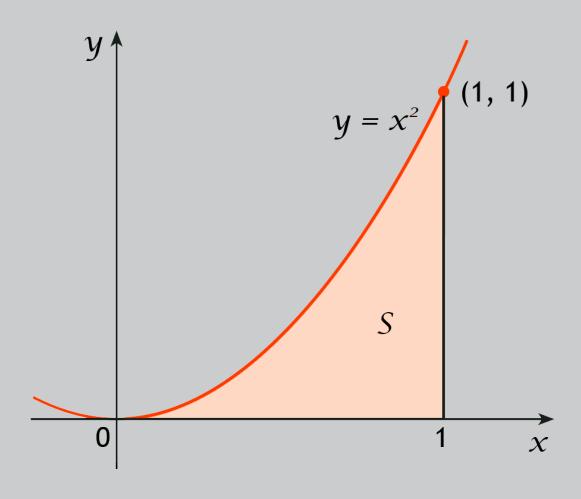
CÁLCULO I

Cálculo de Áreas – Parte I



$$\lim_{n\to\infty} R_n = \lim_{\Delta x\to 0} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x = \int_a^b f(x) dx$$

$$\lim_{n\to\infty} R_n = \lim_{\Delta x\to 0} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x = \int_a^b f(x) dx$$

$$\frac{1}{3}$$

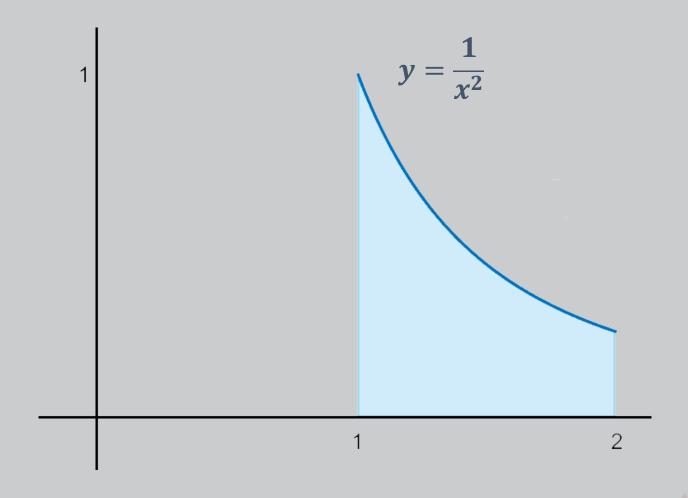
$$\lim_{n\to\infty} R_n = \lim_{\Delta x\to 0} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x = \int_a^b f(x) dx$$

$$\int_0^1 x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 = \frac{1}{3}$$

Exemplo 1

Calcular a área da região limitada pelo gráfico

de
$$y = \frac{1}{x^2}$$
 e pelas retas $y = 0$, $x = 1$ e $x = 2$.



$$A = \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \int_1^2 x^{-2} dx =$$

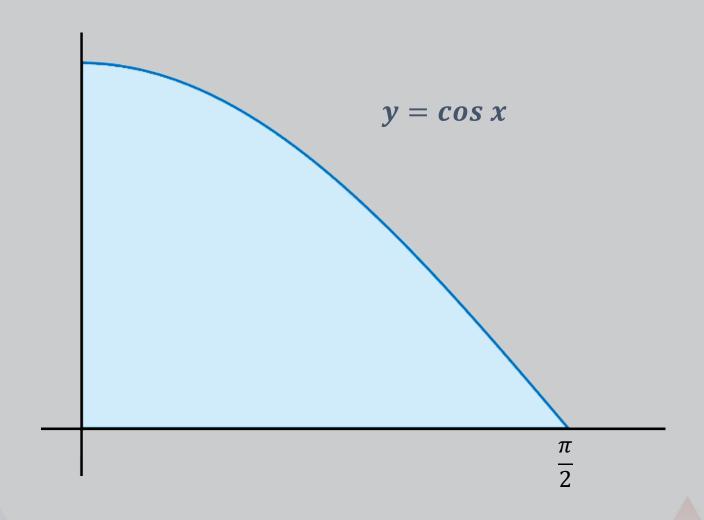
$$A = \int_{1}^{2} \frac{1}{x^{2}} dx = \int_{1}^{2} x^{-2} dx =$$

$$\left[-1x^{-1}\right]_{1}^{2} = \left[-\frac{1}{x}\right]_{1}^{2} = \left(-\frac{1}{2}\right) - (-1) = \frac{1}{2}$$

Exemplo 2

Calcular a área da região limitada pelo gráfico

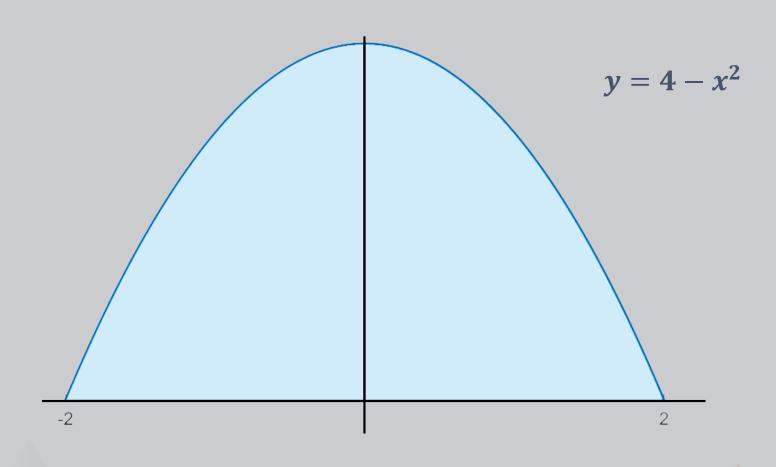
de
$$y = \cos x$$
 e pelas retas $x = 0$ e $x = \frac{\pi}{2}$.



$$A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos dx = [\sin x]_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 - 0 = 1$$

Exemplo 3

Calcular a área da região limitada pelo gráfico de $y = 4 - x^2$ e pelo eixo dos x.



