MATEMÁTICA BÁSICA

Revisão

Conjuntos

- Conjunto vazio
- Conjunto unitário
- Conjunto universo
- Conjuntos disjuntos

Conjuntos

Conjunto vazio

$A = \{ \}$

$B = \varnothing$

$C = \{ x \in \mathbb{N} \,/\, x < -2 \}$

Conjuntos

Conjunto unitário

A = { 3 }

B = { e }

C = { x / x é par e primo } = { 2 }

Conjuntos

Conjunto universo

$$F = \{ x \in \mathbb{N} \, / \, x > 3 \}$$

$$M = \{ x \in \mathbb{Q} \, / \, x > 3 \}$$

Conjuntos

Conjuntos disjuntos

$P = \{ x \in \mathbb{N} \ / \ x \text{ é par} \}$ e $K = \{ x \in \mathbb{N} \ / \ x \text{ é ímpar} \}$

$G = \{ x \in \mathbb{Q} \ / \ x < 0 \}$ e $J = \{ x \in \mathbb{Q} \ / \ x > 0 \}$

Conjuntos

Conjuntos disjuntos

Conjuntos

Reunião de conjuntos

Intersecção de conjuntos

Subconjunto

Conjuntos

Intervalos

$Y = \{ x \in \mathbb{R} / x > 2\} = (2, +\infty)$

$Z = \{ x \in \mathbb{R} / x \leq 3\} = (-\infty, 3]$

$V = \{ x \in \mathbb{R} / -1 \leq x \leq 5\} = [-1, 5]$

$N = \{ x \in \mathbb{R} / -8 < x < 3\} = (-8, 3)$

Conjuntos

Reunião de conjuntos

Conjuntos

Reunião de conjuntos

$A = \{1, 3\}$	$A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$
$B = \{2, 4\}$	$A \cup C = \{1, 2, 3, 5\}$
$C = \{2, 3, 5\}$	$B \cup C = \{2, 3, 4, 5\}$

Conjuntos

Reunião de conjuntos

$A = \{ x \in \mathbb{N} / x > 2 \}$ $\quad A \cup B = \{x \in \mathbb{N} / x > 2\}$

$B = \{ x \in \mathbb{N} / x > 4 \}$ $\quad A \cup G = \{x \in \mathbb{Q} / x < 0\}$

ou $\{x \in \mathbb{N} / x > 2\}$

$G = \{ x \in \mathbb{Q} / x < 0 \}$ $\quad G \cup E = \mathbb{Q}^*$

$E = \{ x \in \mathbb{Q} / x > 0 \}$

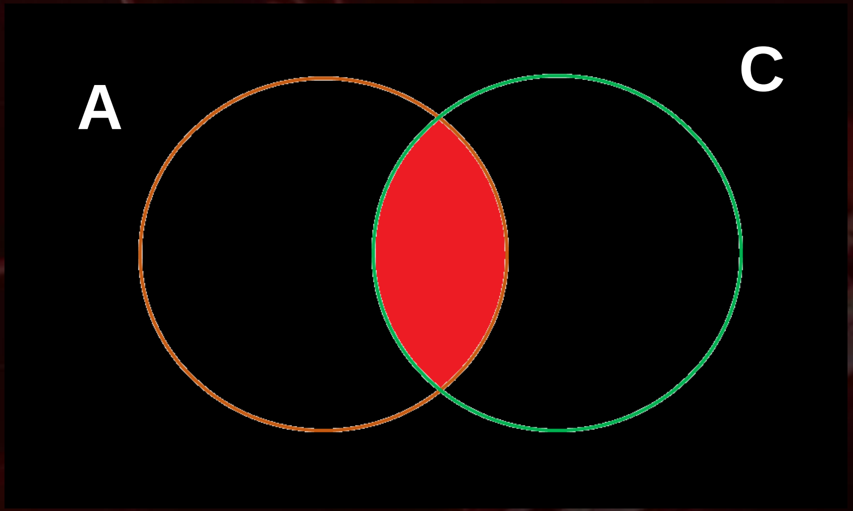
Conjuntos

Intersecção de conjuntos

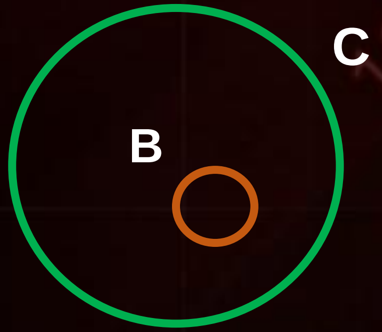
$A = \{1, 3\}$ $\qquad A \cap B = \{\ \}$

$B = \{2, 4\}$ $\qquad A \cap C = \{ 3 \}$

$C = \{2, 3, 4, 5\}$ $\qquad B \cap C = \{ 2, 4 \} = B$



B é **subconjunto** de C



Conjuntos

Intersecção de conjuntos

$A = \{ x \in \mathbb{N} \mid x > 2 \}$

$B = \{ x \in \mathbb{N} \mid x < 4 \}$

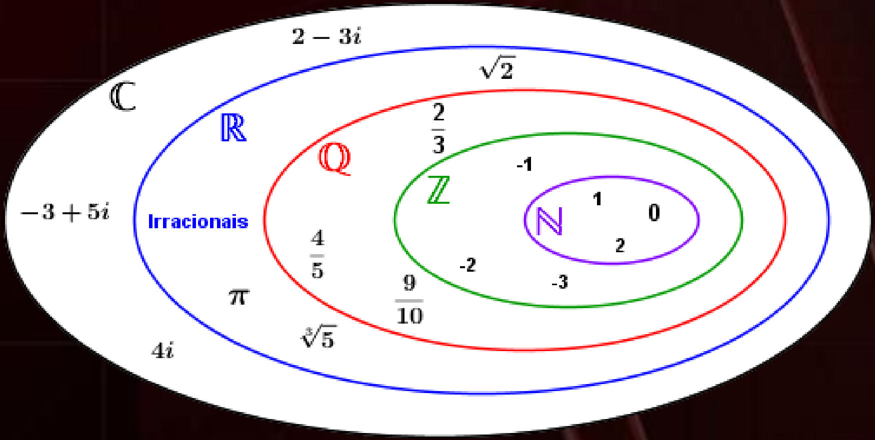
$G = \{ x \in \mathbb{Q} \mid x < 0 \}$

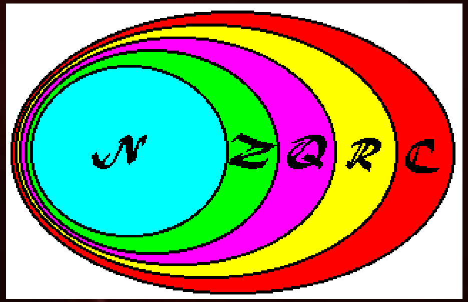
$E = \{ x \in \mathbb{Q} \mid x > 0 \}$

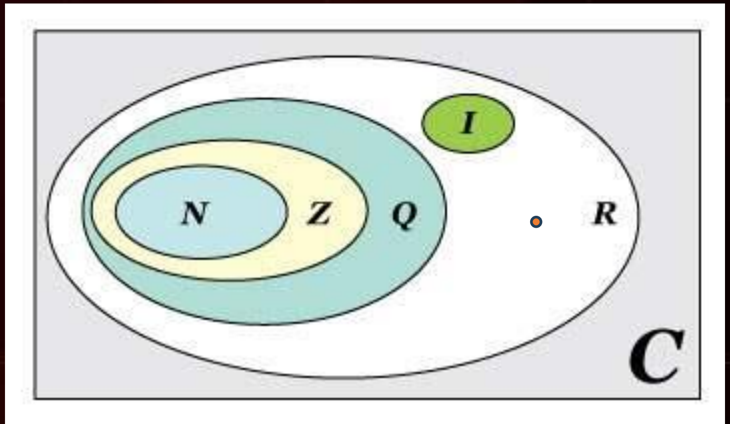
$A \cap B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x < 4\} = \{ 3 \}$

