CÁLCULO I

Limites de uma Função: Introdução

Limite

Seja $f:[a,b] \to \mathbb{R}$ uma função e seja $c \in [a,b]$. Dizemos que o limite de f quando x tende a c é L se, quando x se aproximar de c, os valores de $f(x)$ se aproximarem do valor L.

Limite

Seja $f: [a, b] \to \mathbb{R}$ uma função e seja $c \in [a, b]$. Dizemos que o limite de f quando x tende a c é L se, quando x se aproximar de c, os valores de $f(x)$ se aproximarem do valor L.

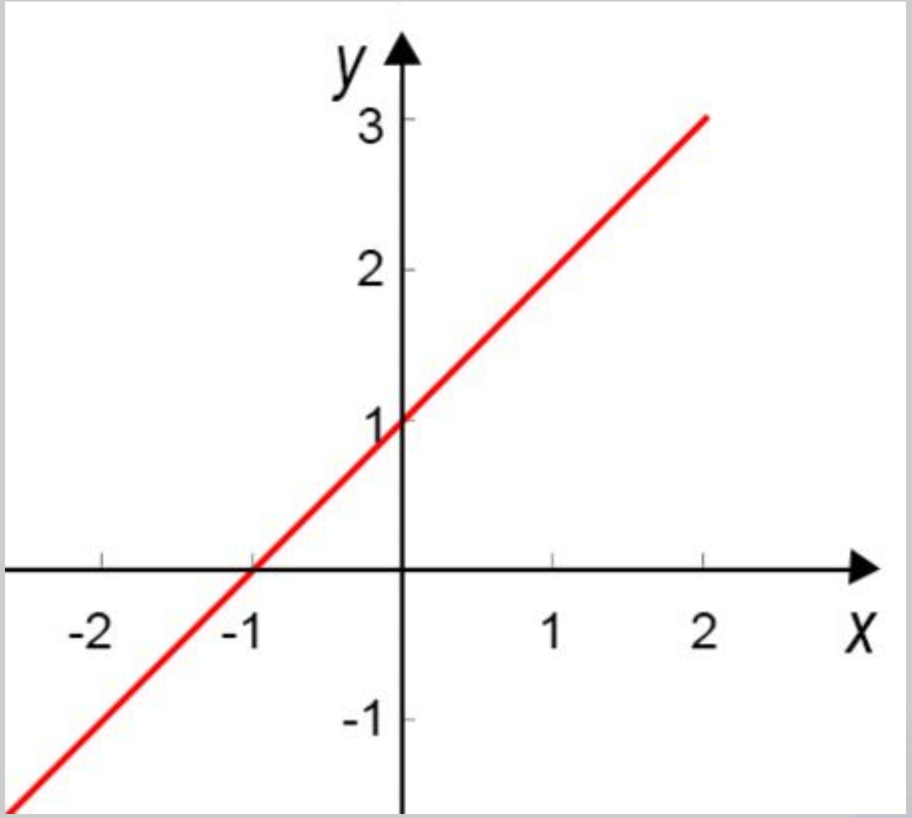
$$\lim_{x \to c} f(x) = L$$

Limites

Intuitivamente:

$$f(x) = x + 1$$

$$\lim_{x \to 1} x + 1 = 2 = f(1)$$



Limites

Intuitivamente:

$$\boldsymbol{f(x)} = \begin{cases} \boldsymbol{x+1}, \boldsymbol{x} \neq 1 \\ \boldsymbol{3}, \qquad \boldsymbol{x = 1} \end{cases}$$

