

MATEMÁTICA BÁSICA

Razão e Proporção



RAZÃO

Sendo a e b números reais, com $b \neq 0$, denomina-se razão entre a e b ou razão de a para b o quociente $\frac{a}{b}$ ou $a:b$.

Razão é uma comparação entre duas grandezas (comparação da primeira com a segunda).

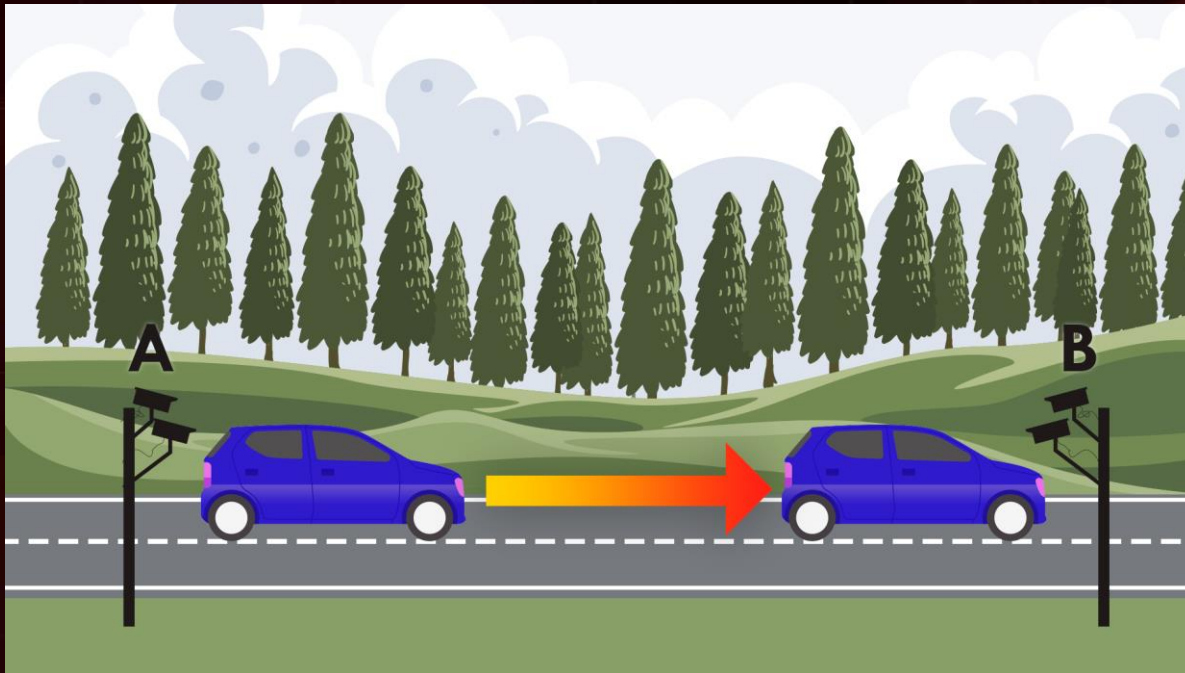
ALGUMAS RAZÕES COMUNS

$$\text{Escala} = \frac{\text{comprimento do desenho}}{\text{comprimento real}}$$



ALGUMAS RAZÕES COMUNS

$$\text{Velocidade Média} = \frac{\text{distância percorrida}}{\text{tempo gasto}}$$



ALGUMAS RAZÕES COMUNS

Densidade demográfica = $\frac{\text{número de habitantes}}{\text{área da região}}$



Pixabay

EXERCÍCIOS DE RAZÃO

1) Sabendo que um terreno possui 50 m de comprimento e sua representação em um desenho é de 20 cm, encontre a escala deste desenho.

