Miércoles 10 de noviembre de 2021.

1) Un artículo en la revista Consumer Reports, de noviembre de 1983, comparó varios tipos de baterías. El promedio de duraciones de baterías AA alcalinas marca Duracell y de baterías AA alcalinas marca Eveready Energizar se dieron como 4.1 y 4.5 h, respectivamente. Supón que éste es el promedio de duraciones poblacionales. Sea $\overline{x}$ la duración promedio muestral de 100 baterías Duracell y $\overline{y}$ la duración promedio muestral de 100 baterías Eveready. ¿Cuál es el valor medio de $\overline{x}-\overline{y}$ (esto es, dónde está centrada la distribución de $\overline{x}-\overline{y}$)? Respuesta: -0.4 h;

Solución.

$\mu_D = 4.1\ h \qquad \bar{x} \qquad n_D = 100$

$\mu_E = 4.5h \qquad \bar{y} \qquad n_E = 100$

$E(\bar{x}-\bar{y}) =$

Por el TCL $\quad \bar{x} \approx N(\mu_{\bar{x}} = \mu_D = 4.1h)$

$\bar{y} \approx N(\mu_{\bar{y}} = \mu_E = 4.5h)$

Por la teoría se sabe que la resta de Normales es Normal

$\bar{x}-\bar{y} \approx N(\mu_{\bar{x}-\bar{y}} = \underbrace{\mu_{\bar{x}} - \mu_{\bar{y}}}, \ \sigma^2_{\bar{x}-\bar{y}} = \sigma^2_{\bar{x}} + \sigma^2_{\bar{y}})$

Esta centrada aquí

$\mu_{\bar{x}-\bar{y}} = 4.1 - 4.5 = -0.4\ h$

2) En un estudio de 277 compradoras adultas seleccionadas al azar, 69 dijeron que siempre que un artículo anunciado no se encontraba en su supermercado local, solicitaban vale. Obten un intervalo de confianza al 99% para la verdadera proporción p de compradoras adultas que solicitan vale en tales situaciones. Respuesta: [.182, .316]

3) Un artículo de Los Angeles Times reporta que la técnica gráfica de teletermometría de esfuerzo (GST) detectó con precisión 23 de 29 casos conocidos de cáncer de pecho. Construye un intervalo de confianza al 90% para la verdadera proporción de cánceres de pecho que serían detectados por la técnica GST (dado que n es pequeña, el intervalo será muy amplio).

2._ $n = 277$
69 piden vale $\Big\}\ \hat{p} = \frac{69}{277}$

Bernoulli

$x_i = \begin{cases} 0 & \text{no lo pide} \\ 1 & \text{si pide vale} \end{cases}$

$\bar{x} = \hat{p}$ proporción muestral

$1-\alpha = 0.99 \rightarrow \alpha = 0.01 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.005 \rightarrow Z_{0.005} = 2.5758$

$\left[\hat{p} - \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\, Z_{\alpha/2},\ \hat{p} + \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\, Z_{\alpha/2}\right]$

$\left[\frac{69}{277} - \sqrt{\frac{69(208)}{(277)^3}}\,(2.5758),\ \frac{69}{277} + \sqrt{\frac{69(208)}{(277)^3}}\,(2.5758)\right]$

$[0.182,\ 0.316]$ Menos del 50% de las clientas piden vale cuando no encuentran el artículo que desean comprar.

3._ $n = 29$
23 detectados
$1-\alpha = 0.90 \rightarrow \alpha = 0.1 \rightarrow \alpha/2 = 0.05 \qquad t_{0.05,\,28} = 1.701131$

I.C $\left[\hat{p} - \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\, t_{\alpha/2,\,n-1},\ \hat{p} + \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\, t_{\alpha/2,\,n-1}\right]$

$\left[\frac{23}{29} - \sqrt{\frac{23(6)}{29^3}}\,(1.7),\ \frac{23}{29} + \sqrt{\frac{23(6)}{29^3}}\,(1.7)\right]$

$\hat{p} = \frac{\overset{CF}{\text{Casos favorables}}}{n} \qquad \hat{q} = \frac{\overset{CD}{\text{Casos desfavorables}}}{n}$

$[0.665,\ 0.920]$ Del 67% al 92% de los casos serán detectados.

$\hat{p} \qquad \frac{\hat{p}\hat{q}}{n} = \frac{CF}{n}\,\frac{CD}{n}\,\frac{1}{n} = \frac{(CF)(CD)}{n^3}$

proporción media (Bernoulli)

4) Se encontró que la desviación estándar muestral de concentración de sodio en sangre entera (mEq/L) para $n_1 = 20$ anguilas marinas fue de $s_1 = 40.5$, mientras que la desviación estándar muestral de concentración para $n_2 = 20$ anguilas de agua dulce fue de $s_2 = 32.1$. Si se supone normalidad de las dos distribuciones de concentración, prueba con una confianza del 90% si la información sugiere cualquier diferencia entre varianzas de concentración para los dos tipos de anguilas.

