



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL



**UNIDAD PROFESIONAL INTERDISCIPLINARIA EN
INGENIERÍA Y TECNOLOGÍAS AVANZADAS**

**“MODELADO MATEMÁTICO, BASADO EN CADENAS DE
MARKOV, PARA SERVICIOS DE VIDEO EN VIVO
SOPORTADOS POR REDES HÍBRIDAS P2P-CDN”**

Autores:

Muñoz Ruíz Ulises	Ortiz Islas José Manuel

Asesores:

Torrez Cruz Noé	Villordo Jiménez Iclia
Rivero Ángeles Mario Eduardo	

Resumen Parcial 1

Marzo 2023

Contenido

4.- Replantear la cadena de Markov	3
5.- Replantear las adecuaciones de esquemas de asignación de recursos.....	6
6.- Evaluar la cadena de Markov modificada.....	8
7.- Obtención del ancho de banda consumido.....	10
8.- Obtención del ancho de banda de los peers.....	10
9.- Obtención del ancho de banda del servidor CDN.....	11
10.- Conclusiones	14

4.- Replantear la cadena de Markov

Objetivo: Establecer la cadena de Markov con base en el funcionamiento del esquema propuesto

Descripción: Al analizar los estados de la cadena de Markov propuesta anteriormente se tenían ciertos errores al ocurrir un evento, es por ello que se rediseño una nueva cadena de Markov para la simulación del sistema

Resultados:

