



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL



**UNIDAD PROFESIONAL INTERDISCIPLINARIA EN
INGENIERÍA Y TECNOLOGÍAS AVANZADAS**

**“MODELADO MATEMÁTICO, BASADO EN CADENAS DE
MARKOV, PARA SERVICIOS DE VIDEO EN VIVO
SOPORTADOS POR REDES HÍBRIDAS P2P-CDN”**

Autores:

Muñoz Ruíz Ulises	Ortiz Islas José Manuel

Asesores:

Torrez Cruz Noé	Villordo Jiménez Iclia
Rivero Ángeles Mario Eduardo	

Resumen Parcial 2

Mayo 2023

Contenido

7.- Obtención del ancho de banda consumido.....	3
8.- Obtención del ancho de banda de los peers.....	3
9.- Obtención del ancho de banda del servidor CDN.....	3
10.- Evaluación esquema final.....	7
11.- Pruebas finales al sistema.....	13
12.- Conclusiones	22

7.- Obtención del ancho de banda consumido

Objetivo: Determinar el ancho de banda demandado por los *peers* para descargar una ventana

8.- Obtención del ancho de banda de los peers

Objetivo: Determinar la cantidad de ancho de banda obtenido a partir de los *peers*.

9.- Obtención del ancho de banda del servidor CDN

Objetivo: Determinar la cantidad de ancho de banda obtenido del servidor CDN.

Descripción:

Las actividades 7-9 se realizaron de manera paralela debido a que están estrechamente ligadas.

En primer lugar, se obtuvo el ancho de banda total que es consumido por los *peers* al descargar el archivo de video, independientemente de la condición en la que se encuentre operando el sistema, el ancho de banda requerido para que las poblaciones en diversas ventanas de la hiperventana descarguen el video se calcula de la siguiente forma.

$$B_d^i = \min \left\{ C_\omega * X_i, \sum_{k=i+1}^c \frac{\mu_\omega * X_k * X_i}{\sum_{j=0}^{k-1} X_j} + \frac{\mu_s * X_i}{\sum_{j=0}^{c-1} X_j} \right\} \quad (1)$$

La expresión anterior establece que el ancho de banda necesario para que una población X_i descargue el video en vivo, va a ser el mínimo entre la tasa máxima de descarga que puede tener esa población i ($C_\omega * X_i$) y la cantidad de recursos que pueden proporcionar los *peers* y servidores.

$$\left(\sum_{k=i+1}^c \frac{\mu_\omega * X_k * X_i}{\sum_{j=0}^{k-1} X_j} + \frac{\mu_s * X_i}{\sum_{j=0}^{c-1} X_j}, \quad 0 \leq i \leq c - 1 \right) \quad (2)$$

Como se ha mencionado anteriormente, el sistema puede operar bajo dos condiciones (abundancia y penuria). Para conocer el ancho de banda total consumido, el ancho de banda consumido de la red CDN y el ancho de banda consumido de la red P2P, se deben analizar ambos casos:

Abundancia:

Es cuando la operación min para conocer la cantidad de recursos necesarios para descargar tiene como resultado:

$$B_d^i = C_\omega * X_i \quad (3)$$

En este caso los recursos requeridos por una población para realizar la descarga son menores a los recursos con los que atienden las redes P2P y CDN en conjunto. Por lo tanto, los *peers* deben limitarse a descargar a la tasa máxima de descarga. En este caso, se conoce que ese fue el total de ancho de banda consumido en el sistema por una población i , sin embargo, a simple vista no se conoce que fracción de este ancho de banda proviene de la red P2P y que fracción proviene de la red CDN.

Entonces, para conocer estos datos (correspondientes a las actividades 8 y 9) se debe realizar una operación min nuevamente, pero ahora, para obtener la fracción obtenida desde la red P2P. Se realiza conforme a la expresión siguiente:

$$B_{u,p}^i = \min \left\{ C_\omega * X_i, \sum_{k=i+1}^c \frac{\mu_\omega * X_k * X_i}{\sum_{j=0}^{k-1} X_j} \right\} \quad (4)$$

La expresión anterior establece, que el ancho de banda obtenido de la red P2P (4) va a ser el mínimo entre la tasa máxima de descarga y la cantidad de recursos proporcionada por la red P2P.

Caso 1:

$$B_{u,p}^i = C_\omega * X_i \quad (5)$$

En este caso el ancho de banda consumido (tasa máxima de descarga) fue atendido en su totalidad por la red P2P, es decir, el resultado de la operación mínima fue $C_\omega * X_i$, por lo tanto, se establece que la cantidad de recursos ofertada por los *peers* $\left(\sum_{k=i+1}^c \frac{\mu_\omega * X_k * X_i}{\sum_{j=0}^{k-1} X_j} \right)$ es mayor y por ende los *peers* se limitan a descargar a la tasa máxima de descarga.

El ancho de banda consumido de la red CDN, se calcula conforme a la siguiente expresión:

$$B_{u,s}^i = C_\omega * X_i - B_{u,p}^i \quad (6)$$

En el caso $B_{u,p}^i = C_\omega * X_i$ se dice que el sistema es autosuficiente, ya que (6) tendría un valor de 0 y por lo tanto la red P2P es la que satisface toda la demanda, en caso contrario, el ancho de banda consumido de la red CDN es la resta de la expresión anterior.

Penuria:

Es cuando la operación min para conocer la cantidad de recursos necesarios para descargar tiene como resultado:

$$B_d^i = \sum_{k=i+1}^c \frac{\mu_\omega * X_k * X_i}{\sum_{j=0}^{k-1} X_j} + \frac{\mu_s * X_i}{\sum_{j=0}^{c-1} X_j} \quad (7)$$

En este caso los recursos disponibles para atender a las poblaciones que están descargando distintas ventanas de la hiperventana son inferiores a la tasa máxima de descarga a la cual pueden descargar los *peers* dentro del sistema y por lo tanto la red CDN y la red P2P proporcionan todos los recursos que tienen a su alcance.

Entonces el ancho de banda proporcionado por la red P2P y CDN se obtiene conforme a las siguientes expresiones:

$$B_{u,p}^i = \sum_{k=i+1}^c \frac{\mu_\omega * X_k * X_i}{\sum_{j=0}^{k-1} X_j}, \quad 0 \leq i \leq c-1 \quad (8)$$

$$B_{u,s}^i = \frac{\mu_s * X_i}{\sum_{j=0}^{c-1} X_j} \quad (9)$$

Por ende, el ancho de banda total consumido es la suma de las dos expresiones anteriores, es decir, B_d^i .

El presente proyecto tiene por objeto de análisis al sistema en condición de abundancia, debido a que en la condición de penuria los recursos son insuficientes, los usuarios no descargan el video, se atrasan y salen del sistema y por lo tanto el sistema se queda y no habría comportamiento por parte de los *peers* que simular. Se considera al caso de penuria únicamente debido a que, en alguna iteración, el sistema puede operar bajo esta condición.

Resultados:

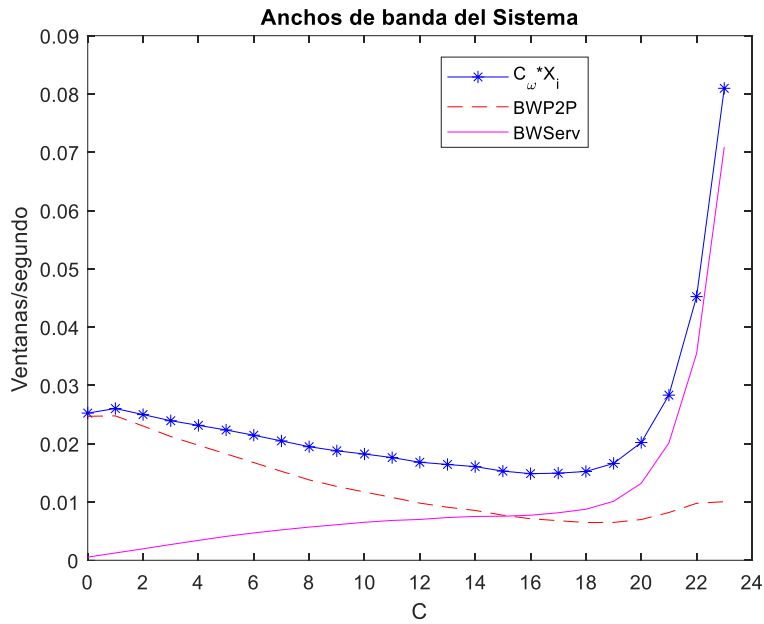


Figura 1. Anchos de Banda (Total consumido, proveniente de red P2P y proveniente de red CDN) de un sistema de distribución de video en vivo

