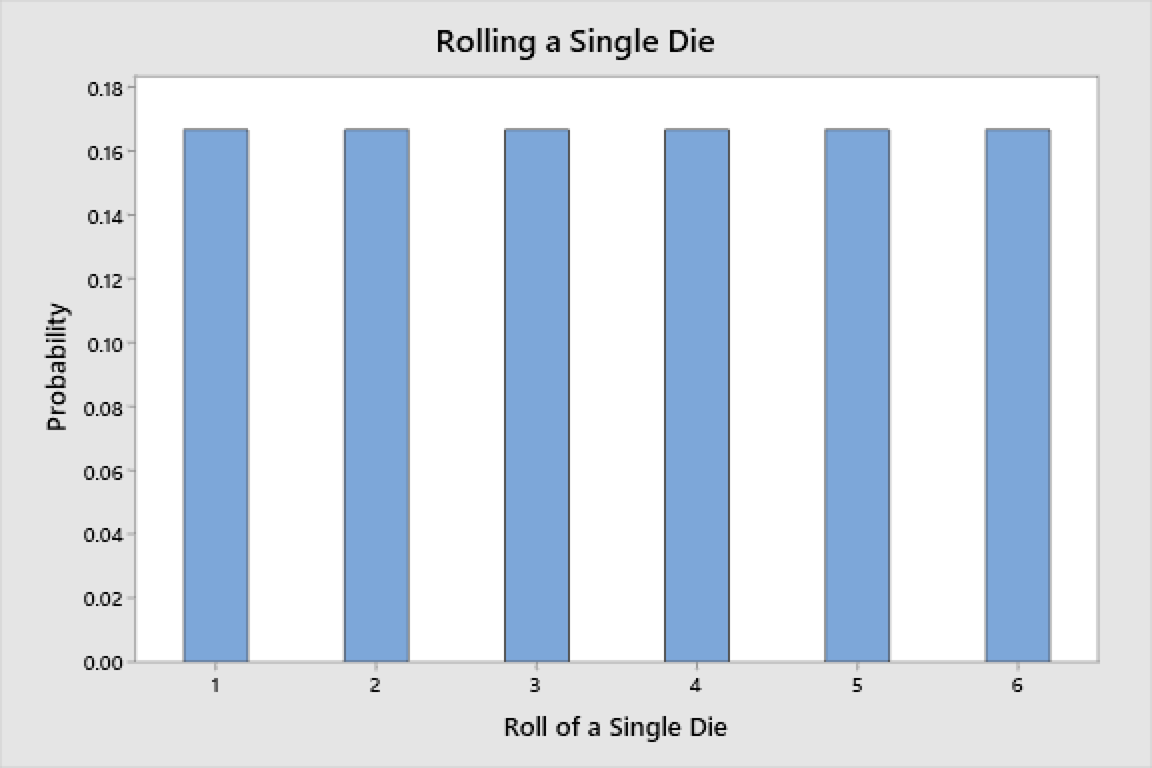
XMAC02
Métodos Matemáticos para Análise de Dados

