

CÁLCULO I

Estudo das Derivadas de uma Função (Parte II)

Derivabilidade

$$f'(p) = \lim_{x \rightarrow p} \frac{f(x) - f(p)}{x - p}$$

ou

$$f'(p) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(p + h) - f(p)}{h}$$

Derivadas de x^n

$$f(x) = c, c \in \mathbb{R} \Rightarrow f'(x) = 0$$

$$g(x) = cx, c \in \mathbb{R} \Rightarrow g'(x) = c$$

Derivadas de x^n

$$f(x) = c, c \in \mathbb{R} \Rightarrow f'(x) = 0$$

$$g(x) = cx, c \in \mathbb{R} \Rightarrow g'(x) = c$$

Exemplos

. $f(x) = 5 \Rightarrow f'(x) = 0$

Derivadas de x^n

$$f(x) = c, c \in \mathbb{R} \Rightarrow f'(x) = 0$$

$$g(x) = cx, c \in \mathbb{R} \Rightarrow g'(x) = c$$

Exemplos

. $f(x) = 5 \Rightarrow f'(x) = 0$

. $g(x) = -10x \Rightarrow g'(x) = -10$

Derivadas de x^n

$$f(x) = x^n, n \in \mathbb{R} \Rightarrow f'(x) = nx^{n-1}$$

Exemplos

$$\cdot f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x$$

$$\cdot g(x) = x^4 \Rightarrow g'(x) = 4x^3$$

Derivadas de x^n

$$f(x) = x^n, n \in \mathbb{R} \Rightarrow f'(x) = nx^{n-1}$$

Exemplos

. $f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x$

. $g(x) = x^4 \Rightarrow g'(x) = 4x^3$

Derivadas de x^n

Exemplos

$$\cdot f(x) = 5x^3 \Rightarrow f'(x) = 15x^2$$

$$\cdot g(x) = -3x^{10} \Rightarrow g'(x) = -30x^9$$

Derivadas de x^n

Exemplos

$$\cdot f(x) = 5x^3 \Rightarrow f'(x) = 15x^2$$

$$\cdot g(x) = -3x^{10} \Rightarrow g'(x) = -30x^9$$

Derivadas de x^n

Exemplos

$$\cdot f(x) = \frac{1}{x^2} \Rightarrow f'(x) = ?$$

Derivadas de x^n

Exemplos

$$\cdot f(x) = \frac{1}{x^2} \Rightarrow f'(x) = ?$$

$$\frac{1}{x^2} = x^{-2}$$

Derivadas de x^n

Exemplos

$$\cdot f(x) = \frac{1}{x^2} \Rightarrow f'(x) = ?$$

$$\frac{1}{x^2} = x^{-2}$$

$$f'(x) = -2x^{(-2-1)} = -2x^{-3} = \frac{-2}{x^3}$$

Derivadas de x^n

Exemplos

$$. f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = ?$$

Derivadas de x^n

Exemplos

$$\cdot f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = ?$$

$$\sqrt{x} = x^{1/2}$$

Derivadas de x^n

Exemplos

$$. f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = ?$$

$$\sqrt{x} = x^{1/2}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} x^{\left(\frac{1}{2}-1\right)} = \frac{1}{2} x^{\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{2x^{1/2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Derivadas de e^x e $\ln x$

- $f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$
- $g(x) = \ln x \Rightarrow g'(x) = \frac{1}{x}, x > 0$

Derivadas de funções trigonométricas

- $\text{sen}' x = \cos x$
- $\text{cos}' x = -\text{sen } x$
- $\text{tg}' x = \sec^2 x$
- $\sec' x = \sec x \cdot \text{tg } x$
- $\text{cotg}' x = -\text{cosec}^2 x$
- $\text{cosec}' x = -\text{cosec } x \cdot \text{cotg } x$

Derivadas de funções trigonométricas

Exemplo

$$. f(x) = \text{sen } x \Rightarrow f'(0) = ?$$

Derivadas de funções trigonométricas

Exemplo

$$\cdot f(x) = \text{sen } x \Rightarrow f'(0) = ?$$

$$\cdot f'(0) = \cos(0) = 1$$

Derivabilidade e Continuidade

$$f(x) = |x|$$

- é contínua

Derivabilidade e Continuidade

$$f(x) = |x|$$

- é contínua
- não é derivável em $p = 0$:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x} = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

Derivabilidade e Continuidade

$$f(x) = |x|$$

- é contínua
- não é derivável em $p = 0$:

Ser contínua não
implica ser
derivável!!

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x} = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

Teorema

Se f for derivável em p , então f será contínua em p .

Teorema

Se f for derivável em p , então f será contínua em p .

Exemplo

$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \neq 1 \\ 3, & x = 1 \end{cases}$ é derivável em $p = 1$?

Derivabilidade e Continuidade

$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \neq 1 \\ 3, & x = 1 \end{cases}$ é derivável em $p = 1$?

Não! f não é contínua em $p = 1$, logo, não é derivável.

CÁLCULO I

Estudo das Derivadas de uma Função (Parte II)