1.9 Profil gelombang stasioner. (A) Profil gelombang, variasi amplitudo dengan jarak x yang ditinjau, pada saat waktu yang tetap. (B) Osilasi harmonik sederhana dari titik-titik seperti P yang dipilih di sepanjang sumbu x . Amplitudo setiap titik yang bergetar sama dengan nilai $2a \cos kx$ untuk titik tersebut.

di mana q merepresentasikan gerakan harmonik sederhana, yang profilnya memiliki bentuk yang tetap, sedangkan amplitudo bervariasi dengan jarak, x . Jenis gelombang ini umumnya disebut sebagai gelombang diam. Pada waktu tertentu, amplitudo gelombang adalah nol pada titik-titik di mana $\cos kx = 0$ dan $\pm 2a$ pada titik-titik di mana $\cos kx = \pm 1$. Titik-titik di mana amplitudo adalah nol disebut simpul, dan titik-titik di mana mereka mencapai maksima disebut antinoda. Setiap titik di sepanjang arah propagasi, sumbu x (dengan pengecualian simpul-simpul) sedang melakukan getaran harmonik sederhana dengan amplitudo yang bergantung pada posisinya di sepanjang profil gelombang. Dengan demikian, setiap titik pada profil seperti P (Gambar 1.9), yang terletak pada jarak x dari asal, bergetar dengan amplitudo yang sama dengan $2a \cos kx$.

Aplikasi lain yang berguna dari prinsip superposisi adalah kasus interferensi dari dua getaran harmonik sederhana yang memiliki amplitudo yang berbeda dan frekuensi yang berbeda tetapi mendekati. Dengan mengasumsikan dua gerakan sebagai:

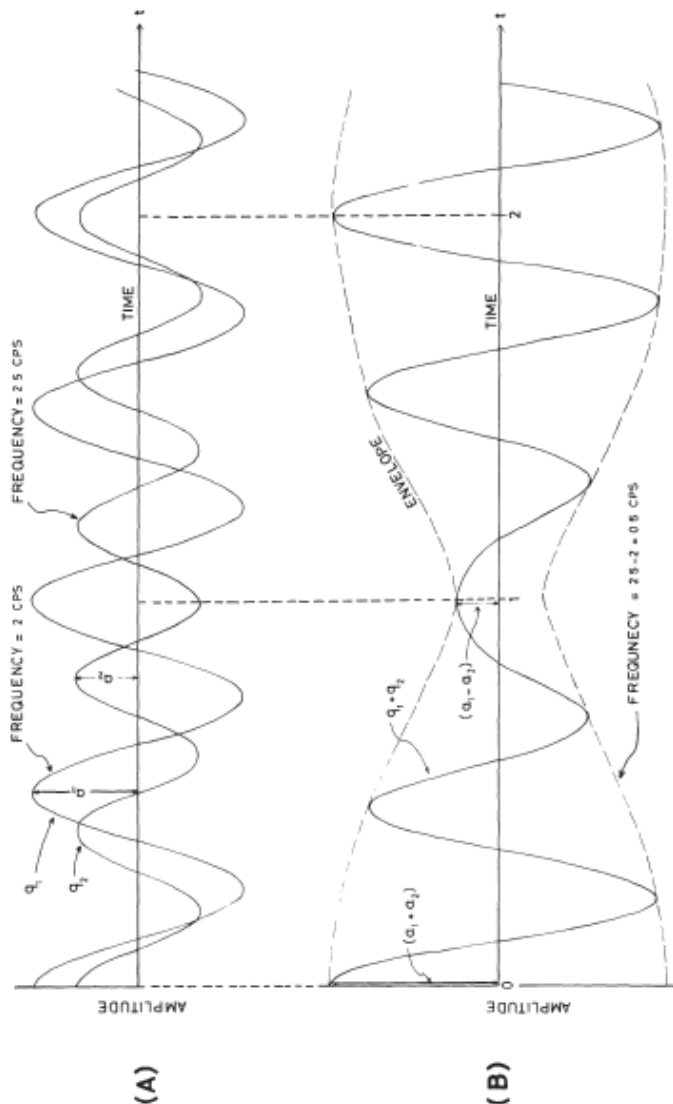
$$q_1 = a_1 \sin \omega_1 t$$

dan

$$q_2 = a_2 \sin \omega_2 t$$

maka, dengan menggabungkan $q_1 + q_2 = a \sin (\omega_1 t - \delta)$ dan menyamakan koefisien $\sin \omega_1 t$ dan $\cos \omega_1 t$, kita mendapatkan:

$$\left. \begin{aligned} a^2 &= a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos (\omega_1 - \omega_2)t \\ \text{and} \quad \delta &= \tan^{-1} \left\{ \frac{a_2 \sin (\omega_1 - \omega_2)t}{a_2 \cos (\omega_1 - \omega_2)t + a_1} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (1.43)$$



Gambar 1.10 Interferensi dua osilasi harmonik sederhana yang memiliki amplitudo dan frekuensi berbeda. (A) Dua komponen gelombang harmonik (q_1 dan q_2) yang digambar pada sistem koordinat yang sama. (B) Gelombang yang dihasilkan ($q_1 + q_2$) yang menunjukkan modulasi amplitudo yang ditandai sebagai garis putus-putus.

