Santos Méndez Ulises Jesús

Tarea 2. Operaciones con Lenguajes

1. Sean $A = \{\varepsilon, ab\}$ y $B = \{cd\}$. ¿Cuantas cadenas hay en $(A^n)B$ para un n arbitrario?

$A = \{\varepsilon, ab\}$

$B = \{cd\}$

$A^0 B = (A)^0 (B) = \{\varepsilon\}\{cd\} = \{cd\} = B \quad |A^0 B| = 1$

$A^1 B = (A \cdot A^0)(B) = (\{\varepsilon, ab\}\{\varepsilon\})(\{cd\})$

$= \{\varepsilon, ab\}\{cd\}$

$= \{cd, abcd\} \quad |A^1 B| = 2$

$A^2 B = (A \cdot A^1) B = (\{\varepsilon, ab\}\{\varepsilon, ab\})(\{cd\})$

$= (\{\varepsilon, ab, abab\})(\{cd\})$

$= \{cd, abcd, ababcd\} \quad |A^2 B| = 3$

$(A^n)B$ tiene $n+1$ elementos para un n arbitrario

2. Sea A un lenguaje ¿Bajo qué condiciones la cerradura estrella de A es igual a la cerradura positiva de A?

$A^* = A^0 \cup A^1 \cup A^2 \cup A^3 \cup \ldots A^n$

$A^+ = A^1 \cup A^2 \cup A^3 \cup \ldots A^n$

$A^* = \{\varepsilon\} \cup A^+$

Se vió que $\{\varepsilon\}$ concatenado a cualquier conjunto es el conjunto entonces

$A^* = A^+ \longleftrightarrow \varepsilon \in A$

$A^* = \{\varepsilon\} \cup A^+$

Considerando

$A = \{ab\}$

$A^* = \{\varepsilon\} \cup A^+$ y $A^+ = A^* A$

Ya que A^* contiene a $\{\varepsilon\}$ al concatenar con $\{\varepsilon\}$ se tendrá A^+

$A^+ = A^* A$

$A^1 \cup A^2 \cup A^3 \cup \ldots = (A^0 \cup A^1 \cup A^2 \cup \ldots) A$

$A^+ = A^1 \cup A^2 \cup A^3 \cup \ldots$

$\therefore \underline{A^+ = A^*}$

3. Sea $\Sigma = \{a, b, c\}$ y sea $L = \{(c^i)x(c^j) \mid i, j \geq 0\}$, donde x se restringe a $x = \varepsilon$, $x = aw$ o $x = wb$ para algún $w \in \Sigma$. ¿Se cumple que $L = \Sigma^*$? ¿Es cierto que $L^2 = \Sigma^*$?

$\Sigma = \{a, b, c\}$

$L = ((C^i)(C^j)) \Rightarrow i, j \geq 0$

$\Sigma^0 = \{\varepsilon\}$

$\Sigma^1 = \Sigma\Sigma^0 = \{a, b, c\}\{\varepsilon\} = \{a, b, c\}$

$\Sigma^2 = \Sigma\Sigma^1 = \{a, b, c\}\{a, b, c\} = \{aa, ab, ac, ba, bb, bc,$
$ca, cb, cc\}$

$\Sigma^* = \Sigma^0 \cup \Sigma^1 \cup \Sigma^2 \Sigma \ldots$

$\Sigma^* = \{\varepsilon\} \cup \{a, b, c\} \cup \{aa, ab, ac, ba, bb, bc, ca, cb, cc\}$
$\cup \ldots$

$L^0 = (C^0)\{\varepsilon\}(C^0) = \{\varepsilon\}\{\varepsilon\}\{\varepsilon\} = \{\varepsilon\}$

$L^0 = (C^0)\{aa\}(C^0) = \{aa\}$

$L^0 = (C^0)\{ab\}(C^0) = \{ab\}$

Si se cumple que $L = \Sigma^*$ ya que en el tiene concatenaciones que también tiene Σ^*.

$L^2 = (c^2)\{\varepsilon\}(c^2) = (c \cdot c')\{\varepsilon\}(c \cdot c')$

$= (c\{\varepsilon\} \cdot c\{\varepsilon\})\{\varepsilon\}(c\{\varepsilon\} \cdot c\{\varepsilon\})$

$= \{cc\}\{cc\}$

$= \{cccc\}$ --- Pertenece a Σ^*

$L^2 = (c^2)\{ab\}(c^2) = (c \cdot c)\{ab\}(c^2)$

$= \{cc\}\{ab\}\{cc\}$

$= \{cccc\}\{ab\}$

$= \{ccccab\}$ — Pertenece a Σ^*

Sí es cierto que $L^2 = \Sigma^*$