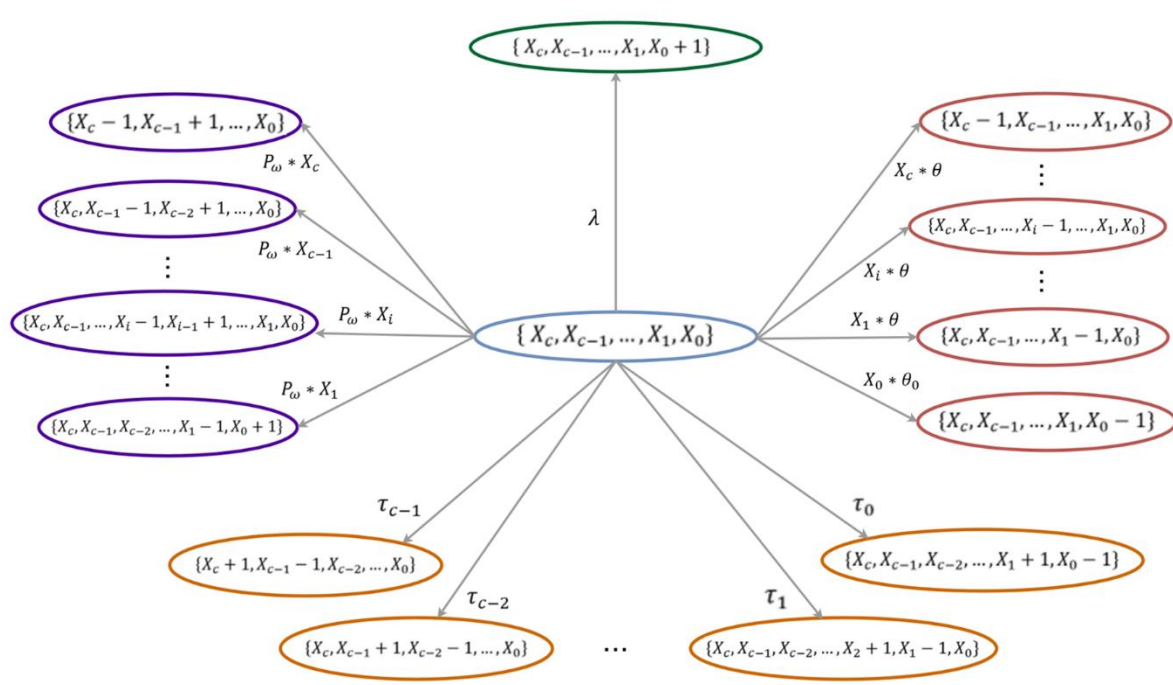


Figura 1. Cadena de Markov propuesta inicialmente

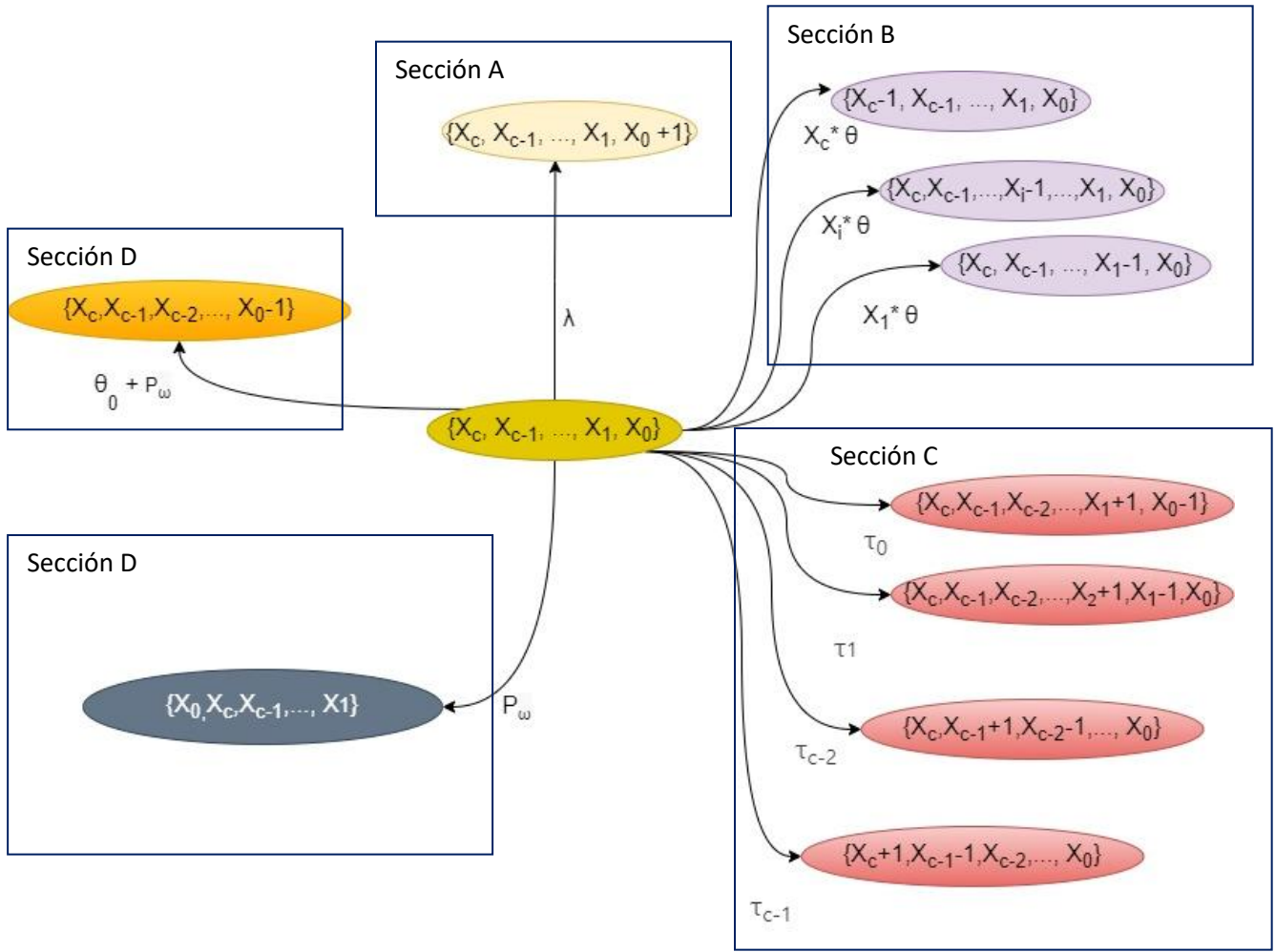


Figura 2. Nueva propuesta de la cadena de Markov

Sección A: es el estado de la cadena donde ocurren los arribos de nuevos usuarios, como se muestra en la figura 2 hay un incremento en la población X_0 .

Sección B: estados de la cadena en donde ocurren los abandonos de los usuarios, decremento de un usuario en las poblaciones X_c , X_i , X_1 respectivamente.

Sección C: transferencia de un usuario a la ventana inmediata superior, es decir, un usuario que estaba en la población X_0 , termina la descarga de esa ventana, entonces pasa a descargar el contenido de la población X_1 de igual manera ahora forma parte de la población X_1 ; es por lo que en el primer evento de la sección C se observa un decremento en la población $X_0 - 1$ y un incremento en la población X_{1+1} .

