

XMAC02

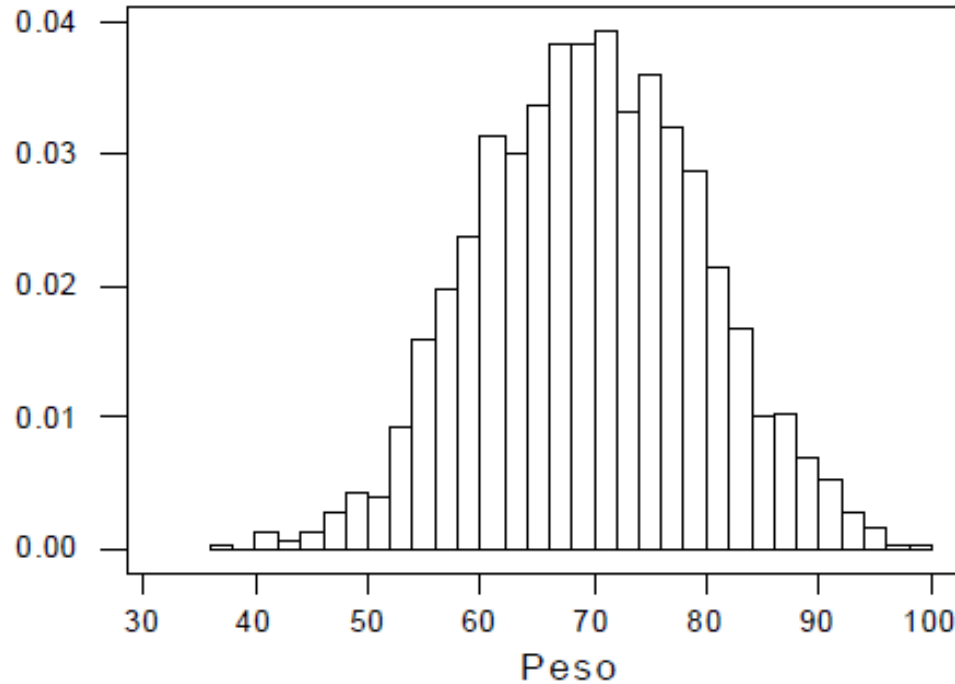
Métodos Matemáticos para Análise de Dados

Aula 12 – Distribuição Normal

Distribuição Normal

2

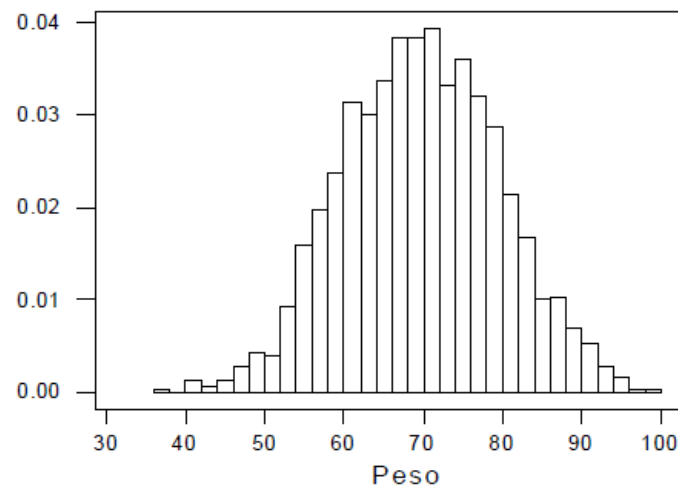
- Foi observado o peso, em kg, de 1.500 pessoas adultas selecionadas ao acaso de uma população
- ▣ Resultado é exibido no histograma a seguir