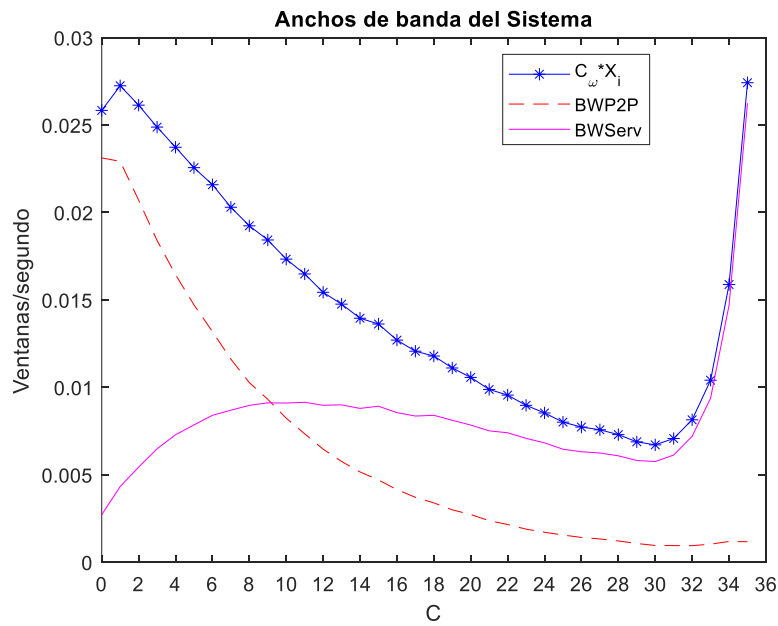


Figura 2. Anchos de Banda (Total consumido, proveniente de red P2P y proveniente de red CDN) de un sistema de distribución de video en vivo

10.- Evaluación esquema final

Objetivo: Comparar el esquema final con otros esquemas.

Descripción:

El modelo de servicios de video en vivo tiene como base a los sistemas estudiados y analizados para servicios de video bajo demanda, por lo tanto, una de las actividades primordiales de este trabajo es establecer un esquema de asignación de recursos propio para servicios de video en tiempo real.

Dicho esquema se obtiene realizando adecuaciones a esquemas de asignación de recursos implementados en sistemas de distribución de video bajo demanda, uno de ellos es el uniforme (adecuado e implementado para las actividades anteriores) y otro (Q ventanas hacia atrás o GPWD).

Como se mencionó anteriormente, de manera inicial se consideró al esquema de asignación de recursos de distribución uniforme para observar el comportamiento de un sistema *livestreamig*. Una vez observados, analizados e interpretados los resultados de poblaciones promedio de *peers* por ventana dentro de la hiperventana y anchos de banda consumidos total, así como de las redes *CDN* y *P2P* se realizó el cambio de esquema de asignación de recursos.

En la sección de diseño se habló de adecuar el esquema de asignación de recursos Q ventanas hacia atrás o el esquema de asignación de recursos GPWD. El esquema con mayor relación a distribución uniforme y que por tanto proporciona un panorama más cercano para poder comparar resultados, es el esquema Q ventanas hacia atrás. Por lo tanto, se decidió realizar adecuaciones a este esquema de asignación de recursos para obtener nuevamente poblaciones promedio de *peers* y anchos de banda consumidos. Una vez obtenidos dichos recursos, se comparan y contrastan contra los obtenidos mediante el esquema de distribución uniforme.

El principal objetivo de esta actividad es observar cuál de los dos esquemas de asignación de recursos adecuados para servicios de video en vivo, muestran un menor consumo de recursos de la red *CDN*.

En el esquema Q ventanas hacia atrás se introduce un nuevo parámetro llamado Q, el cual indica la cantidad de ventanas superiores que atenderán a una ventana en específico, es decir, este parámetro acota el número de ventanas a las cuáles una población de *peers* que descarga el video podrá acceder para obtener recursos.

Las expresiones que muestran el esquema de asignación de recursos Q ventanas hacia atrás para servicios de video en vivo, son las siguientes.

$$\tau_i = \min \left\{ C_\omega * X_i, \sum_{k=i+1}^{\min(i+Q,c)} \frac{\mu_\omega * X_k * X_i}{\sum_{j=0}^{k-1} X_j} + \frac{\mu_s * X_i}{\sum_{j=0}^{c-1} X_j} \right\} \quad (10)$$

La expresión anterior establece que la tasa a la cuál un *peer* será transferido a la ventana superior inmediata es el mínimo entre la tasa máxima de descarga que puede tener esa población i ($C_\omega * X_i$) y la cantidad de recursos que pueden proporcionar las redes *CDN* y *P2P* $\left(\sum_{k=i+1}^{\min(i+Q,c)} \frac{\mu_\omega * X_k * X_i}{\sum_{j=0}^{k-1} X_j} + \frac{\mu_s * X_i}{\sum_{j=0}^{c-1} X_j}, 0 \leq i \leq c-1 \right)$.

Al igual que con el esquema de asignación de recursos de distribución uniforme, con Q ventanas hacia atrás el sistema puede operar bajo dos condiciones (abundancia y penuria). Para conocer el ancho de banda total consumido, el ancho de banda consumido de la red *CDN* y el ancho de banda consumido de la red *P2P*, se deben analizar ambos casos:

Abundancia:

Es cuando la operación \min para conocer la cantidad de recursos necesarios para descargar tiene como resultado la ecuación (4).

En este caso los recursos requeridos por una población para realizar la descarga son menores a los recursos con los que atienden las redes *P2P* y *CDN* en conjunto. Por lo tanto, los *peers* deben limitarse a descargar a la tasa máxima de descarga. En este caso, se conoce que ese fue el total de ancho de banda consumido en el sistema por una población i , sin embargo, a simple vista no se conoce que fracción de este ancho de banda proviene de la red *P2P* y que fracción proviene de la red *CDN*.

Por lo tanto, para conocer los anchos de banda consumidos de la red *CDN* y *P2P* por separado se debe realizar una operación \min nuevamente. Para obtener el ancho de banda consumido de la red *P2P*, se evalúa la expresión siguiente:

$$B_{u,p}^i = \min \left\{ C_\omega * X_i, \sum_{k=i+1}^{\min(i+Q,c)} \frac{\mu_\omega * X_k * X_i}{\sum_{j=0}^{k-1} X_j} \right\} \quad (11)$$

La expresión anterior establece, que el ancho de banda obtenido de la red *P2P* (11) va a ser el mínimo entre la tasa máxima de descarga y la cantidad de recursos proporcionada por la red *P2P*.

Caso 1:

$$B_{u,p}^i = C_\omega * X_i \quad (5)$$

En este caso el ancho de banda consumido (tasa máxima de descarga) fue atendido en su totalidad por la red *P2P*, es decir, el resultado de la operación mínima fue $C_\omega * X_i$, por lo

tanto, se establece que la cantidad de recursos ofertada por los *peers* $\left(\sum_{k=i+1}^{\min(i+Q,c)} \frac{\mu_{\omega} * X_k * X_i}{\sum_{j=0}^{k-1} X_j} \right)$ es mayor y por ende los *peers* se limitan a descargar a la tasa máxima de descarga.

El ancho de banda consumido de la red CDN, se calcula conforme a la siguiente expresión:

$$B_{u,s}^i = (C_{\omega} * X_i) - B_{u,p}^i \quad (6)$$

En el caso $B_{u,p}^i = C_{\omega} * X_i$ se dice que el sistema es autosuficiente, ya que (6) tendría un valor de 0 y por lo tanto la red P2P es la que satisface toda la demanda, en caso contrario, el ancho de banda consumido de la red CDN es el resultado de la expresión anterior.

Penuria:

Es cuando la operación min para conocer la cantidad de recursos necesarios para descargar tiene como resultado:

$$B_d^i = \sum_{k=i+1}^{\min(i+Q,c)} \frac{\mu_{\omega} * X_k * X_i}{\sum_{j=0}^{k-1} X_j} + \frac{\mu_s * X_i}{\sum_{j=0}^{c-1} X_j} \quad (12)$$

En este caso los recursos disponibles para atender a las poblaciones que están descargando distintas ventanas de la hiperventana son inferiores a la tasa máxima de descarga a la cual puedes descargar los *peers* dentro del sistema y por lo tanto la red CDN y la red P2P proporcionan todos los recursos que tienen a su alcance.

Entonces el ancho de banda proporcionado por la red P2P y CDN se obtiene conforme a las siguientes expresiones:

$$B_{u,p}^i = \sum_{k=i+1}^{\min(i+Q,c)} \frac{\mu_{\omega} * X_k * X_i}{\sum_{j=0}^{k-1} X_j}, \quad 0 \leq i \leq c-1 \quad (13)$$

$$B_{u,s}^i = \frac{\mu_s * X_i}{\sum_{j=0}^{c-1} X_j} \quad (14)$$

Resultados:

A continuación, se presentan las gráficas de los anchos de banda consumidos dentro del sistema (Total consumido, consumido de la red CDN y consumido de la red P2P).

