CÁLCULO I

Regras de L'Hospital e Comportamento de Funções

Regras de L'Hospital

1ª Regra

Sejam f e g deriváveis com $\lim_{x \to p} f(x) = \lim_{x \to p} g(x) = 0$, de modo que exista $\lim_{x \to p} \frac{f'(x)}{g'(x)}$. Então:

$$\lim_{x \to p} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to p} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Regras de L'Hospital

Exemplo

$$\lim_{x \to 1} \frac{3x^4 - 2x - 1}{x^2 - 1}$$

Regras de L'Hospital

Exemplo

$$\lim_{x \to 1} \frac{3x^4 - 2x - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{12x^3 - 2}{2x} = 5$$

Regras de L'Hospital

2ª Regra

Sejam f e g deriváveis com $\lim\limits_{x \to p} f(x) = \lim\limits_{x \to p} g(x) = \pm\infty$,

de modo que exista $\lim\limits_{x \to p} \dfrac{f'(x)}{g'(x)}$. **Então:**

$$\lim_{x \to p} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to p} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Regras de L'Hospital

Exemplo

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\boldsymbol{e^x}}{\boldsymbol{x}}$$

Regras de L'Hospital

Exemplo

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\boldsymbol{e^x}}{\boldsymbol{x}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\boldsymbol{e^x}}{\boldsymbol{1}}=+\infty$$

Teorema do Valor Médio

Teorema do Valor Médio

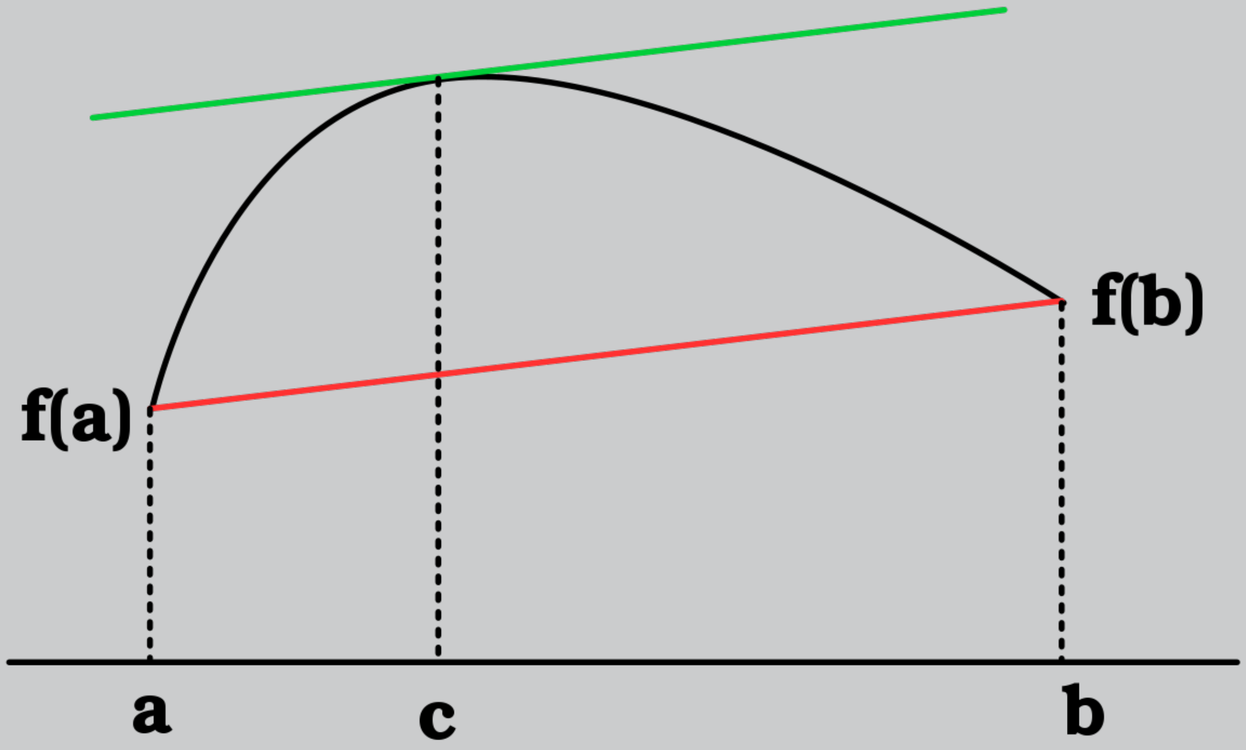
i. f contínua em $[a, b]$.

ii. f derivável em (a, b).

Então, existe c em (a, b) tal que

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Teorema do Valor Médio



Crescimento e Decrescimento

Teorema

Seja f contínua em um intervalo I. Então:

i. **Se $f'(x) > 0$ no intervalo I, $f(x)$ é crescente em I.**

ii. **Se $f'(x) < 0$ no intervalo I, $f(x)$ é decrescente em I.**

Crescimento e Decrescimento

Exemplo

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$$

Crescimento e Decrescimento

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$$

$$3x^2 - 4x + 1 = 0 \leftrightarrow x = \frac{1}{3} \text{ ou } x = 1.$$

Crescimento e Decrescimento

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$$

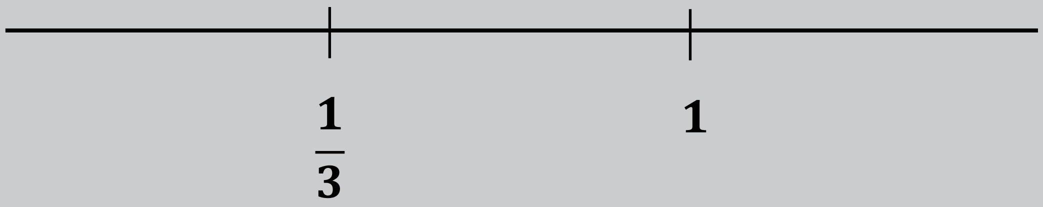
$$3x^2 - 4x + 1 = 0 \leftrightarrow x = \frac{1}{3} \text{ ou } x = 1.$$