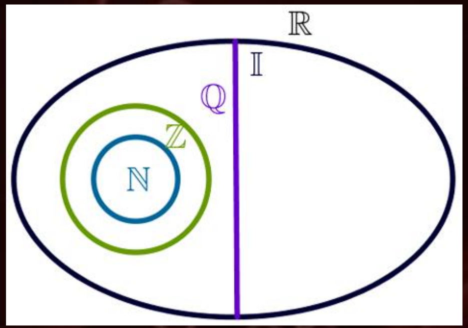
$G \cap E = \varnothing$

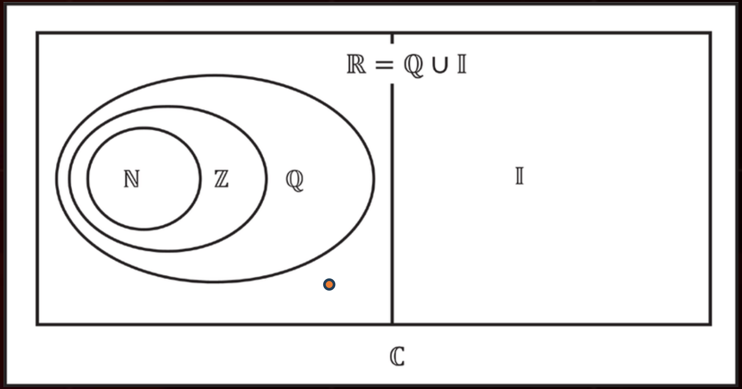
Conjuntos

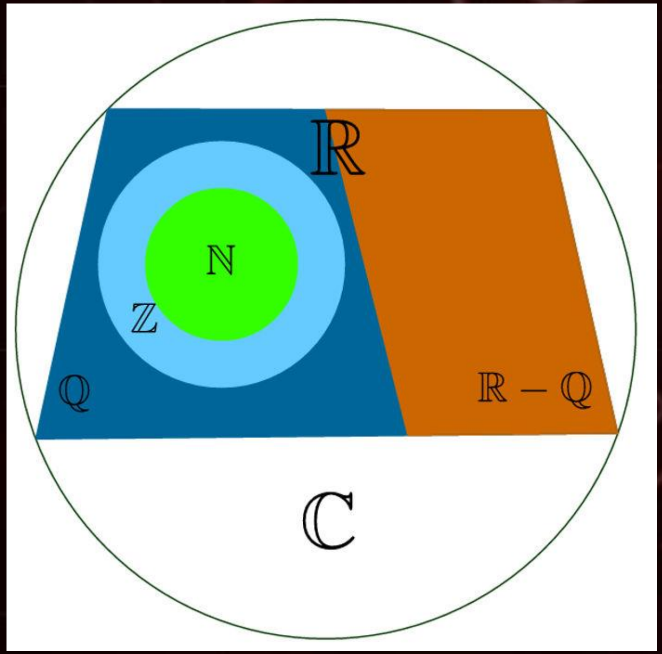

ℂ
ℝ
ℚ
ℤ
ℕ
$2-3i$
$\sqrt{2}$
$\frac{2}{3}$
-1
1
0
2
-2
-3
$-3+5i$
Irracionais
$\frac{4}{5}$
$\frac{9}{10}$
π
$\sqrt[3]{5}$
$4i$


N
Z
Q
R
C


I
N
Z
Q
R
C


ℝ
𝕀
ℚ
ℤ
ℕ


ℝ = ℚ ∪ 𝕀
ℕ
ℤ
ℚ
𝕀
ℂ


ℝ
ℕ
ℤ
ℚ
ℝ − ℚ
ℂ

Expressões numéricas

Regra para resolução de expressões

1º Lugar – Raízes e potências
2º Lugar – Multiplicação e divisão
3º Lugar – Adição e subtração

1º Lugar – Parênteses ( )
2º Lugar – Colchetes [ ]
3º Lugar – Chaves { }

Expressões numéricas

$$480 : \{ 20 \,.\, [86 - 12 \,.\, (5 + 2)]^2 \} =$$
$$480 : \{ 20 \,.\, [86 - 12 \,.\, 7]^2 \} =$$
$$480 : \{ 20 \,.\, [86 - 84]^2 \} =$$
$$480 : \{ 20 \,.\, [2]^2 \} =$$
$$480 : \{ 20 \,.\, 4 \} =$$
$$480 : 80 = 6$$

$$3 \cdot \{ \underbrace{4^2} - [5 \cdot \underbrace{2^3} + 7 \cdot (\underbrace{9^2} - 80)] \} =$$
$$3 \cdot \{ 16 - [5 \cdot 8 + 7 \cdot \underbrace{(81 - 80)}] \} =$$
$$3 \cdot \{ 16 - [\underbrace{5 \cdot 8} + \underbrace{7 \cdot 1}] \} =$$
$$3 \cdot \{ 16 - [\underbrace{40 + 7}] \} =$$
$$3 \cdot \{ \underbrace{16 - 47} \} =$$
$$3 \cdot \{ -31 \} = -93$$