Parámetro	Descripción
C	Número de ventanas
λ	Tasa de arribos
μ	Tasa de subida general
c	Tasa de descarga general
θ	Tasa de abandono general
μ_s	Tasa de subida de la red CDN
Q	Cantidad de ventanas superiores que atienden a una ventana en específico

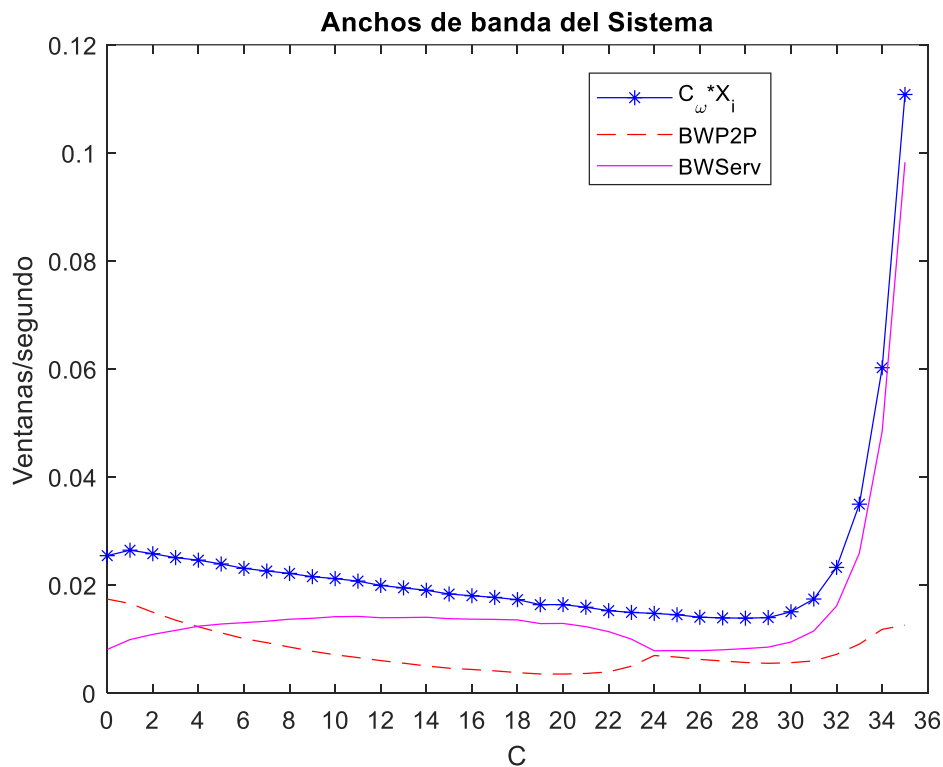


Figura 3. Anchos de Banda (Total consumido, proveniente de red P2P y proveniente de red CDN) de un sistema de distribución de video en vivo empleando la adecuación del esquema Q ventanas hacia atrás

Para obtener la gráfica anterior se emplearon los siguientes parámetros, $C = 36, \lambda = 0.04, \mu = 0.00255, c = 0.00407, \theta = 2 \times 10^{-3}, \mu_s = 40\mu_{\omega}, Q = 12$. Análogamente, en las gráficas de las Figuras siguientes, se ponen al pie de la Figura los parámetros empleados. De igual manera, todas las gráficas de esta actividad se realizaron implementando la adecuación del esquema Q ventanas.

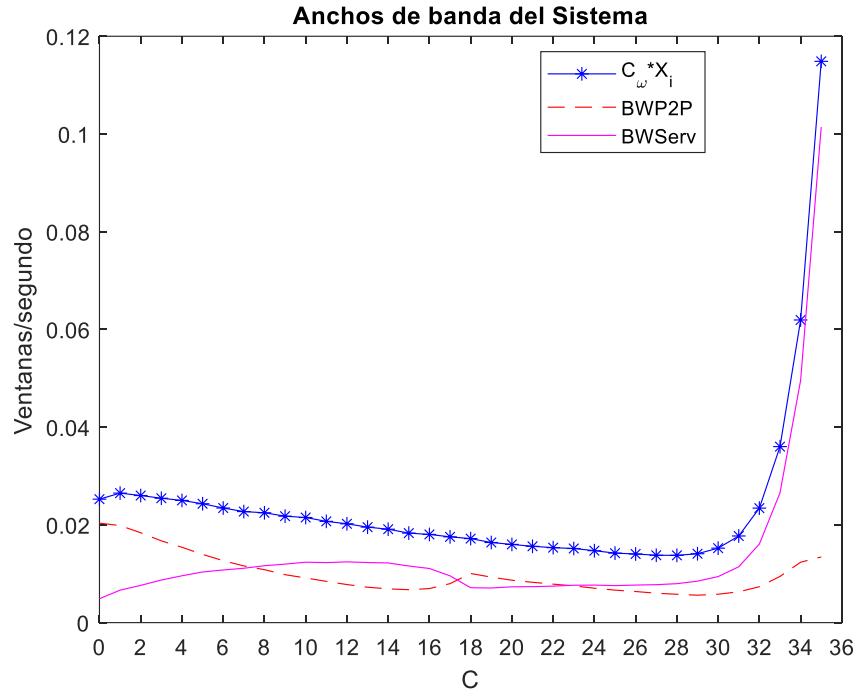


Figura 4. Anchos de Banda (Total consumido, proveniente de red P2P y proveniente de red CDN) de un sistema de distribución de video en vivo

$$C = 36, \lambda = 0.04, \mu = 0.00255, c = 0.00407, \theta = 2 \times 10^{-3}, \mu_s = 40\mu_{\omega} Q = 18.$$

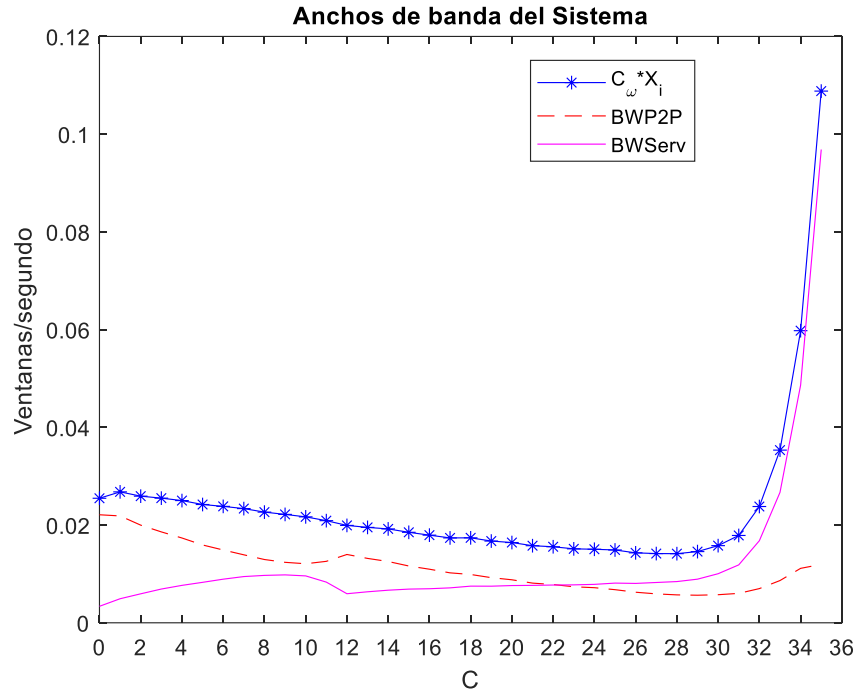


Figura 5. Anchos de Banda (Total consumido, proveniente de red P2P y proveniente de red CDN) de un sistema de distribución de video en vivo

$$C = 36, \lambda = 0.04, \mu = 0.00255, c = 0.00407, \theta = 2 \times 10^{-3}, \mu_s = 40\mu_{\omega} Q = 24$$