Aula 06 – Distribuição Binomial

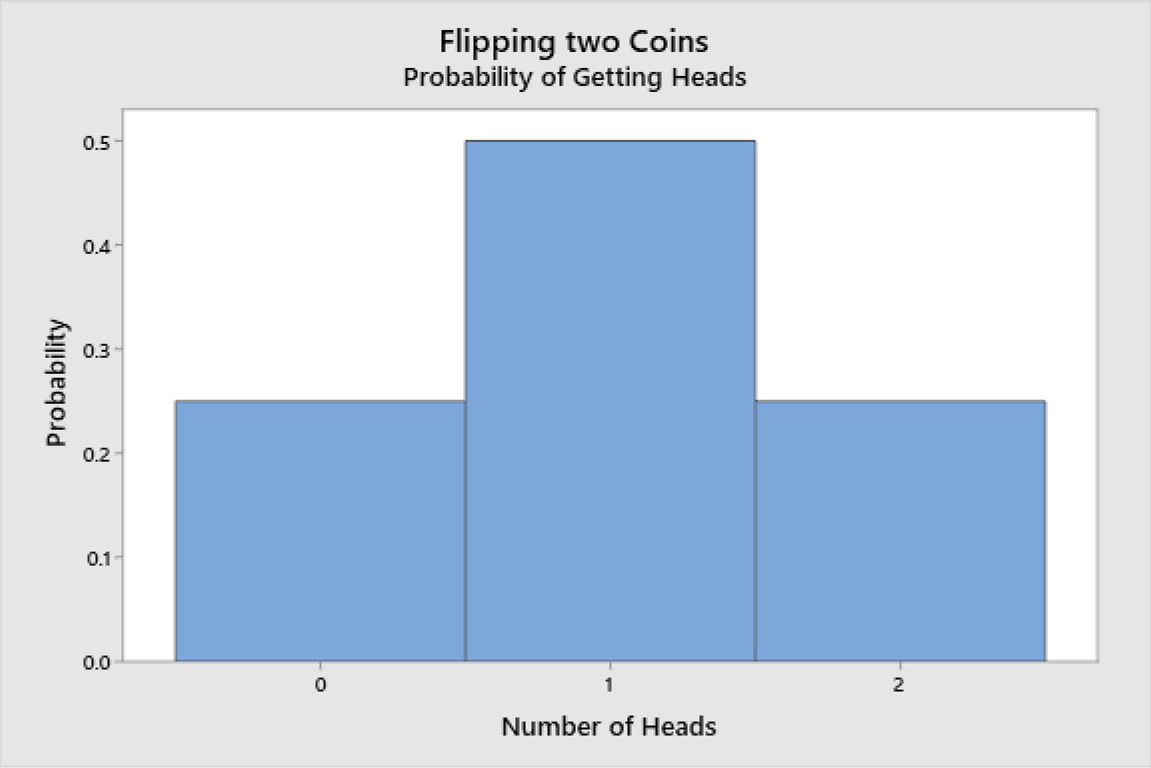
Distribuição de Probabilidade

- O que é?
  - Considere o lançamento de um dado



Distribuição de Probabilidade

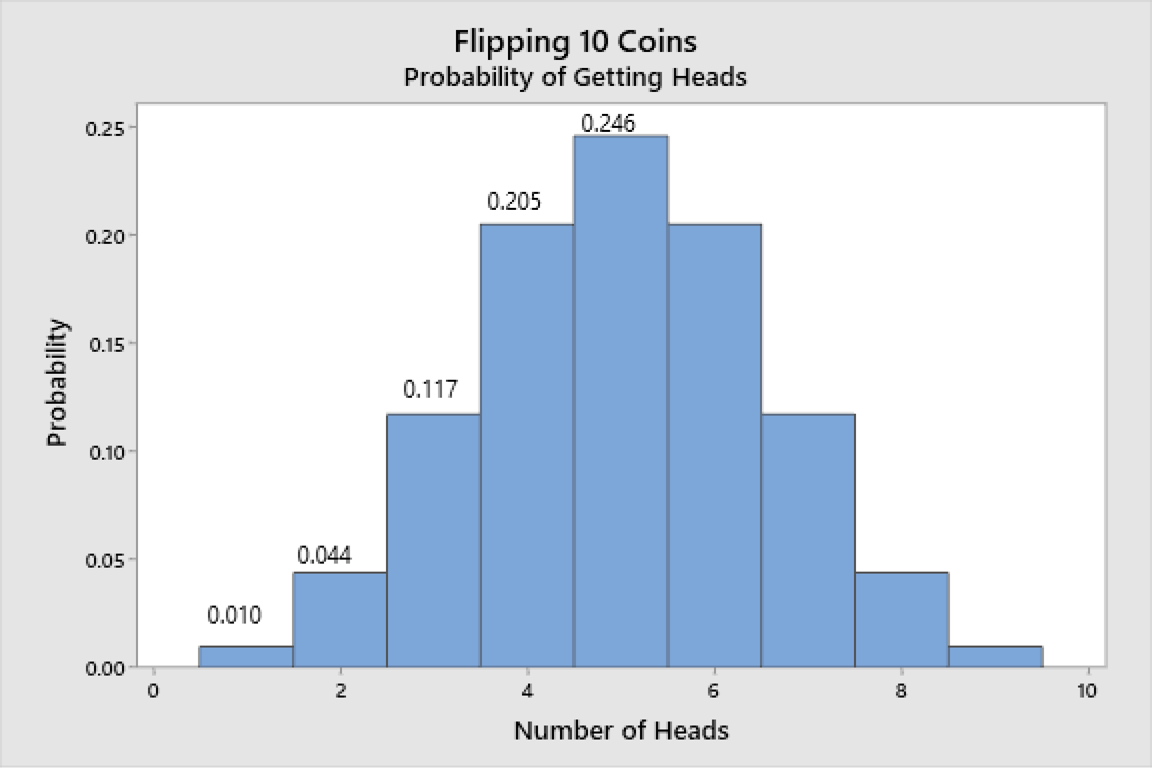
- Considere agora o lançamento de 2 moedas