Expressões numéricas

$$8-\{(-1)^7.[(3^2-\sqrt{16}):(-1)^0]\}$$

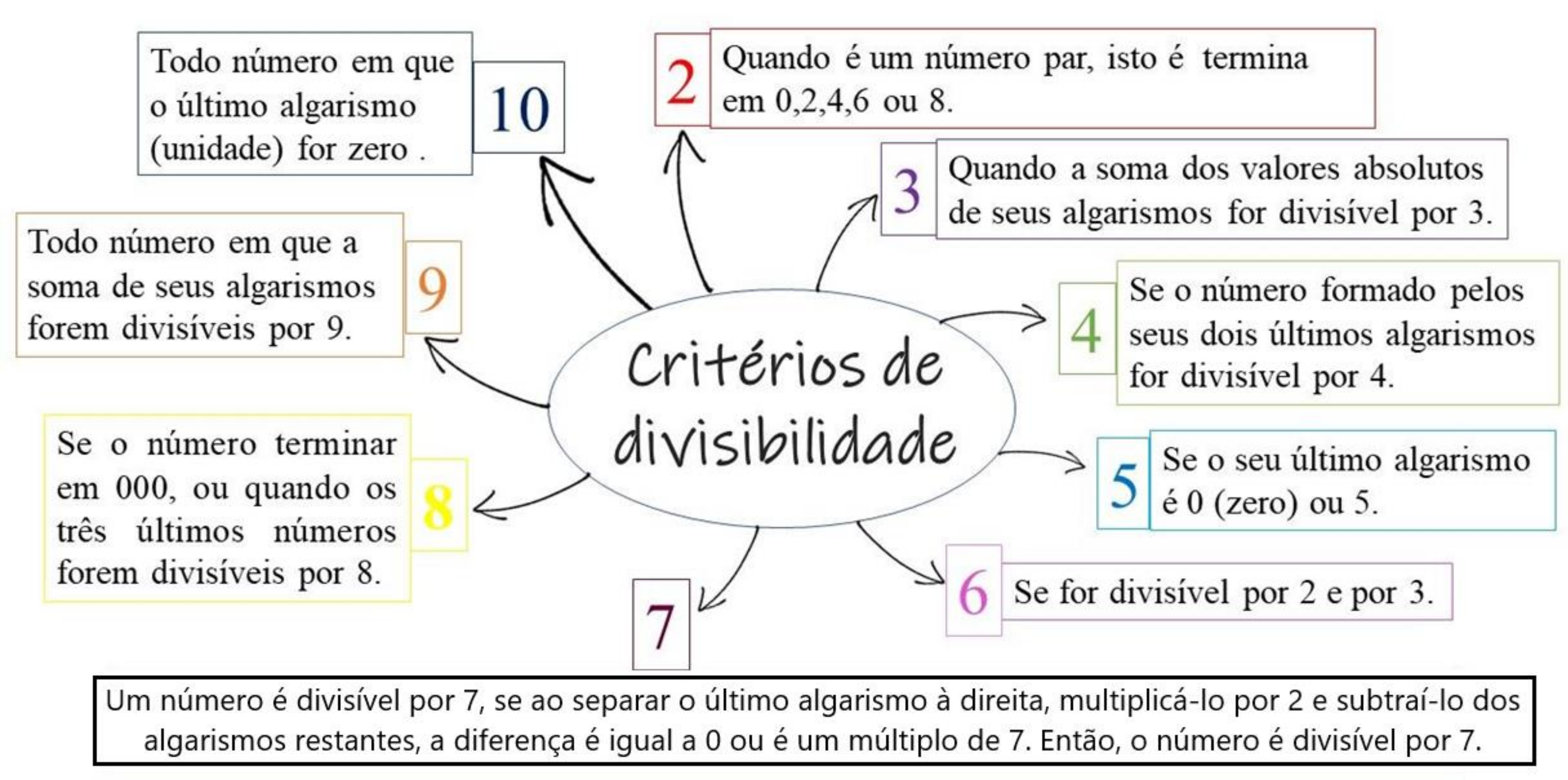
$$8-\{(1).[(9-4):1]\}$$

$$8-\{[5:1]\}$$

$$8-5$$

$$3$$

Divisibilidade



Mínimo Múltiplo Comum

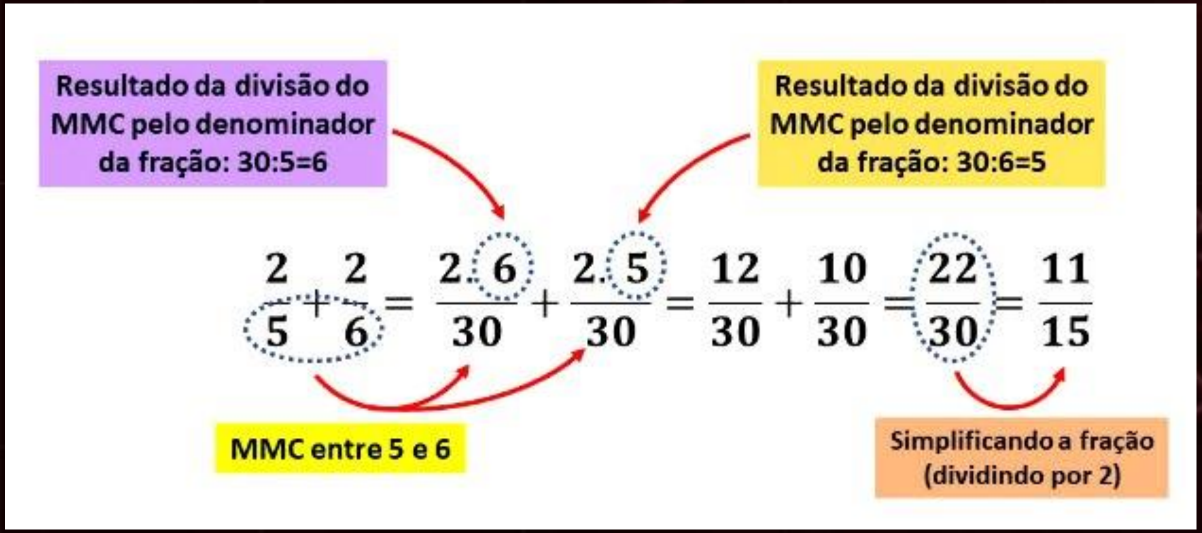
MMC

5,6	2
5,3	3
5,1	5
1,1	2.3.5 = 30

4 ; 6 ; 8	2
2 ; 3 ; 4	2
1 ; 3 ; 2	2
1 ; 3 ; 1	3
1 ; 1 ; 1	*mmc* (4; 6; 8) = $2^3 \times 3 = 24$

24, 18	2
12, 9	2
6, 9	2
3, 9	3
1, 3	3
1	

mmc (24, 18) = $2^3 \cdot 3^2 = 72$



$$\frac{2}{5}+\frac{2}{6}=\frac{2.6}{30}+\frac{2.5}{30}=\frac{12}{30}+\frac{10}{30}=\frac{22}{30}=\frac{11}{15}$$

Máximo Divisor Comum

MDC

6	12	15	2
3	6	15	2
3	3	15	3
1	1	5	5
1	1	1	MDC(6, 12, 15)=3

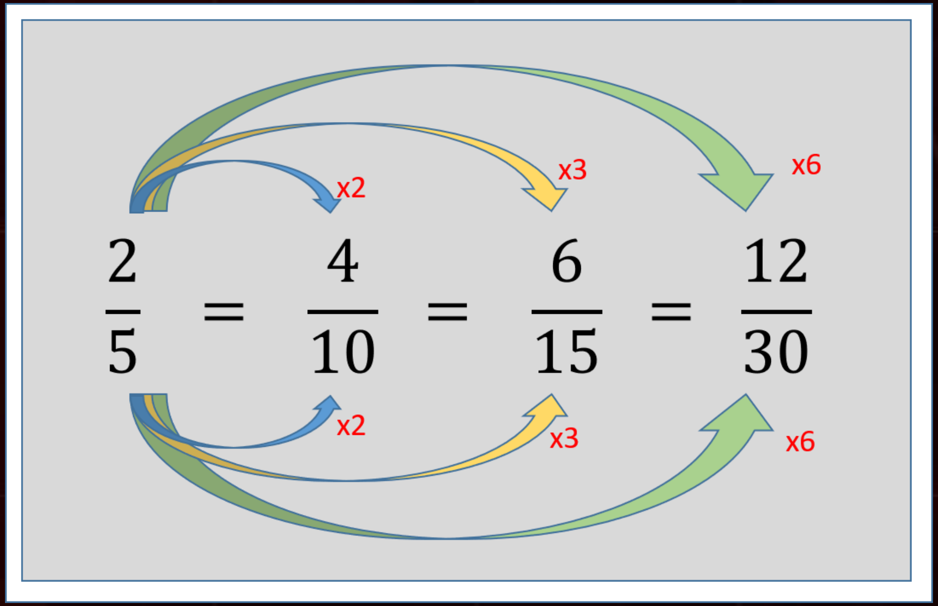
Divide o 3, 3 e o 15

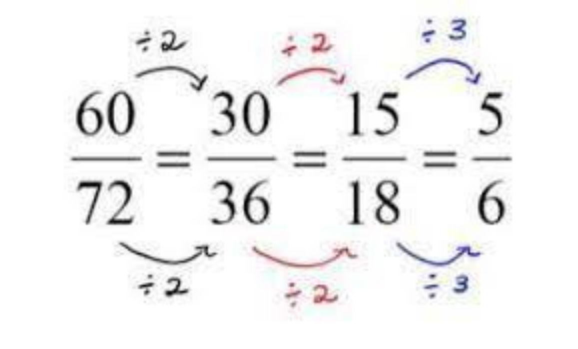
150	120	2
75	60	2
75	30	2
75	15	3
25	5	5
5	1	5
1	1	$2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$

30, 36, 48	2
15, 18, 24	2
15, 9, 12	2
15, 9, 6	2
15, 9, 3	3
5, 3, 1	3
5, 1, 1	5
1, 1, 1	

2 . 3 = 6

Frações equivalentes





Operações com frações: adição

utilizando classe de equivalência

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{7}{6}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$$

utilizando o mmc

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{4 + 3}{6} = \frac{7}{6}$$

Operações com frações: adição e subtração

$$\frac{12}{2} - \frac{8}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{5}{13} - \frac{3}{13} - \frac{1}{13} = \frac{1}{13}$$

$$\frac{14}{23} - \frac{7}{23} - \frac{2}{23} = \frac{5}{23}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2+1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$\frac{7}{11} - \frac{1}{11} = \frac{7-1}{11} = \frac{6}{11}$$

$$\frac{1}{7} + \frac{3}{7} - \frac{6}{7} = \frac{1+3-6}{7} = -\frac{2}{7}$$

Operações com frações: multiplicação

$$\frac{7}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{7\times2}{2\times5} = \frac{14}{10}$$

$$\frac{11}{8} \times \frac{5}{6} = \frac{11\times5}{8\times6} = \frac{55}{48}$$

$$\frac{2}{9} \times \frac{14}{3} = \frac{2\times14}{9\times3} = \frac{28}{27}$$

$$\frac{8}{15} : \frac{2}{15} = \frac{\overset{4}{\cancel{8}}}{\underset{1}{\cancel{15}}} \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{15}}}{\underset{1}{\cancel{2}}} = \frac{4\,.\,1}{1\,.\,1} = \mathbf{4}$$

$$\frac{3}{2} : \frac{1}{5} = \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{1} = \mathbf{\frac{15}{2}}$$

Operações com frações: divisão

$$\frac{4}{12} \div \frac{8}{3} \rightarrow \frac{4}{12} \times \frac{3}{8}$$

$$= \frac{4 \times 3}{12 \times 8} = \frac{12}{96}$$

$$\frac{3}{4} : \frac{3}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{15}{8} : 3 = \frac{15}{8} \cdot \frac{1}{3} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$$

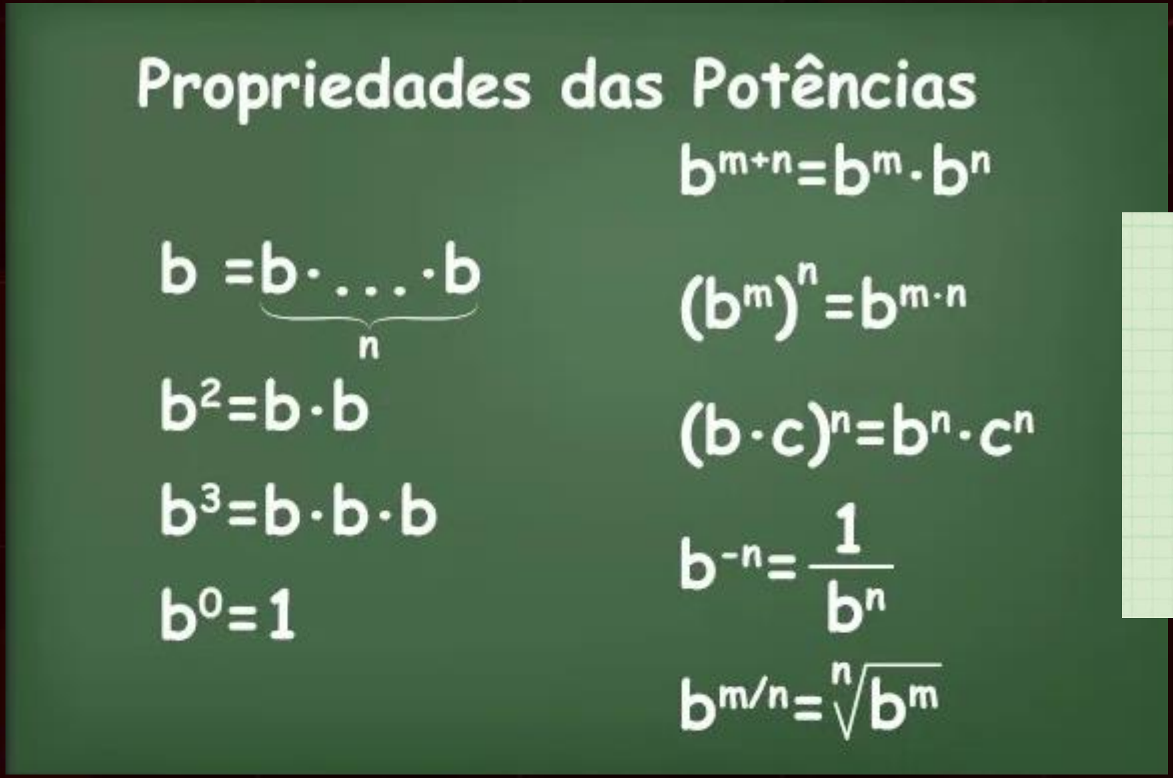
$$\frac{3}{8} : \frac{15}{2} = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{15} = \frac{6}{120} = \frac{1}{20}$$