Sección D: este evento sucede cuando la hiperventana de producción de video avanza entonces la posición del vector de cada una de las ventanas es recorrida.

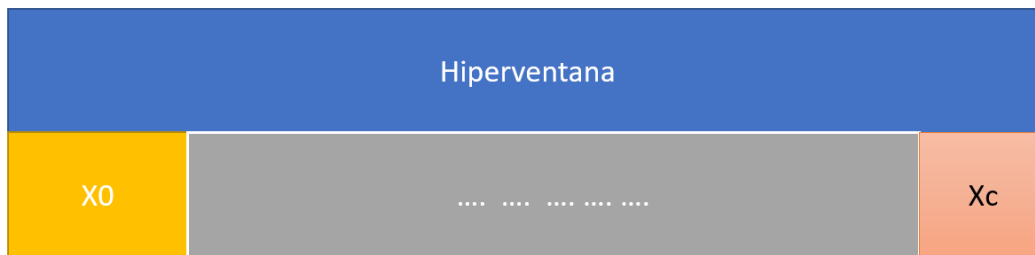


Figura 3. Hiperventana con ventanas de X_0 a X_c

Hiperventana es lo que contiene a todas las ventanas en las cuales se divide el archivo de video que a su vez es la parte de la producción de video en vivo. Mientras no haya más producción de video en vivo la hiperventana quedara fija como se muestra en la figura 3.

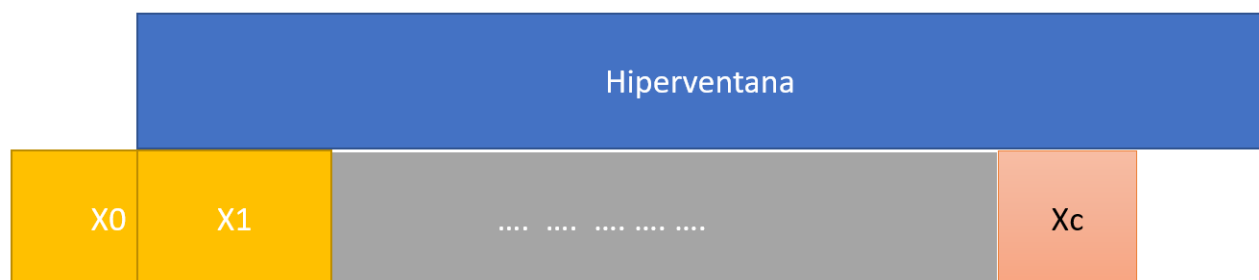


Figura 4. Desplazamiento de la hiperventana

En la figura 4 se ilustra un desplazamiento de la hiperventana esto quiere decir que la producción de video en vivo a continuado su curso.

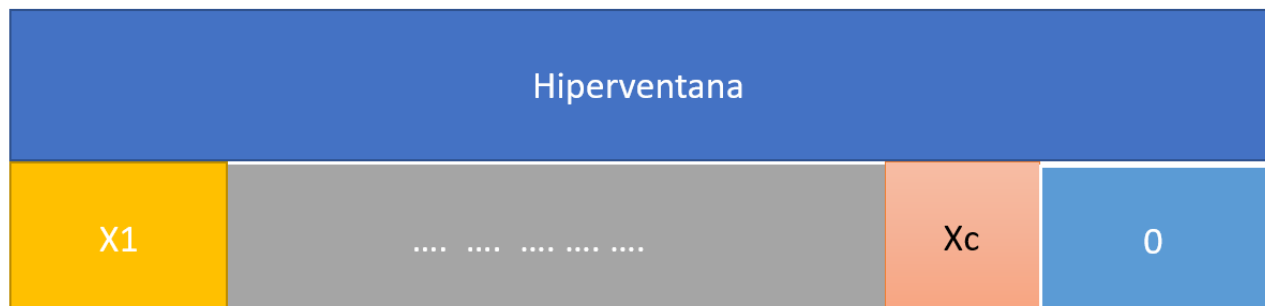


Figura 5. Hiperventana modelada de la sección D.

La figura 5 ilustra el evento que ocurre en la sección D de la cadena de Markov.

Sección E: este caso en particular se ocupa para la desconexión de usuarios que se encuentran en la población X_0 .