EXERCÍCIOS DE RAZÃO

Como 50 m = 5000 cm, a escala é:

$$\frac{20}{5000} = \frac{2}{500} = \frac{1}{250}$$

Ou seja, cada 1 cm do desenho equivale a 250 cm do terreno

EXERCÍCIOS DE RAZÃO

2) Um motorista realiza uma viagem entre 2 cidades com uma distância de 220 km em 2h. Qual a velocidade média desta viagem?

A velocidade média é calculada pela razão entre distância e tempo, logo

$$\frac{220 \text{ km}}{2h} = 110 \text{ km/h}$$

EXERCÍCIOS DE RAZÃO

3) Uma cidade de 220 km² possui uma população de 20.100 habitantes. Qual é a densidade populacional desta cidade?

A densidade populacional é calculada pela razão entre o número de habitantes e a área da cidade. Então:

$$\frac{20100}{220} = 91$$

Ou seja, aproximadamente 91 pessoas por km².

PROPORÇÃO

Proporção é uma igualdade entre duas razões. Quatro números reais a , b , c e d , diferentes, tomados nesta ordem, formam uma proporção quando:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ ou } a:b = c:d$$

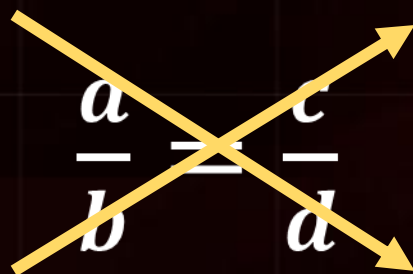
Lê-se “ a está para b assim como c está para d ”

PROPORÇÃO

a, b, c, d: termos da proporção

a, d: extremos

b, c: meios


$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

PROPRIEDADES FUNDAMENTAIS DAS PROPORÇÕES

O produto dos extremos é igual ao produto dos meios e vice-versa.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

EXEMPLOS

$$1) \quad \frac{6}{11} = \frac{12}{22}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 6 \cdot 22 = 11 \cdot 12 \\ 132 = 132 \end{array} \right.$$

$$2) \quad \frac{6}{24} = \frac{5}{x}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 6 \cdot x = 24 \cdot 5 \\ 6 \cdot x = 120 \\ x = \frac{120}{6} = 20 \end{array} \right.$$

EXEMPLOS

$$3) \frac{x+1}{x-2} = \frac{1}{2}$$

$$(x+1) \cdot 2 = (x-2)$$

$$2x + 2 = x - 2$$

$$x = -4$$

EXEMPLOS

4) A altura da maquete de um edifício é 80 cm. Qual a altura do prédio, sabendo que a maquete foi construída na escala 1:40?

$$\text{escala} = \frac{\text{desenho}}{\text{real}}$$

$$\frac{1}{40} = \frac{80}{x} \quad x = 3200 \text{ cm, ou seja, 32 m}$$

OUTRAS PROPRIEDADES

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \\ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c} \quad \text{e} \quad \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \\ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c} \quad \text{e} \quad \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \\ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} \quad \text{e} \quad \frac{a+c}{b+d} = \frac{c}{d}$$
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \\ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{a-c}{b-d} = \frac{a}{b} \quad \text{e} \quad \frac{a-c}{b-d} = \frac{c}{d}$$

EXERCÍCIOS

1) Para pintar uma parede, Fábio deve misturar tinta branca com tinta azul, na razão de 5 para 3. Sabendo que ele vai utilizar 24 l dessa mistura, quantos litros de cada cor serão necessários?

$$\left\{ \begin{array}{l} b - \text{branca} \\ a - \text{azul} \end{array} \right. \quad a + b = 24 \quad \left\{ \begin{array}{l} b \\ a \end{array} \right. = \frac{5}{3}$$

$$\left\{ \frac{b + a}{b} = \frac{5 + 3}{5} \Rightarrow \frac{24}{b} = \frac{8}{5} \right.$$

$$\left\{ \Rightarrow 24 \cdot 5 = b \cdot 8 \Rightarrow b = \frac{120}{8} = 15 \right.$$

Logo serão 15 l
da branca e 9 l
da azul