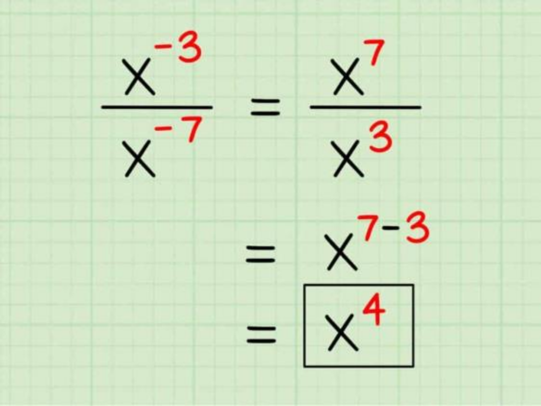
Operações com frações

$$\frac{\left(\frac{48}{25} \div \frac{5}{12}\right) \times \left(\frac{4}{9} \div \frac{8}{3}\right)}{\frac{5}{3} \div \frac{8}{9}} = \frac{\left(\frac{48}{25} \times \frac{12}{5}\right) \times \left(\frac{4}{9} \times \frac{3}{8}\right)}{\frac{5}{3} \times \frac{9}{8}} =$$

$$\frac{\frac{576}{125} \times \frac{12}{72}}{\frac{45}{24}} = \frac{\frac{6912}{9000}}{\frac{45}{24}} = \frac{6912}{9000} \times \frac{24}{45} =$$

Potenciação





Como $(-5)^0 = 1$?

Como um número elevado a zero é 1?

Vamos relembrar o que estudamos sobre propriedade de potência:

$4^3 \cdot 4^5 = 4^8$

$2^4 \div 2^3 = 2^1 = 2$

$$\left.\begin{array}{l} 6^3 \div 6^3 = 1 \\ 6^3 \div 6^3 = 6^0 \end{array}\right\} \quad 6^0 = 1$$

Potenciação

$$a)\ \left(\frac{4}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{4}\right)^{2} = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}$$

$$b)(0,2)^{-3} = \left(\frac{2}{10}\right)^{-3} = \left(\frac{10}{2}\right)^{3} = 5^3 = 125$$

$$(a)\ 3^2 \cdot 3^3 = 3^{2+3} = 3^5 = 243$$

$$(b)\ \frac{5^3 \cdot 25}{5^2} = 5^3 \cdot 5^2 \cdot 5^{-2} = 5^3 = 125$$

$$(c)\ \frac{10^{99}}{10^{100}} = 10^{99} \cdot 10^{-100} = \frac{1}{10} = 0{,}1$$

$$(d)\ \frac{3^{-5}}{3^{-6}} = 3^{-5} \cdot 3^{6} = 3$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^4 \div 2^4 = \left(\frac{1}{3} \div 2\right)^4 = \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{6}\right)^4$$

Radiciação

$\sqrt{}$	Radical
n	Índice do Radical
a	Radicando
b	Raiz

$\sqrt{4} = 2$, pois $2^2 = 4$

$\sqrt{9} = 3$, pois $3^2 = 9$

$\sqrt[3]{8} = 2$, pois $2^3 = 8$

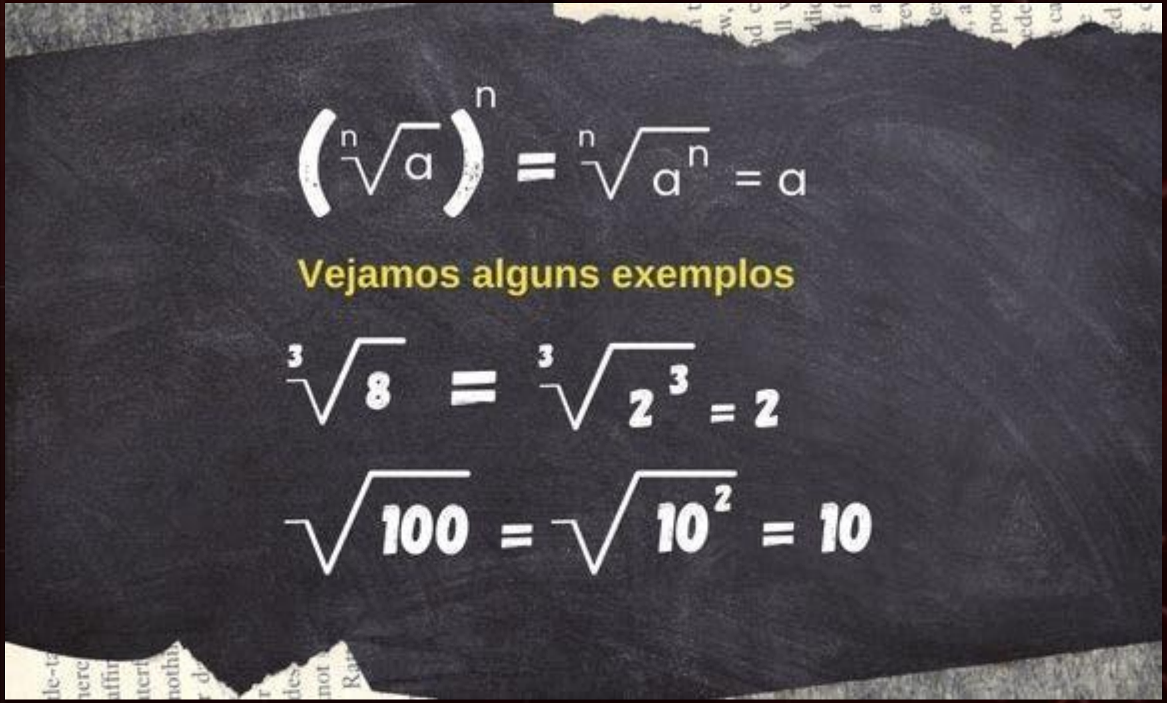
$\sqrt[4]{10000} = 10$, pois $10^4 = 10000$

$\sqrt[3]{-8} = -2$, pois $(-2)^3 = -8$

$\sqrt[n]{a} = b$, se e somente se, $b^n = a$

Fonte: estudeprisma.com/a/radiciacao

Propriedade da radiciação



Propriedade da radiciação

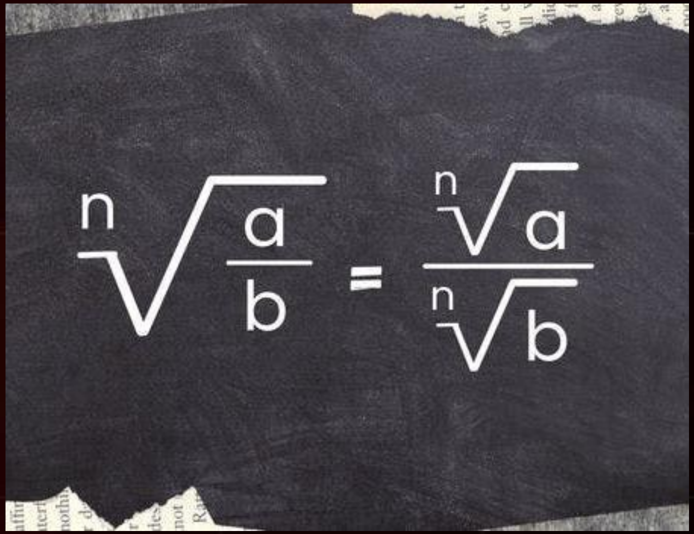
$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