Distribuição Normal

3

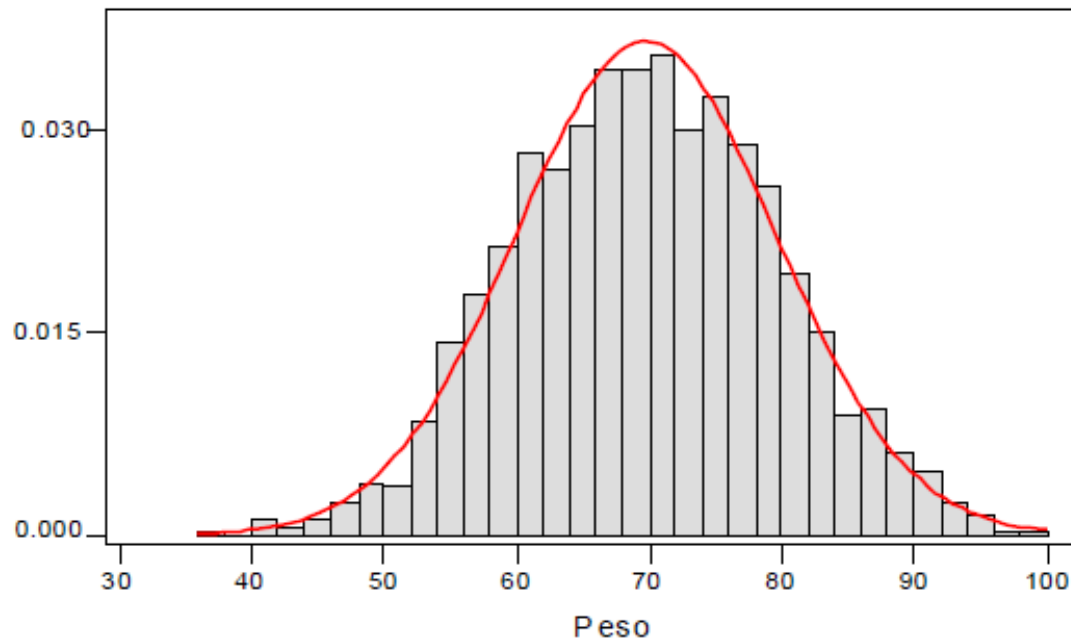
- A análise do histograma indica que:
 - ▣ A distribuição dos valores é aproximadamente simétrica em torno de 70 kg
 - ▣ A maioria dos valores (88%) encontra-se no intervalo (55; 85)
 - ▣ Existe uma pequena proporção de valores abaixo de 48 kg (1,2%) e acima de 92 kg (1%)