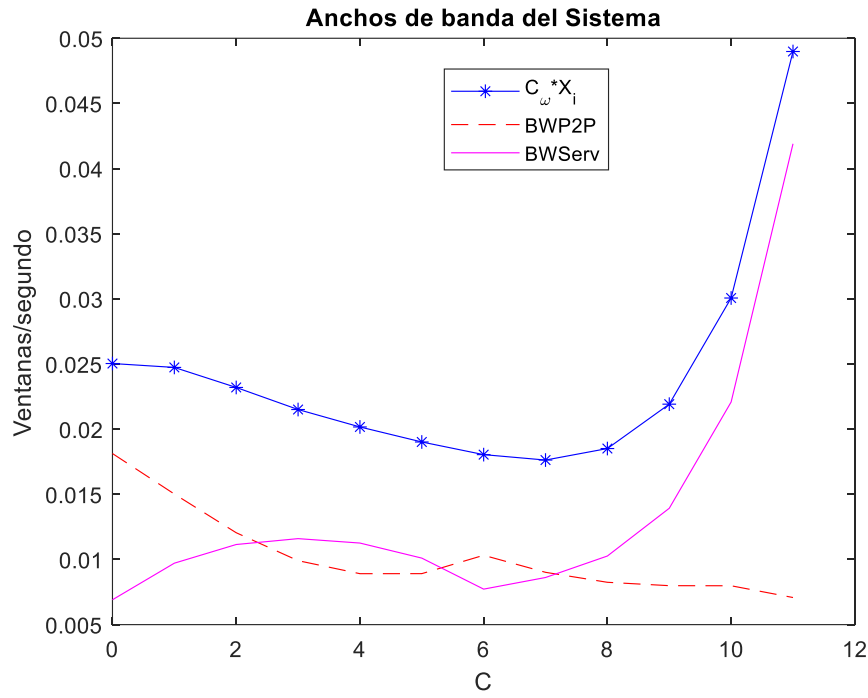


Figura 6. Anchos de Banda (Total consumido, proveniente de red P2P y proveniente de red CDN) de un sistema de distribución de video en vivo

$$C = 12, \lambda = 0.04, \mu = 0.00255, c = 0.00407, \theta = 2 \times 10^{-3}, \mu_s = 40\mu_\omega, Q = 6$$

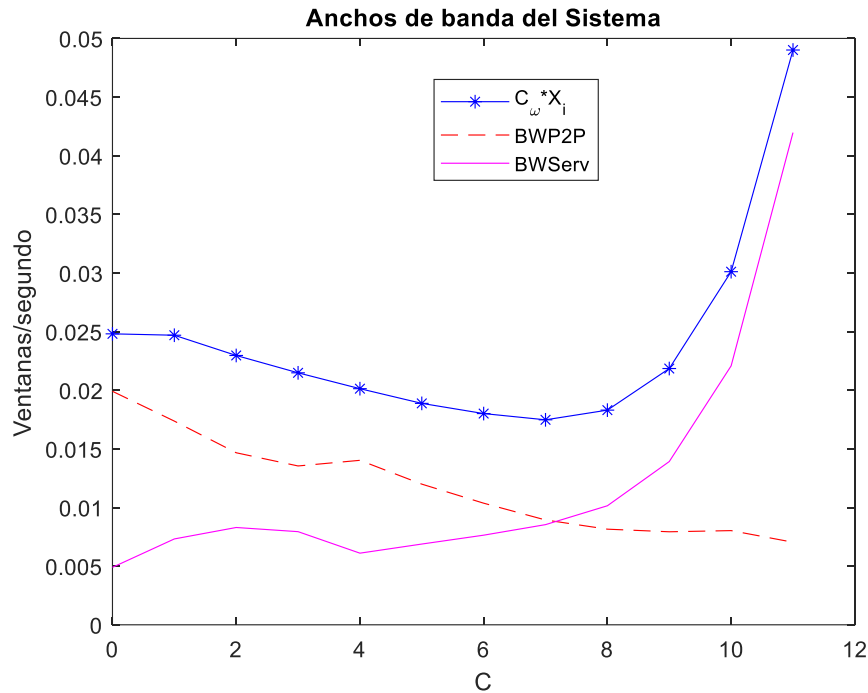


Figura 7. Anchos de Banda (Total consumido, proveniente de red P2P y proveniente de red CDN) de un sistema de distribución de video en vivo

$$C = 12, \lambda = 0.04, \mu = 0.00255, c = 0.00407, \theta = 2 \times 10^{-3}, \mu_s = 40\mu_\omega, Q = 8$$

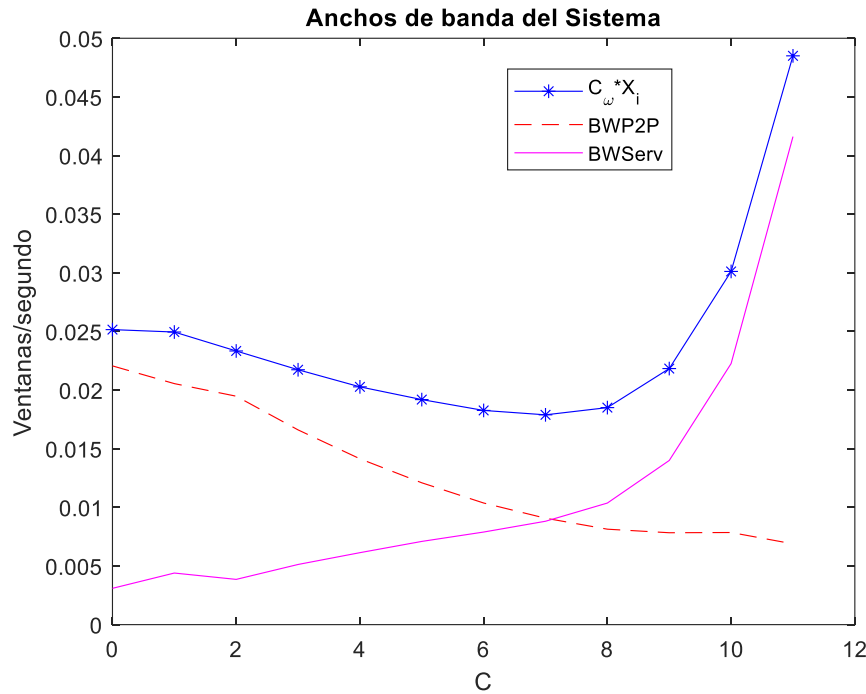


Figura 8. Anchos de Banda (Total consumido, proveniente de red P2P y proveniente de red CDN) de un sistema de distribución de video en vivo

$$C = 12, \lambda = 0.04, \mu = 0.00255, c = 0.00407, \theta = 2 \times 10^{-3}, \mu_s = 40\mu_\omega, Q = 10$$

11.- Pruebas finales al sistema

Objetivo: Evaluar el sistema utilizando la asignación uniforme con el esquema propuesto.

Descripción:

En esta actividad se comparan los resultados de poblaciones promedio de *peers* obtenidos implementando el esquema de asignación de recursos de distribución uniforme vs los resultados obtenidos al implementar el esquema de asignación de recursos Q ventanas hacia atrás.

Finalmente, como tarea pendiente se ha comenzado a evaluar, por simulación, el sistema en estado estable. Es decir, mientras que en los resultados anteriores el cálculo de anchos de banda se realizaba por cada iteración, en estado estable se evalúan los anchos de banda consumidos una vez que se tienen las poblaciones promedio de *peers* al final de todas las iteraciones.

Resultados:

De la Figura 9 a la Figura 20, se realizó la comparación de las poblaciones promedio de *peers* y de los anchos de banda consumidos dentro del sistema empleando los esquemas de asignación de recursos a los que se les realizaron adecuaciones para servicios de video en vivo (DU y Q ventanas).

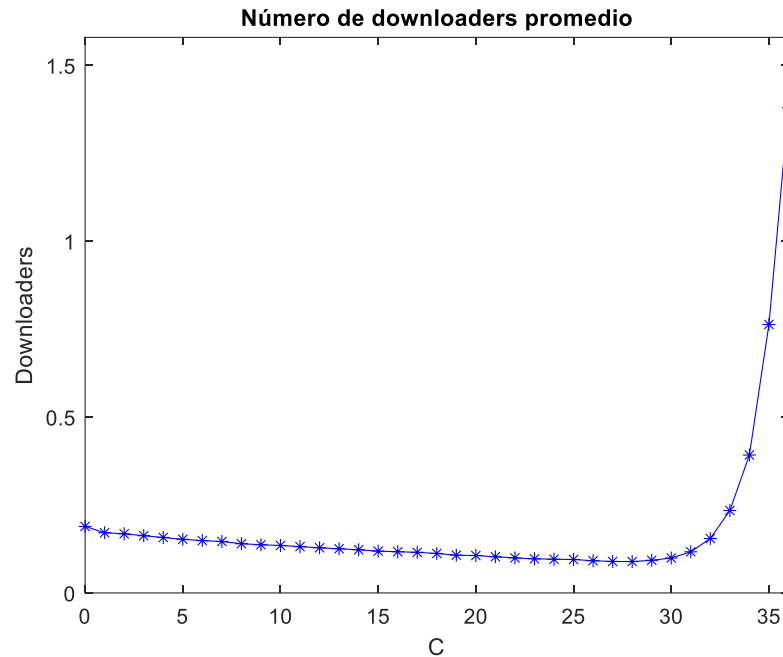


Figura 9. Gráfica de poblaciones promedio de peers para video en vivo con esquema DU