Dengan demikian, gerak hasil (yang bukan harmonik) adalah osilasi yang memiliki frekuensi lingkaran ω_1 dan amplitudo a yang bervariasi dengan waktu. Nilainya fluktuatif antara $(a_1 - a_2)$ dan $(a_1 + a_2)$ ketika faktor kosinus bervariasi antara -1 dan +1. Frekuensi sudut dari fluktuasi amplitudo sama dengan selisih $(\omega_1 - \omega_2)$, dan fasa a tergantung pada rasio a_1/a_2 dan pada jumlah $(\omega_1 - \omega_2)$ sebagaimana dinyatakan oleh persamaan (1.43).

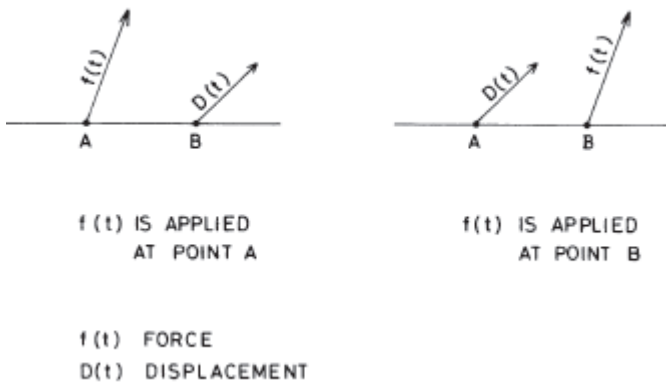
Perubahan amplitudo dengan cara ini biasanya disebut modulasi. Dalam suara, variasi intensitas akibat fluktuasi amplitudo disebut bunyi dasar. Plot q_1 , q_2 , dan $q_1 + q_2$ terhadap waktu diberikan dalam Figur 1.10. Modulasi amplitudo direpresentasikan dalam gambar ini dengan garis putus-putus.

Konsekuensi dari prinsip superposisi adalah tidak adanya interaksi antara gelombang-gelombang yang digabungkan. Dengan demikian, sebagai contoh, dua gelombang yang merambat dalam wilayah umum suatu medium akan melakukannya dengan cara seolah-olah masing-masing berada sendiri dalam medium tersebut.

1.2.4 Reciprocity Principle (Prinsip Timbal Balik)

Jika sebuah gaya $f(t)$ diterapkan pada titik A (Gambar 1.11) dari suatu medium dan menghasilkan pergeseran transien $D(t)$ pada titik B, maka penerapan vektor $f(t)$ pada titik B akan menghasilkan pergeseran yang sama, $D(t)$, pada titik A. Secara kasar diutarakan, prinsip ini menyiratkan bahwa posisi fungsi sumber dan detektor dapat saling ditukar sedangkan efek lintasan sinar tetap sama untuk kedua kasus.

Fitur menonjol dari prinsip ini adalah sifat umumnya. Ini berlaku untuk medium elastis dengan batas-batas sembarang dan mungkin homogen dan anisotropik.



Gambar 1.11 Prinsip timbal balik. Hubungan antara gaya $f(t)$ dan perpindahan yang diinduksi $D(t)$.

Adalah fakta yang sudah dikenal bahwa amplitudo gelombang permukaan berkurang secara eksponensial dengan peningkatan kedalaman di bawah permukaan bebas bumi. Dengan menggunakan prinsip reciprositas, kita dapat menyimpulkan bahwa semakin dalam sumber seismik, semakin lemah gelombang permukaan yang dihasilkan.

Prinsip dan aplikasinya dalam seismologi telah dibahas oleh berbagai penulis, misalnya Knopoff dan Gangi (1959), White (1960, 1965), Bullen (1965), dan Bath (1968).

1.3 Pengaruh Medium

Untuk menjadi homogen, isotropik, dan sempurna elastis sering dikutip sebagai properti dari model medium ideal. Dalam keadaan seperti itu, gelombang elastis merambat (sesuai dengan prinsip perambatan) tanpa perubahan bentuk, kecepatan, atau arah. Namun, medium yang ideal seperti itu tidak ada dalam alam. Bergantung pada jenis dan tingkat penyimpangan properti tertentu dari medium tertentu dari yang ideal, gelombang mengalami modifikasi tertentu.