5.- Replantear las adecuaciones de esquemas de asignación de recursos

Objetivo: Establecer esquema de asignación de recursos con base al desempeño del sistema

Descripción:

Hasta esta etapa del proyecto se sigue trabajando con la adecuación que se realizó al esquema de asignación de recursos de distribución uniforme (DU), con base al funcionamiento mostrado en resultados anteriores se establecieron nuevas expresiones para asignar los recursos a los usuarios que se encuentran descargando el video en vivo, con la finalidad de plasmar de manera más aproximada el funcionamiento real que muestra un sistema de distribución de video.

Resultados:

Como se había mencionado anteriormente existen dos principales condiciones, abundancia y penuria, bajo las cuales puede operar el sistema de distribución de video en vivo.

La condición de abundancia hace referencia a que los recursos de subida, proporcionados por los *peers* y servidores, son mayores que la máxima descarga que pueden tener los usuarios conectados al sistema. Es decir, la tasa de subida ofrecida supera la tasa de descarga máxima.

Por su parte, la condición de penuria ocurre cuando los recursos de subida proporcionados por los *peers* y los servidores son insuficientes para alcanzar la tasa máxima de descarga y por lo tanto los usuarios deben descargar el video bajo esta condición. En este caso, la tasa de subida es menor a la tasa de descarga requerida.

A continuación, se establecen las expresiones para ambas condiciones:

Al analizar los resultados de las poblaciones promedio de *peers* en un sistema de distribución de video en vivo, se pudo observar que existe un caso especial que no había sido considerado en la evaluación por implementación de la cadena de Markov que representa a este tipo de sistemas y es que al momento de asignar los recursos se asignaban recursos a todos los *peers* ubicados en las ventanas 0 a c indiscriminadamente.

En realidad, los usuarios que se encuentran en la ventana c no deben consumir recursos, debido a que estos *peers* se encuentran en espera de que se genere una nueva ventana de video y entre a la hiperventana para continuar con su proceso de descarga, es decir, de forma temporal se puede decir que estos *peers* poseen todo el contenido en vivo (hiperventana) generado hasta ese momento y por ende no están descargando ya más nada.

Entonces, tomando en cuenta este criterio, se modificaron las expresiones

Resultados:

Abundancia:

$$C_{\omega} * X_i < X_i \left(\sum_{k=i+1}^c \frac{\mu_{\omega} X_k(t)}{\sum_{j=0}^{k-1} X_j(t)} + \frac{\mu_s}{\sum_{j=0}^{c-1} X_j(t)} \right)$$

Para $0 \leq i \leq c - 1$

Que puede ser denotada como:

$$C_{\omega} * X_i < \tau_i$$

Donde:

$C_{\omega} * X_i$: Representa la tasa máxima de descarga de un usuario en la ventana i

τ_i : Representa los recursos de subida proporcionados por *peers* y servidores

En este caso, a pesar de que en el sistema existen recursos suficientes y se puede decir que excedentes, los *peers* se deben limitar a descargar a la tasa máxima ($C_{\omega} * X_i$).

Penuria

$$C_{\omega} * X_i > \tau_i$$

Tanto en la condición de abundancia como de penuria, se busca que los recursos proporcionados por los *peers*:

$$\sum_{k=i+1}^c \frac{\mu_{\omega} X_k(t)}{\sum_{j=0}^{k-1} X_j(t)}$$

Se asignen primero y después se tome una parte de los servidores (en caso de ser necesaria).

Dentro de penuria los recursos dentro del sistema, proporcionados por *peers* y servidores son menores a la tasa de descarga máxima, es decir, dentro del sistema no existen más recursos de donde se pueda atender a los usuarios para descargar el archivo de video y por lo tanto los *downloaders* se limitan a descargar el video a tasa τ_i .

6.- Evaluar la cadena de Markov modificada

Objetivo: Implementar la solución por simulación de la cadena de Markov para servicios de video en vivo

Descripción:

Una vez que se ha replanteado la cadena de Markov que representa los servicios de video en vivo, se procede a realizar la evaluación por implementación.

La nueva cadena de Markov toma en cuenta el hecho de que al generarse una nueva ventana de video y entrar a la hiperventana, por naturalidad las poblaciones que se encuentran descargando alguna ventana i , $1 \leq i \leq c$ son recorridas a la ventana inferior inmediata. Es decir, si una población se encontraba descargando la ventana i al generarse una nueva ventana en la hiperventana, esta población tendrá que recorrerse hacia atrás y por ende ahora descarga la ventana $i - 1$, se puede decir que la población continúa descargando la misma ventana de video, pero ahora esta ventana ha sido reenumerada con la finalidad de que dentro de la hiperventana únicamente estén contenidas ventas i , $0 \leq i \leq c$.