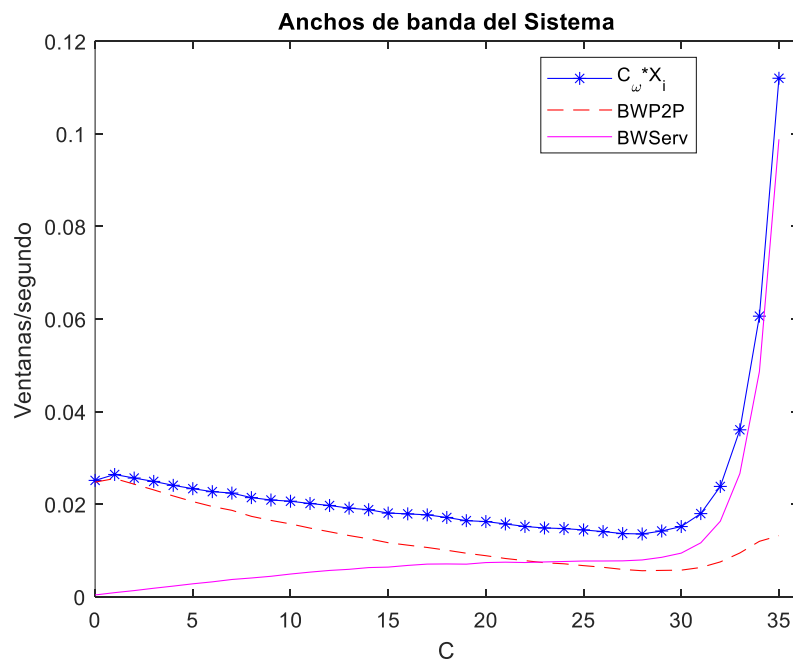


Figura 10. Anchos de Banda (Total consumido, proveniente de red P2P y proveniente de red CDN) de un sistema de distribución de video en vivo con esquema DU

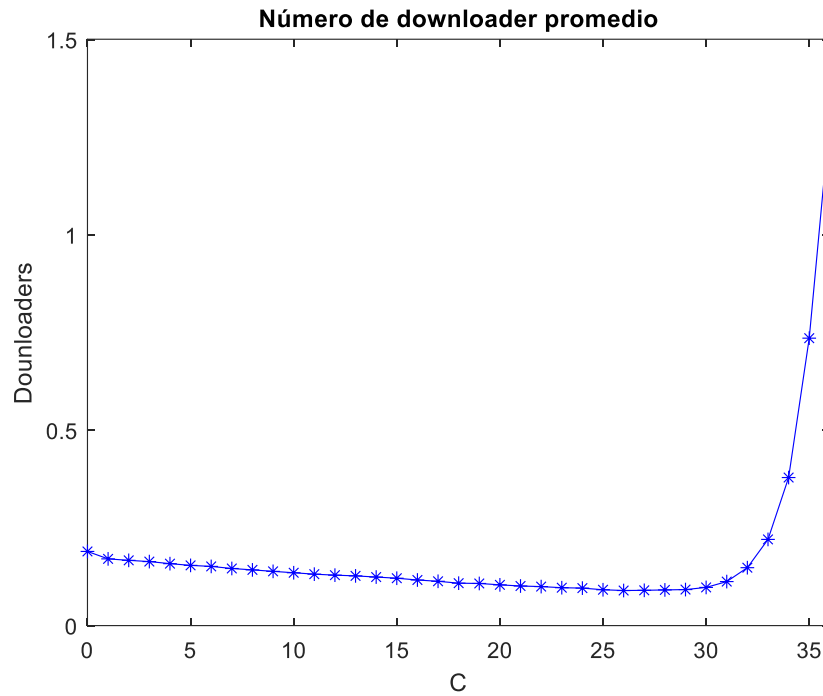


Figura 11. Gráfica de poblaciones promedio de peers para video en vivo con esquema Q ventanas ($Q=36$)

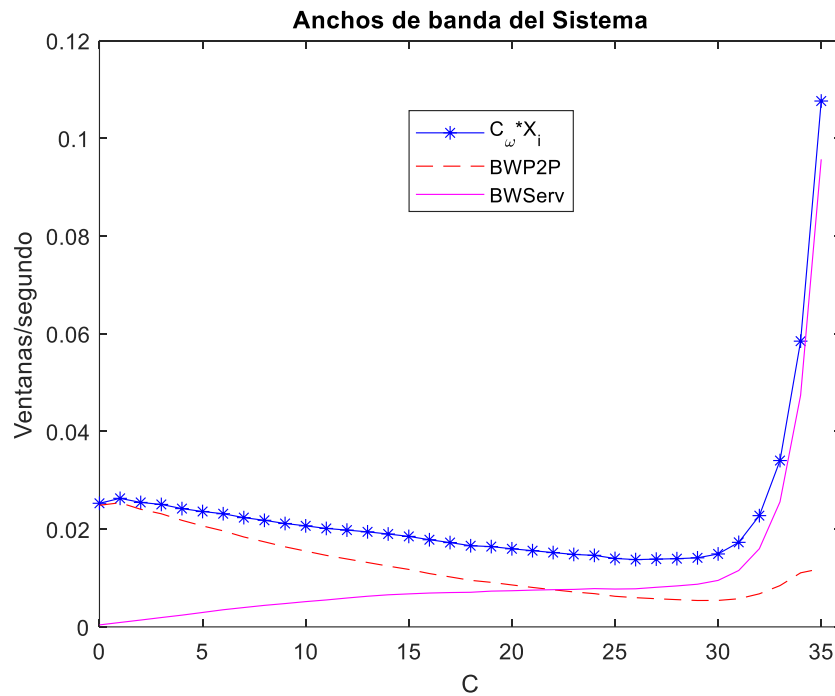


Figura 12. Anchos de Banda (Total consumido, proveniente de red P2P y proveniente de red CDN) de un sistema de distribución de video en vivo con esquema Q ventanas ($Q=36$)

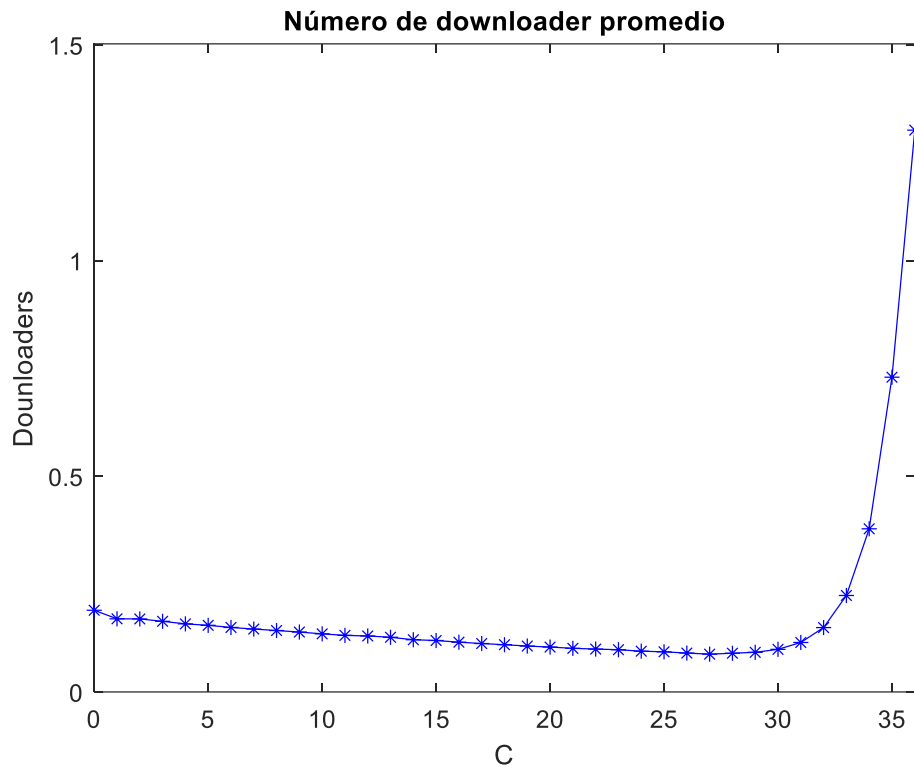


Figura 13. Gráfica de poblaciones promedio de peers para video en vivo con esquema Q ventanas ($Q=12$)