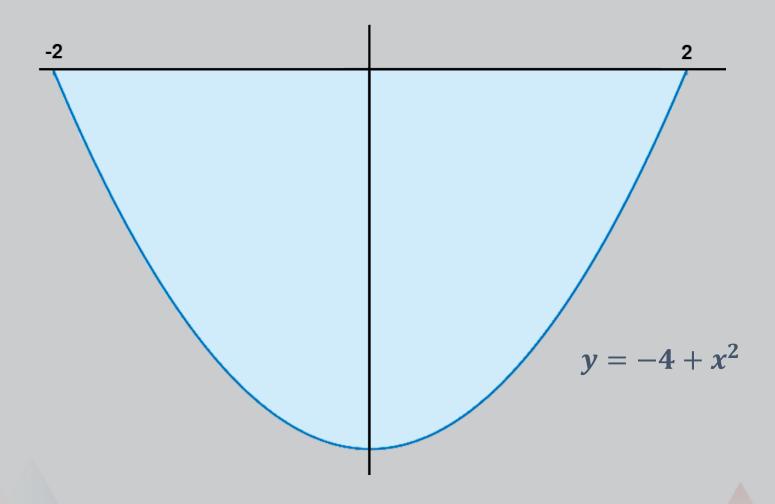
$$A = \int_{-2}^{2} 4 - x^2 \, dx = \left[4x - \frac{x^3}{3} \right]_{-2}^{2} =$$

$$A = \int_{-2}^{2} 4 - x^{2} dx = \left[4x - \frac{x^{3}}{3} \right]_{-2}^{2} =$$

$$\left(8-\frac{8}{3}\right)-\left(-8-\frac{-8}{3}\right)=16-\frac{16}{3}=\frac{32}{3}.$$

Exemplo 4

Calcular a área da região limitada pelo gráfico de $y = -4 + x^2$ e pelo eixo dos x.



$$A = \int_{-2}^{2} -4 + x^{2} dx = \left[-4x + \frac{x^{3}}{3} \right]_{-2}^{2} =$$

$$A = \int_{-2}^{2} -4 + x^{2} dx = \left[-4x + \frac{x^{3}}{3} \right]_{-2}^{2} =$$

$$\left(-8+\frac{8}{3}\right)-\left(8-\frac{8}{3}\right)=-16+\frac{16}{3}=-\frac{32}{3}.$$

Exemplo 4

Área Negativa?

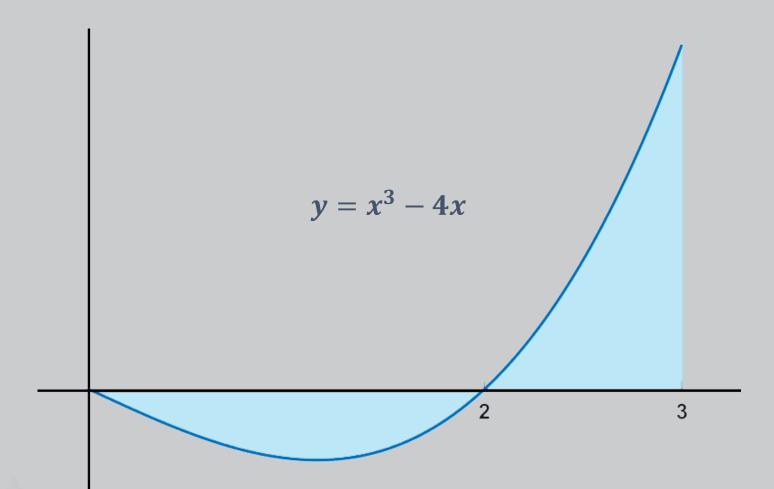
$$A = \int_{-2}^{2} -4 + x^{2} dx = \left[-4x + \frac{x^{3}}{3} \right]_{-2}^{2} = \left[-8 + \frac{8}{3} \right] - \left(8 - \frac{8}{3} \right) = -16 + \frac{16}{3} = -\frac{32}{3}.$$

$$A = -\int_{-2}^{2} -4 + x^{2} dx = -\left[-4x + \frac{x^{3}}{3}\right]_{-2}^{2} =$$

$$-\left(-8+\frac{8}{3}\right)-\left(8-\frac{8}{3}\right)=16-\frac{16}{3}=\frac{32}{3}.$$

Exemplo 5

Calcular a área da região limitada pelo gráfico de $y = x^3 - 4x$, pelo eixo x e pelas retas x = 0 e x = 3.



$$A = \int_{2}^{3} x^{3} - 4x \, dx - \int_{0}^{2} x^{3} - 4x \, dx =$$

$$\left[\frac{x^4}{4} - 2x^2\right]_2^3 - \left[\frac{x^4}{4} - 2x^2\right]_0^2$$

$$A = \left[\frac{x^4}{4} - 2x^2\right]_2^3 - \left[\frac{x^4}{4} - 2x^2\right]_0^2 =$$

$$\left[\left(\frac{81}{4} - 18 \right) - (-4) \right] - \left[(-4) - 0 \right] = \frac{41}{4}$$

CÁLCULO I

Cálculo de Áreas – Parte I