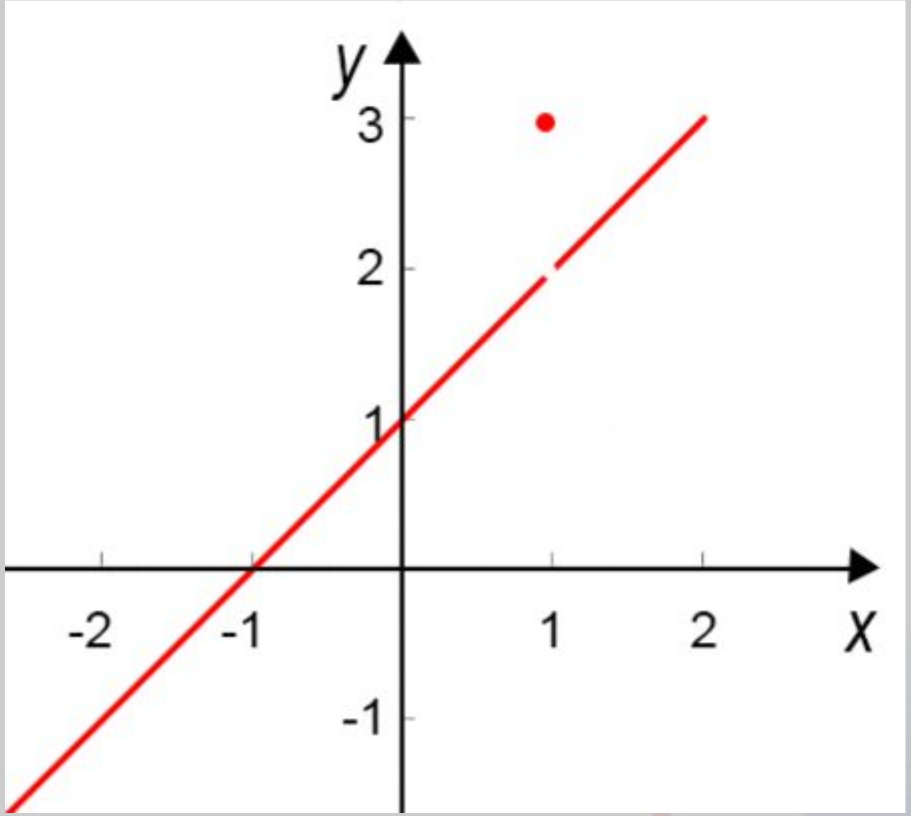
$$\lim_{x \to 1} \boldsymbol{f(x) = 3}\ ??$$

Limites

Intuitivamente:

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & x \neq 1 \\ 3, & x = 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \to 1} f(x) = 2 \neq f(1)$$



Limites

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

- f não está definida em $x = 1$

$$\lim_{x \to 1} f(x) = \lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

Limites

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

0,8	1,8
0,9	1,9
0,95	1,95
0,99	1,99
0,999	1,999

Limites

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = 2???$$

Limites

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = 2???$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x\to 1}(x + 1) = 2$$

Limites

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} = ?$$

Limites

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} = ?$$

Divisão de Polinômios

$x^3 - 8 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$

Limites

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} = ?$$

Divisão de Polinômios
$x^3 - 8 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$

$$\frac{x^3 - 8}{x - 2} = \frac{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)}{x - 2} = x^2 + 2x + 4$$

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} = \lim_{x \to 2} (x^2 + 2x + 4) = 12$$

Continuidade

Dizemos que uma função $f = f(x)$ é contínua em p se :

- $\boldsymbol{p \in D(f)}$**;**

- $\boldsymbol{\lim_{x \to p} f(x) = f(p)}$

Continuidade

Dizemos que uma função $f = f(x)$ é contínua em p se:

- $p \in D(f)$;
- $\lim_{x \to p} f(x) = f(p)$

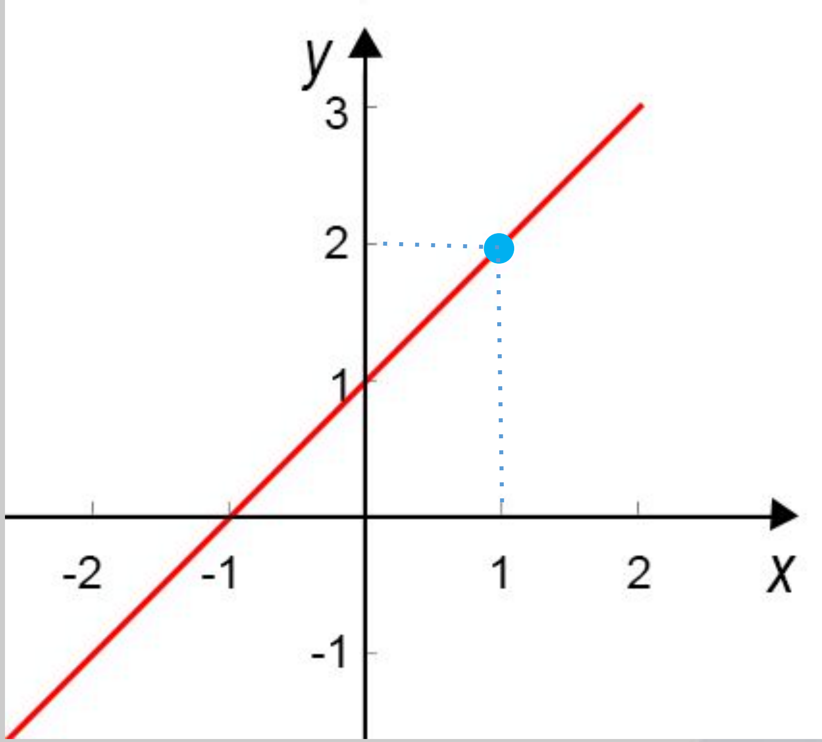
f **é contínua em** $p \Leftrightarrow \lim_{x \to p} f(x) = f(p)$