Berikut adalah perubahan paling penting yang dapat terjadi sebagai hasil dari heterogenitas medium tersebut.

1.3.1 Perubahan Arah Lintasan Gelombang

Faktor yang menyebabkan suatu sinar membengkok adalah perubahan dalam kecepatan gelombang yang, pada gilirannya, tergantung pada properti elastis dan densitas medium. Gelombang datar yang memukul antarmuka datar, di mana kecepatan gelombang berubah, pada umumnya akan membelah menjadi jenis gelombang lain yang bergerak ke arah yang berbeda. Pada insiden normal, sinar sebagian dipantulkan dan sebagian ditransmisikan. Tidak ada generasi jenis gelombang baru yang terjadi dalam hal ini. Namun, untuk insiden miring, generasi fase serta pantulan dan pembiasan terjadi. Sudut pantulan dan pembiasan terkait dengan sudut insiden, dan dengan kecepatan gelombang di kedua sisi antarmuka, sesuai dengan rumus yang mengikuti dari prinsip Fermat.

Untuk medium di mana kecepatan berubah secara kontinu dengan kedalaman, sinar menjadi garis melengkung secara halus, di mana arah kelengkungan tergantung pada apakah perubahan kecepatan adalah peningkatan atau penurunan dengan kedalaman. Situasi lain di mana suatu sinar membengkok adalah adanya rintangan aneh di jalur gelombang yang maju. Fenomena ini disebut difraksi. Ini terjadi ketika kelengkungan rintangan besar dibandingkan dengan kelengkungan front gelombang yang bergerak. Ketika difraksi terjadi sebagai hasil dari rintangan kecil, disebut hamburan.

Tiga jenis pembengkokan sinar ini, yaitu, pantulan, pembiasan, dan difraksi dapat dibangun secara geometris menggunakan prinsip Huygens.

1.3.2 Interference (Gangguan)

Dua atau lebih rangkaian gelombang yang jalur gelombangnya bertemu, menggabungkan bersama sesuai dengan prinsip superposisi.

Kombinasi seperti itu menghasilkan penguatan di titik-titik di mana terdapat kesepakatan dalam fasa. Luas penguatan tergantung pada perbedaan fasa antara gelombang-gelombang yang digabungkan. Pola interferensi hasil menunjukkan variasi dalam tingkat energi tergantung pada jumlah perbedaan fasa. Dengan demikian, ketika gelombang-gelombang berada dalam fasa yang sempurna (yaitu perbedaan fasa nol), kita mendapatkan apa yang disebut interferensi konstruktif. Di sisi lain, ketika mereka berada di luar fasa (perbedaan fasa sama dengan $1r$), kita mendapatkan interferensi destruktif.

Untuk menjumlahkan M gerakan harmonik sederhana q_i ($i = 1, 2, \dots, M$), semua dengan frekuensi yang sama tetapi dengan amplitudo yang berbeda (a_i), dan fase yang berbeda (δ_i), kita menggunakan rumus-rumus berikut (Ditchburn, 1952).

$$\begin{aligned} q &= \sum_{i=1}^M q_i \\ &= \sum_{i=1}^M a_i \sin(\omega t - kx + \delta_i) \\ &\equiv a \sin(\omega t - kx + \delta) \end{aligned}$$

dimana,

$$\left. \begin{aligned} a^2 &= \left(\sum_{i=1}^M a_i \cos \delta_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^M a_i \sin \delta_i \right)^2 \\ \text{and} \quad \delta &= \tan^{-1} \frac{\sum_{i=1}^M a_i \sin \delta_i}{\sum_{i=1}^M a_i \cos \delta_i} \end{aligned} \right\} \quad (1.44)$$

Hasil ini menyatakan bahwa jumlah dari sejumlah terhingga gelombang harmonik sederhana yang memiliki frekuensi yang sama adalah gelombang harmonik sederhana dengan frekuensi yang sama, tetapi dengan amplitudo dan fase yang nilainya bergantung pada gelombang-gelombang komponen tersebut. Ketergantungan amplitudo hasil (a) pada fase (δ_i) dari gelombang-gelombang yang digabungkan terlihat dari rumus-rumus ini.

Ketika gelombang-gelombang yang digabungkan memiliki frekuensi yang berbeda, gelombang hasil tetap periodik tetapi tidak harmonik. Kurva hasil dapat diperoleh dengan penjumlahan aljabar amplitudo komponen pada setiap saat waktu. Sebaliknya, melalui analisis Fourier, memungkinkan untuk memecah fungsi periodik menjadi gelombang harmonik sederhana, memberikan amplitudo, dan fase untuk setiap komponen frekuensi.