$n_1 = n_2 = 20$
$S_1 = 40.5$
$S_2 = 32.1$
$1-\alpha = 0.90 \rightarrow \alpha = 0.1 \rightarrow \alpha/2 = 0.05$

I.C $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \qquad F_{1-\frac{\alpha}{2},\,19,\,19} = 0.4612 \qquad F_{\alpha/2,\,19,\,19} = 2.1682$

$\left[\frac{S_1^2}{S_2^2}\,\frac{1}{F_{\alpha/2,19,19}},\ \frac{S_1^2}{S_2^2}\,\frac{1}{F_{1-\frac{\alpha}{2},19,19}}\right]$

$\left[\left(\frac{40.5}{32.1}\right)^2 \frac{1}{2.1682},\ \left(\frac{40.5}{32.1}\right)^2 \frac{1}{0.4612}\right]$

$[0.7341,\ 3.4515]$ Con una confianza del 90% se puede decir que la concentración de sodio en la sangre es igual para anguilas de agua salada y anguilas de agua dulce.

(La concentración de sodio en la sagre es estadísticamente igual (con una confianza del 90%) entre anguilas de agua dulce y agua salada).

5) Se determinó la cantidad de expansión lateral (mils) para una muestra de 9 soldaduras de arco de metal y gas accionado por pulsos, que se emplean en tanques contenedores de gas licuado natural en barcos. La desviación estándar muestral resultante fue $s = 2.81$ mils. Si se supone normalidad, deriva un intervalo de confianza de 95% para σ^2 y para σ.

6) Se hicieron las siguientes observaciones de resistencia a la fractura de placas base 18% de acero mariginizado al níquel:

69.5	71.9	72.6	73.1	73.3	73.5	75.5	75.7
75.8	76.1	76.2	76.2	77.0	77.9	78.1	79.6
79.7	79.9	80.1	82.2	83.7	93.7		

$n = 22$

Calcula un intervalo de confianza al 99% para la desviación estándar de la distribución de la resistencia a la fractura. ¿Es valido este intervalo, cualquiera que sea la naturaleza de la distribución? Explica. Respuesta: [3.6, 8.1]; no

5) $n = 9$
$S = 2.81$
$1-\alpha = 0.95 \rightarrow \alpha = 0.05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \qquad \chi^2_{0.025,8} = 17.5345 \qquad \chi^2_{0.975,8} = 2.1797$

$\left[\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{0.025,8}},\ \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{0.975,8}}\right] = \left[\frac{8(2.81^2)}{17.5345},\ \frac{8(2.81^2)}{2.1797}\right]$

$[3.6025,\ 28.98]$ Con una confianza de 95% se puede decir que la varianza poblacional de la expansión lateral de soldadura de arco de metal y gas accionado por pulsos en tanques contenedores de gas licuado natural en barcos está entre 3.60 mils y 28.98 mils

INTERVALOS DE CONFIANZA MÁS COMUNES.

Parámetro a estimar	Situación	Estimador Puntual	Intervalo de confianza al $(1-\alpha)*100\%$
μ	Distribución normal, muestra grande y varianza conocida.	$\overline{X}$	$\left[\overline{X} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \overline{X} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$
μ	Distribución normal, muestra grande o pequeña y varianza desconocida.	$\overline{X}$	$\left[\overline{X} - t_{\alpha/2,n-1}\frac{S}{\sqrt{n}},\ \overline{X} + t_{\alpha/2,n-1}\frac{S}{\sqrt{n}}\right]$
$\mu_1 - \mu_2$	Para dos muestras independientes de poblaciones normales con varianzas conocidas.	$\overline{X}_1 - \overline{X}_2$	$\left[(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}},\ (\overline{X}_1 - \overline{X}_2) + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right]$
$\mu_1 - \mu_2$	Para dos muestras grandes ($n > 30$) independientes de poblaciones normales con varianzas diferentes y desconocidas.	$\overline{X}_1 - \overline{X}_2$	$\left[(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}},\ (\overline{X}_1 - \overline{X}_2) + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}\right]$
$\mu_1 - \mu_2$	Para dos muestras chicas independientes de poblaciones normales con varianzas diferentes y desconocidas.	$\overline{X}_1 - \overline{X}_2$	$\left[(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - t_{\alpha/2,\nu}\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}},\ (\overline{X}_1 - \overline{X}_2) + t_{\alpha/2,\nu}\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}\right]$
$\mu_1 - \mu_2$	Para dos muestras independientes de poblaciones normales con varianzas iguales y desconocidas.	$\overline{X}_1 - \overline{X}_2$	$\left[(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - t_{\alpha/2,n_1+n_2-2}S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}},\ (\overline{X}_1 - \overline{X}_2) + t_{\alpha/2,n_1+n_2-2}S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}\right]$

INTERVALOS DE CONFIANZA MÁS COMUNES (CONTINUACIÓN).

Parámetro a estimar	Situación	Estimador Puntual	Intervalo de confianza Al $(1-\alpha)*100\%$
P	Para una muestra grande con P pequeña.	p	$\left[p - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}},\ p + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]$
$P_1 - P_2$	Para dos muestras grandes e independientes de una distribución normal.	$p_1 - p_2$	$\left[(p_1 - p_2) \pm Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1}+\frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}\right]$
σ^2	Para una muestra cualquiera.	S^2	$\left[\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2,n-1}},\ \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2,n-1}}\right]$
$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$	Para dos muestras independientes de poblaciones normales.	$\frac{S_1^2}{S_2^2}$	$\left[\frac{S_1^2}{S_2^2}\frac{1}{F_{\alpha/2,n_1-1,n_2-1}},\ \frac{S_1^2}{S_2^2}\frac{1}{F_{1-\alpha/2,n_1-1,n_2-1}}\right]$

Con:

$$\nu = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{(S_1^2/n_1)^2}{n_1+1}+\frac{(S_2^2/n_2)^2}{n_2+1}} - 2$$

$$S_p = \sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}}$$