Distribuição Normal

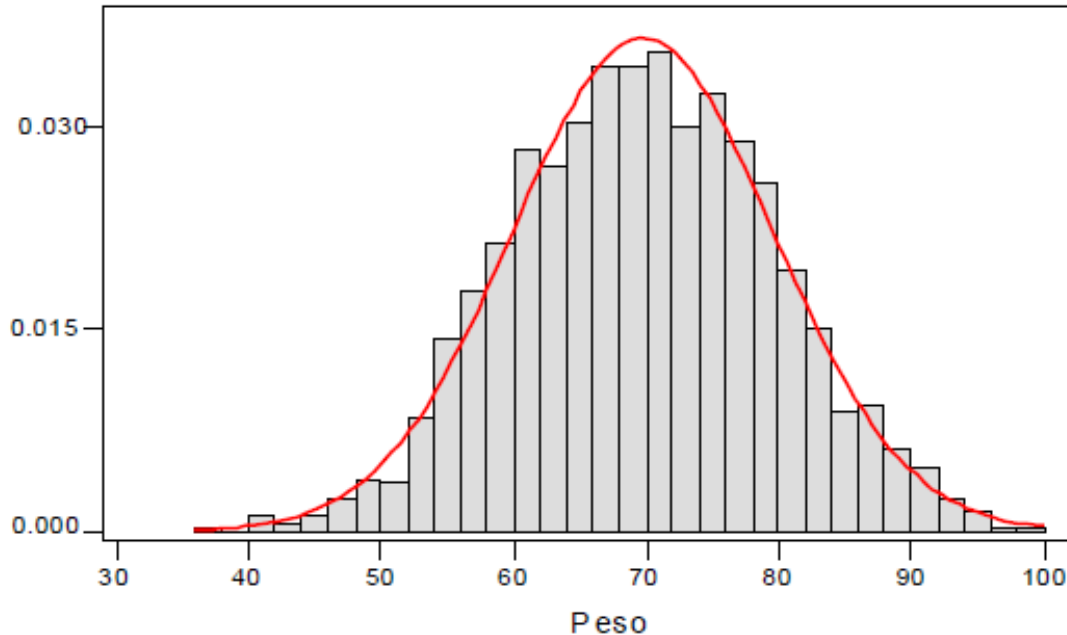
4

- Consideremos como variável aleatória X o peso de uma pessoa adulta escolhida ao acaso.
- ▣ Como se distribuem as probabilidades associadas aos valores da variável X ?



Distribuição Normal

5



- A curva contínua da figura denomina-se curva Normal ou curva de Gauss

Distribuição Normal

6

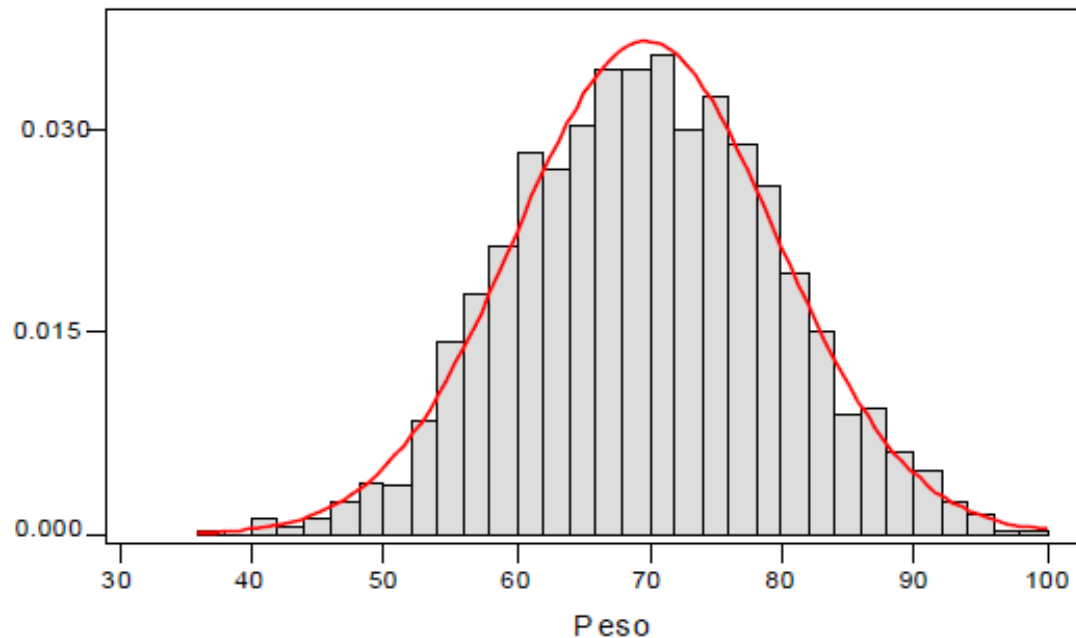
- ❑ A distribuição normal é uma das mais importantes distribuições contínuas de probabilidade
- ❑ Muitos fenômenos aleatórios comportam-se próximos a essa distribuição
 - ❑ Altura
 - ❑ Pressão sanguínea
 - ❑ Peso
 - ❑ Entre outras
- ❑ O modelo normal de probabilidade foi desenvolvido por Carl Friedrich Gauss

Distribuição Normal

Propriedades

7

- ❑ Simetricamente distribuída
- ❑ Curva em formato de sino (Gaussiana)
- ❑ Caldas longas
- ❑ Média, moda e mediana são iguais