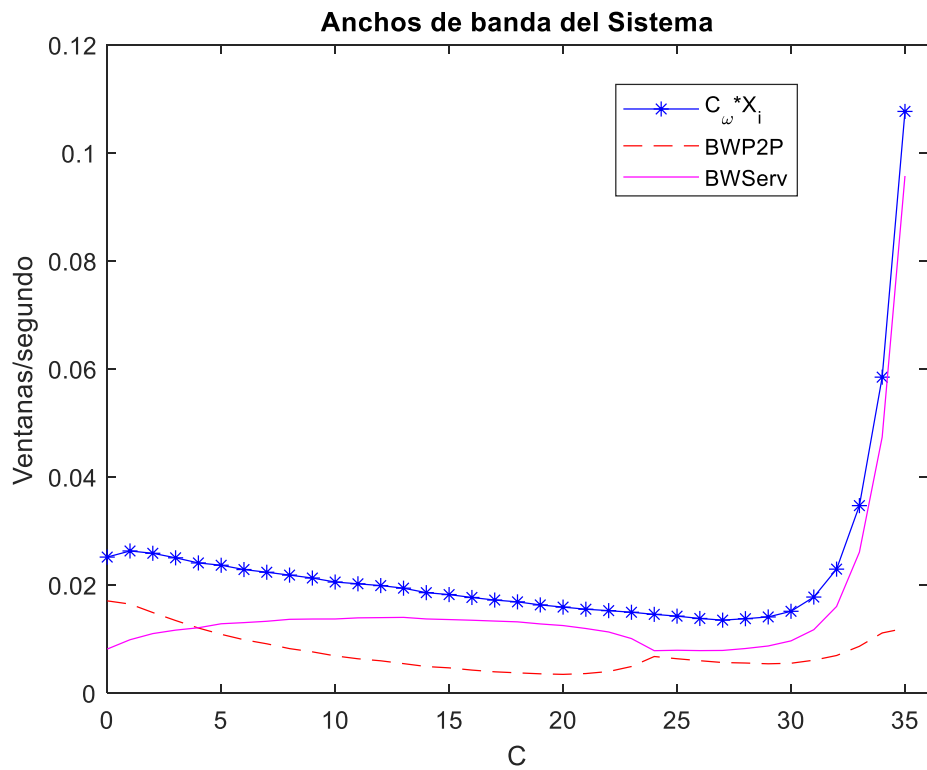


Figura 14. Anchos de Banda (Total consumido, proveniente de red P2P y proveniente de red CDN) de un sistema de distribución de video en vivo con esquema Q ventanas ($Q=12$)

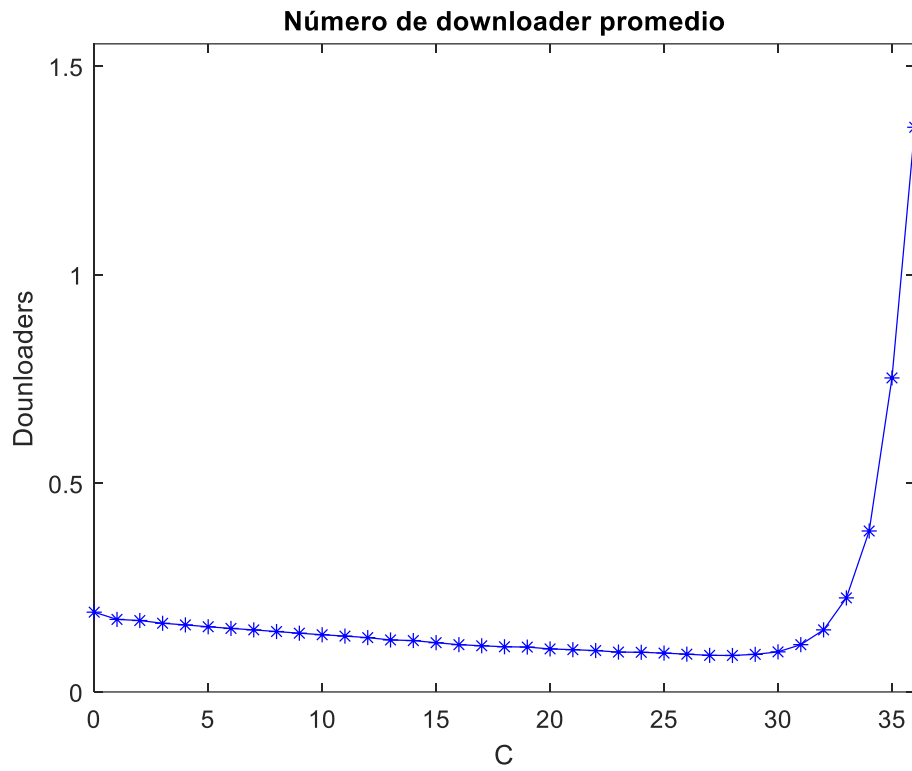


Figura 15. Gráfica de poblaciones promedio de peers para video en vivo con esquema Q ventanas (Q=18)

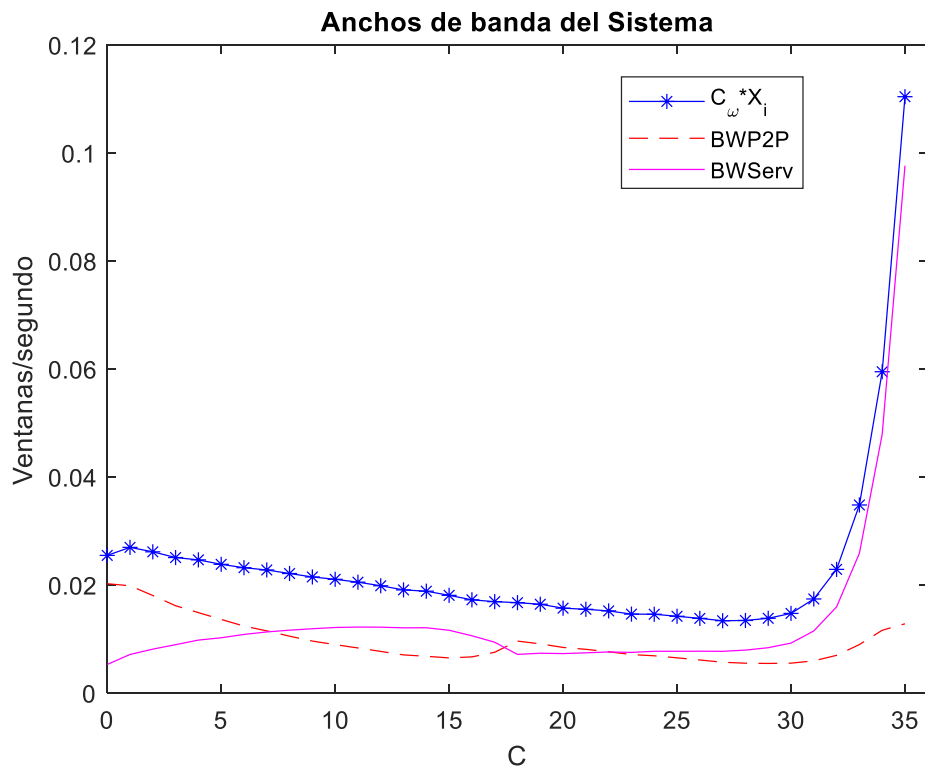


Figura 16 Anchos de Banda (Total consumido, proveniente de red P2P y proveniente de red CDN) de un sistema de distribución de video en vivo con esquema Q ventanas (Q=18)

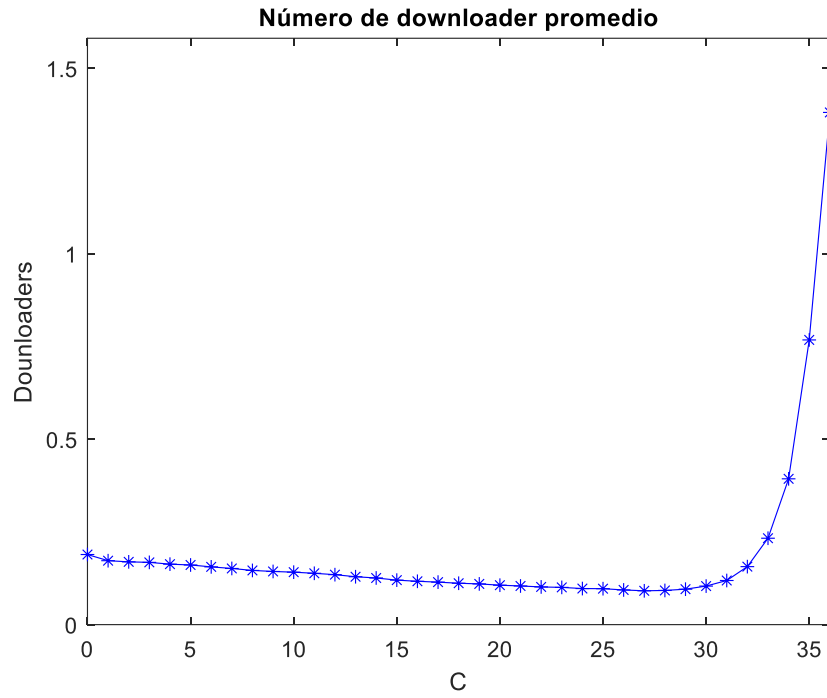


Figura 16. Gráfica de poblaciones promedio de peers para video en vivo con esquema Q ventanas (Q=24)