1.3.3 Polarization

Pemecahan persamaan gelombang mengarah pada suatu fungsi matematika tertentu yang merepresentasikan perilaku variabel yang diberikan terhadap waktu dan posisi dalam ruang. Variabel (biasanya disebut sebagai gangguan) dapat menjadi besaran skalar atau vektor. Pada kasus di mana itu adalah vektor (seperti pergeseran), baik magnitudo maupun arahnya diperlukan untuk definisi lengkapnya. Ketika pembatasan tertentu diberlakukan pada kebebasan variasi getaran vektor, kita memperoleh gelombang terpolarisasi.

Mari kita pertimbangkan dua getaran terpolarisasi linear q_x dan q_y yang keduanya merambat ke arah z positif sambil gangguannya dibatasi dalam bidang xz dan bidang yz , secara berturut-turut (Gambar 1.12).

Dengan asumsi gangguan yang merambat adalah perpindahan, kita dapat menulis X dan Y untuk q_x dan q_y secara berturut-turut, di mana:

$$X = a \cos(\omega t - kz)$$

and

$$Y = b \cos(\omega t - kz + \delta)$$

Di sini kita telah mengambil dua gelombang memiliki frekuensi dan kecepatan propagasi yang sama, tetapi amplitudonya berbeda. Ada perbedaan fasa, S , antara kedua gelombang tersebut.

$$X = a \cos \theta$$

and

$$Y = b \cos(\theta + \delta)$$

Dengan menghilangkan S antara kedua persamaan ini, kita mendapatkan:

$$\left(\frac{X}{a}\right)^2 + \left(\frac{Y}{b}\right)^2 - \frac{2XY}{ab} \cos \delta = \sin^2 \delta \quad (1.45)$$

Persamaan ini merepresentasikan sebuah elips yang sumbunya miring terhadap sumbu koordinat.

Dengan demikian, partikel yang bergetar dalam kondisi ini akan menjelaskan lintasan-lintasan elips dalam bidang yang tegak lurus terhadap arah propagasi. Dalam kasus ini, kita memperoleh apa yang biasanya disebut sebagai polarisasi elips.

Ketika $S = \pi/2$, sumbu mayor dan minor elips sejajar dengan sumbu koordinat. Selanjutnya, jika, selain dari kondisi $S = \pi/2$, amplitudo a dan b sama, maka elips berubah menjadi lingkaran, memberikan keadaan polarisasi melingkar. Jika, di sisi lain, $S = 2n\pi$ ($n = 0, 1, 2, \dots$), atau salah satu dari a atau b adalah nol, elips berubah menjadi garis lurus yang semuanya sejajar dengan suatu bidang tertentu melalui sumbu z . Ini adalah kasus polarisasi datar.

1.3.4 Dispersion

Dalam menurunkan fungsi q yang merepresentasikan persamaan gerak gelombang, kami mengasumsikan kecepatan propagasi tetap. Kami juga melihat bahwa, ketika kecepatan merupakan fungsi dari posisi, arah propagasi berubah sesuai.

Sekarang mari kita pertimbangkan masalah tersebut kembali ketika kecepatan bergantung pada frekuensi. Artinya, setiap komponen frekuensi memiliki fungsi kecepatannya sendiri. Dalam kondisi seperti itu, setiap komponen (yaitu, setiap fase), akan bergerak dengan kecepatannya sendiri. Dengan demikian, gangguan yang terdiri dari beberapa komponen frekuensi akan mengalami perubahan bentuk dari titik ke titik dalam perjalanan geraknya. Distorsi bentuk gelombang akibat perubahan kecepatan dengan frekuensi dari komponen individu disebut dispersi.

Dalam kasus dispersi, biasanya, ada dua parameter kecepatan terkait dengan gerakan rangkaian gelombang yang terdispersi. Fase individu bergerak dengan kecepatan fasa (C) dan energi gelombang bergerak dengan kecepatan grup (U). Ketika C meningkat dengan periode fase, itu disebut sebagai dispersi normal, dan dalam hal ini kecepatan grup, U, lebih kecil dari kecepatan fasa, C. Untuk dispersi invers, C menurun dengan periode, dan dalam hal ini U lebih besar dari C. Tentu saja, ketika tidak ada dispersi, U dan C sama.

