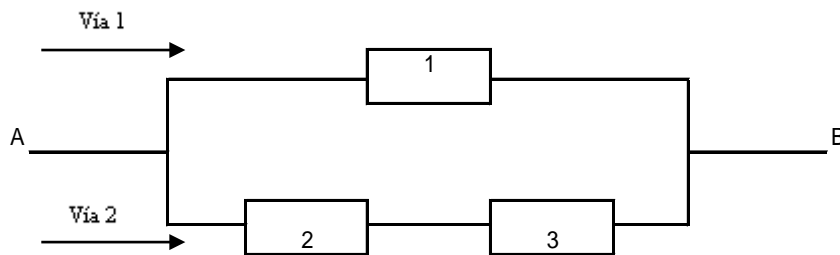


INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL. ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO. PROFESORA: LETICIA CAÑEDO SUÁREZ.	EJERCICIO
	FUNCIÓN DE PROBABILIDAD.

1. Considera un sistema de agua que fluye a través de unas válvulas de A a B. Las válvulas 1, 2 y 3 funcionan independientemente y cada una se abre correctamente mediante una señal con una probabilidad de 0.8. Encuentra la distribución de probabilidad para Y, el número de vías abiertas de A a B después de haber enviado la señal.



Respuesta. $P(Y = 0) = 0.072$, $P(Y = 1) = 0.416$, $P(Y = 2) = 0.512$

2. En un problema de una prueba aplicada a niños pequeños, se les pide que hagan corresponder cada uno de los tres dibujos de animales con la palabra que identifica a ese animal. Si un niño asigna aleatoriamente las tres palabras a los tres dibujos encuentra la distribución de probabilidad para Y, el número de correspondencias correctas.

Respuesta. $P(Y = 0) = \frac{1}{3}$, $P(Y = 1) = \frac{1}{2}$, $P(Y = 2) = \frac{1}{6}$

3. Cinco pelotas numeradas del 1 al 5 se encuentran en una urna. Se sacan 2 pelotas al azar y se anotan sus números. Encuentra la distribución de probabilidad para lo siguiente:

- El mayor de los dos números seleccionados.
- La suma de los dos números seleccionados.

Respuesta. $P(X = 2) = \frac{1}{10}$, $P(X = 3) = \frac{2}{10}$, $P(X = 4) = \frac{3}{10}$, $P(X = 5) = \frac{4}{10}$

$P(Y = 3) = 0.1$, $P(Y = 4) = 0.1$, $P(Y = 5) = 0.2$, $P(Y = 6) = 0.2$, $P(Y = 7) = 0.2$,
 $P(Y = 8) = 0.1$, $P(Y = 9) = 0.1$

4. De las personas que llegan a un banco de sangre, 1 de 3 tiene tipo sanguíneo O^+ , y 1 de 15 tipo O^- . Considérese 3 donantes, seleccionados aleatoriamente del banco de sangre. Sea X el número de donantes con sangre tipo O^+ y Y el número de donantes con sangre tipo O^- . Obtén las distribuciones de probabilidad para X y Y, Determina también la distribución de probabilidad para X+Y el número de donantes con sangre tipo O .

Respuesta. $P(X = 0) = \frac{8}{27}$, $P(X = 1) = \frac{12}{27}$, $P(X = 2) = \frac{6}{27}$, $P(X = 3) = \frac{1}{27}$

$P(Y = 0) = \frac{2744}{3375}$, $P(Y = 1) = \frac{588}{3375}$, $P(Y = 2) = \frac{42}{3375}$, $P(Y = 3) = \frac{1}{3375}$

$P(X + Y = 0) = \frac{27}{125}$, $P(X + Y = 1) = \frac{54}{125}$, $P(X + Y = 2) = \frac{36}{125}$, $P(X + Y = 3) = \frac{8}{125}$

5. ¿Cuáles de las funciones siguientes son distribuciones de probabilidad discretas?

$$a) f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & x=0 \\ \frac{2}{3} & x=1 \\ 0 & \text{o.c} \end{cases} \quad b) f_X(x) = \begin{cases} \binom{5}{x} \left(\frac{2}{3}\right)^x \left(\frac{1}{3}\right)^{5-x} & x=0, 1, 2, 3, 4, 5. \\ 0 & \text{o.c} \end{cases}$$

6. La demanda de un producto es $-1, 0, 1, 2$ por día con las probabilidades respectivas de $1/5, 1/10, 2/5, 3/10$. Una demanda de -1 implica que se regresa una unidad. Encuentra la demanda esperada y la varianza.

Respuesta. $\mu = 0.8$

7. Una v.a discreta X tiene la función de probabilidad $f_X(x) = k\left(\frac{1}{2}\right)^x$ $x=1, 2, 3$.

a) Determina el valor de k .

b) Encuentra la media y la varianza de X .

c) Encuentra la función de distribución acumulada $F_X(x)$.

$$\text{Respuesta. } k = \frac{8}{7}, E(X) = \frac{1}{7}, V(X) = \frac{26}{49} \quad F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ \frac{4}{7} & 1 \leq x < 2 \\ \frac{6}{7} & 2 \leq x < 3 \\ 1 & x \geq 3 \end{cases}$$

8. La v.a discreta N ($n=0, 1, \dots$) tiene probabilidades de ocurrencia de kr^n ($0 < r < 1$). Encuentra el valor apropiado de k .

Respuesta. $k = 1 - r$

9. Supóngase que la v.a X tiene valores posibles $1, 2, 3, \dots$ y $P(X = j) = \frac{1}{2^j}$, $j = 1, 2, \dots$

a) Calcula $P(X \text{ sea par})$.

b) Calcula $P(X \geq 5)$.

c) Calcular $P(X \text{ es divisible entre } 3)$.

Respuesta. a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{16}$ c) $\frac{1}{7}$

10. Sea X una v.a con resultados posibles $0, 1, 2, \dots$. Supón que $P(X = j) = (1 - a)a^j$.

a) ¿Para qué valores de a es significativo el modelo anterior?

b) Demuestra que para dos enteros positivos cualesquiera s y t

$$P(X > s + t / X > t) = P(X \geq t)$$

Respuesta. a) valores de a entre $(0, 1)$

11. Encuentra la distribución de probabilidad para el número de CD de jazz cuando se seleccionan cuatro CD al azar de una colección que consiste en 5 CD de jazz, dos de música clásica y tres de rock.

Respuesta. $P(X = 0) = \frac{1}{42}$, $P(X = 1) = \frac{10}{42}$, $P(X = 2) = \frac{20}{42}$, $P(X = 3) = \frac{10}{42}$, $P(X = 4) = \frac{1}{42}$