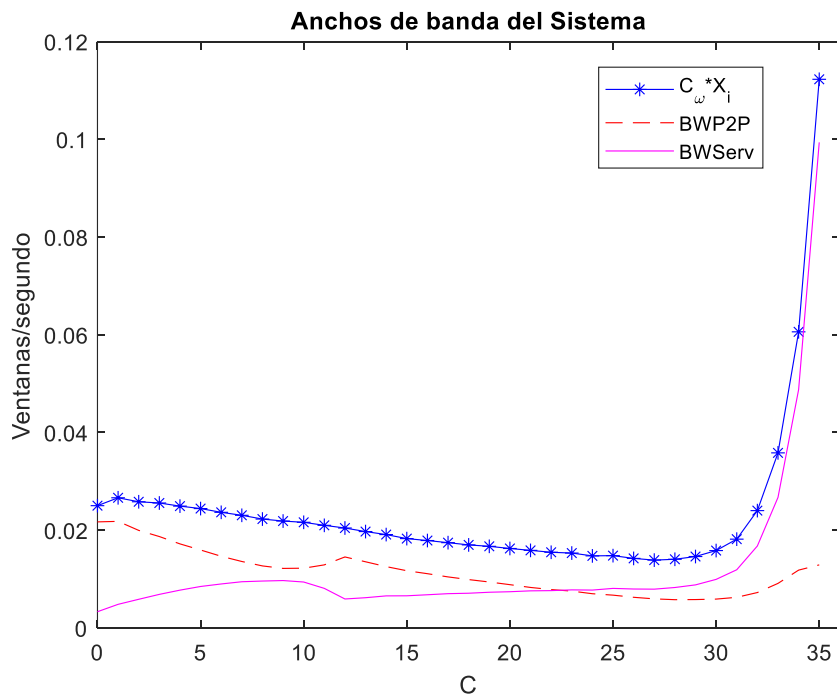


Figura 17. Anchos de Banda (Total consumido, proveniente de red P2P y proveniente de red CDN) de un sistema de distribución de video en vivo con esquema Q ventanas (Q=24)

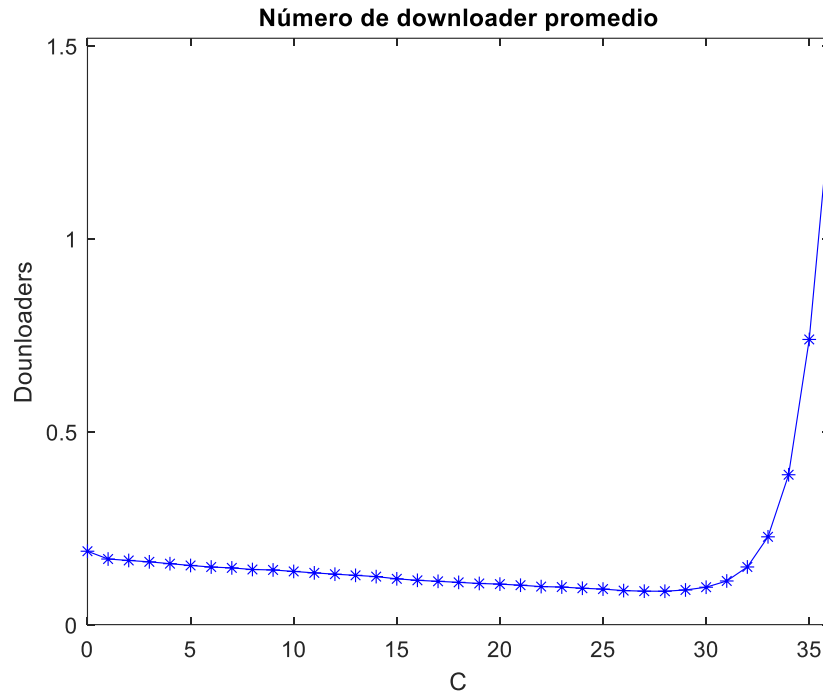


Figura 18. Gráfica de poblaciones promedio de peers para video en vivo con esquema Q ventanas (Q=32)

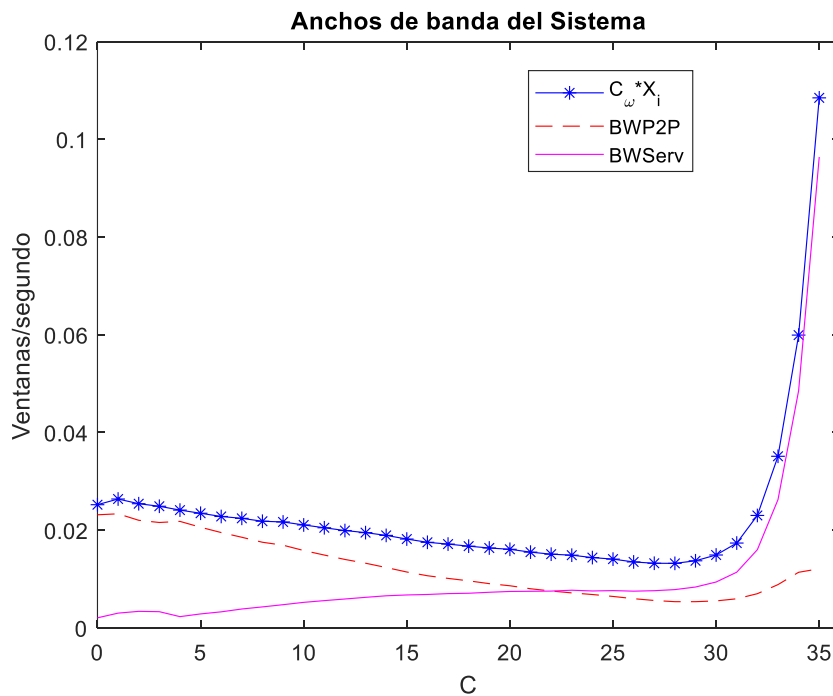


Figura 19. Anchos de Banda (Total consumido, proveniente de red P2P y proveniente de red CDN) de un sistema de distribución de video en vivo con esquema Q ventanas (Q=32)

Como se puede observar en las Figuras 9, 11, 13, 15, 17 y 19 independientemente del esquema de asignación de recursos las curvas de las gráficas correspondientes a las poblaciones promedio de peers mantienen la misma forma e incluso se puede observar que los valores son los mismos, lo cuál indica que el funcionamiento del sistema es el mismo, y

por lo tanto, se puede decir que el modelo de los servicios de video en vivo que se ha trabajado es correcto bajo la evaluación por implementación de la cadena de Markov que evoluciona su estado de acuerdo con algún suceso, analizado en el presente trabajo, ocurrido.

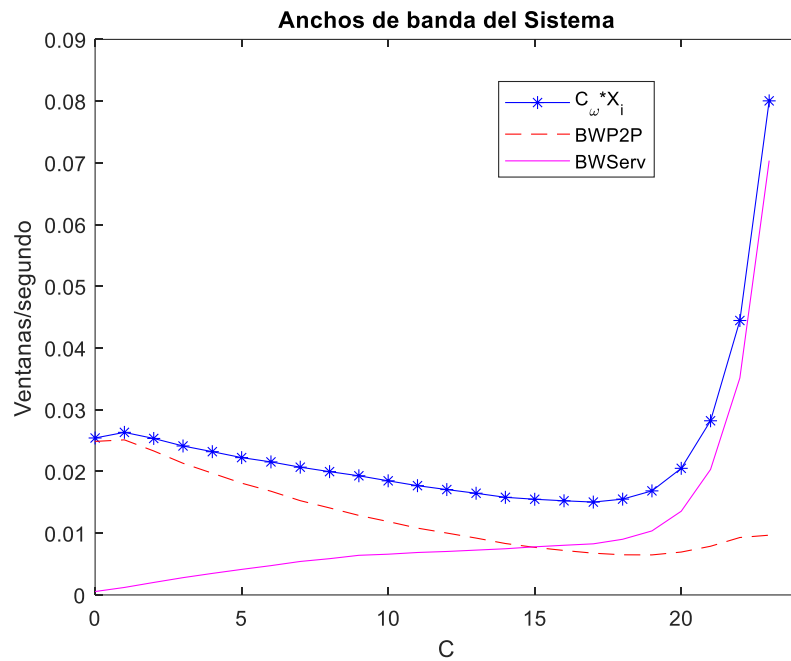


Figura 20. Anchos de Banda calculados en cada iteración (Total consumido, proveniente de red P2P y proveniente de red CDN) de un sistema de distribución de video en vivo con esquema Q ventanas (Q=36)