Cuando se genera una nueva ventana de video, resultan dos casos extremos, la población que se encontraba descargando la ventana 0 antes de que ingresara la nueva ventana a la hiperventana, saldrá del sistema. Por otro lado, la población en la ventana c , será igualada a 0, ya que nadie se encuentra descargando la nueva ventana al momento que esta ingresa a la hiperventana.

Anteriormente, este suceso, llamado Transferencia a la Ventana Inferior Inmediata (TVI) tenía una ocurrencia a tasa $P_\omega * X_i$. Después de analizar el comportamiento del sistema de distribución de video en vivo, se observó que no se reflejaba la realidad de los sistemas de video, debido a que el sistema del proyecto transfería a un solo *peer* a la ventana inferior, lo cual es erróneo bajo el supuesto de corrimiento de ventanas dentro de la hiperventana. Con base en nuestro análisis el corrimiento no debía ser únicamente de un *peer* sino de toda la población descargando una ventana.

Por lo tanto, la tasa real de transferencia a la ventana inferior inmediata debe ser únicamente P_ω , que es la tasa de producción de video. Este cambio, se plasmo en el replanteamiento de la Cadena de Markov que representa un sistema de distribución de video en vivo.

Resultados:

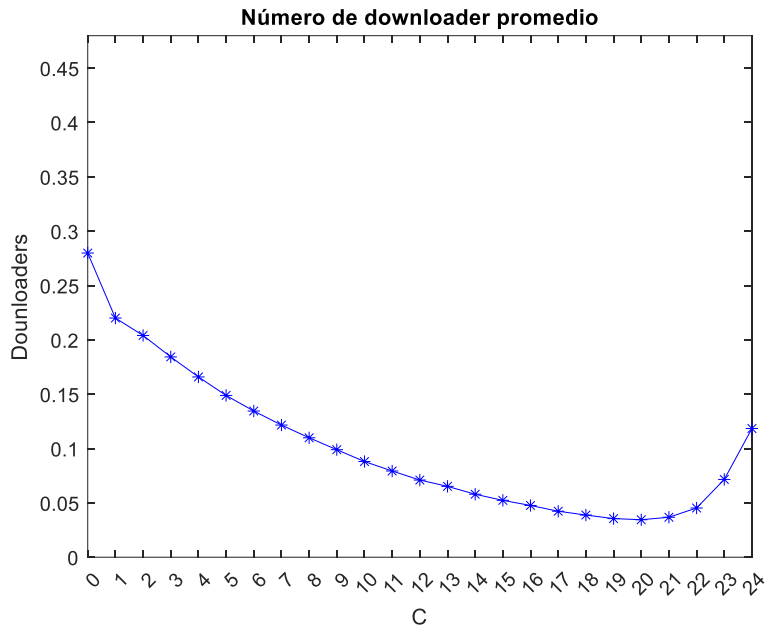


Figura 6. Poblaciones promedio por ventana en una hiperventana de longitud $C=24$ (ventanas)

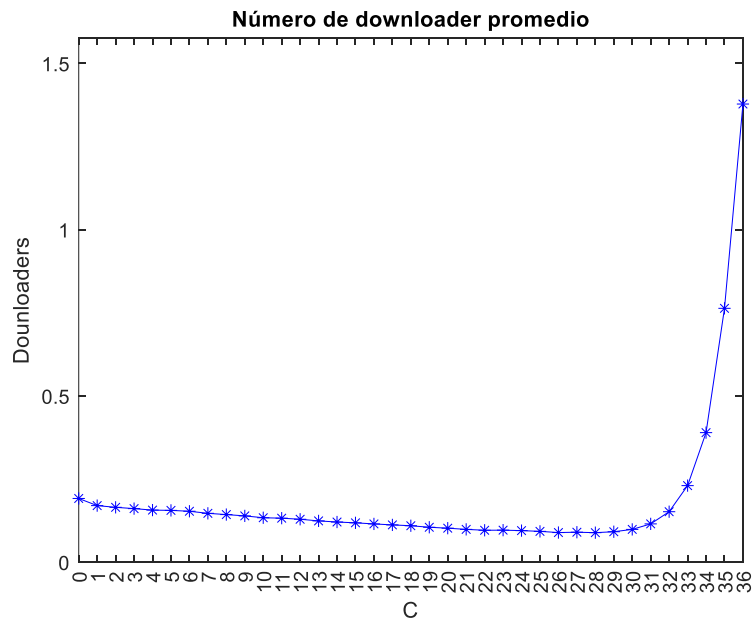


Figura 7. Poblaciones promedio por ventana en una hiperventana de longitud $C=36$ (ventanas)