Untuk menemukan hubungan C-U, mari kita pertimbangkan dua gelombang harmonik q_1 dan q_2 , yang memiliki amplitudo yang sama, a , dan konstan panjang gelombang yang berbeda.

$$q_1 = a \sin(\omega_1 t - k_1 x)$$

$$q_2 = a \sin(\omega_2 t - k_2 x)$$

Jumlahnya diberikan oleh:

$$q = q_1 + q_2$$

$$= 2a \cos \frac{(\omega_1 - \omega_2)t - (k_1 - k_2)x}{2} \sin \frac{(\omega_1 + \omega_2)t + (k_1 + k_2)x}{2} \quad (1.46)$$

Gelombang hasil memiliki amplitudo yang diwakili oleh faktor kosinus yang bergerak dengan kecepatan kecil $(\omega_1 - \omega_2)/(k_1 - k_2)$ sedangkan gelombang itu sendiri bergerak dengan kecepatan $(\omega_1 + \omega_2)/(k_1 + k_2)$. Jelas dari analisis ini bahwa saat kecepatan gelombang hasil q mendekati nilai kecepatan gelombang asli q_1 dan q_2 , semakin dekat ω_1 akan ke ω_2 . Dengan demikian, untuk konstanta panjang gelombang yang hampir sama, kita dapat menulis:

$$\frac{d\omega}{dk} \quad \text{and} \quad \frac{\omega}{k}$$

for

$$\frac{\omega_1 - \omega}{k_1 - k_2} \quad \text{and} \quad \frac{\omega_1 + \omega_2}{k_1 + k_2}$$

sesuai masing-masing.

Kecepatan dengan mana energi bergerak (yaitu faktor amplitudo dalam persamaan (1.46)) adalah kecepatan kelompok U dan kecepatan gerakan fase yang diwakili oleh faktor sinus adalah kecepatan fase, C , demikian:

$$U = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(Ck)}{dk} = C + k \frac{dC}{dk}$$

menggunakan hubungan (1.18), yaitu

$$U = C + k \frac{dC}{dk} \quad (1.47)$$

or

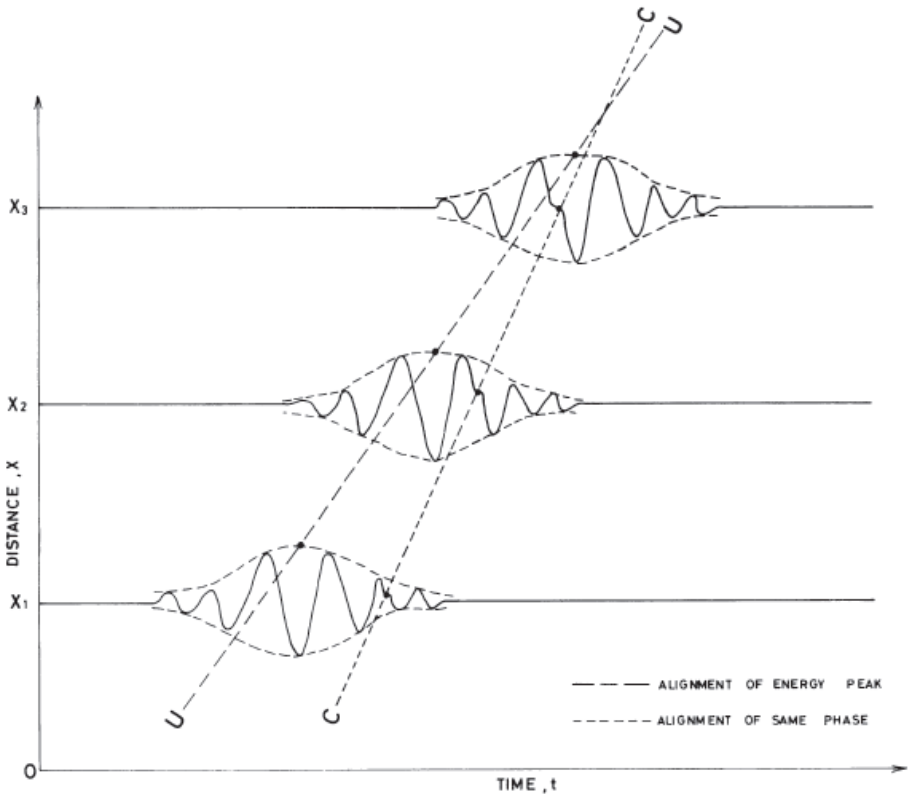
$$U = C - \lambda \frac{dC}{d\lambda} \quad (1.48)$$

karena $k = 2\pi/\lambda$.

Definisi kecepatan kelompok dan fase diilustrasikan dalam Gambar 1.13.