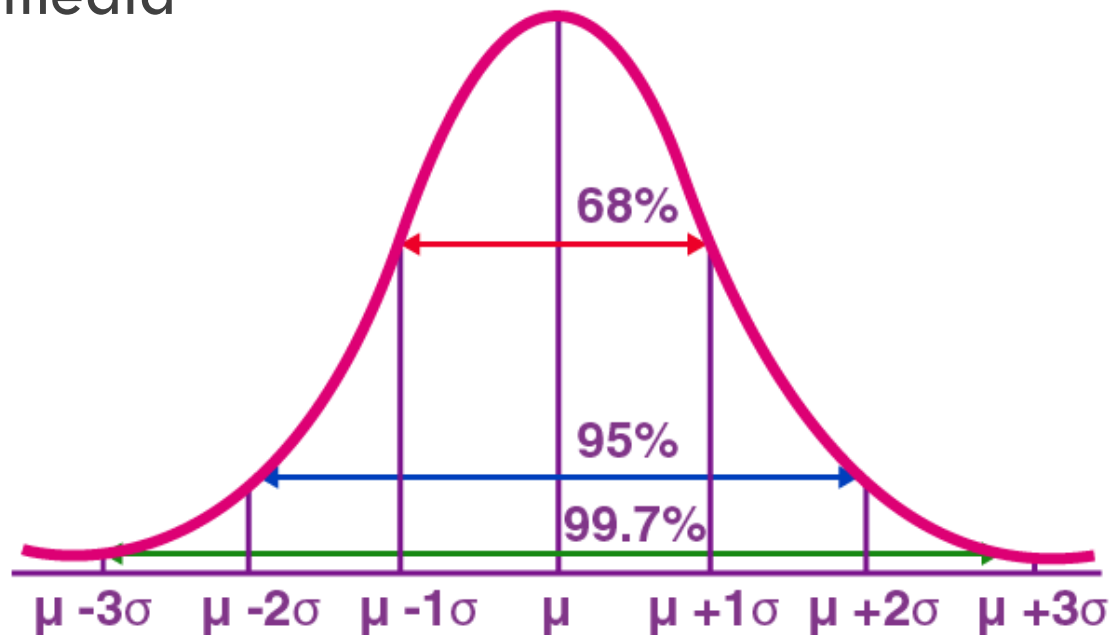


Distribuição Normal

Propriedades

8

- Aprox. 68% da área sob a curva está entre -1 e $+1$ desvio padrão da média
- Aprox. 95% da área sob a curva está entre -2 e $+2$ desvios padrão da
- Aprox. 99.7% da área sob a curva está entre -3 e $+3$ desvios padrão da média



Distribuição Normal

Propriedades

9

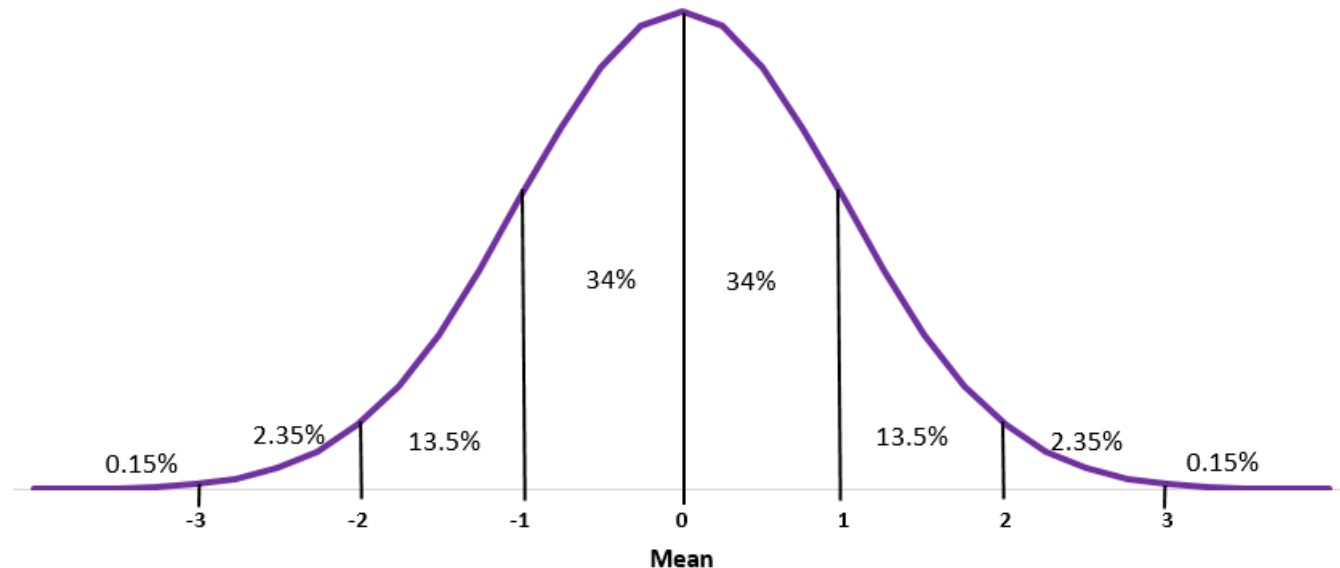
- A área total sob a curva normal é 1
- A probabilidade de um valor particular é zero
- A probabilidade de que X seja maior ou menor que um dado valor = área sob a curva normal na direção escolhida
 - ▣ Maior que: direita
 - ▣ Menor que: esquerda

