

Lista de ejercicios del Capítulo 1: Introducción a la probabilidad.

Profesora: Leticia Cañedo Suárez.

1. De una encuesta aplicada a 60 estudiantes que asisten a la universidad, 9 habitan fuera del recinto universitario, 36 son estudiantes de licenciatura y 3 son estudiantes de licenciatura que habitan fuera del recinto.

a) Encuentra el número de estudiantes que están estudiando su licenciatura, que habitan fuera del recinto o que satisfacen ambas características.

b) ¿Cuántos estudiantes de licenciatura habitan en el recinto?

c) ¿Cuántos estudiantes ya tienen su licenciatura y habitan en el recinto?

Respuesta. a) 42 b) 33 c) 18

2. Un mecanismo puede ponerse en cuatro posiciones, digamos **a**, **b**, **c** y **d**. Hay 8 de tales mecanismos en un sistema.

a) ¿De cuántas maneras puede instalarse este sistema?

b) Supón que dichos mecanismos están instalados en algún orden (lineal) preasignado. ¿De cuántas maneras posibles se instalan los mecanismos, si dos mecanismos adyacentes no están en la misma posición?

c) ¿Cuántas maneras son posibles si sólo se usan las posiciones **a** y **b** con la misma frecuencia?

d) ¿Cuántas maneras son posibles si sólo se usan dos posiciones diferentes y una de ellas aparece tres veces más a menudo que la otra?

Respuesta. a) 4^8 b) $3^7(4)$ c) 70 d) 336

3. En la configuración de un sistema de cómputo, para que la empresa lo use en el control de calidad, un ingeniero tiene cuatro opciones de computadora: IBM, VAX, HONEYWELL O HP, seis marcas de monitores y tres tipos de impresoras gráficas.

a) Si todo el equipo es compatible, ¿en cuántas formas puede diseñarse el sistema?

b) Si el ingeniero necesita usar un paquete de software estadístico que está disponible sólo para equipos IBM o MAX ¿de cuántas maneras puede configurar el sistema?

Respuesta. a) 72 b) 36

4. Una compañía recibe un embarque de 20 discos duros. Antes de aceptarlo, selecciona aleatoriamente cinco de ellos y los somete a prueba. El embarque se acepta si los cinco discos cumplen con las especificaciones, en caso contrario se regresan todos al fabricante. Si tres de los 20 discos son defectuosos, ¿cuál es la probabilidad de que no se acepte el embarque?

Respuesta. 137/228

5. Un sistema de cómputo tiene contraseña que consiste en cinco letras seguidas de un dígito.

a) ¿Cuántas contraseñas son posibles?

b) ¿Cuántas contraseñas incluyen tres A y dos B, además de terminar en dígito par?

c) Si olvida la contraseña y recuerda que tiene las características descritas en el inciso b, ¿Cuál es la probabilidad de que la adivine en el primer intento?

Res. b) 50 c) 1/50

6. Cuando una computadora se bloquea existe una probabilidad de 75% de que se deba a una sobrecarga y del 15% de que sea por un problema de software. La probabilidad de que se origine en una sobrecarga o un problema de software es de 85%. ¿Cuál es la probabilidad de que se deba a ambos problemas? ¿Cuál es la probabilidad de que haya un problema de software sin sobrecarga?

Respuesta. 0.05, 0.10

7. Se eligen sin reemplazo dos dígitos al azar del 1 al 9. Si la suma de los dígitos es par, encuentra la probabilidad de que ambos dígitos sean impares.

Resp. $5/8$

8. Se ha observado que los hombres y las mujeres reaccionan de una manera diferente en ciertas circunstancias; 70% de las mujeres reacciona positivamente en dichas circunstancias, mientras que el porcentaje en los hombres es solamente del 40%. Se sometió a prueba un grupo de 20 personas, 15 mujeres y 5 hombres, y se les pidió llenar un cuestionario para descubrir sus reacciones. Una respuesta escogida al azar de las 20 resultó negativa. ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido contestada por un hombre?

Respuesta. 0.4

9. La probabilidad de que un doctor diagnostique de manera correcta una enfermedad particular es 0.7. Dado que el Doctor hace un diagnóstico incorrecto, la probabilidad de que el paciente presente una demanda es 0.9. ¿Cuál es la probabilidad de que el Doctor haga un diagnóstico incorrecto y el paciente lo demande?

Respuesta. 0.27

10. Se dio a una nueva secretaria n contraseñas para la computadora, pero solamente una de ellas dará acceso a un archivo. La secretaria no sabe cuál es la contraseña correcta y por tanto, escoge una al azar y la prueba. Si la contraseña es incorrecta, la quita y selecciona aleatoriamente otra de las que quedan, continuando de esta manera hasta encontrar la contraseña correcta.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que obtenga la contraseña correcta en el primer intento?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que obtenga la contraseña correcta en el segundo intento? Y ¿en el tercero?

c) Se estableció un sistema de seguridad de tal manera que si se intentan 3 contraseñas incorrectas antes de encontrar la buena se cierra el archivo y se niega el acceso. Si $n = 7$, ¿Cuál es la probabilidad de que la secretaria tenga acceso al archivo?