Continuidade

$f(x) = x + 1$

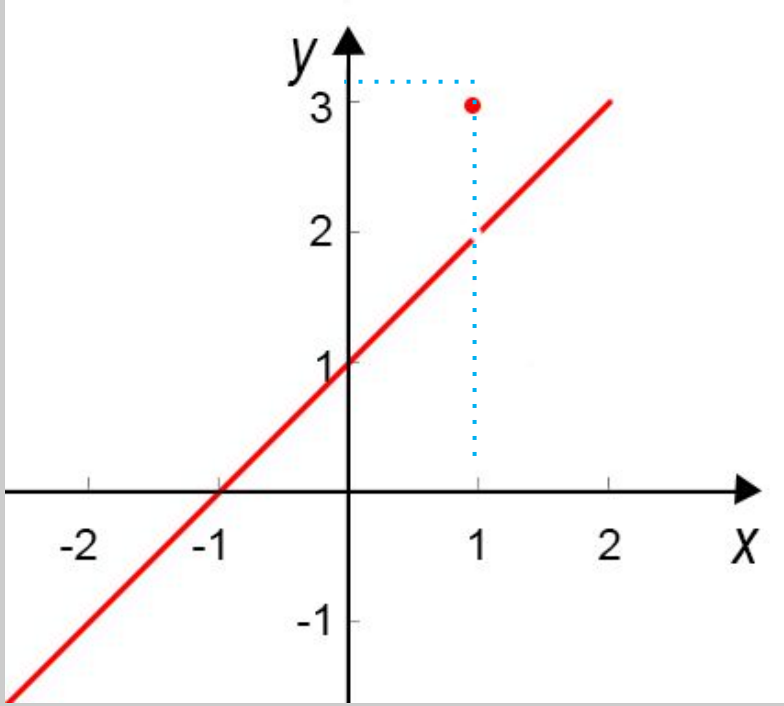
- f é contínua em $x = 1$

- $\lim_{x \to 1} f(x) = 2 = f(1)$



Continuidade

$$f(x) = \begin{cases} x+1, x \neq 1 \\ 3, \quad\quad x = 1 \end{cases}$$



- $\lim_{x \to 1} f(x) = 2$
- $f(1) = 3$
- f não é contínua em $x = 1$

Continuidade

Algumas funções contínuas:

- **Polinômios ($a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_0$)**
- **Trigonométricas ($\operatorname{sen} x, \cos x, \operatorname{tg} x$)**
- **Exponenciais (a^x)**
- **Logarítmicas ($\log_b(x)$)**

Continuidade

Seja $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2}, \text{se } x \neq 2 \\ L, \quad \text{se } x = 2 \end{cases}$

Para que valor de L, f é uma função contínua?

Continuidade

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \to 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x - 2} =$$