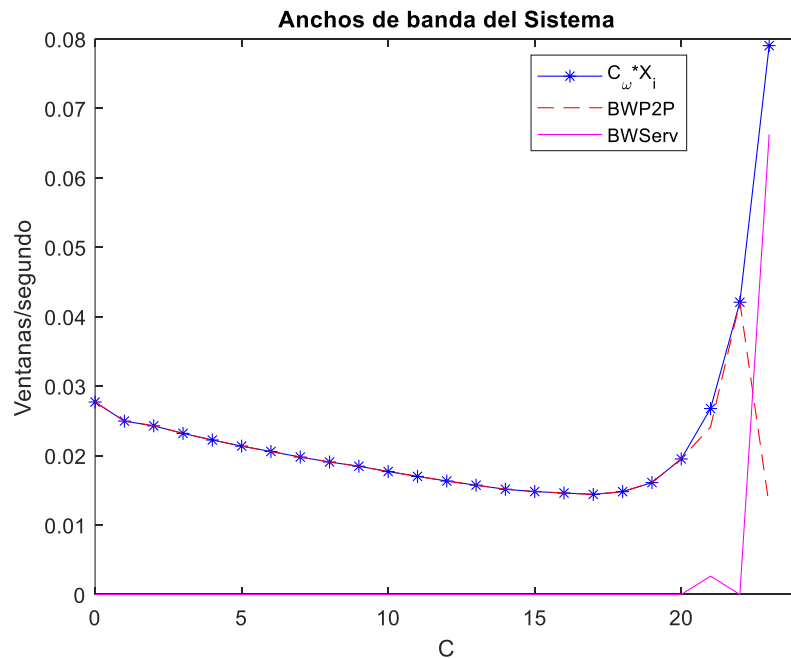


Figura 21. Anchos de Banda calculados en estado estable (Total consumido, proveniente de red P2P y proveniente de red CDN) de un sistema de distribución de video en vivo con esquema Q ventanas (Q=36)

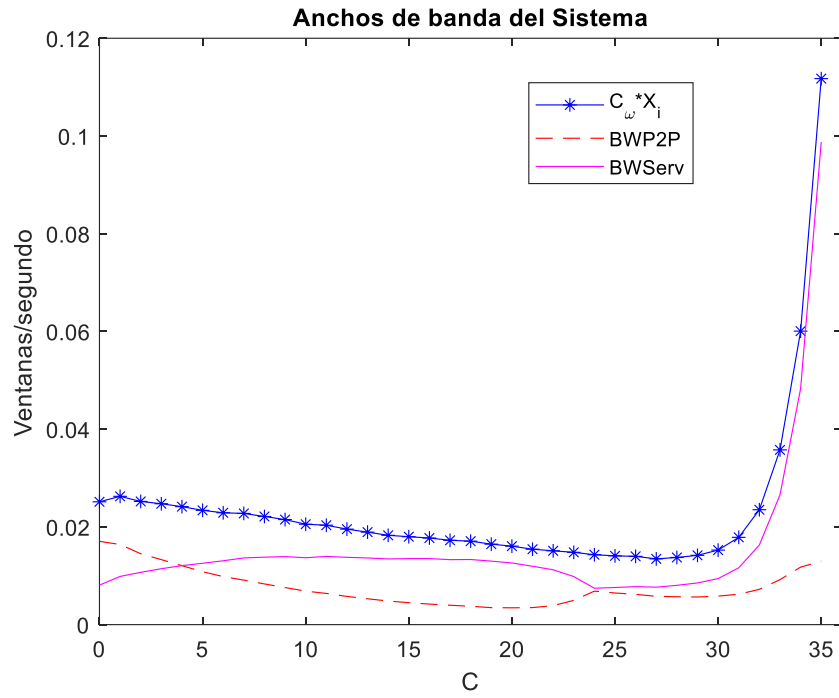


Figura 22. Anchos de Banda calculados en cada iteración (Total consumido, proveniente de red P2P y proveniente de red CDN) de un sistema de distribución de video en vivo con esquema Q ventanas (Q=12)

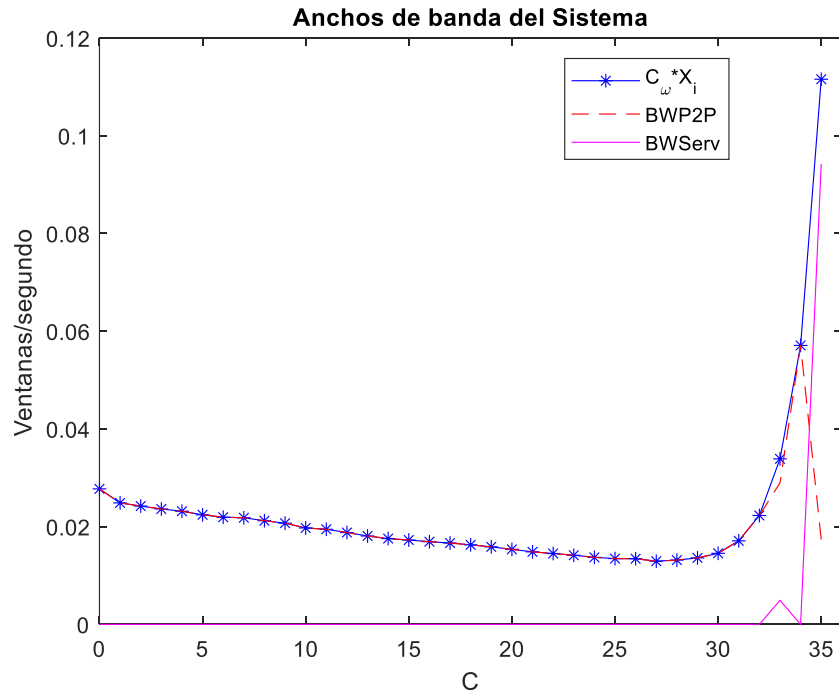


Figura 23. Anchos de Banda calculados en estado estable (Total consumido, proveniente de red P2P y proveniente de red CDN) de un sistema de distribución de video en vivo con esquema Q ventanas (Q=12)

Hasta este punto del trabajo se puede contrastar los anchos de banda consumidos por el sistema por cada iteración y los consumidos en estado estable. En las Figura 22 y 24 se observa que al evaluar el consumo de ancho de banda de los servidores en estado estable se reduce significativamente. Sin embargo, se debe continuar con el análisis de estas gráficas para poder comprender cuál de los dos métodos (calculó por iteración o calculó por estado estable) es el que proporciona un consumo de anchos de banda acorde al comportamiento que se ha modelado de los sistemas de video en vivo en este trabajo.

12.- Conclusiones

Con la modificación de la cadena de *Markov* se atendieron a casos borde que no se tenían considerados en el primer diseño de la cadena como lo es el caso de la sección D que nos explica el caso de la hiperventana y como es que las poblaciones se recorren de acuerdo con el movimiento de la hiperventana. Para las gráficas de los anchos de banda con diferente número de poblaciones se observa que el sistema consume más ancho de banda del servidor tanto en la Figura 9 como en la 10 lo cual todavía se está tratando de modificar dicho comportamiento para que la mayor cantidad de recursos que demande la red sea de los peers y con esto evitar un desbordamiento de peticiones a los servidores. Otro punto importante es la comparación que se tiene de la Figura 10 y 12 en las cuales una se realiza con el esquema DU y la otra con Q ventanas con $Q=36$ respectivamente, al hacer $Q=36$ es como si ambas Figuras se estuvieran realizando con DU, lo cual es correcto porque al tener 36 Q se pueden tomar los recursos de las 36 ventanas que se tienen en la simulación y al observar las graficas estas son similares con una minúscula variación. En las figuras 14, 16, 18, 20 con $Q=12, 18, 24$ y 32 respectivamente se puede observar que el cambio abrupto entre en ancho de banda consumido entre el servidor y los *peers* ocurre al realizar la resta del número total de ventanas con el numero de Q que se ha asignado por ejemplos con $Q=24$ el cambio ocurre en $36-24=12$ el cual se remarca en la siguiente Figura.

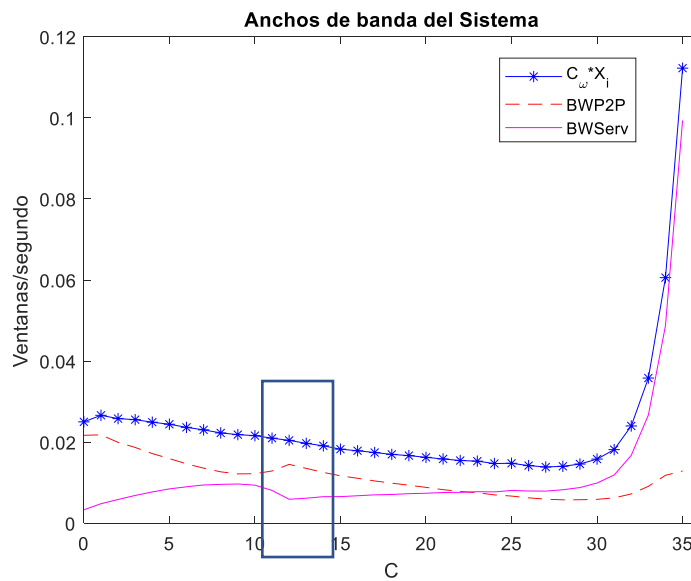


Figura 24 cambios ocurridos en BWP2P vs BWServ