Respuesta. $3/7$

11. Un estudiante contesta una pregunta que ofrece cuatro soluciones posibles en un examen de opción múltiple. Supón que la probabilidad de que el estudiante sepa la respuesta a la pregunta es de 0.8 y la probabilidad de que tenga que contestar al azar es 0.2. Supón que la probabilidad de seleccionar la respuesta correcta al azar es 0.25. Si el estudiante contesta correctamente la pregunta, ¿Cuál es la probabilidad de que realmente sepa la respuesta correcta?

Respuesta. 0.9412

12. Cuando la rueda de una ruleta se hace girar una vez, hay 38 posibles resultados: 18 rojos, 18 negros y 2 verdes (si el resultado es verde, la casa gana todo). Si una rueda se hace girar dos veces, los $(38)(38)$ resultados son igualmente probables. Si nos dicen que en dos giros de la rueda por lo menos uno resulta verde, ¿Cuál es la probabilidad de que ambos resultados sean verdes?

Respuesta. 0.027

13. La urna 1 contiene x esferas blancas y y rojas. La urna 2 contiene z blancas y v rojas. Se escoge una esfera al azar de la urna 1 y se pone en la urna 2. Entonces se escoge una esfera al azar de la urna 2. ¿Cuál es la probabilidad de que esta esfera sea blanca?

Respuesta. $\frac{x(z+1) + yz}{(x+y)(z+v+1)}$ **b) $3/8$**

14. Se lanzan 2 dados y puesto que muestran números diferentes, ¿Cuál es la probabilidad de que una cara sea 4?

Respuesta. 1/3

15. Un prisionero político será enviado a Siberia o a los Urales. Las probabilidades de que lo envíen a estos dos lugares son 0.6 y 0.4 respectivamente. Se sabe además que si un residente de Siberia se elige al azar hay una probabilidad de 0.5 de que lleve un abrigo de piel, en tanto que la probabilidad para lo mismo es de 0.7 en los Urales. Al llegar al exilio, la primera persona que ve el prisionero no lleva un abrigo de piel ¿Cuál es la probabilidad de que esté en Siberia?

Respuesta. 0.714

16. En el último año de un grupo de 100 estudiantes de educación media superior, 42 estudiaron matemáticas, 68 psicología, 54 historia, 22 matemáticas e historia, 25 matemáticas y psicología, 7 estudiaron historia pero no estudiaron matemáticas ni psicología, 10 estudiaron las tres materias y 8 no estudiaron ninguna de las tres. Si se elige al azar a un estudiante, determina la probabilidad de que:

a) Una persona inscrita en psicología estudie las tres materias.

b) Una persona que no estudia psicología esté tomando tanto historia como matemáticas.

Respuesta. a) 5/34

17. Una ciudad tiene dos carros de bomberos que operan de forma independiente. La probabilidad de que un carro específico esté disponible cuando se le necesite es 0.96. ¿Cuál es la probabilidad de que

a) ninguno esté disponible cuando se le necesite?

b) Un carro de bomberos esté disponible cuando se le necesite?

Respuesta. a) 0.0016 b) 0.9984

18. Supón que A y B son eventos independientes, tales que la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos es a y la probabilidad de que ocurra B es b . Demuestra que $P(A) = \frac{1-b-a}{1-b}$.

Respuesta. $\frac{1-b-a}{1-b}$

19. Tres equipos de radar, que trabajan independientemente están disponibles para detectar cualquier avión que vuele sobre cierta área. Cada equipo tiene probabilidad de 0.02 de no detectar un avión que vuele en el área. Si un avión entra por casualidad al área, ¿Cuál es la probabilidad de que:

a) no sea detectado?

b) Sea detectado por los tres equipos de radar?

Respuesta. 8×10^{-6}

20. Un detector de mentiras muestra una lectura positiva (es decir, indica una mentira) en 10% de los casos cuando la persona dice la verdad y en 95% de los casos cuando la persona miente. Supón que se sospecha de dos personas de haber cometido un delito, que fue ejecutado por una sola persona, y de hecho sólo una de ellas es culpable. ¿Cuál es la probabilidad de que el detector

a) muestre una lectura positiva para los dos sospechosos?

b) Muestre una lectura positiva para el sospechoso culpable y una lectura negativa para el inocente?

c) Esté completamente equivocado, es decir, que indique una lectura positiva para el inocente y una negativa para el culpable?

d) Dé una lectura positiva para cualquiera de los dos o para ambos sospechosos?

Respuesta. a) 0.095 b) 0.855 c) 0.005 d) 0.955

21. Una red de comunicaciones tiene un sistema incorporado de seguridad contra fallas. Si en este sistema falla la línea I, se utiliza la línea II como emergencia, si también falla la línea II, se utiliza la

línea III. La probabilidad de que falle cualquiera de estas tres líneas es 0.1 y las fallas de estas líneas son independientes. ¿Cuál es la probabilidad de que este sistema de tres líneas no falle totalmente?

