CÁLCULO I

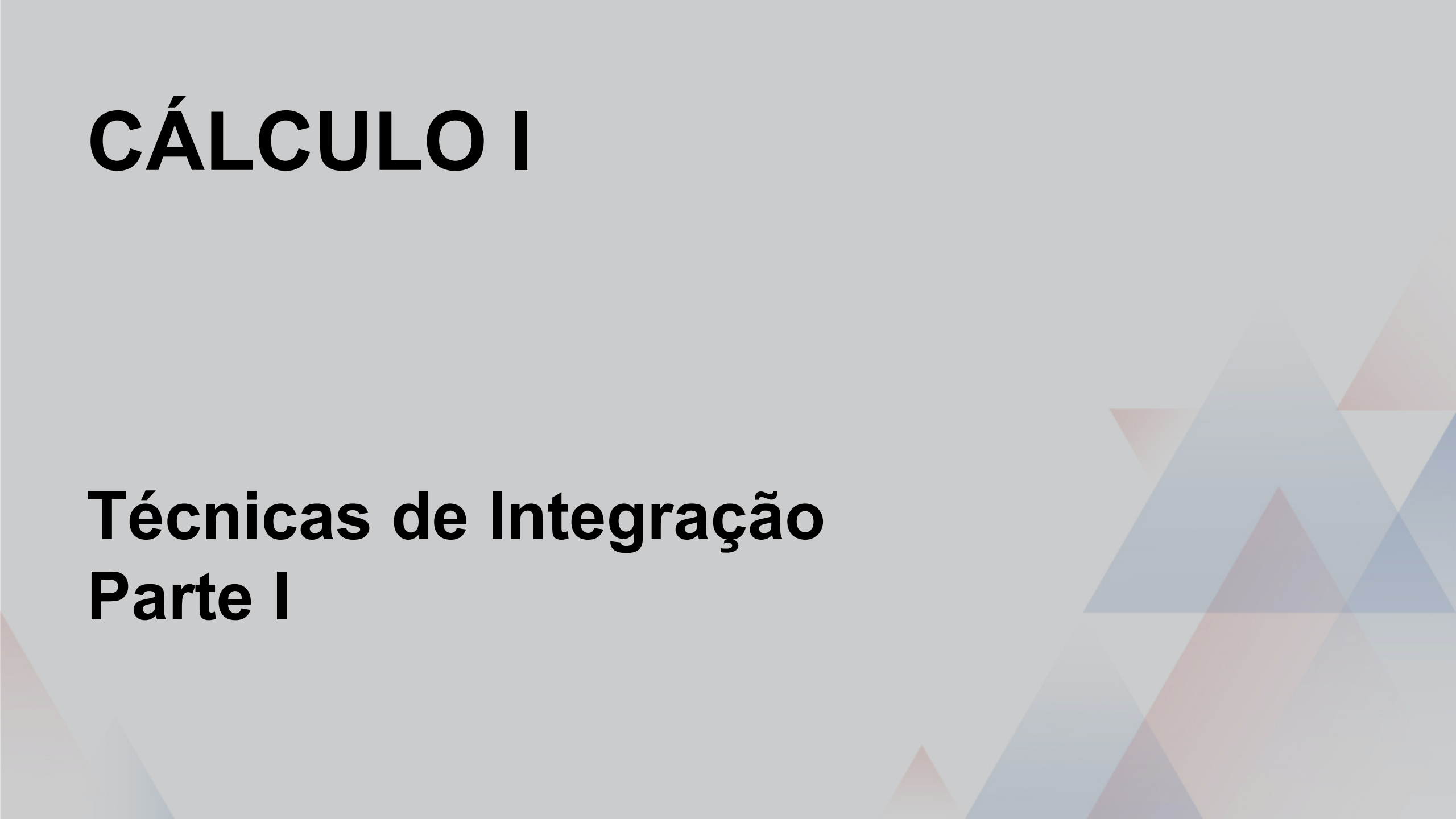## Técnicas de Integração
Parte I

Técnicas de Integração

Integrais da forma $\int f(g(x))g'(x)dx$

$$u = g(x) \rightarrow du = g'(x)dx$$

$$\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(u)du = F(u) + c = F(g(x)) + c$$

Técnicas de Integração

Exemplo 1

$$\int 2x \cos x^2 \, dx$$

Técnicas de Integração

$$\int 2x \cos x^2 \, dx$$

$$u = x^2 \rightarrow du = 2x \, dx$$

Técnicas de Integração

Exemplo 1

$$u = x^2 \rightarrow du = 2x\,dx$$

$$\int 2x \cos x^2\,dx = \int \cos u\,du = \operatorname{sen} u + c =$$

$$\operatorname{sen} x^2 + c$$

Técnicas de Integração

Exemplo 2

$$\int x \operatorname{sen} x^2 \, dx$$

Técnicas de Integração

$$u = x^2 \rightarrow du = 2x\,dx \rightarrow \frac{1}{2}du = x\,dx$$

$$\int x\,\text{sen}\,x^2\,dx = \frac{1}{2}\int \text{sen}\,u\,du =$$

$$-\frac{\cos u}{2} + c = -\frac{\cos x^2}{2} + c$$

Técnicas de Integração

Exemplo 3

$$\int e^{5x}\,dx$$

Técnicas de Integração

Exemplo 3

$$\int e^{5x}\,dx$$

$$u = 5x \rightarrow du = 5\,dx \rightarrow \frac{1}{5}du = \ dx$$

$$\int e^{5x}\,dx = \frac{1}{5}\int e^u\,du = \frac{e^u}{5} + c = \frac{e^{5x}}{5} + c$$

