CÁLCULO I

Regras de Derivação

Regras de Derivação

Teorema 1

Sejam f e g deriváveis em p e $c \in \mathbb{R}$. Então, temos:

i. $(f+g)'(p) = f'(p) + g'(p)$

ii. $(cf)'(p) = cf'(p)$

iii. $(f \cdot g)'(p) = f'(p)g(p) + f(p)g'(p).$

Regras de Derivação

Exemplos

$$\boldsymbol{f(x) = 5x^4 + 3x^2}$$

Regras de Derivação

Exemplos

$$\boldsymbol{f(x) = 5x^4 + 3x^2}$$

$$\boldsymbol{f'(x) = 20x^3 + 6x}$$

Regras de Derivação

Exemplos

$$f(x) = 2x^7 + cos\,(x)$$

Regras de Derivação

Exemplos

$$f(x) = 2x^7 + cos\,(x)$$

$$f'(x) = 14x^6 - sen\,(x)$$

Regras de Derivação

Exemplos

$$\boldsymbol{f(x) = \left(x^2 + 1\right)e^x}$$

Regras de Derivação

Exemplos

$$f(x) = (x^2 + 1)e^x$$

$$f'(x) = 2xe^x + (x^2 + 1)e^x$$

Regras de Derivação

Exemplos

$$f(x) = sen(x) + (2x + 1)cos(x)$$

Regras de Derivação

Exemplos

$$f(x) = sen(x) + (2x + 1)cos(x)$$

$$f'(x) = cos(x) + 2cos(x) - (2x + 1)sen(x)$$

Regras de Derivação

Teorema 2

Se f e g forem deriváveis em p e $g(p) \neq 0$,

então:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(p) = \frac{f'(p)g(p) - f(p)g'(p)}{[g(p)]^2}.$$

Regras de Derivação

Exemplos

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x^2 - 1}$$

Regras de Derivação

Exemplos

$$f(x) = \frac{2x+1}{x^2-1}$$

$$f'(x) = \frac{2\left(x^2-1\right)-(2x+1)(2x)}{(x^2-1)^2} = \frac{2x^2-2-4x^2-2x}{x^4-2x^2+1}$$

Regras de Derivação

Exemplos

$$f(x) = \frac{2x+1}{x^2-1}$$

$$f'(x) = \frac{2(x^2-1)-(2x+1)(2x)}{(x^2-1)^2} = \frac{2x^2-2-4x^2-2x}{x^4-2x^2+1}$$

$$f'(x) = \frac{-2x^2-2x-2}{x^4-2x^2+1}$$

Regras de Derivação

$$f(x) = \frac{x+1}{x\,lnx}$$

Regras de Derivação

$$f(x) = \frac{x+1}{x\, lnx}$$

$$f'(x) = \frac{1(x\, lnx) - (x+1)\left(ln\, x + x\frac{1}{x}\right)}{(x\, lnx)^2} =$$

Regras de Derivação

$$f(x) = \frac{x+1}{x\, lnx}$$

$$f'(x) = \frac{1(x\, lnx) - (x+1)\left(ln\, x + x\frac{1}{x}\right)}{(x\, lnx)^2} =$$

$$= \frac{x\, ln\, x - (x\, ln\, x + x + ln\, x + 1)}{(x\, lnx)^2} =$$

Regras de Derivação

$$f(x) = \frac{x+1}{x\, lnx}$$

$$f'(x) = \frac{1(x\, lnx) - (x+1)\left(ln\, x + x\frac{1}{x}\right)}{(x\, lnx)^2} =$$

$$= \frac{x\, ln\, x - (x\, ln\, x + x + ln\, x + 1)}{(x\, lnx)^2} = \frac{-(ln\, x + x + 1)}{x^2 ln^2 x}$$

Derivada de Ordem Superior

Exemplo

Seja $f(x) = 2x^3 + 2x + 1$.

$f'(x) = 6x^2 + 2$

Derivada de Ordem Superior

Exemplo

Seja $f(x) = 2x^3 + 2x + 1$.

$f'(x) = 6x^2 + 2$

$f''(x) = 12x$

Derivada de Ordem Superior

Exemplo

Seja $f(x) = 2x^3 + 2x + 1.$

$f'(x) = 6x^2 + 2$

$f''(x) = 12x$

$f'''(x) = 12$

Derivada de Ordem Superior

Exemplo

Seja $f(x) = cos\ (x)$.

$f'(x) = -sen\ (x)$

Derivada de Ordem Superior

Exemplo

Seja $f(x) = cos\,(x)$.

$f'(x) = -sen\,(x)$

$f''(x) = -cos\,(x)$

Derivada de Ordem Superior

Exemplo

Seja $f(x) = cos\ (x)$.

$f'(x) = -sen\ (x)$

$f''(x) = -cos\ (x)$

$f'''\ (x) = sen\ (x)$

Notações para a Derivada

Leibniz

Seja $y = f(x)$, então

$$\frac{dy}{dx} = f'(x).$$

Notações para a Derivada

Exemplo

$$\frac{d}{dx}\left(x^4 + e^x\right) = 4x^3 + e^x$$

Notações para a Derivada

Leibniz

Seja $y = f(x)$, **então**

$$\frac{d^2y}{dx^2} = f''(x), \qquad \frac{d^3y}{dx^3} = f'''(x),$$

e assim sucessivamente.

Notações para a Derivada

Exemplo

$$y = x^4 + e^x$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}(x^4 + e^x)\right) = \frac{d}{dx}(4x^3 + e^x)$$

$$= 12x^2 + e^x$$

CÁLCULO I

Regras de Derivação