Distribuição Normal

Cálculo da probabilidade

10

- Uma metalúrgica produz barras de ferro com comprimento de 100 mm e desvio padrão de 2 mm
 - ▣ Qual a probabilidade de se produzir barras com 100 mm ou mais?
 - ▣ Qual a probabilidade de se produzir barras com comprimento entre 102 e 104?
 - ▣ Qual a probabilidade de se produzir barras com 96 mm ou menos?



Distribuição Normal

11

- Toda distribuição que obedece uma curva normal tem as mesmas características
 - ▣ Curva sempre terá formato de sino
 - ▣ Valor do desvio padrão implicará no formato do sino
 - Desvio padrão menor, sino alongado
 - Desvio padrão maior, sino achatado
- Assim, é possível utilizar uma curva padrão e realizar qualquer cálculo de probabilidade
 - ▣ Curva normal padrão: média = 0 e $dp = 1$

Distribuição Normal

Valor Z (z-score) ou score padrão

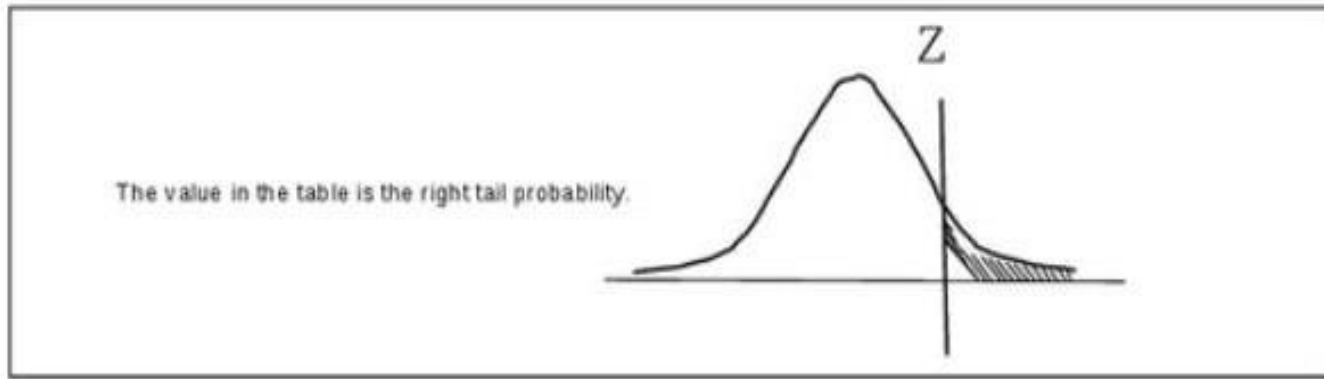
12

- ❖ Quantos desvios padrão um elemento está da média
- ❖ $z = (x - \mu) / \sigma$
- ❖ z é o z-score,
- ❖ x é o valor do elemento,
- ❖ μ é a média da população,
- ❖ σ é o desvio padrão.