Moeda 1	Moeda2
Cara	Cara
Cara	Coroa
Coroa	Cara
Coroa	Coroa

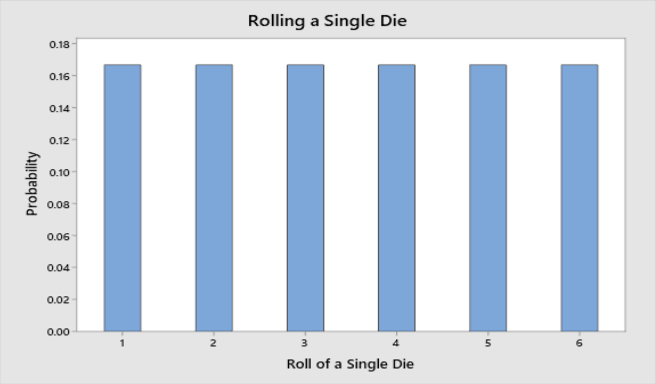
Distribuição de Probabilidade

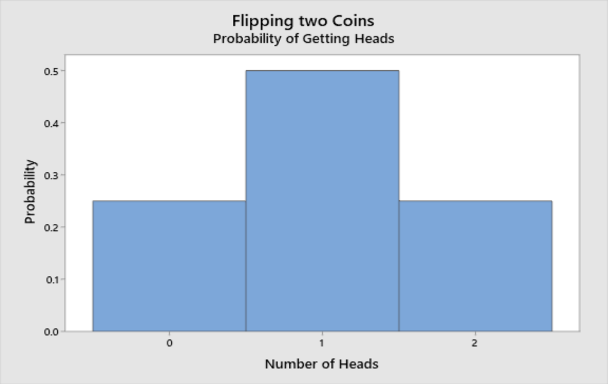
- Considere agora o lançamento de 10 moedas

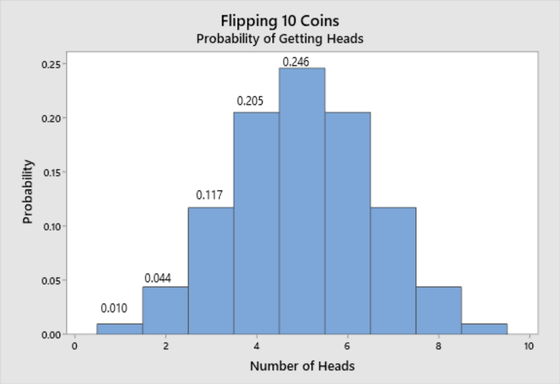


Distribuição de Probabilidade

- Importante notar
  - Soma da área = 1,0 (soma das probabilidades)
  - Exemplos utilizam dados discretos
    - Número de faces de uma moeda ou de um dado
  - Mais adiante utilizaremos dados contínuos
    - Tempo, distância, peso, etc.







Distribuição de Probabilidade

- Dados discretos
  - Distribuição Binomial
  - Distribuição de Poison
- Dados contínuos
  - Distribuição Normal

Distribuição Binomial
Propriedades

- Experimento deve consistir de n tentativas.
- Deve haver apenas dois resultados possíveis para cada tentativa: sucesso ou fracasso.
- A probabilidade de sucesso, denotada por p, deve ser a mesma em cada tentativa.
- Eventos devem ser independentes, ou seja, o resultado de uma tentativa não deve afetar outras tentativas.
- Espaço amostral deve ser finito.

Distribuição Binomial

Fórmula

$$\mathbf{P(x) = n_{C_x} \cdot p^{x} \cdot (1 - p)^{n-x}}$$

$$\mathbf{P(x) = \frac{n!}{x!\,(n-x)!} . p^{x} \cdot (1 - p)^{n-x}}$$

x: número de sucessos obtidos no experimento binomial

n: número de tentativas do experimento binomial

p: probabilidade de sucesso de uma tentativa individual

P(x): probabilidade binomial – a probabilidade que um experimento binomial de n tentativas produza exatamente **x** sucessos, dado que a probabilidade de sucesso em uma tentativa individual é **p**

Distribuição Binomial
Exemplo

- Em 4 lançamentos de uma moeda, qual a probabilidade de obtermos 1 cara?