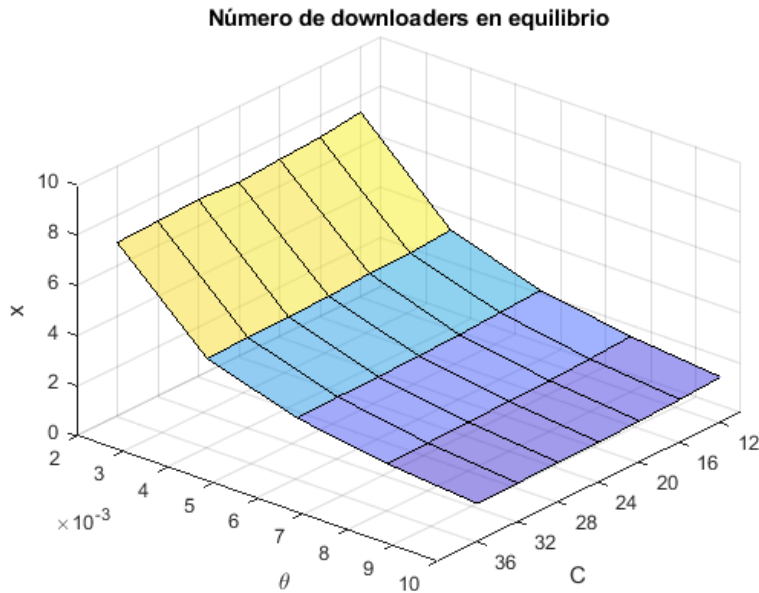


Figura 8. Poblaciones promedio variando la longitud de la hiperventana (C) y la tasa de desconexión general de un peer conectado al sistema

Al obtener las gráficas de las poblaciones promedio de *peers*, se pudo observar la forma de las curvas es similar a las obtenidas anteriormente, lo cual indica, que la lógica de programación y el análisis de sucesos que modifican el estado de la cadena de Markov es el adecuado.

Sin embargo, al comparar estas curvas con algunas obtenidas en gráficas anteriores, se observa una disminución en el número de *peers* promedio que descargan una ventana de video. Esto se debe al criterio de corrimiento de las poblaciones que se ha agregado a la cadena de Markov que representa un sistema de distribución de video en vivo.

Por otro lado, se puede apreciar en las Figuras 3 y 4 que la población promedio en la ventana c ha disminuido frente a curvas obtenidas anteriormente cuando no se tomaba en cuenta el corrimiento de las poblaciones actual.

7.- Obtención del ancho de banda consumido

Objetivo: Determinar el ancho de banda demandado por los *peers* para descargar una ventana

8.- Obtención del ancho de banda de los peers

Objetivo: Determinar la cantidad de ancho de banda obtenido a partir de los *peers*.

9.- Obtención del ancho de banda del servidor CDN

Objetivo: Determinar la cantidad de ancho de banda obtenido del servidor CDN.

Descripción:

Las actividades 7-9 se realizaron de manera paralela debido a que están estrechamente ligadas.

En primer lugar, se obtuvo el ancho de banda total que es consumido por los *peers* al descargar el archivo de video, independientemente de la condición en la que se encuentre operando el sistema, el ancho de banda requerido para que las poblaciones en diversas ventanas de la hiperventana descarguen el video se calcula de la siguiente forma.

$$B_d^i = \min \left\{ C_\omega * X_i, \sum_{k=i+1}^c \frac{\mu_\omega * X_k * X_i}{\sum_{j=0}^{k-1} X_j} + \frac{\mu_s * X_i}{\sum_{j=0}^{c-1} X_j} \right\}$$

La expresión anterior establece que el ancho de banda necesario para que una población X_i descargue el video en vivo, va a ser el mínimo entre la tasa máxima de descarga que puede tener esa población i ($C_\omega * X_i$) y la cantidad de recursos que pueden proporcionar los *peers* y servidores $\left(\sum_{k=i+1}^c \frac{\mu_\omega * X_k * X_i}{\sum_{j=0}^{k-1} X_j} + \frac{\mu_s * X_i}{\sum_{j=0}^{c-1} X_j}, 0 \leq i \leq c - 1 \right)$.