Crescimento e Decrescimento

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$$

$$3x^2 - 4x + 1 = 0 \leftrightarrow x = \frac{1}{3} \text{ ou } x = 1.$$

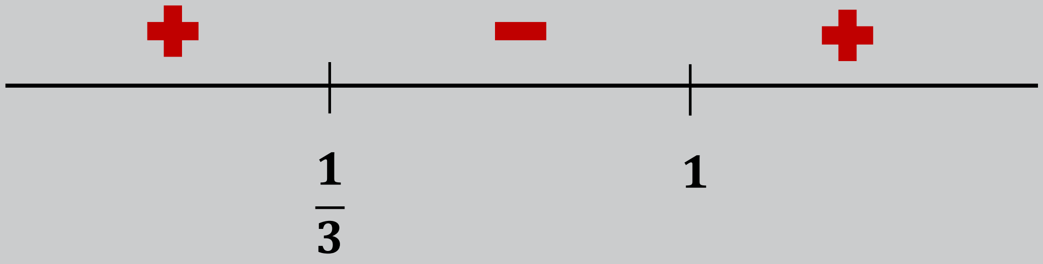


Crescimento e Decrescimento

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$$

$$3x^2 - 4x + 1 = 0 \leftrightarrow x = \frac{1}{3} \text{ ou } x = 1.$$



Concavidade e Inflexão

Teorema

Seja f derivável até 2ª ordem no intervalo I.

i. **Se $f''(x) > 0$ em I, f terá concavidade para cima em I.**

ii. **Se $f''(x) < 0$ em I, f terá concavidade para baixo em I.**

Concavidade e Inflexão

Inflexão

Seja f derivável até 3ª ordem no intervalo I e $p \in I$. Se $f''(p) = 0$ em I, $f'''(p) \neq 0$ e f''' for contínua no ponto p, então, p é ponto de inflexão.

Concavidade e Inflexão

Exemplo

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$$

Concavidade e Inflexão

Exemplo

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$$

$$f''(x) = 6x - 4 = 0 \leftrightarrow x = \frac{2}{3}$$

Concavidade e Inflexão

Exemplo

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$$

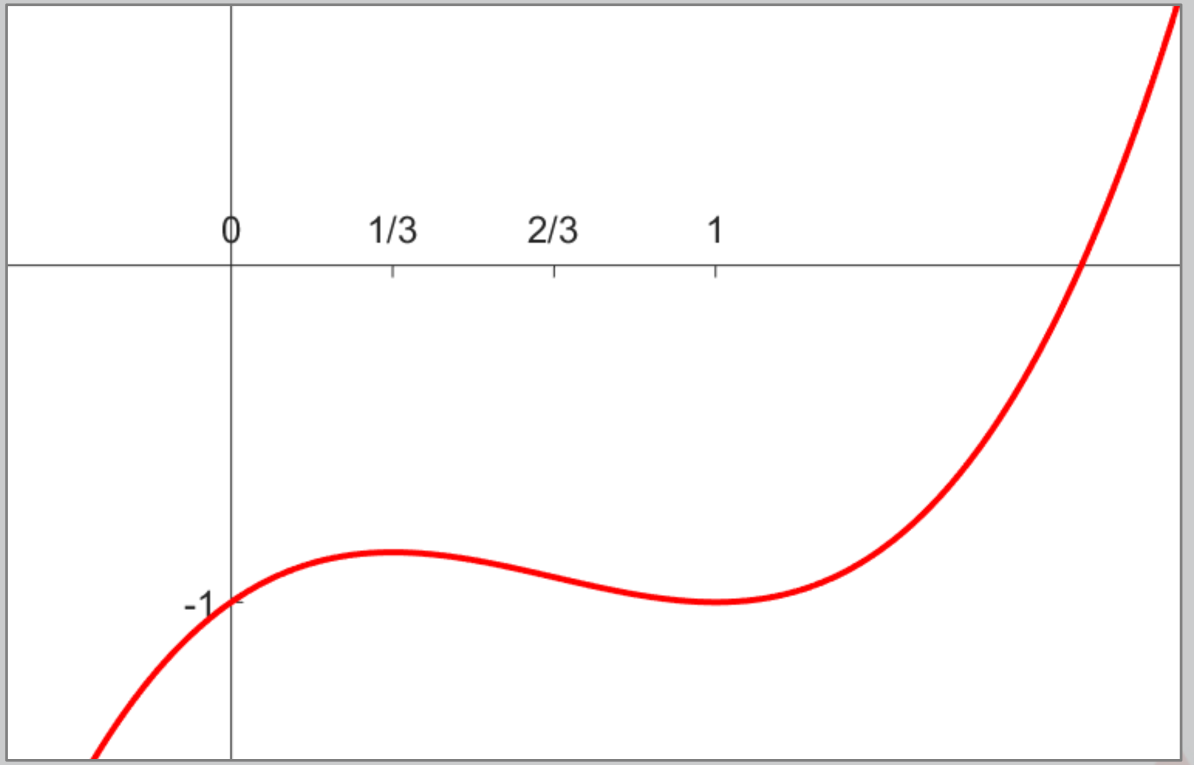
$$f''(x) = 6x - 4 = 0 \leftrightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$\cap \qquad\qquad \cup$$

$$\frac{2}{3}$$

Gráfico

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$$



CÁLCULO I

Regras de L’Hospital e Comportamento de Funções