MATEMÁTICA BÁSICA

Noções iniciais de Conjuntos – parte 1

INTRODUÇÃO

Na Teoria dos Conjuntos, três noções são aceitas sem definição, isto é, são consideradas noções primitivas:

a) Conjunto

b) Elemento

c) Pertinência entre elemento e conjunto

INTRODUÇÃO

A noção matemática de conjunto é a mesma que na linguagem corrente: coleção, agrupamento, sistema, classe...

Exemplos:

i) Conjunto de algarismos romanos

ii) Conjunto de números positivos primos

INTRODUÇÃO

- Cada membro ou objeto que entra na formação de um conjunto é denominado de **elemento**.

- Nos exemplos anteriores os elementos dos conjuntos são:

{I, V, X, L, C, D, M}

{2, 3, 5, 7, 11, 13, ...}

INTRODUÇÃO

Um elemento de um conjunto pode ser uma letra, um nome, um número, etc. É importante notar que um conjunto pode ser elemento de outro conjunto.

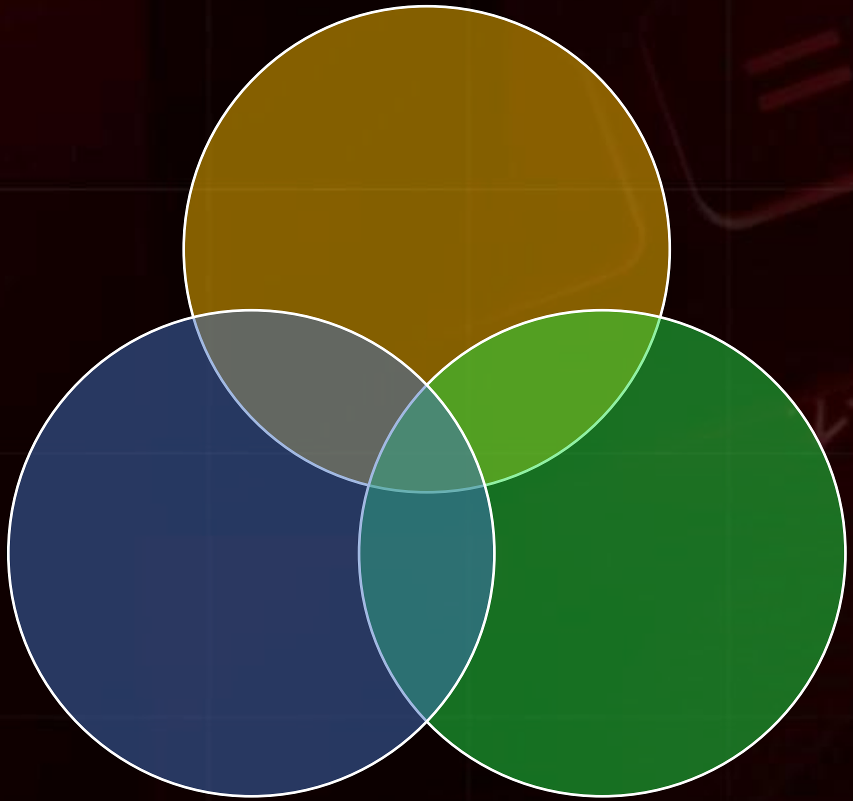
INTRODUÇÃO

A relação entre um conjunto e um elemento dele é de **pertinência.**

Sejam A um conjunto e x um elemento. Se x pertence a A, escrevemos $x \in A$, se x não é elemento de A, ou não pertence a A, escrevemos $x \notin A$.

INTRODUÇÃO

Comumente usamos círculos para representar conjuntos. Tais círculos são denominados Diagrama de Euler Venn.



DESCRIÇÃO DE UM CONJUNTO

Utilizamos dois recursos para descrever um conjunto e seus elementos:

1. Enumeramos (citamos, escrevemos)
2. Damos uma propriedade característica dos elementos dos conjuntos

DESCRIÇÃO DE UM CONJUNTO

Quando um conjunto é dado pela enumeração de seus elementos, devemos indicá-lo escrevendo os seus elementos entre chaves.

