Martes 17 de agosto de 2021.

Def.– Un experimento es cualquier proceso del que no se conoce su resultado de antemano.

Ejemplos

Exp 1: Lanzar una moneda.

Exp 2: Lanzar 2 monedas.

Exp 3: Lanzar la moneda hasta la 1ª cara o 3 cruces.

Def.– El espacio muestral S de un experimento es el conjunto de todos sus resultados posibles.

Ejemplos

$S_1 = \{c, x\}$ $\quad \#(S_1) = 2$ — Todo elemento en un espacio muestral se llama evento o punto muestral

$S_2 = \{cc, cx, xc, xx\}$ $\quad \#(S_2) = 4$

$S_3 = \{c, xc, xxc, xxx\}$ $\quad \#(S_3) = 4$

1er lanzamiento 2º lanzamiento 3er lanzamiento

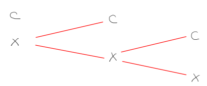


Diagrama de árbol del Experimento 3.

- Un diagrama de árbol es la representación gráfica del experimento.
- Es una herramienta que sirve para encontrar el espacio muestral.
- No es el espacio muestral.

Def.– Un evento o suceso es cualquier subconjunto de un espacio muestral.

Exp	Eventos
1	$A = \{c\}$ $\quad B = \{x\}$ $\quad \#(A) = \#(B) = 1$ $\quad \mathbb{P}(A) = \frac{\#(A)}{\#(S)} = \frac{1}{2}$
2	$A = \{xc, cx\}$ o A: Cae sólo una cara $\quad B$: Al menos una cara o $B = \{cx, xc, cc\}$ $\quad \#(B) = 3$
3	A: A lo más una cara $\quad A = S$ $\quad \#(A) = 4$ $\quad \mathbb{P}(A) = \frac{\#(A)}{\#(S)} = 1 \rightarrow$ Evento seguro
	B: Caen 2 caras $\quad B = \emptyset$ $\quad \#(B) = 0$ $\quad \mathbb{P}(B) = \frac{\#(B)}{\#(S)} = \frac{0}{4} = 0 \rightarrow$ Evento imposible

Si $\mathbb{P}(A) > 0$ se dice que A es un evento posible.

No se puede definir ningún evento asociado a un experimento tal que $\#(A) > \#(S)$

$\therefore \mathbb{P}(A) \leq 1 \quad \Rightarrow \quad 0 \leq \mathbb{P}(A) \leq 1$

$\mathbb{P}(A) \in [0, 1]$

- No hay probabilidades negativas.
- No hay probabilidades mayores a 1.

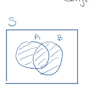
Cuando hablamos de probabilidades en porcentaje

1 — 100% (Evento seguro)
$\frac{1}{2}$ — 50%
0 — 0% (Evento imposible)

Como los eventos son conjuntos podemos operar con ellos usando las operaciones conocidas para conjuntos:

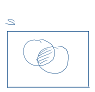
1) Unión $\quad A \cup B = \{x \in S \mid x \in A \text{ o } x \in B \text{ o } x \in AB\}$

Conjunt. de elementos que están en almenos 1 conjunto.

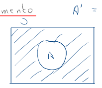


2) Intersección $\quad A \cap B = AB = \{x \in S \mid x \in A \text{ y } x \in B\}$

Conjunto de todos los elementos que viven en los 2 conjuntos.



3) Complemento $\quad A' = A^c = \bar{A} = \{x \in S \mid x \in A\}$

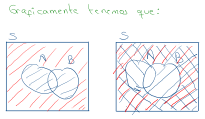


4) Leyes de D' Morgan: → Sirven para simplificar nuestra existencia (reducir cálculos)

a) $(A \cup B)' = A'B'$

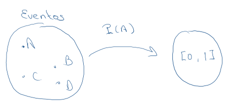
b) $(AB)' = A' \cup B'$

Graficamente tenemos que:



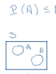
$(A \cup B)' = A'B'$

Def.– La probabilidad del evento A en el espacio muestral S se define como $\mathbb{P}(A) = \frac{\#(A)}{\#(S)}$



La Probabilidad es una función que asigna a cada evento en un espacio muestral un número real en $[0, 1]$.
Cumple las propiedades: (No se demuestran)

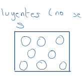
1) $\mathbb{P}(A) \geq 0$ y $\mathbb{P}(A) \leq 1$
2) $\mathbb{P}(S) = 1$
3) Si $AB = \emptyset$



$\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B)$

4) Si $A_1, A_2, \ldots, A_n$ son eventos mutuamente excluyentes (no se intersectan entre sí)

$\mathbb{P}\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \mathbb{P}(A_i)$



IR PENSANDO

Para cualesquiera eventos (pueden o no intersectarse) demostrar:

i) $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$
ii) $\mathbb{P}(A') = 1 - \mathbb{P}(A)$
iii) $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(AB)$
iv) $\mathbb{P}(A \cup B \cup C) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(C) - \mathbb{P}(AB) - \mathbb{P}(AC) - \mathbb{P}(BC) + \mathbb{P}(ABC)$
v) Si $A \subseteq B \Rightarrow \mathbb{P}(A) \leq \mathbb{P}(B)$

Se puede generalizar la probabilidad de la unión de n eventos cualesquiera:

$$\mathbb{P}\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \mathbb{P}(A_i) - \sum_{i<j}^{n} \mathbb{P}(A_i A_j) + \sum_{i<j<k}^{n} \mathbb{P}(A_i A_j A_k) - \cdots + (-1)^{n-1} \mathbb{P}\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right)$$