$$\lim_{x \to 2} x + 2 = 4 = L$$

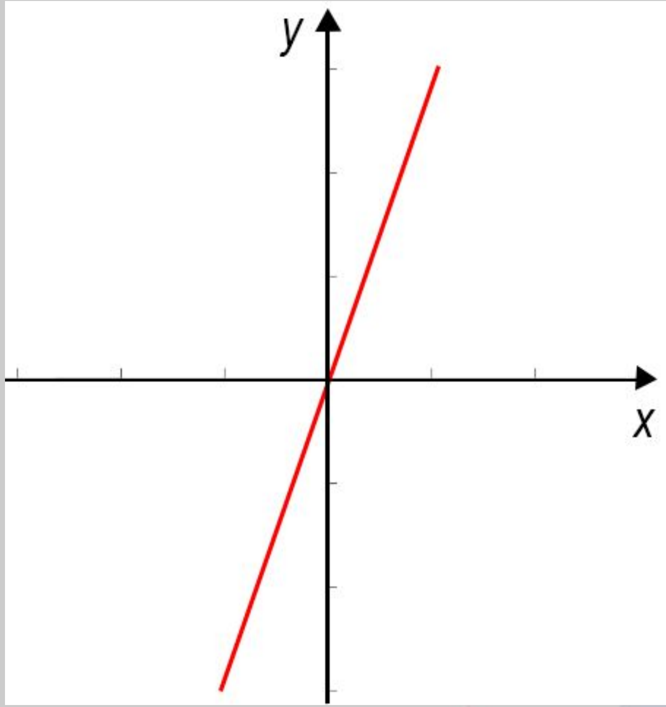
Limites no Infinito

São os limites com $x \to \infty$

- $\lim_{x\to\infty} 3x = +\infty$

- $\lim_{x\to\infty} -15x^3 = -\infty$

- $\lim_{x\to\infty} \sqrt[3]{x^2} = +\infty$



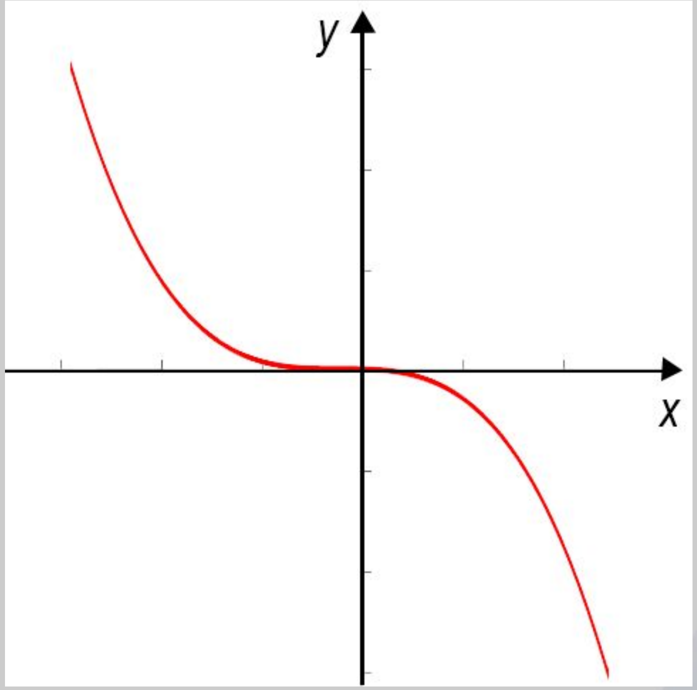
Limites no Infinito

São os limites com $x \to \infty$

- $\lim_{x \to \infty} 3x = +\infty$

- $\lim_{x \to \infty} -15x^3 = -\infty$

- $\lim_{x \to \infty} \sqrt[3]{x^2} = +\infty$



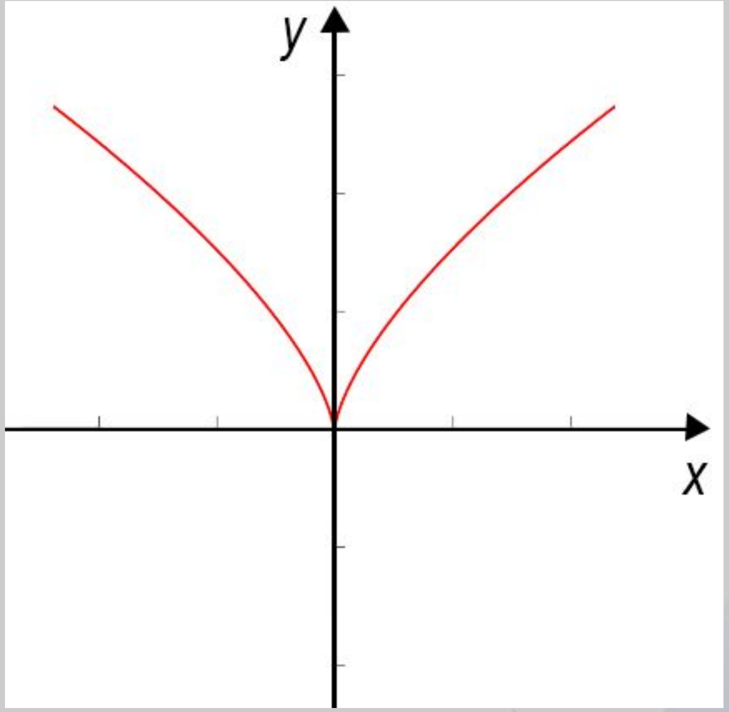
Limites no Infinito

São os limites com $x \to \infty$

- $\lim_{x \to \infty} 3x = +\infty$

- $\lim_{x \to \infty} -15x^3 = -\infty$

- $\lim_{x \to \infty} \sqrt[3]{x^2} = +\infty$



Limites no Infinito

Se $\lim_{x \to c} f(x) = \infty$ **, então**

$$\lim_{x \to c} \frac{1}{f(x)} = 0.$$

Exemplos:

- $\boldsymbol{lim}_{x \to \infty} \frac{1}{x} = 0$
- $\boldsymbol{lim}_{x \to \infty} \frac{1}{x^n} = 0, n > 1, n \in \mathbb{N}$

Limites no Infinito

Exemplos:

- $\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x^2 - 5x} = 0$

- $\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x^3 + 3x + 1} = 0$

Limites no Infinito

Exemplo:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^5 + x^4 + 1}{3x^5 + x - 1} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^5\left[1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^5}\right]}{x^5\left[3 + \frac{1}{x^4} - \frac{1}{x^5}\right]} = \frac{1}{3}$$

CÁLCULO I

Limites de uma Função: Introdução