Distribuição Normal

Valor Z (z-score) ou score padrão

13



Hundredth place for Z-value

Z-Value	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.49601	0.49202	0.48803	0.48405	0.48006	0.47608	0.47210	0.46812	0.46414
0.1	0.46017	0.45620	0.45224	0.44828	0.44433	0.44038	0.43644	0.43251	0.42858	0.42465
0.2	0.42074	0.41683	0.41294	0.40905	0.40517	0.40129	0.39743	0.39358	0.38974	0.38591
0.3	0.38209	0.37828	0.37448	0.37070	0.36693	0.36317	0.35942	0.35569	0.35197	0.34827
0.4	0.34458	0.34090	0.33724	0.33360	0.32997	0.32636	0.32276	0.31918	0.31561	0.31207
0.5	0.30854	0.30503	0.30153	0.29806	0.29460	0.29116	0.28774	0.28434	0.28096	0.27760
0.6	0.27425	0.27093	0.26763	0.26435	0.26109	0.25785	0.25463	0.25143	0.24825	0.24510
0.7	0.24196	0.23885	0.23576	0.23270	0.22965	0.22663	0.22363	0.22065	0.21770	0.21476
0.8	0.21186	0.20897	0.20611	0.20327	0.20045	0.19766	0.19489	0.19215	0.18943	0.18673
0.9	0.18406	0.18141	0.17879	0.17619	0.17361	0.17106	0.16853	0.16602	0.16354	0.16109
1.0	0.15866	0.15625	0.15386	0.15151	0.14917	0.14686	0.14457	0.14231	0.14007	0.13786
1.1	0.13567	0.13350	0.13136	0.12924	0.12714	0.12507	0.12302	0.12100	0.11900	0.11702
1.2	0.11507	0.11314	0.11123	0.10935	0.10749	0.10565	0.10383	0.10204	0.10027	0.09853
1.3	0.09680	0.09510	0.09342	0.09176	0.09012	0.08851	0.08691	0.08534	0.08379	0.08226
1.4	0.08076	0.07927	0.07780	0.07636	0.07493	0.07353	0.07215	0.07078	0.06944	0.06811
1.5	0.06681	0.06552	0.06426	0.06301	0.06178	0.06057	0.05938	0.05821	0.05705	0.05592
1.6	0.05480	0.05370	0.05262	0.05155	0.05050	0.04947	0.04846	0.04746	0.04648	0.04551

Exemplo 1

Z-Value	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.49601	0.49202	0.48803	0.48405	0.48006	0.47608	0.47210	0.46812	0.46414
0.1	0.46017	0.45620	0.45224	0.44828	0.44433	0.44038	0.43644	0.43251	0.42858	0.42465
0.2	0.42074	0.41683	0.41294	0.40905	0.40517	0.40129	0.39743	0.39358	0.38974	0.38591
0.3	0.38209	0.37828	0.37448	0.37070	0.36693	0.36317	0.35942	0.35569	0.35197	0.34827
0.4	0.34458	0.34090	0.33724	0.33360	0.32997	0.32636	0.32276	0.31918	0.31561	0.31207
0.5	0.30854	0.30503	0.30153	0.29806	0.29460	0.29116	0.28774	0.28434	0.28096	0.27760
0.6	0.27425	0.27093	0.26763	0.26435	0.26109	0.25785	0.25463	0.25143	0.24825	0.24510
0.7	0.24196	0.23885	0.23576	0.23270	0.22965	0.22663	0.22363	0.22065	0.21770	0.21476
0.8	0.21186	0.20897	0.20611	0.20327	0.20045	0.19766	0.19489	0.19215	0.18943	0.18673
0.9	0.18406	0.18141	0.17879	0.17619	0.17361	0.17106	0.16853	0.16602	0.16354	0.16109
1.0	0.15866	0.15625	0.15386	0.15151	0.14917	0.14686	0.14457	0.14231	0.14007	0.13786
1.1	0.13567	0.13350	0.13136	0.12924	0.12714	0.12507	0.12302	0.12100	0.11900	0.11702
1.2	0.11507	0.11314	0.11123	0.10935	0.10749	0.10565	0.10383	0.10204	0.10027	0.09853
1.3	0.09680	0.09510	0.09342	0.09176	0.09012	0.08851	0.08691	0.08534	0.08379	0.08226
1.4	0.08076	0.07927	0.07780	0.07636	0.07493	0.07353	0.07215	0.07078	0.06944	0.06811
1.5	0.06681	0.06552	0.06426	0.06301	0.06178	0.06057	0.05938	0.05821	0.05705	0.05592
1.6	0.05480	0.05370	0.05262	0.05155	0.05050	0.04947	0.04846	0.04746	0.04648	0.04551

