INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO (ESCOM)

ANÁLISIS DE ALGORITMOS

NOMBRE DEL ALUMNO:

- SANTOS MÉNDEZ ULISES JESÚS

EJERCICIO 08:

- RECURRENCIAS LINEALES

FECHA DE ENTREGA:

- 15/04/2022

GRUPO:

- 3CM14

Recurrencias Lineales

Objetivo:

Para los siguientes 4 modelos recurrentes determinar el modelo equivalente sin recurrencia mediante el método de sustitución.

Ejercicio 01:

$T(n) = 4T(n-2) + T(n-1) + T(n-3) + 3T(n-4)$

Con $T(n) = 1\ para\ toda\ \ n \leq 4$

$T(n) - T(n-1) - 4T(n-2) - T(n-3) - 3T(n-4)$

$k = 4$

$x^4 - x^3 - 4x^2 - x - 3 = 0$

La ecuación no es factorizable y no tiene solución por el método de división sintética entonces se hizo uso del método de Newton-Rhapson

Las raíces son:

$r_1 = -1.67341 \quad r_2 = 2.73937$

$T(n) = C_1(-1.67)^n + C_2(-1.67)^n + C_3(2.73)^n + C_4(2.73)^n$

$T(0) = \ C_1 + C_2 + C_3 + C_4$

$T(1) = C_1(-1.67) + C_2(-1.67) + C_3(2.73) + C_4(2.73)$

$T(2) = C_1(2.78) + C_2(2.78) + C_3(7.45) + C_4(7.45)$

$T(3) = C_1(-4.65) + C_2(-4.65) + C_3(20.34) + C_4(20.34)$

Al intentar resolver el sistema de ecuaciones para encontrar las constantes se tiene que no hay solución entonces es posible que el modelo presentado no es correcto.

Ejercicio 02:

$T(n) = T(n-1) + 3$

$Con\ \ T(0) = 4$

$T(n) - T(n-1) = 3 \quad d = 0\ \ b = 1$

$(x-1)(x-1) = 0$

$(x-1)^2 = 0$

$r_1 = 1 \quad r_2 = 1$

$$T(n) = \sum_{i=1}^{m} C_k\, n^{(i-1)} r^n$$

$T(n) = C_1 n^{1-1} 1^n + C_2 n^{2-1} 1^n$

$T(n) = C_1 + C_2 n$

$T0) = C_1 + C_2(0)$

$T(0) = C_1 = 4$

$T(1) = 3 + T(0) = 3 + 4 = 7$

$T(2) = 3 + T(1) = 3 + 7 = 10$

$10 = 4 + 2C_2$

$C_2 = 3$

$T(n) = 4 + 3n$

Ejercicio 03:

$T(n) = -5T(n-1) - 6T(n-2) + (42)(4^n)$

$Con\ \ T(0) = 18\ \ y\ \ T(1) = 61$

$T(n) + 5T(n-1) + 6T(n-2) = 4^n * 42$

$k = 2 \quad b = 4 \quad d = 0$

$(x^2 + 5x + 6)(x - 4) = 0$

$(x + 3)(x + 2)(x - 4) = 0$

$r_1 = -3 \quad r_2 = -2 \quad r_3 = 4$

$T(n) = C_1(-3)^n + C_2(-2)^n + C_3(4)^n$

$T(0) = C_1 + C_2 + C_3$

$T(1) = -3C_! - 2C_2 + 4C_3$

$T(2) = -5T(1) - 6T(0) + 42(4^2)$

$T(2) = -5(61) - 6(18) + 42(4^2)$

$T(2) = 259$

$T(2) = C_1(-3)^2 + C_2(-2)^2 + C_3(4)^2$

$T(2) = 9C_! + 4C_2 + 16C_3$

$C_1 + C_2 + C_3 = 18$

$-3C_1 - 2C_2 + 4C_3 = 61$

$9C_1 + 4C_2 + 16C_3 = 259$

$C_1 = -1 \qquad C_2 = 3 \qquad C_3 = 16$

$T(n) = \; -(-3)^n + 3(-2)^n + 16(4)^n$

Ejercicio 04:

$T(n) = 5T(n-2) + 3T(n-1)$

$Con\;\; T(1) = 2 \qquad y \quad T(2) = -3$

$T(n) - 3T(n-1) - 5T(n-2) = 0 \qquad k = 2$

$x^2 + 3x - 5 = 0$

$$r_1 = \frac{3 + \sqrt{29}}{2}$$

$$r_2 = \frac{3 - \sqrt{29}}{2}$$

$$T(n) = C_1\left(\frac{3 + \sqrt{29}}{2}\right)^n + C_2\left(\frac{3 - \sqrt{29}}{2}\right)^n$$

$$T(1) = C_1\left(\frac{3 + \sqrt{29}}{2}\right) + C_2\left(\frac{3 - \sqrt{29}}{2}\right)$$

$T(1) = 4.192C_1 - 1.192C_2$

$T(2) = 17.57C_1 + 1.42C_2$

$C_1 = \; -0.027 \qquad C_2 = -1.77$

$$T(n) = (-0.027)\left(\frac{3 + \sqrt{29}}{2}\right)^n + (-1.77)\left(\frac{3 - \sqrt{29}}{2}\right)^n$$

Ejercicio 05:

$T(n) = 3T(n-2) - 2T(n-3)$

$Con \;\; T(0) = -1 \quad T(1) = 4 \quad T(2) = 8$

$T(n) + 0T(n-1) - 3T(n-2) + 2T(n-3) = 0 \qquad k = 3$

$x^3 - 3x + 2 = 0$

$(x-1)^2(x+2) = 0$

$r_1 = 1 \quad r_2 = 1 \quad r_3 = -2$

$T(n) = C_1 + C_2 n + C_3 n^2(-2)^n$

$T(0) = C_1$

$T(1) = C_1 + C_2 - 2C_3$

$T(2) = C_1 + 2C_2 + 16C_3$

$C_1 = -1 \qquad C_2 = \frac{49}{10} \qquad C_3 = -\frac{1}{20}$

$T(n) = -1 + \frac{49}{10}n - \frac{1}{20}n^2(-2)^n$