Como se ha mencionado anteriormente, el sistema puede operar bajo dos condiciones (abundancia y penuria). Para conocer el ancho de banda total consumido, el ancho de banda consumido de la red CDN y el ancho de banda consumido de la red P2P, se deben analizar ambos casos:

Abundancia:

Es cuando la operación min para conocer la cantidad de recursos necesarios para descargar tiene como resultado:

$$B_d^i = C_\omega * X_i$$

En este caso los recursos requeridos por una población para realizar la descarga son menores a los recursos con los que atienden las redes P2P y CDN en conjunto. Por lo tanto, los *peers* deben limitarse a descargar a la tasa máxima de descarga. En este caso, se conoce que ese fue el total de ancho de banda consumido en el sistema por una población i , sin embargo, a simple vista no se conoce que fracción de este ancho de banda proviene de la red P2P y que fracción proviene de la red CDN.

Entonces, para conocer estos datos (correspondientes a las actividades 8 y 9) se debe realizar una operación min nuevamente, pero ahora, para obtener la fracción obtenida desde la red P2P. Se realiza conforme a la expresión siguiente:

$$B_{u,p}^i = \min \left\{ C_\omega * X_i, \sum_{k=i+1}^c \frac{\mu_\omega * X_k * X_i}{\sum_{j=0}^{k-1} X_j} \right\}$$

La expresión anterior establece, que el ancho de banda obtenido de la red P2P ($B_{u,p}^i$) va a ser el mínimo entre la tasa máxima de descarga y la cantidad de recursos proporcionada por la red P2P.

Caso 1:

$$B_{u,p}^i = C_\omega * X_i$$

En este caso el ancho de banda consumido (tasa máxima de descarga) fue atendido en su totalidad por la red P2P, es decir, el resultado de la operación mínima fue $C_\omega * X_i$, por lo tanto, se establece que la cantidad de recursos ofertada por los *peers* $\left(\sum_{k=i+1}^c \frac{\mu_\omega * X_k * X_i}{\sum_{j=0}^{k-1} X_j} \right)$ es mayor y por ende los *peers* se limitan a descargar a la tasa máxima de descarga.

El ancho de banda consumido de la red CDN, se calcula conforme a la siguiente expresión:

$$B_{u,s}^i = C_\omega * X_i - B_{u,p}^i$$

En el caso $B_{u,p}^i = C_\omega * X_i$ se dice que el sistema es autosuficiente, ya que $B_{u,s}^i$ tendría un valor de 0 y por lo tanto la red P2P es la que satisface toda la demanda, en caso contrario, el ancho de banda consumido de la red CDN es la resta de la expresión anterior.

Penuria:

Es cuando la operación min para conocer la cantidad de recursos necesarios para descargar tiene como resultado:

$$B_d^i = \sum_{k=i+1}^c \frac{\mu_\omega * X_k * X_i}{\sum_{j=0}^{k-1} X_j} + \frac{\mu_s * X_i}{\sum_{j=0}^{c-1} X_j}$$

En este caso los recursos disponibles para atender a las poblaciones que están descargando distintas ventanas de la hiperventana son inferiores a la tasa máxima de descarga a la cual puedes descargar los *peers* dentro del sistema y por lo tanto la red CDN y la red P2P proporcionan todos los recursos que tienen a su alcance.

Entonces el ancho de banda proporcionado por la red P2P y CDN se obtiene conforme a las siguientes expresiones:

$$B_{u,p}^i = \sum_{k=i+1}^c \frac{\mu_\omega * X_k * X_i}{\sum_{j=0}^{k-1} X_j}, \quad 0 \leq i \leq c-1$$

$$B_{u,s}^i = \frac{\mu_s * X_i}{\sum_{j=0}^{c-1} X_j}$$

Por ende, el ancho de banda total consumido es la suma de las dos expresiones anteriores, es decir, B_d^i .

El presente proyecto tiene por objeto de análisis al sistema en condición de abundancia, debido a que en la condición de penuria los recursos son insuficientes, los usuarios no descargan el video, se atrasan y salen del sistema y por lo tanto el sistema se queda y no habría comportamiento por parte de los *peers* que simular. Se considera al caso de penuria únicamente debido a que, en alguna iteración, el sistema puede operar bajo esta condición.