Argumen ini dapat diperluas dari kasus dua gelombang harmonik ke jumlah gelombang apa pun dengan syarat bahwa untuk dua gelombang apa pun, konstanta gelombang ω dan k yang sesuai cukup dekat untuk membenarkan pengalihan $(\omega_1 - \omega_2)/(k_1 - k_2)$ ke $d\omega/dk$ (lihat Coulson, 1955).

Dispersi gelombang tubuh seismik (gelombang P dan S) terlalu kecil untuk dideteksi dalam praktek. Namun, gelombang permukaan yang berjalan melalui medium semi-tak terbatas yang ditutupi oleh lapisan permukaan dengan kecepatan rendah menderita dispersi yang dapat dihargai.



Gambar 1.13 Gelombang yang menunjukkan dispersi normal yang diamati pada tiga titik yang berurutan. Kecepatan kelompok U dan kecepatan fase C diberikan oleh kemiringan garis UU dan CC .

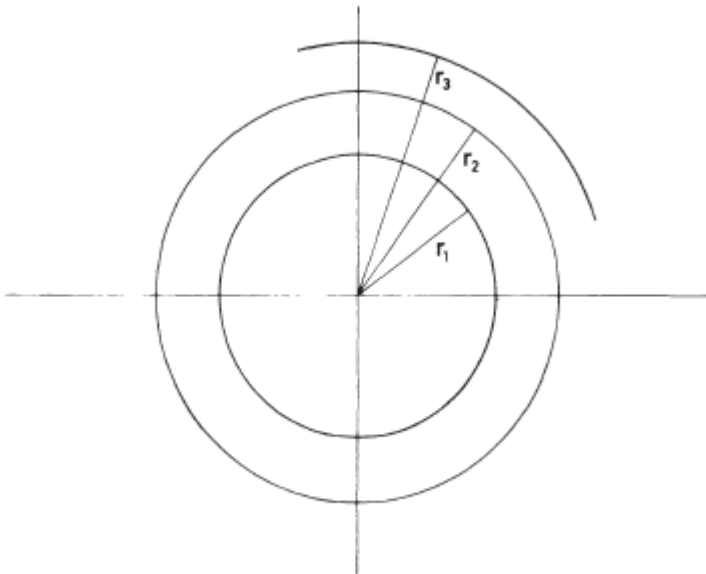
1.3.5 Attenuation

Gelombang seismik yang bergerak melalui jenis medium umum mengalami pengurangan dalam konten energi. Luasnya kerugian energi adalah fungsi dari sumber serta properti fisik dari medium tersebut. Namun, terdapat jenis penurunan gelombang lain yang terjadi akibat penyebaran murni dari front gelombang yang maju. Menurut berbagai jenis mekanisme kehilangan, ada tiga jenis utama penurunan gelombang:

(1) Penyebaran Geometris (Geometrical Spreading)

Penyebaran geometris adalah fenomena pengurangan amplitudo gelombang yang maju saat front gelombang menjadi semakin jauh dari sumbernya. Efek ini disebabkan semata-mata oleh fakta bahwa energi yang sama (yang dihasilkan oleh sumber) didistribusikan di atas front gelombang yang luasnya semakin bertambah.

Dalam kasus medium homogen dan isotropik, energi sumber ditransportasi melalui medium oleh gelombang bola. Di bawah kondisi tersebut, front gelombang adalah cangkang bola konsentris dengan jari-jari yang semakin meningkat (Gambar 1.14). Pengurangan amplitudo dengan jarak tempuh umumnya dikenal sebagai efek divergensi bola.



Gambar 1.14 Divergensi bola sebagai konsekuensi dari pendistribusian energi sumber melalui konsentris cangkang bola dengan jari-jari yang meningkat, $r_1 < r_2 < r_3 \dots$

Jika kita mengasumsikan e_s sebagai energi per unit luas dari front gelombang bola berjari-jari r , maka total energi, E_t dalam front gelombang lengkap diberikan oleh:

$$E_t = 4\pi r^2 e_s \quad (1.49)$$

Karena E_t konstan, e_s berbanding terbalik dengan r^2 .

Secara umum, energi gelombang berbanding lurus dengan kuadrat amplitudonya (a), yaitu $e_s \propto a^2$, dan oleh karena itu, $a \propto 1/r$.

Dengan demikian, amplitudo gelombang bola berbanding terbalik dengan jarak. Jenis ketergantungan ini mengungkapkan efek divergensi bola secara kuantitatif dan dapat ditulis sebagai:

$$a(r) = G/r \quad (1.50)$$

or

$$a(t) = G/v(t) \cdot t \quad (1.51)$$

dimana t adalah waktu tempuh, $v(t)$ adalah fungsi kecepatan, dan G adalah konstanta sembarang.