EXEMPLOS

a) {I, V, X, L, C, D, M} = conjunto dos algarismos romanos

b) {2, 3, 5, 7, 11, 13, ...} = conjunto dos números primos positivos

Note que quando o conjunto é infinito, escrevemos os elementos que evidenciam a lei de formação e, em seguida, colocamos reticências

EXEMPLOS

Quando queremos escrever um conjunto A por meio de uma propriedade de característica P de seus elementos x, descrevemos.

A = {x/x tem propriedade P} e temos “A é o conjunto dos elementos x tal que tem propriedade P”.

Exemplos:
{x / x é divisor de 3}
{x / x é inteiro e $0 \leq x \leq 100$}

Um conjunto é dito unitário quando possui um único elemento.

Exemplos:

- conjunto das soluções da equação

$3x + 1 = 10$

- conjunto dos estados brasileiros que fazem fronteira com o Uruguai

Um conjunto que não possui elemento algum é denominado vazio. O símbolo utilizado para denotar um conjunto vazio é o ∅.

Exemplo:

$$\{x \mid x \neq x\} = \emptyset = \{\ \}$$

CONJUNTO UNIVERSO

Quando vamos desenvolver um certo assunto de Matemática, admitimos a existência de um conjunto U ao qual pertencem todos os elementos utilizados no tal assunto.

Esse conjunto U recebe o nome de conjunto Universo.

CONJUNTO UNIVERSO

- Por exemplo, se procuramos soluções reais de uma equação, nosso conjunto universo é o conjunto $\mathbb{R}$.

- Portanto, quando vamos descrever um conjunto através de uma propriedade P é fundamental fixarmos um conjunto universo U em que estamos trabalhando.

$$A = \{x \in U \;/\; x \text{ tem propriedade } P\}$$

CONJUNTOS IGUAIS

Dois conjuntos A e B são iguais quando todo elemento de A é elemento de B e, reciprocamente, quando todo elemento de B é elemento de A. Em outros termos:

$$A = B \Leftrightarrow (\forall\, x)\ \ (x \in A \ \Leftrightarrow\ x \in B)$$

CONJUNTOS IGUAIS

Exemplos:

$\{x \in \Re \;/\; 2x + 1 = 5\} = \{2\}$

$\{x$ / x é inteiro, positivo e ímpar$\} = \{1, 3, 5, 7, 9...\}$

A notação {a, a, a, b, b} é inútil para denotar o conjunto {a, b}

Se A não é igual a B, $A \neq B$

Exemplo: $\{a, b, c\} \neq \{a, b, c, d\}$

SUBCONJUNTO

Um conjunto A é subconjunto de um conjunto B se, e somente se, todo elemento de A pertence também a B.

Com a notação $A \subset B$ indicamos que "A é subconjunto de B", ou "A está contido em B", ou "A é parte de B". O símbolo $\subset$ é denominado sinal de inclusão.

$$A \subset B \Leftrightarrow (\forall x)\ \ (x \in A \Rightarrow x \in B)$$

Exemplos:

$\{a, b\} \subset \{a, b, c, d\}$

$\{x\ /\ x$ é inteiro e par$\} \subset \{x\ /\ x$ é inteiro$\}$

- Quando A ⊂ B também podemos escrever B ⊃ A e temos “B contém A”

- Com a notação A ⊄ B indicamos que “A não está contido em B”

- A ⊄ B se existir ao menos um elemento de A que não pertence a B

  Exemplo: {a, b, c} ⊄ {a, b, d, e, f}

PROPRIEDADES DA INCLUSÃO

Sejam A, B e C três conjuntos arbitrários. Valem as seguintes propriedades:

$\emptyset \subset A$

$A \subset A$ (reflexiva)

$A \subset B$ e $B \subset A \Rightarrow A = B$ (anti-simétrica)

$A \subset B$ e $B \subset C \Rightarrow A \subset C$ (transitiva)

CONJUNTO DAS PARTES

Dado um conjunto A, chama-se conjunto das partes de A – notação P(A) – aquele que é formado por todos os subconjuntos de A, em símbolos:

$$P(A) = \{X \mid X \subset A\}$$

DIFERENÇA DOS CONJUNTOS

Sejam A e B conjuntos quaisquer. A diferença de **A – B** é o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A e não pertencem a B, ou seja,

$$A - B = \{ x \,/\, x \in A \text{ e } x \notin B \}$$

MATEMÁTICA BÁSICA

Noções iniciais de Conjuntos – parte 1