Respuesta. 0.999

22. La víctima de un accidente morirá a menos de que reciba en los próximos 10 minutos una cantidad de sangre tipo A, Rh positivo, que sea suministrada por un solo donante. Se tarda 2 minutos en definir el tipo de sangre de un posible donante y 2 minutos en realizar la transfusión. Hay una gran cantidad de donantes diferentes cuyo tipo de sangre se desconoce y 40% de ellos tienen el tipo de sangre A, Rh positivo. ¿Cuál es la probabilidad de que sobreviva la víctima si solamente se dispone de un equipo para determinar el tipo de sangre?

Respuesta. 0.8704

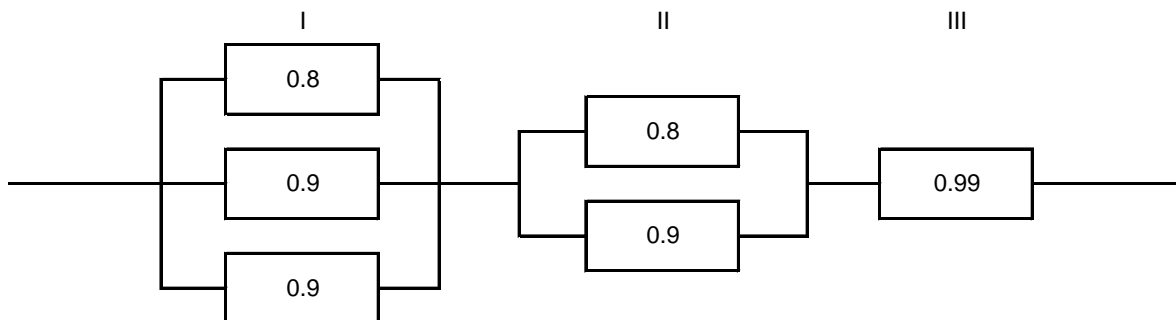
23. Un número binario está compuesto sólo de los dígitos 0 y 1 (Por ejemplo 1011, 1100, etc). Estos números tienen un papel importante en el uso de las computadoras. Supón que un número binario está formado por n dígitos. Supón que la probabilidad de que aparezca un dígito incorrecto es p y que los errores en dígitos diferentes son independientes uno de otro. ¿Cuál es la probabilidad de formar un número incorrecto?

Respuesta. $1 - (1 - p)^n$

24. Dos personas lanzan tres monedas regulares cada una. ¿Cuál es la probabilidad de que obtengan el mismo número de caras?

Respuesta. 5/16

25. Considera el diagrama de un sistema electrónico que muestra las probabilidades de que los componentes del sistema operen de modo apropiado. ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema opere si el ensamble III y al menos uno de los componentes en los ensambles I y II deben operar para que funcione el ensamble? Supón que los componentes de cada ensamble operan independientemente y que la operación de cada ensamble también es independiente.



Respuesta. 0.968

26. Supón que existe 50% de probabilidad de daño al disco duro de una computadora si la línea de alimentación eléctrica a la que está conectada es alcanzada por una tormenta eléctrica. Existe una probabilidad de 5% de que ocurra una tormenta eléctrica en cualquier día veraniego en un área dada. Si la probabilidad de que la tormenta eléctrica afecte a la línea es de 0.1% ¿Cuál es la probabilidad de que la tormenta alcance la línea y ocurra daño del disco duro durante la siguiente tormenta eléctrica en el área?

Respuesta. 0.0005

27. A medida que la sociedad se vuelve dependiente de las computadoras, los datos deben comunicarse por redes de comunicación pública, como satélites, sistemas de microondas y teléfonos. Al recibir un mensaje, es necesaria su autenticación. Ello se logra mediante el uso de una clave secreta cifrada. Aunque sea secreta, siempre existe la posibilidad de que caiga en manos indebidas, lo cual posibilitaría que un mensaje no auténtico parezca ser auténtico. Supón que 95% de los mensajes recibidos es auténtico. Además, considera que apenas 0.1% de los mensajes no auténticos se envía con la clave correcta y que el envío de todos los mensajes auténticos se realiza con la clave correcta. Calcula la probabilidad de que un mensaje sea auténtico, dado que se usa la clave correcta.

Respuesta. 0.9999

28. Un centro de cómputo tiene 3 impresoras, A, B y C, que imprimen a velocidad distinta. Los programas se envían a la primera impresora disponible. Las probabilidades de que un programa se envíe a las impresoras A, B y C son de 0.6, 0.3 y 0.1 respectivamente. En ocasiones los impresos se atorran en la impresora y se destruyen. Las probabilidades de que se atore el papel en las impresoras A, B y C son de 0.01, 0.05 y 0.04, en el mismo orden. Un programa escrito por ti se destruye al atorarse el papel en la impresora. ¿Cuál es la probabilidad de que hay ocurrido en la impresora A? , ¿Cuál es la probabilidad de que hay ocurrido en la impresora BA?, ¿Cuál es la probabilidad de que hay ocurrido en la impresora C?

Respuesta. 0.24, 0.6, 0.16