MATEMÁTICA BÁSICA

Conjuntos numéricos

Conjunto dos Números Racionais

Dado um número $q \neq 1$ e $q \neq -1$, o inverso de q não existe em $\mathbb{Z}$, $\frac{1}{q} \notin \mathbb{Z}$. Então não podemos definir em $\mathbb{Z}$ a operação de divisão dando significado ao símbolo p/q. Vamos superar esta dificuldade introduzindo os números racionais.

Conjunto dos Números Racionais

Chama-se conjunto dos números racionais $\mathbb{Q}$ o conjunto das frações a/b, onde a$\in \mathbb{Z}$ e b $\in \mathbb{Z}^*$ (b $\neq$ 0) para os quais adotam-se as seguintes definições:

- **Igualdade:** $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a.d = c.b$
- **Adição:** $\frac{a}{b}+\frac{c}{d} = \frac{ad+cb}{bd}$
- **Multiplicação:** $\frac{a}{b} . \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

Conjunto dos Números Racionais

- Na fração $\frac{a}{b}$, a é o numerador e b é o denominador.

Se a e b são primos entre si, ou seja, se mdc(a, b) = 1 ou mdc(a, b) = -1, dizemos que $\frac{a}{b}$ é uma fração irredutível.

Conjunto dos Números Racionais

- No conjunto $\mathbb{Q}$ destacamos os subconjuntos:

  $\mathbb{Q}+$: cjto dos racionais não negativos

  $\mathbb{Q}-$: cjto dos racionais não positivos

  $\mathbb{Q}^*$: cjto dos racionais não nulos

Consideremos o cjto $\mathbb{Q}'$ formado pelos números racionais com denominador 1:

$$\mathbb{Q}' = \{\frac{x}{1}, \forall\, x \in \mathbb{Z}\}$$

Conjunto dos Números Racionais

- Assim, os racionais com denominador igual a 1 comportam-se para a igualdade, a adição e a multiplicação como se fossem números inteiros. Desta forma, fazendo o racional $\frac{x}{1}$ coincidir com o inteiro x, decorre que $\mathbb{Q}' = \mathbb{Z}$, logo $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

Conjunto dos Números Racionais

- No conjunto dos números racionais também são definidas as operações A1, A2, A3, A4, M1, M2, M3 e D. Ainda temos:

M4: simétrico ou inverso para a multiplicação.

Para todo a/b $\in \mathbb{Q}$ e a/b $\neq$ 0, existe $\exists$ b/a $\in \mathbb{Q}$ tal que:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$$

Conjunto dos Números Racionais

- Devido à propriedade M4, podemos definir em $\mathbb{Q}^*$ a operação de divisão, estabelecendo que:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$ para a/b e c/d racionais.

Conjunto dos Números Racionais

- Note que o n° racional a/b pode ser representado por um número decimal. Na passagem de uma para outra podem ocorrer dois casos:

1) O número decimal tem uma quantidade finita de algarismos, isto é, é uma decimal exata.

Exemplos: 3/1 = 3 ; ½ = 0,5 ; 1/20 = 0,05

Conjunto dos Números Racionais

2) O número decimal tem uma quantidade infinita de algarismos que se repetem periodicamente, isto é, uma **dízima periódica.**

Exemplos: 1/3 = 0,333...

2/7 = 0,285714 85714

Conjunto dos Números Racionais

2) O número decimal tem uma quantidade infinita de algarismos que se repetem periodicamente, isto é, uma dízima periódica

exemplos: 1/3 = 0,333... ;

2/7 = 0,285714 85714

MATEMÁTICA BÁSICA

Conjuntos numéricos