Técnicas de Integração

$$\int e^{5x} dx$$

$$u = 5x \rightarrow du = 5\,dx \rightarrow \frac{1}{5}du = dx$$

$$\int e^{5x} dx = \frac{1}{5}\int e^u du = \frac{e^u}{5} + c = \frac{e^{5x}}{5} + c$$

Técnicas de Integração

Exemplo 4

$$\int (3x+5)^3 \, dx$$

Técnicas de Integração

$$\int (3x + 5)^3 \, dx$$

$$u = 3x + 5 \rightarrow du = 3 \, dx \rightarrow \frac{1}{3} du = \, dx$$

Técnicas de Integração

$$\int (3x+5)^3 \, dx$$

$$u = 3x+5 \rightarrow du = 3 \, dx \rightarrow \frac{1}{3} du = dx$$

$$\int (3x+5)^3 \, dx = \frac{1}{3} \int u^3 \, du = \frac{u^4}{12} + c = \frac{(3x+5)^4}{12} + c$$

Técnicas de Integração

$$\int \frac{x^2}{1+x^3}\,dx$$

$$\int \frac{x^2}{1+x^3}\,dx = \frac{1}{3}\int \frac{1}{u}\,du = \ln|u| + c = \frac{\ln|1+x^3|}{3} + c$$

Técnicas de Integração

$$\int \frac{x^2}{1+x^3}\,dx$$

$$u = 1 + x^3 \rightarrow du = 3x^2\,dx \rightarrow \frac{1}{3}du = x^2 dx$$

$$\int \frac{x^2}{1+x^3}\,dx = \frac{1}{3}\int \frac{1}{u}\,du = \ln|u| + c = \frac{\ln|1+x^3|}{3} + c$$

Técnicas de Integração

Exemplo 5

$$\int \frac{x^2}{1 + x^3} dx$$

$$u = 1 + x^3 \rightarrow du = 3x^2 \, dx \rightarrow \frac{1}{3} du = x^2 dx$$

$$\int \frac{x^2}{1 + x^3} dx = \frac{1}{3} \int \frac{1}{u} du = \ln|u| + c = \frac{\ln|1 + x^3|}{3} + c$$

Técnicas de Integração

Exemplo 6

$$\int x\sqrt{2+x^2}\,dx$$

Técnicas de Integração

$$\int x\sqrt{2+x^2}\,dx$$

$$u = 2 + x^2 \rightarrow du = 2x\,dx \rightarrow \frac{1}{2}du = x\,dx$$

Técnicas de Integração

$$u = 2 + x^2 \rightarrow du = 2x\,dx \rightarrow \frac{1}{2}du = x\,dx$$

$$\int x\sqrt{2+x^2}\,dx = \frac{1}{2}\int \sqrt{u}\,du = \frac{1}{2}\cdot\frac{2\,u^{\frac{3}{2}}}{3} + c =$$

$$\frac{\sqrt{(2+x^2)^3}}{3} + c$$

Técnicas de Integração

Exemplo 7

$$\int x^3 \sqrt{2 + x^2}\, dx$$

Técnicas de Integração

Exemplo 7

$$\int x^3 \sqrt{2 + x^2}\, dx$$

$$u = 2 + x^2 \rightarrow du = 2x\, dx \rightarrow \frac{1}{2}\, du = x\, dx$$

$$u = 2 + x^2 \rightarrow x^2 = u - 2$$

Técnicas de Integração

$$\int x^3 \sqrt{2 + x^2}\, dx = \int x^2 \sqrt{2 + x^2}\ x\, dx =$$

$$\frac{1}{2} \int (u - 2)\sqrt{u}\, du = \frac{1}{2} \int u^{\frac{3}{2}} - 2u^{\frac{1}{2}}\, du =$$

$$\frac{2\sqrt{u^5}}{10} - \frac{4\sqrt{u^3}}{6} + c = \frac{\sqrt{(2 + x^2)^5}}{5} - \frac{2\sqrt{(2 + x^2)^3}}{3} + c$$

Técnicas de Integração

$$\int x^3 \sqrt{2 + x^2}\, dx = \int x^2 \sqrt{2 + x^2}\ x\, dx =$$

$$\frac{1}{2} \int (u - 2)\sqrt{u}\ du = \frac{1}{2} \int u^{\frac{3}{2}} - 2u^{\frac{1}{2}}\ du =$$

$$\frac{2\sqrt{u^5}}{10} - \frac{4\sqrt{u^3}}{6} + c = \frac{\sqrt{(2+x^2)^5}}{5} - \frac{2\sqrt{(2+x^2)^3}}{3} + c$$

Técnicas de Integração

$$\int x^3 \sqrt{2 + x^2}\, dx = \int x^2 \sqrt{2 + x^2}\ x\, dx =$$

$$\frac{1}{2} \int (u - 2)\sqrt{u}\ du = \frac{1}{2} \int u^{\frac{3}{2}} - 2u^{\frac{1}{2}}\ du =$$

$$\frac{2\sqrt{u^5}}{10} - \frac{4\sqrt{u^3}}{6} + c = \frac{\sqrt{(2 + x^2)^5}}{5} - \frac{2\sqrt{(2 + x^2)^3}}{3} + c$$

CÁLCULO I

Técnicas de Integração
Parte I