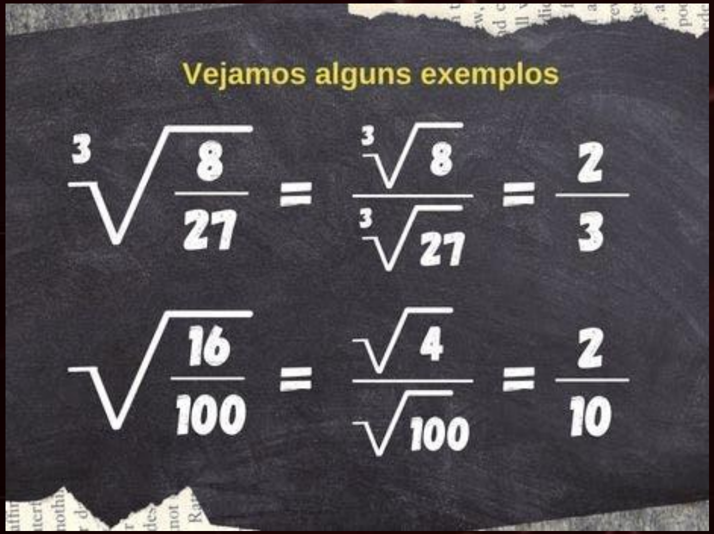
Vejamos alguns exemplos

$$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$$

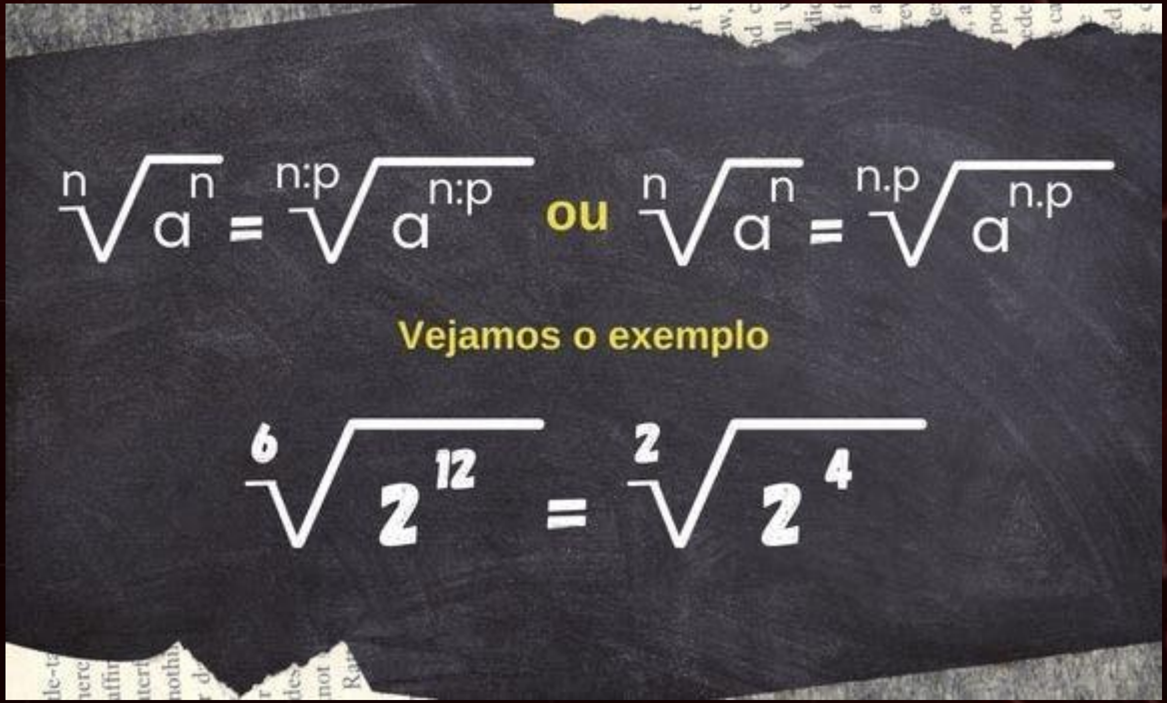
$$\sqrt{100 \cdot 25} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{25} = 10 \cdot 5 = 50$$