- ❖ Frascos de perfume são preenchidos com 150 ml de volume e desvio padrão de 2 ml.
- ❖ Qual porcentagem de frascos terá volume maior que 153 ml?

$$\mu = 150$$

$$\sigma = 2$$

$$z = (x - \mu) / \sigma = (153 - 150) / 2 = 1.5$$

Exemplo 2

Z-Value	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.49601	0.49202	0.48803	0.48405	0.48006	0.47608	0.47210	0.46812	0.46414
0.1	0.46017	0.45620	0.45224	0.44828	0.44433	0.44038	0.43644	0.43251	0.42858	0.42465
0.2	0.42074	0.41683	0.41294	0.40905	0.40517	0.40129	0.39743	0.39358	0.38974	0.38591
0.3	0.38209	0.37828	0.37448	0.37070	0.36693	0.36317	0.35942	0.35569	0.35197	0.34827
0.4	0.34458	0.34090	0.33724	0.33360	0.32997	0.32636	0.32276	0.31918	0.31561	0.31207
0.5	0.30854	0.30503	0.30153	0.29806	0.29460	0.29116	0.28774	0.28434	0.28096	0.27760
0.6	0.27425	0.27093	0.26763	0.26435	0.26109	0.25785	0.25463	0.25143	0.24825	0.24510
0.7	0.24196	0.23885	0.23576	0.23270	0.22965	0.22663	0.22363	0.22065	0.21770	0.21476
0.8	0.21186	0.20897	0.20611	0.20327	0.20045	0.19766	0.19489	0.19215	0.18943	0.18673
0.9	0.18406	0.18141	0.17879	0.17619	0.17361	0.17106	0.16853	0.16602	0.16354	0.16109
1.0	0.15866	0.15625	0.15386	0.15151	0.14917	0.14686	0.14457	0.14231	0.14007	0.13786
1.1	0.13567	0.13350	0.13136	0.12924	0.12714	0.12507	0.12302	0.12100	0.11900	0.11702
1.2	0.11507	0.11314	0.11123	0.10935	0.10749	0.10565	0.10383	0.10204	0.10027	0.09853
1.3	0.09680	0.09510	0.09342	0.09176	0.09012	0.08851	0.08691	0.08534	0.08379	0.08226
1.4	0.08076	0.07927	0.07780	0.07636	0.07493	0.07353	0.07215	0.07078	0.06944	0.06811
1.5	0.06681	0.06552	0.06426	0.06301	0.06178	0.06057	0.05938	0.05821	0.05705	0.05592
1.6	0.05480	0.05370	0.05262	0.05155	0.05050	0.04947	0.04846	0.04746	0.04648	0.04551

- ❖ Frascos de perfume são preenchidos com 150 ml de volume e desvio padrão de 2 ml.
- ❖ Qual porcentagem de frascos terá volume entre 148 e 152 ml?

$$\mu = 150$$

$$\sigma = 2$$

$$z_1 = (x - \mu) / \sigma = (148 - 150) / 2 = -1$$

$$z_2 = (x - \mu) / \sigma = (152 - 150) / 2 = 1$$

$$P(x) = 1 - 0.15866 - 0.15866 = 0.68268$$

Exercício

16

- ❑ Garrafas de vinho são envasadas com volume médio $\mu = 750$ ml e desvio padrão $\sigma = 6$ ml. Em um lote com 1000 garrafas quantas terão 760 ml ou mais de volume.