Resultados:

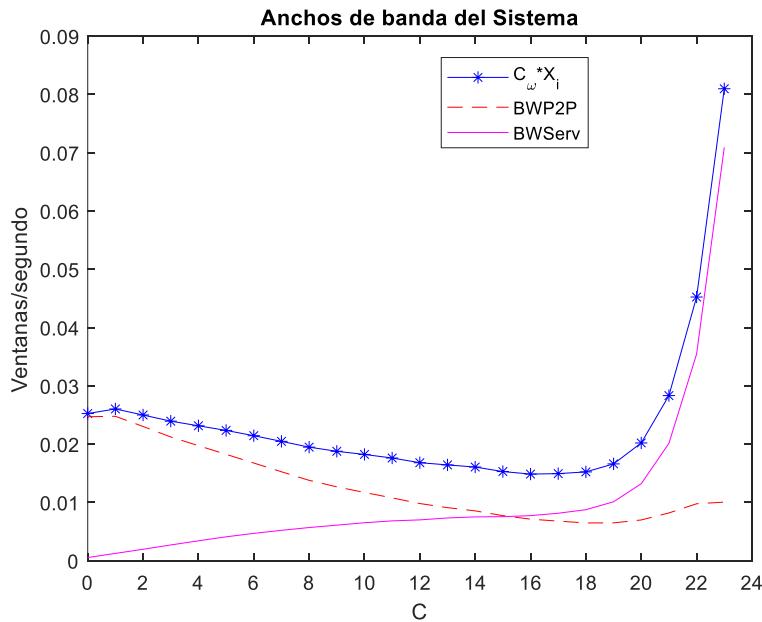


Figura 9. Anchos de Banda (Total consumido, proveniente de red P2P y proveniente de red CDN) de un sistema de distribución de video en vivo

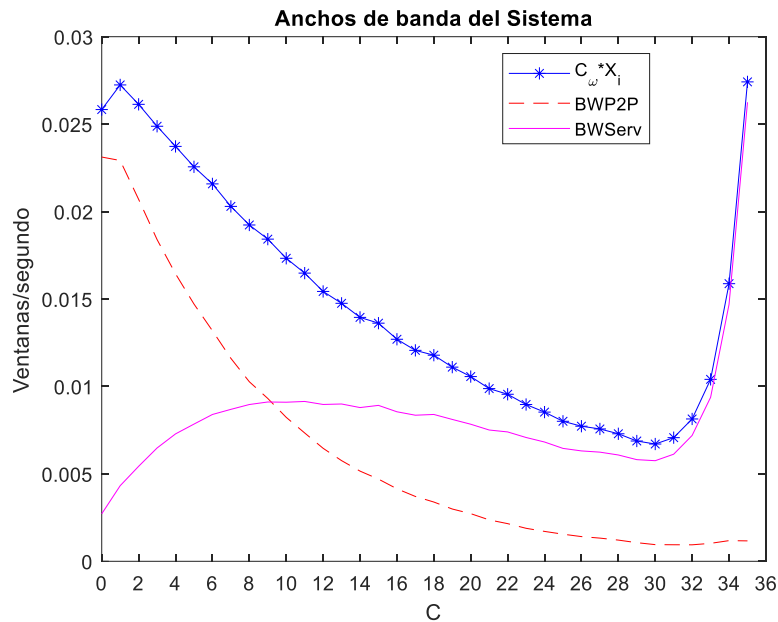


Figura 10. Anchos de Banda (Total consumido, proveniente de red P2P y proveniente de red CDN) de un sistema de distribución de video en vivo

10.- Conclusiones

Con la modificación de la cadena de *Markov* se atendieron a casos borde que no se tenían considerados en el primer diseño de la cadena como lo es el caso de la sección D que nos explica el caso de la hiperventana y como es que las poblaciones se recorren de acuerdo con el movimiento de la hiperventana. Para las graficas de los anchos de banda con diferente numero de poblaciones observamos que el sistema consume mas ancho de banda del servidor tanto en la Figura 9 como en la 10 lo cual todavía se trata de modificar ese comportamiento para que la mayor cantidad de recursos que demande la red sea de los peers y con esto evitar un desbordamiento de peticiones a los servidores.

En el siguiente enlace se puede consultar el video correspondiente a algunas pruebas y ejecuciones de la evaluación por implementación de la cadena de Markov que representa a un sistema de distribución de video en vivo abordado en este proyecto.

<https://www.youtube.com/watch?v=k61WIBUer9o>