Propriedade da radiciação

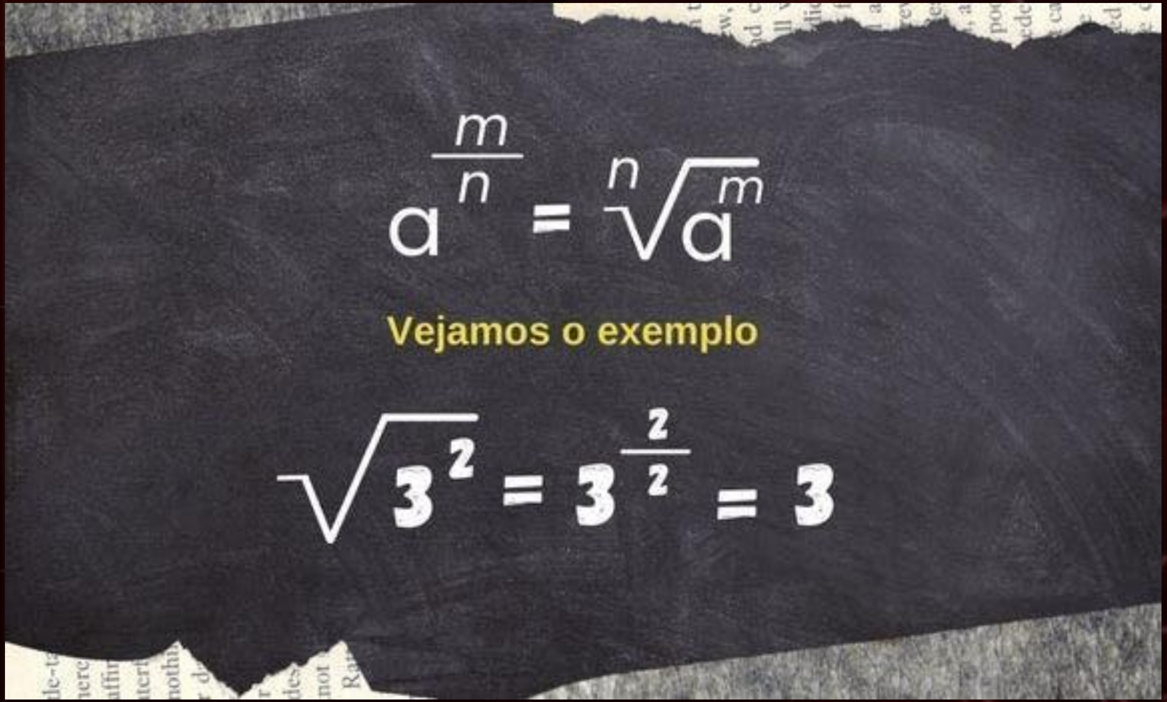




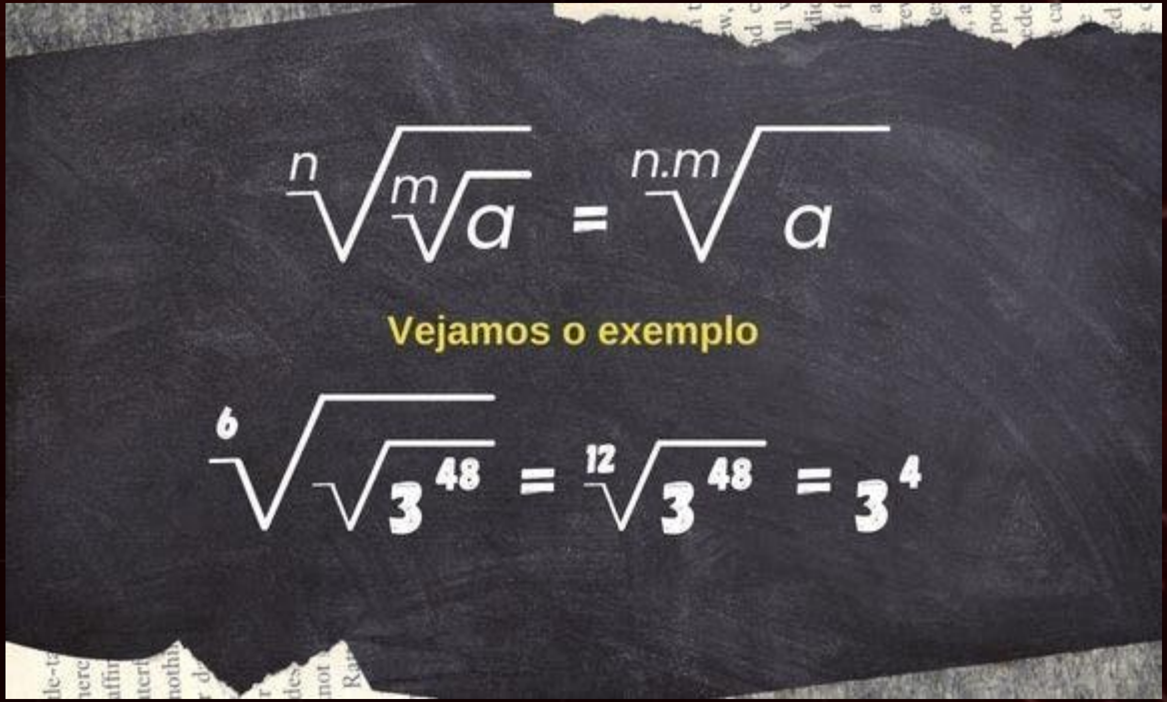
Propriedade da radiciação



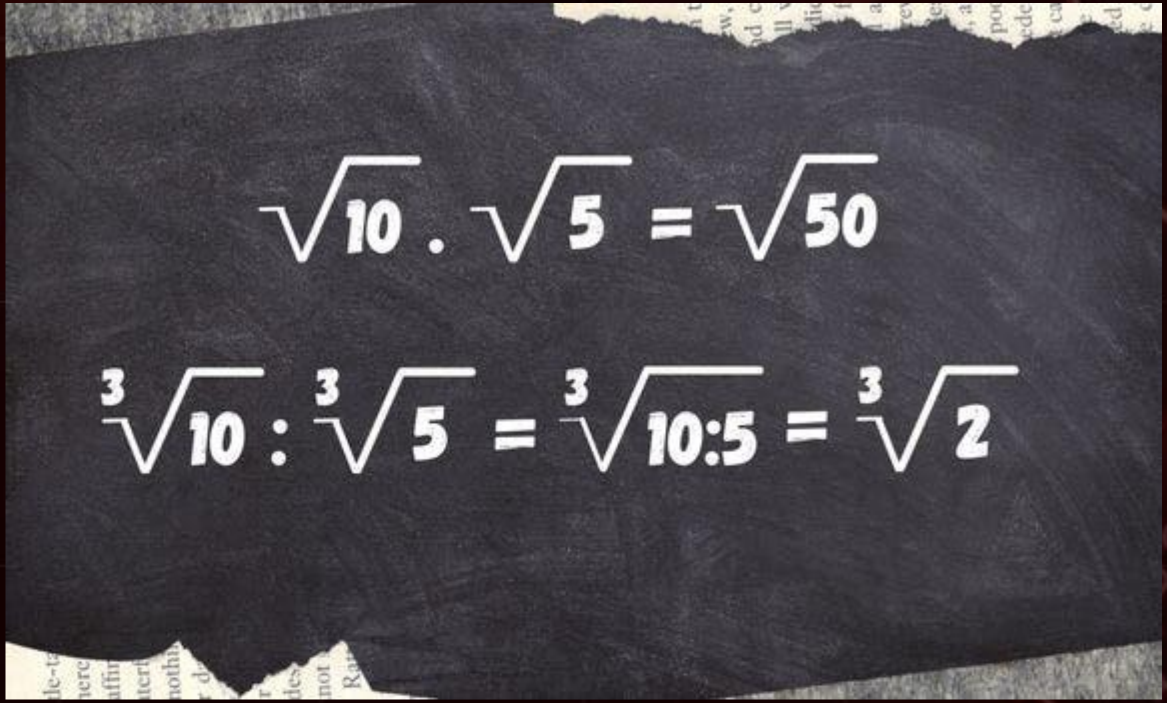
Propriedade da radiciação



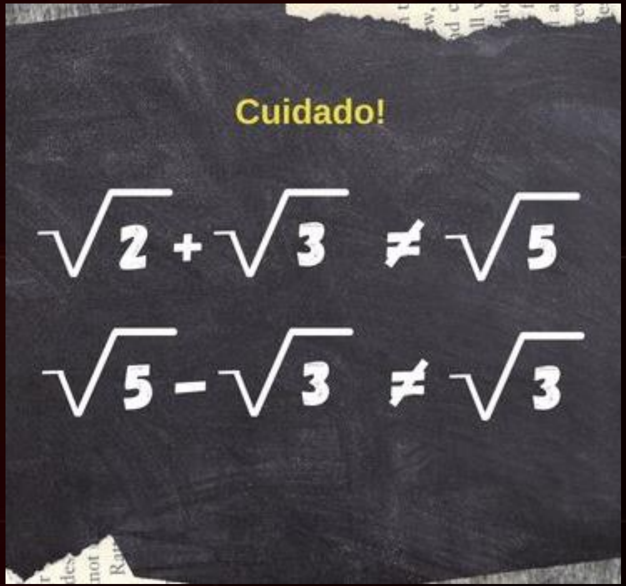
Propriedade da radiciação

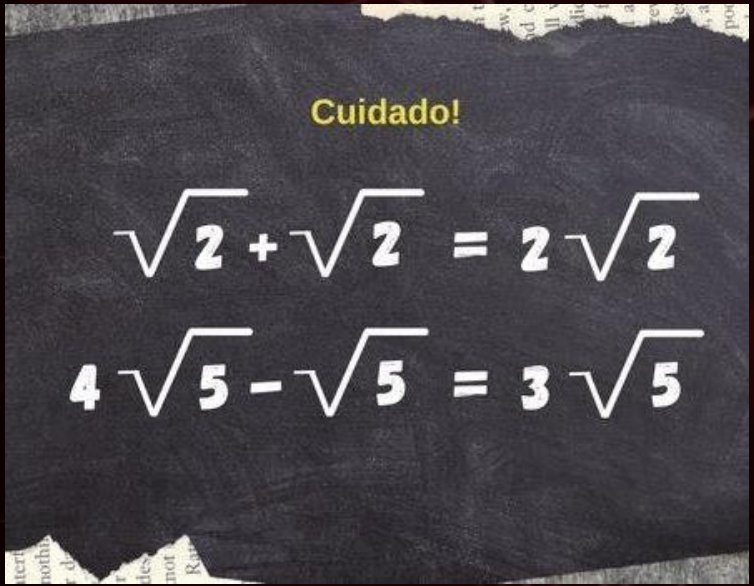


Propriedade da radiciação

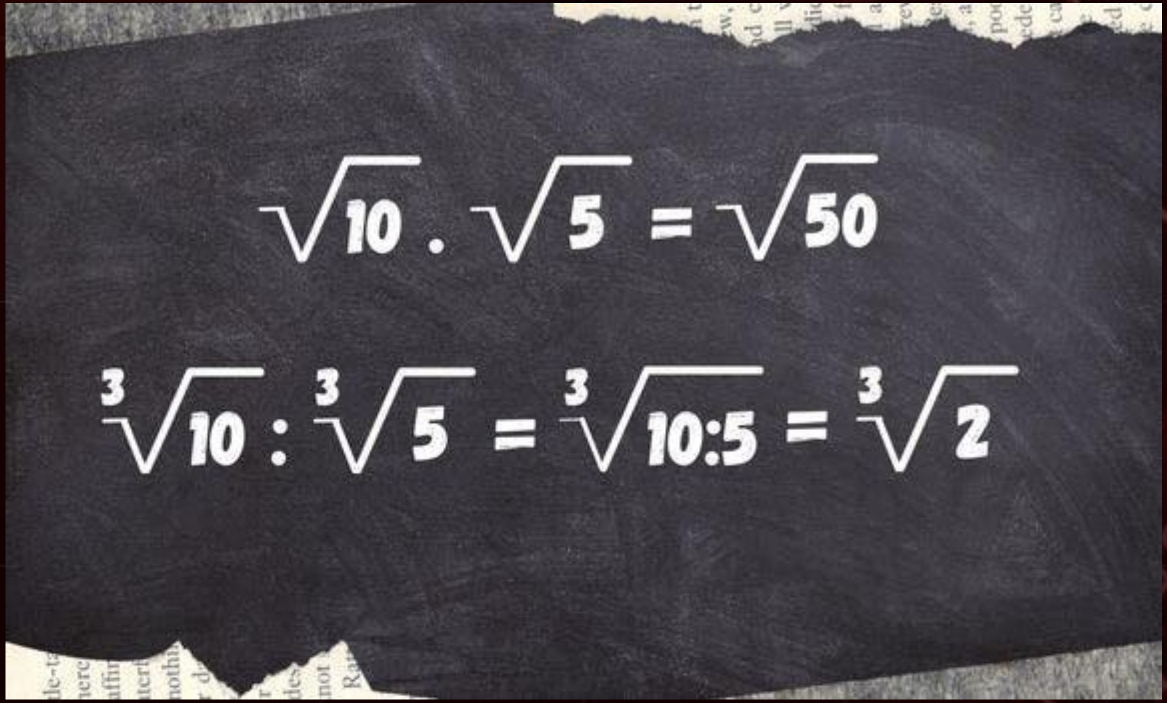


Propriedade da radiciação





Propriedade da radiciação



Radiciação

$$\sqrt[3]{8}\cdot\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{8\cdot 2}=\sqrt[3]{16}$$

$$\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{2}}=\sqrt[3]{\frac{8}{2}}=\sqrt[3]{4}$$

