CÁLCULO I

Técnicas de Integração
Parte II

Técnicas de Integração

Integração por Partes $-\int f(x)g'(x)dx$

$$u = f(x) \to du = f'(x)dx$$
$$dv = g'(x)dx \to v = g(x)$$

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

Técnicas de Integração

Exemplo 1

$$\int x \cos x \, dx$$

Técnicas de Integração

Exemplo 1

$$\int x \cos x \, dx$$

$$u = x \rightarrow du = dx$$
$$dv = \cos x \, dx \rightarrow v = \operatorname{sen} x$$

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

Técnicas de Integração

Exemplo 1

$$u = x \rightarrow du = dx$$

$$dv = \cos x\, dx \rightarrow v = \operatorname{sen} x$$

$$\int x \cos x\, dx = x \operatorname{sen} x - \int \operatorname{sen} x\, dx$$

$$= x \operatorname{sen} x + cos\, x + c$$

Técnicas de Integração

Exemplo 2

$$\int x\, e^x dx$$

Técnicas de Integração

Exemplo 2

$$\int x\, e^{x} dx$$

$$u = x \rightarrow du = dx$$

$$dv = e^{x} dx \rightarrow v = e^{x}$$

$$\int u\, dv = uv - \int v\, du$$

Técnicas de Integração

Exemplo 2

$$u = x \rightarrow du = dx$$

$$dv = e^x dx \rightarrow v = e^x$$

$$\int x\, e^x dx = xe^x - \int e^x\, dx = xe^x - e^x + c$$

Técnicas de Integração

Exemplo 3

$$\int \ln x \, dx$$

Técnicas de Integração

Exemplo 3

$$\int \ln x \, dx$$

$$u = \ln x \rightarrow du = \frac{1}{x} dx$$

$$dv = 1dx \rightarrow v = x$$

Técnicas de Integração

Exemplo 3

$$u = \ln x \rightarrow du = \frac{1}{x}dx$$

$$dv = 1dx \rightarrow v = x$$

$$\int \ln x \, dx = x \ln x - \int 1 \, dx = x \ln x - x + c$$

Técnicas de Integração

Exemplo 4

$$\int x \ln x \, dx$$

Técnicas de Integração

Exemplo 4

$$\int x \ln x \, dx$$

$$u = x \to du = dx$$

$$dv = \ln x \, dx \to v = x \ln x - x$$

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

Técnicas de Integração

Exemplo 4

$$u = x \rightarrow du = dx$$

$$dv = \ln x \, dx \rightarrow v = x \ln x - x$$

$$\int x \ln x \, dx = x^2 ln \, x - x^2 - \int (x \ln x - x) \, dx$$

Técnicas de Integração

Exemplo 4

$$\int x \ln x \, dx = x^2 \ln x - x^2 - \int x \ln x \, dx + \int x \, dx$$

$$2\int x \ln x \, dx = x^2 \ln x - x^2 + \frac{x^2}{2} + c$$

Técnicas de Integração

Exemplo 4

$$\int x \ln x \, dx = x^2 \ln x \; - x^2 - \int x \ln x \, dx + \int x \; dx$$

$$2\int x \ln x \, dx = x^2 \ln x \; - x^2 + \frac{x^2}{2} + c$$

Técnicas de Integração

Exemplo 4

$$2\int x \ln x \, dx = x^2 \ln x - x^2 + \frac{x^2}{2} + c$$

$$\int x \ln x \, dx = \frac{x^2(2\ln x - 1)}{4} + c$$

Técnicas de Integração

Exemplo 5

$$\int e^x \cos x dx$$

Técnicas de Integração

Exemplo 5

$$\int e^x \cos x \, dx$$

$$u = e^x \rightarrow du = e^x dx$$

$$dv = \cos x \, dx \rightarrow v = \operatorname{sen} x$$

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

Técnicas de Integração

Exemplo 5

$$u = e^x \rightarrow du = e^x dx$$

$$dv = \cos x \, dx \rightarrow v = \text{sen } x$$

$$\int e^x \cos x \, dx = e^x \text{sen } x - \int e^x \text{sen } x \, dx$$

Técnicas de Integração

Exemplo 5

$$\int e^x \text{sen}\, x\, dx$$

$$u = e^x \rightarrow du = e^x dx$$

$$dv = \text{sen}\, x\, dx \rightarrow v = -\cos x$$

$$\int e^x\, \text{sen}\, x\, dx = -e^x \cos x + \int e^x \cos x\, dx$$

Técnicas de Integração

Exemplo 5

$$\int e^x \cos x\, dx = e^x \text{sen}\, x - \int e^x \text{sen}\, x\, dx$$

$$\int e^x \cos x\, dx = e^x \text{sen}\, x + e^x \cos x - \int e^x \cos x\, dx$$

Técnicas de Integração

Exemplo 5

$$2\int e^x \cos x \, dx = e^x \text{sen } x + e^x \cos x$$

$$\int e^x \cos x \, dx = \frac{e^x(\text{sen } x + \cos x\ )}{2} + \text{c}$$

Técnicas de Integração

Exemplo 6

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} e^{x} \cos x dx$$

Técnicas de Integração

Exemplo 6

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos x dx = \left[\frac{e^x(\operatorname{sen} x + \cos x)}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} =$$

$$\frac{e^{\frac{\pi}{2}}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{e^{\frac{\pi}{2}} - 1}{2}$$

CÁLCULO I

Técnicas de Integração
Parte II