Persamaan ini berlaku untuk gelombang yang dipantulkan serta untuk gelombang langsung.

Dengan mengikuti prosedur yang sama, mungkin untuk menunjukkan bahwa untuk penyebaran silindris, amplitudo menurun dengan akar kuadrat jarak tempuh, r , yaitu:

$$a(r) = G/\sqrt{r} \quad (1.52)$$

Sehubungan dengan gelombang yang direfraksi, hubungan amplitudo-jarak mengambil bentuk yang berbeda. Hubungan tersebut adalah (Gurvich, 1972):

$$a(r) = G/\sqrt{r(r - r_0)^3} \quad (1.53)$$

di mana r adalah jarak dari sumber ke titik pengamatan, dan r_0 adalah jarak dari sumber ke titik di mana gelombang direfraksi pertama kali

diamati di permukaan. Untuk jarak yang besar (yaitu $r \gg r_0$), ekspresi tersebut menjadi:

$$a(r) = G/r^2 \quad (1.54)$$

Ini mengimplikasikan bahwa gelombang yang direfraksi dihambat (karena divergensi sferis) jauh lebih cepat dengan jarak daripada gelombang yang dipantulkan atau langsung.

(2) Absorpsi

Karena sifatnya yang tidak elastis dan tidak homogen, media geologis bertindak sebagai agen penyerap energi untuk gelombang seismik yang melewatinya. Dalam medium dengan kualitas seperti itu, sebagian energi gelombang diubah menjadi panas akibat gaya gesekan yang terjadi antara partikel-partikel getar dari medium tersebut. Oleh karena itu, semakin elastis suatu medium, semakin sedikit kerugian energi yang akan terjadi. Hal ini menyiratkan bahwa formasi geologis yang tersusun baik, tercementasi dengan baik, dan partikelnya padat lebih sedikit menyerap daripada formasi yang tersusun buruk dan tidak terkonsolidasi. Oleh karena itu, diharapkan bahwa penyerapan umumnya berkurang dengan kedalaman.

Pemantulan yang disebabkan oleh efek gabungan penyerapan dan hamburan bervariasi secara eksponensial dengan jarak dari sumber. Dalam seismologi eksplorasi, faktor redaman amplitudo, $\bar{a}(r)$, dinyatakan oleh:

$$\bar{a}(r) = a_0 e^{-\alpha r} \quad (1.55)$$

or

$$\bar{a}(t) = a_0 e^{-\alpha \cdot v(t) \cdot t} \quad (1.56)$$

dimana a_0 adalah amplitudo awal (referensi), e dasar dari logaritma alami, α koefisien penyerapan, r panjang jalur yang ditempuh, dan t waktu tempuh.

Namun, seismolog gempa bumi menyatakan fungsi redaman dalam bentuk yang sedikit berbeda. Bath (1974, hlm. 275) memberikan ekspresi berikut:

$$\bar{a}(r) = e^{-\pi r/Q\tau v} \quad (1.57)$$

yang setara dengan:

$$\bar{a}(t) = e^{-\pi ft/Q} = e^{-\omega t/2Q} \quad (1.58)$$

dimana Q mewakili faktor kualitas tak berdimensi dari medium penyerap dan t adalah waktu tempuh total.

Parameter Q adalah fungsi dari medium dan oleh karena itu eksponen ($\omega t/2Q$) lebih baik diungkapkan sebagai integral sepanjang jalur perjalanan, r . Dengan demikian:

$$\bar{a}(r) = \exp \left[-\frac{\omega}{2} \int_0^r \frac{dr}{Q(r) \cdot v(r)} \right] \quad (1.59)$$

dimana $Q(r)$ dan $v(r)$ adalah faktor kualitas yang bergantung pada jarak dan kecepatan gelombang masing-masing. Jika kita menggunakan perkiraan efektif \bar{Q} dan \bar{V} sebagai gantinya $Q(r)$ dan $v(r)$, kita mendapatkan ekspresi yang lebih sederhana:

$$\bar{a}(r) = e^{-\omega r/2\bar{Q}\bar{V}} \quad (1.60)$$

Dengan membandingkan dua ekspresi untuk $\bar{a}(r)$, yaitu persamaan (1.55) dan (1.60), kita dapat menuliskan hubungan antara koefisien penyerapan, α , dan faktor kualitas, \bar{Q} ,

$$\alpha = \omega/2\bar{Q}\bar{V} = \pi f/\bar{Q}\bar{V} \quad (1.61)$$

Faktor redaman $\bar{a}(r)$ dievaluasi per satu siklus, di mana tidak ada dispersi, dapat diungkapkan oleh:

$$\bar{a} \text{ (per unit wavelength)} = e^{-\pi/Q} \quad (1.62)$$

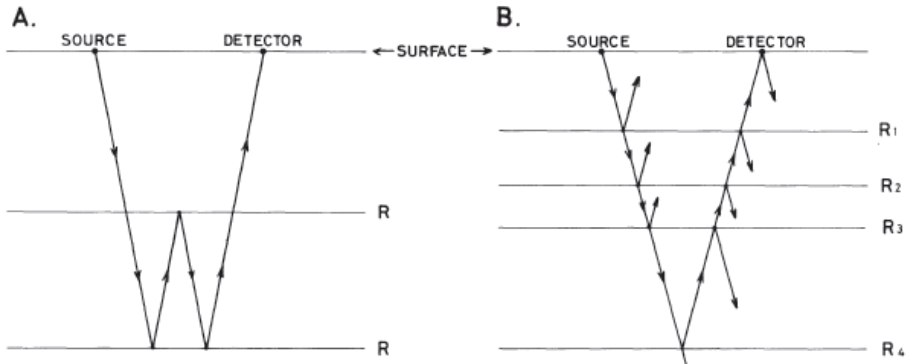
Ini mewakili redaman yang setara dengan sekitar $27.3/Q$ dB per siklus. Koefisien α bergantung pada frekuensi. Dalam aplikasi praktis konsep ini dalam pemrosesan refleksi seismik α dianggap konstan untuk

medium tertentu. Hal ini dibenarkan dalam kasus ini karena energi pantulan utama termasuk dalam pita spektral yang sempit, dengan hasil membuat α cukup konstan. Dalam medium padat, penyerapan berbanding lurus dengan frekuensi. Oleh karena itu, impuls seismik yang tajam (yaitu kaya akan komponen frekuensi tinggi) kehilangan ketajaman serta amplitudo dengan meningkatnya waktu tempuh. Jenis redaman ini, oleh karena itu, dapat dilihat sebagai filter pemotongan tinggi yang responsif karakteristiknya adalah fungsi dari sifat fisik medium.

(3) Pembagian Energi pada Antarmuka

Secara ketat, perubahan arah sinar (misalnya, pantulan, pembiasan, difraksi, dan hamburan) tidak melibatkan kerugian energi. Namun, dari sudut pandang seorang pengamat, fenomena-fenomena ini menyebabkan redaman amplitudo. Oleh karena itu, jika kita tertarik pada kedatangan pantulan, kita dapat mempertimbangkan pembiasan dan hamburan, misalnya, sebagai sumber redaman, sejauh energi pantulan yang terkait. Pembagian energi di batas-batas di mana gelombang yang jatuh dibagi menjadi fase-fase refleksi dan pembiasan baru, membuat energi dari setiap "sub-gelombang" umumnya kurang dari energi gelombang yang jatuh.

Dalam pantulan berganda, efek tersebut berulang pada setiap kejadian yang terjadi pada sebuah antarmuka dengan hasil melemahkan gelombang tertentu yang diamati pada suatu titik pada (atau di dalam) medium tersebut. Kontras dalam impedansi akustik dan derajat ketidakhomogenan dari sebuah medium adalah faktor-faktor utama yang menentukan cara pembagian energi gelombang yang jatuh di antara fase-fase yang berbeda yang terbentuk di sebuah antarmuka.



Gambar 1.15 Raypath gelombang seismik. (A) Pemantulan berganda sederhana dalam medium dua lapis. (B) Transmisi dan refleksi dalam medium berlapis-lapis. (Diasumsikan sebagai kejadian normal).

Dalam bumi sebenarnya, efisiensi antarmuka dalam memantulkan energi seismik diberikan oleh koefisien pantulnya (R) yang merupakan fungsi dari impedansi akustik dari bahan di kedua sisi antarmuka. Dengan asumsi $R = 0.2$ (yang dianggap sebagai nilai besar), amplitudo dari sebuah peristiwa tiga-pantulan (Gambar 1.15A) akan diamati pada permukaan yang tereduksi melalui sebuah perkiraan efektif dari R sekitar $(0.2)^3$. Dalam medium multi-lapisan, semi-tak terbatas (Gambar 1.15B), redaman adalah sebuah fungsi dari koefisien transmisi dan pantulan dari semua antarmuka yang dilalui oleh gelombang tersebut. R secara keseluruhan, atau efektif, dalam hal ini dapat dinyatakan dalam hal koefisien pantulan individu dari antarmuka yang dilalui (lihat persamaan (2.45)). Dalam menghitung R efektif dalam dua contoh ini, diasumsikan adanya kejadian biasa.