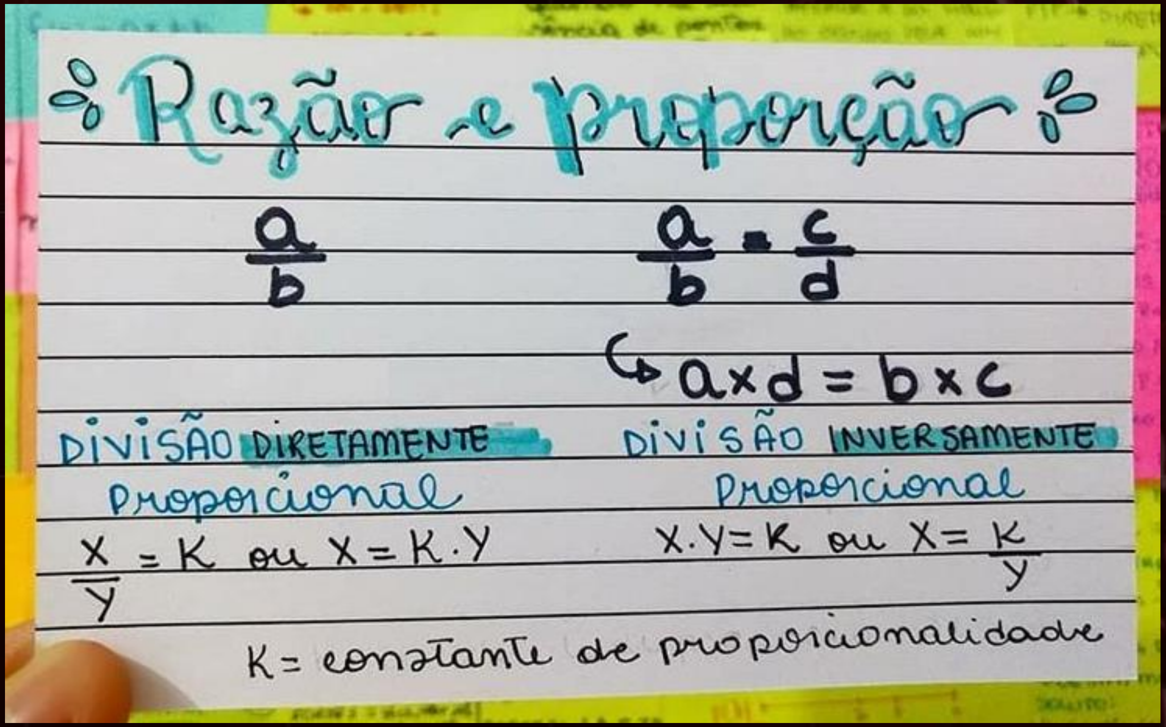
$$\sqrt{10-\sqrt{1+40.\sqrt[3]{8}.\sqrt[10]{1024}}}$$
$$\sqrt{10-\sqrt{1+40.\sqrt[3]{2^3}.\sqrt[10]{2^{10}}}}$$
$$\sqrt{10-\sqrt{1+40.2}}.2$$
$$\sqrt{10-\sqrt{1+80}}.2$$
$$\sqrt{10-\sqrt{81}}.2$$
$$\sqrt{10-9}.2$$
$$\sqrt{1}.2$$
$$1.2$$
$$2$$

$$\frac{\sqrt[3]{16}+\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{125}}$$
$$\frac{\sqrt[3]{2^4}+\sqrt[3]{2.3^3}}{\sqrt[3]{5^3}}$$
$$\frac{2.\sqrt[3]{2}+3.\sqrt[3]{2}}{5}$$
$$\frac{5.\sqrt[3]{2}}{5}$$
$$\sqrt[3]{2}$$

$$\sqrt{\sqrt[3]{8}-\sqrt{25}+\sqrt{\sqrt{625}}}\Rightarrow$$
$$\sqrt{2-5+\sqrt[4]{625}}\Rightarrow\sqrt{2-5+5}\Rightarrow\sqrt{2}$$

Razão e proporção

Mapa mental



Fonte: pinterest.com/pin/700591285767465154/

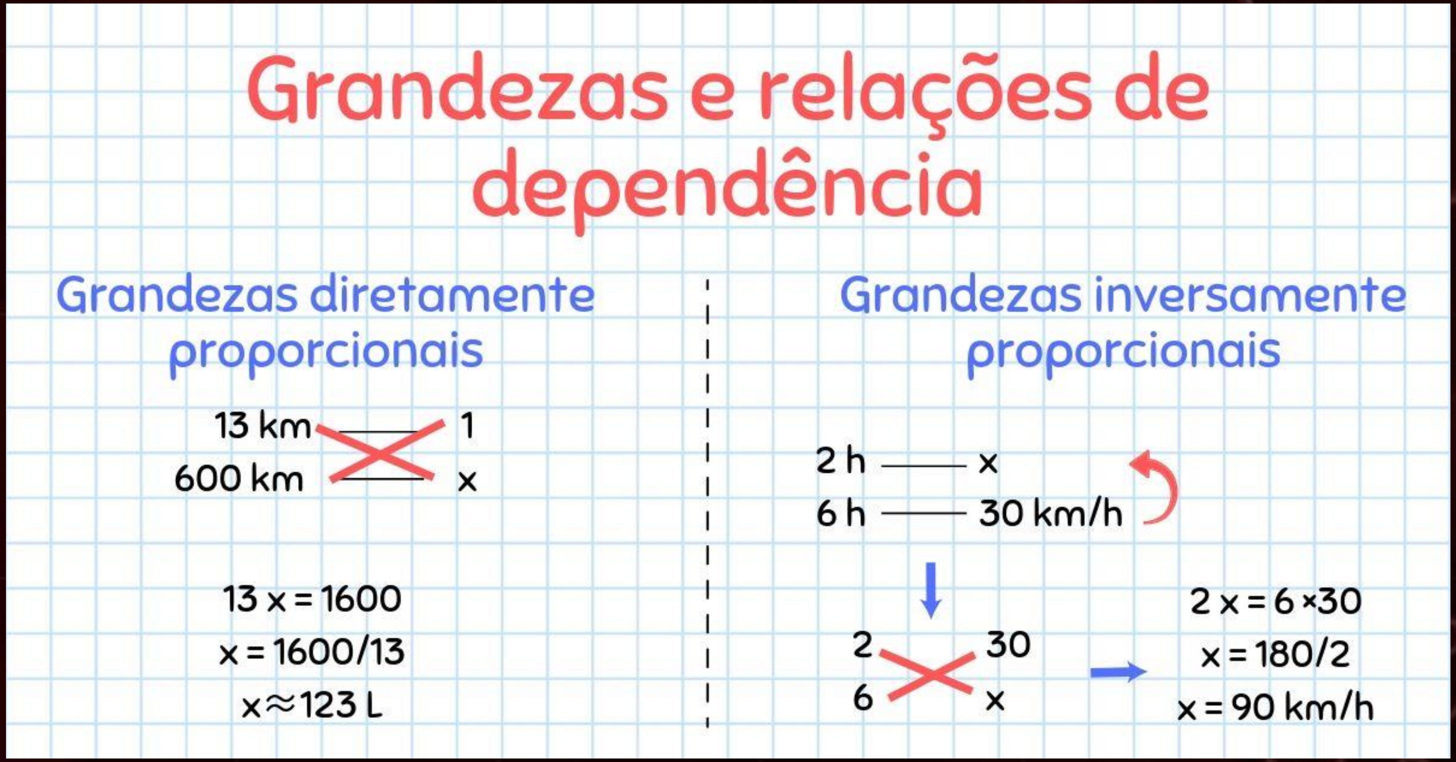
Grandezas

Grandeza tudo aquilo que podemos medir, mensurar ou quantificar, como:

- Tempo
- Velocidade
- Distância
- Densidade
- Força
- Massa

Existem situações do nosso cotidiano em que há mais de uma grandeza relacionada e é bastante comum realizarmos a comparação entre essas grandezas para entender melhor o comportamento delas

Grandezas



Fonte: https://cursoenemgratuito.com.br/relacoes-entre-grandezas/

Grandezas diretamente proporcionais

Duas grandezas são diretamente proporcionais quando elas aumentam ou diminuem na mesma proporção. É possível utilizar essa proporcionalidade para calcular valores desconhecidos.

Existem várias situações no nosso dia a dia com grandezas diretamente proporcionais, como a relação entre o peso de um determinado produto e o valor a ser pago por ele.

Grandezas diretamente proporcionais

Em um açougue, um cliente pede R$ 18,00 de um determinado tipo de carne. Sabendo que 1 kg dessa carne custa R$ 25,00, então a quantidade de carne que esse cliente vai levar é de?

Então, podemos montar a proporção, na qual x é o peso de R$ 18,00 desse determinado tipo de carne:

$$\frac{1}{25} = \frac{x}{18}$$

Multiplicando cruzado, temos:

$$25x = 18 \cdot 1$$

$$25x = 18$$

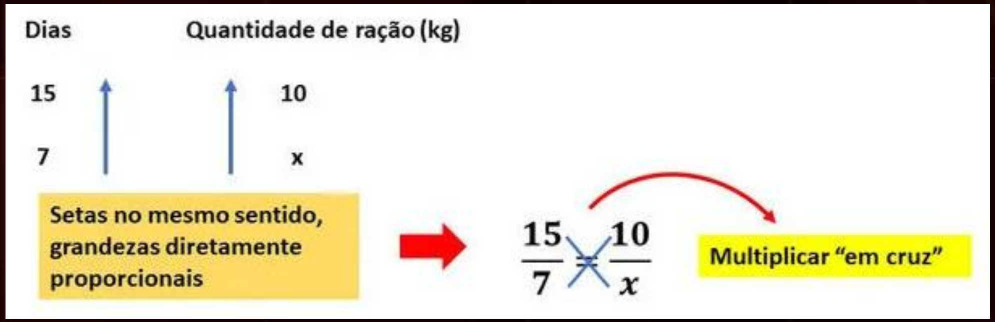
$$x = 18 : 25$$

$$x = 0{,}72$$

Logo, com R$ 18 reais, o cliente comprará 0,72 kg, que é igual a 720 gramas de carne

Grandezas diretamente proporcionais

Para alimentar o seu cão, uma pessoa gasta 10 kg de ração a cada 15 dias. Qual a quantidade total de ração consumida por semana, considerando que por dia é sempre colocada a mesma quantidade de ração?



