

# Modelo depredador-presa

Ulises Maximino Garibay Valladolid

*Facultad de ciencias Físico-Matemáticas, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Cd. Universitaria, 58040 Morelia, Michoacán*

(Dated: May 15, 2020)

En esta practica el objetivo será trabajar con el modelo depredador-presa, resolver el sistema de ecuaciones y analizar el comportamiento de este modelo.

## I. INTRODUCCIÓN

Este modelo asume que hay dos especies, la especie  $x$  representa la población de la presa y la especie  $y$  representa la población de los depredadores. Las ecuaciones tradicionales que describen la dinámica de las dos poblaciones de especies son las siguientes

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= ax - bxy \\ \frac{dy}{dt} &= -cy + dxy\end{aligned}\quad (1)$$

Donde  $a, b, c, d$  son coeficientes constantes positivos. El termino  $ax$  representa un modelo Malthusiano para la reproducción de las especies presa, notese que este termino solo implicaría un crecimiento exponencial de la población  $x$ . El termino  $bxy$  indica la interacción entre las dos especies y el significado para las especies  $x$ , específicamente, es un termino negativo porque la interacción de las dos especies significa que la población de la presa decresera. El termino  $-cy$  indica que la población de depredadores, viviendo solos, decresera por la escases de comida; este termino debería de ser el único que implica un deceso exponencial de la población. El termino positivo  $dxy$  indica la interacción entre las dos especies que representara, la energía y por lo tanto la reproducción para los depredadores.

Usaremos los siguientes parámetros y condiciones iniciales en el código para resolver el sistema de ecuaciones:  $a = 1.25$ ,  $b = 0.7$ ,  $c = 0.4$ ,  $d = 0.25$ ,  $x_0 = 3.0$ ,  $y_0 = 2.0$ . En el dominio  $t \in [0, 100]$  usando la resolución  $\Delta t = 0.1$ . La interpretación de la solución es tal que ambas poblaciones oscilan en el tiempo con una fase tal que cuando el numero de depredadores  $y$  crece, tienen que competir por el alimento representado por la población de presa  $x$ . Cuando la comida no es suficiente, la población de depredadores comienza a disminuir, mientras que cuando el numero de depredadores decrece, la presa tiene la oportunidad de reproducirse y de aumentar en numero

## II. RESULTADOS Y CONCLUSIÓN

En 1a se muestran las curvas correspondientes a la solución de el sistema de ecuaciones (1) con los parámetros indicados anteriormente en a introducción, como se puede observar las curvas oscilan en el tiempo

debido a la cantidad de alimento y la capacidad de reproducción como ya se dijo en la introducción, las presas que actúan como comida para los depredadores, al ser muchas presas en el ambiente, los depredadores tendrán mas comida y por lo tanto la reproducción de los depredadores sera mas efectiva y incrementara el numero de los depredadores, después de cierto tiempo la población de presas empezara a disminuir a causa de los depredadores y los depredadores tendrán que empezar a competir por el alimento al no ser suficiente, con lo que su población se vera disminuida y también su eficacia en su reproducción, luego al haber pocos depredadores las presas encontraran la forma de volver a reproducirse rápidamente con lo que se vera repetido el ciclo. En 1b se muestra la gráfica del espacio de fase, la cual se puede observar es una curva cerrada, lo que representa es como varían las poblaciones una con respecto de la otra y como estas conforman un ciclo cerrado como ya se comento anteriormente.

En 2a se muestra un diagrama de espacio de fase para distintos valores del parámetro  $d$ , como se puede observar el cambio del parámetro  $d$  produce un efecto notable en las curvas cerradas, aumentando el rango de las poblaciones, es decir para algunos valores de  $d$ , la curva de la población contra el tiempo oscila en un rango mayor y para otros valores oscila en un rango menor, por ejemplo para  $d = 0.15$  y  $d = 0.25$  se puede observar en 2a como la primer curva es mas pequeña que la segunda para los valores de  $d$  respectivamente.

Así, se puede concluir que los parámetros  $a, b, c, d$  de las ecuaciones modifican el comportamientos poblacional de las especies, los cuales podemos ajustar para observar el comportamiento entre dos especies determinadas, y también que este modelo se comporta como un ciclo en el cual al haber mas comida (presas) aumenta en numero de depredadores, pero al haber mas depredadores las presas comienzan a disminuir con lo cual hay menos comida lo que acaba con reducir el numero de depredadores al haber alimento insuficiente y que al disminuir la cantidad de depredadores, las presas tendrán la libertad suficiente de reproducirse nuevamente haciendo de este modelo un ciclo el cual se representa en el espacio de fase 1b y 2a. Notese también en 1a que la amplitud de la curva correspondiente a las presas  $x$  es mayor que la de los depredadores lo que tiene que ver con que las presas tienden a reproducirse de una manera mas rápida ya que si no fuese así la especie presa acabaría por extinguirse.

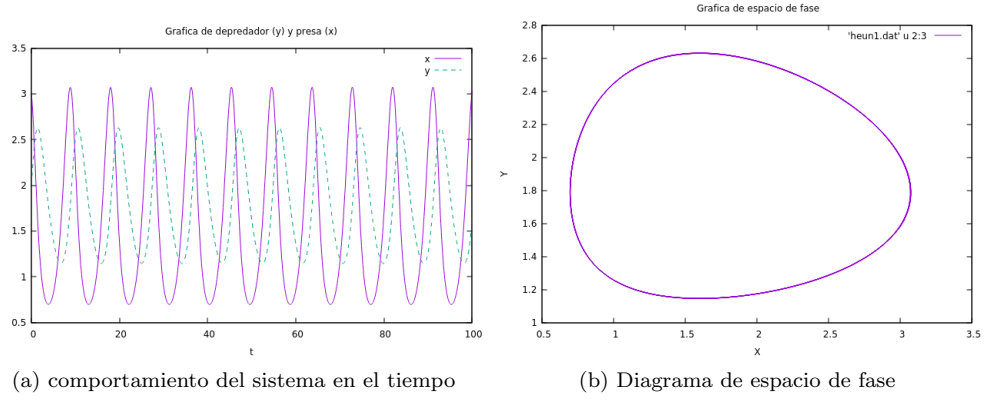


FIG. 1: muestra el comportamiento del modelo depredador-presa, en 1a se muestra como las poblaciones oscilan en el tiempo y en 1b se muestra el espacio de fase el cual es un ciclo cerrado para el valor  $d = 0.25$

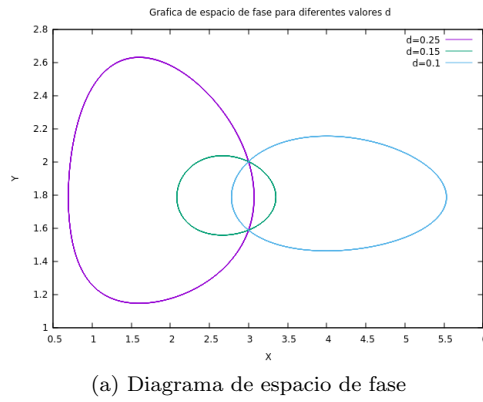


FIG. 2: Muestra el espacio de fase para diferentes valores del parámetro  $d$