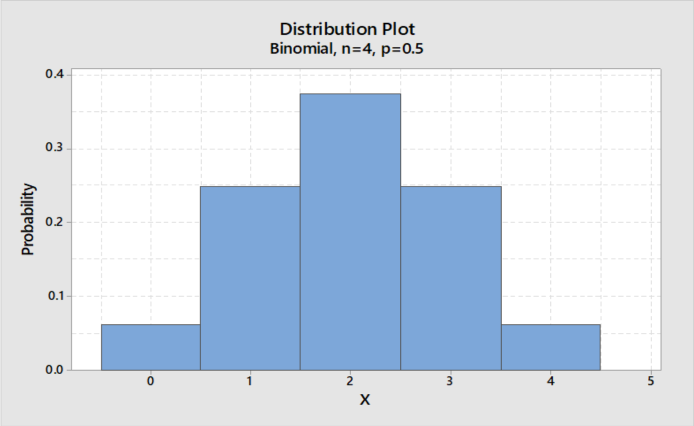
$$\mathbf{P(x) = \frac{n!}{x!\,(n-x)!} . p^x \cdot (1-p)^{n-x}}$$

x	1
n	4
p	0,5

$$\mathbf{P(1) = \frac{4!}{1!\,(4-1)!} . 0.5^1 \cdot (1-0,5)^{4-1}}$$

$$\mathbf{P(1) = (4).(0{,}5)^{1}\cdot\ (0{,}5\ )^3}$$

$$\mathbf{P(1) = (4).(0{,}5)^4 = 0{,}25}$$



Distribuição Binomial
Exemplo

- A média da distribuição (μ_x) é

  $$\boldsymbol{n} \,.\, \boldsymbol{p} = 4 \times 0.5 = 2$$

- A variância (σ^2_x) é

  $$\boldsymbol{n} \,.\, \boldsymbol{p} \,.\, (\, 1 - \boldsymbol{p} \,)$$

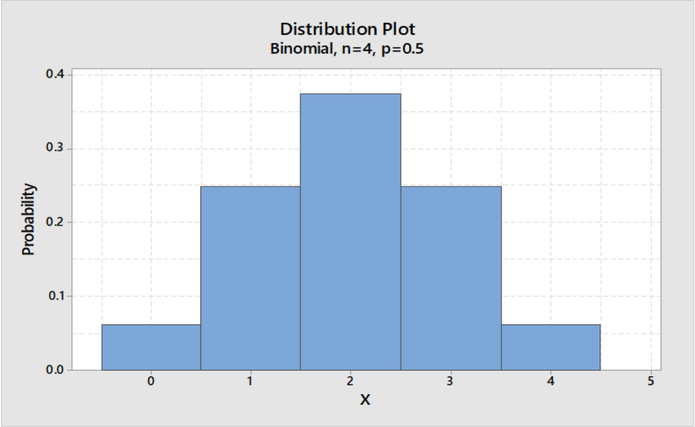
  $$4 \times 0.5 \times 0.5 = 1$$

- O desvio padrão (σ_x) é

  $$\sqrt{\mathbf{n} \cdot \mathbf{p} \cdot (\mathbf{1} - \mathbf{p})}$$

  $$\sqrt{4 \times 0.5 \times 0.5} = 1$$

x	1
n	4
p	0,5



Distribuição Binomial
Exemplo 2

- Uma manufatura tem uma taxa de defeitos de 12% na sua produção. Um comprador decide testar uma amostra de 20 peças aleatórias e só comprará da manufatura se encontrar duas ou menos peças defeituosas na amostra. Qual é a probabilidade de que a compra ocorra?

x	0, 1, 2
n	20
p	0,12

Distribuição Binomial
Exemplo 2

p = 0.12, n = 20, x = 0, 1, 2

$$\mathbf{P(x) = \frac{n!}{x!\,(n-x)!} . p^{x} \cdot (1-p)^{n-x}}$$

$$\mathbf{P(0) = \frac{20!}{0!\,(20-0)!} . 0{,}12^{0} \cdot (1-0{,}12)^{20-0}}$$

$$\mathbf{P(1) = \frac{20!}{1!\,(20-1)!} . 0{,}12^{1} \cdot (1-0{,}12)^{20-1}}$$

$$\mathbf{P(2) = \frac{20!}{2!\,(20-2)!} . 0{,}12^{2} \cdot (1-0{,}12)^{20-2}}$$

P (0,1, 2) = 0,077563 + 0,211535 + 0,274034 = 0,563132

Distribuição Binomial
Exemplo 2

$$\boxed{p = 0.12,\ n = 20,\ x = 0, 1, 2}$$

- A média da distribuição (μ_x) é

  $\boldsymbol{n \cdot p} = 20 \times 0.12 = 2.4$

- A variância (σ^2_x) é

  $\boldsymbol{n \cdot p \cdot (1 - p)}$

  $20 \times 0.12 \times 0.88 = 2.112$

- O desvio padrão (σ_x) é

  $\sqrt{\mathbf{n} \cdot \mathbf{p} \cdot (\mathbf{1} - \mathbf{p})} = 1.453$