Resolvendo a equação, temos:

$$15x = 7.10$$
$$x = \frac{70}{15}$$
$$x = 4{,}666...$$

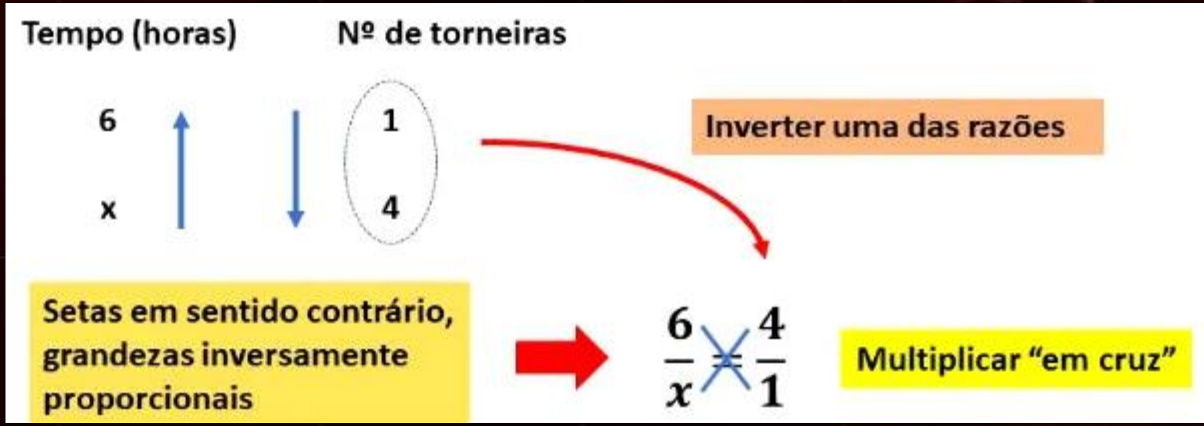
Assim, a quantidade de ração consumida por semana é de aproximadamente 4,7 kg

Grandezas inversamente proporcionais

Duas grandezas são **inversamente proporcionais** quando à medida que aumentamos o valor de uma dessas grandezas, o valor da outra grandeza diminui na mesma proporção, como a velocidade e o tempo para percorrer um determinado percurso. Se aumentarmos a velocidade, o tempo que será gasto para fazer esse determinado percurso será menor.

Grandezas inversamente proporcionais

Uma torneira enche um tanque em 6 h. Quanto tempo o mesmo tanque levará para encher, se forem utilizadas 4 torneiras com a mesma vazão da torneira anterior?



Resolvendo a equação, temos:

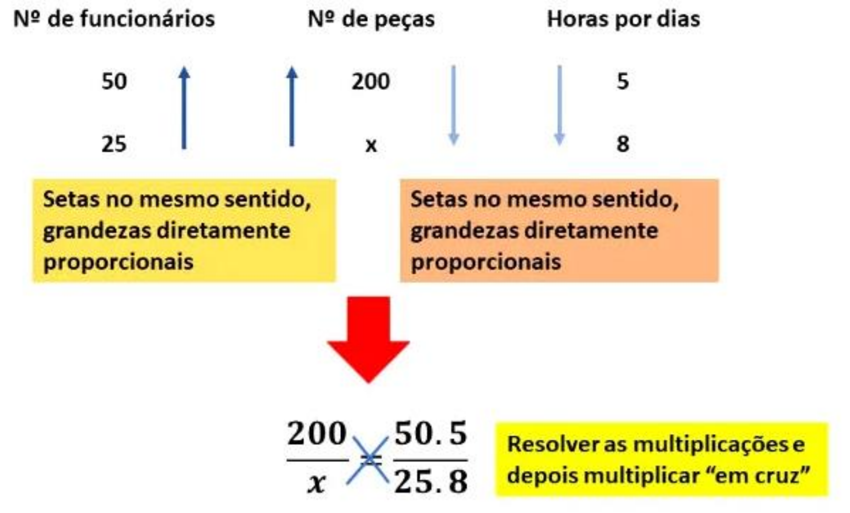
$$4x = 6.1$$
$$x = \frac{6}{4} = 1{,}5$$

Logo, o tanque ficará totalmente cheio em 1,5 h.

Fonte: pinterest.com/pin/700591285767465154/

Regra de três composta

Em uma empresa, 50 funcionários, produzem 200 peças, trabalhando 5 horas por dia. Se o número de funcionários cair pela metade e o número de horas de trabalho por dia passar para 8 horas, quantas peças serão produzidas?



Resolvendo a equação, temos:

$$\frac{200}{x} = \frac{250}{200}$$

$$x = \frac{200.200}{250} = 160$$

Logo, serão produzidas 160 peças

Regra de três composta

Sabendo que **4 operários** constroem um **muro de 30 m de comprimento** em **10 dias**, desde que eles trabalhem **8 horas diárias**. Quantas **horas por dia 6 operários** deverão trabalhar para construir **45 m do mesmo muro em 8 dias**?

Horas por dia

Operários

$$\frac{8}{x} = \frac{4}{6} \times \frac{30}{45} \times \frac{10}{8}$$

Se aumentarmos os operários de 4 para 6, x (horas por dia) diminui

Regra de três composta

Sabendo que **4 operários** constroem um **muro de 30 m de comprimento** em **10 dias**, desde que eles trabalhem **8 horas diárias.** Quantas **horas por dia 6 operários** deverão trabalhar para construir **45 m do mesmo muro em 8 dias**?

Horas por dia

Comprimento do muro

$$\frac{8}{x} = \frac{4}{6} \times \frac{30}{45} \times \frac{10}{8}$$

Se aumentarmos o comprimento do muro de 30 para 45, x (horas por dia) aumenta

Regra de três composta

Sabendo que **4 operários** constroem um **muro de 30 m de comprimento** em **10 dias**, desde que eles trabalhem **8 horas diárias**. Quantas **horas por dia 6 operários** deverão trabalhar para construir **45 m do mesmo muro em 8 dias**?

Horas por dia

Número de dias

$$\frac{8}{x} = \frac{4}{6} \times \frac{30}{45} \times \frac{10}{8}$$

Se diminuirmos o número de dias de10 para 8, x, horas por dia também aumenta

$$\frac{8}{x} = \frac{6}{4} \times \frac{30}{45} \times \frac{8}{10}$$

Regra de três composta

Sabendo que **4 operários** constroem um **muro de 30 m de comprimento** em **10 dias**, desde que eles trabalhem **8 horas diárias**. Quantas **horas por dia 6 operários** deverão trabalhar para construir **45 m do mesmo muro em 8 dias**?

Resolvendo:

$$\frac{8}{x} = \frac{6}{4} \times \frac{30}{45} \times \frac{8}{10}$$

Logo, teremos:

$$\frac{8}{x} = \frac{1440}{1800}$$

$$1440x = 8 \times 1800 \Rightarrow$$

$$x = \frac{14400}{1440} \Rightarrow x = 10$$

Escala

Exercício do material base: uma miniatura de um automóvel foi construída na escala 1:40. As dimensões das miniaturas são: comprimento 12,5 cm e largura 5 cm.

Quais as dimensões reais do automóvel?

Escala

Quais as medidas de um carro médio?

Na média, um **carro** popular não passa de 5 metros de comprimento e 2 metros de largura. Mas as **medidas de um carro** vão muito além disso. Altura, por exemplo, é um fator importante, até porque você precisará abrir o porta-malas.

escala 1:40

dimensões das miniaturas são: comprimento 12,5 cm e largura 5 cm.

Para cada 1cm da miniatura, temos 40cm do automóvel real.

12,5 x 40 = 500 cm

5 x 40 = 200 cm

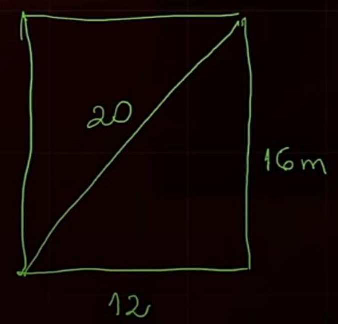
500cm = 5m

200cm = 2m

Exercício videoaula 16

EXEMPLO

1) Um terreno utilizado como garagem tem a forma de um retângulo cuja diagonal mede 20 m. As dimensões desse terreno, em metros, são proporcionais a 3 e 4. Qual é a medida, em metros, do perímetro desse terreno?



a^2 +	b^2 =	c^2
3	4	5
5	12	13
12	16	20
7	24	25 . . .

Terno pitagórico, trio pitagórico ou tripla pitagórica