

# XMAC02

## Métodos Matemáticos para Análise de Dados

Aula 15 – Testes  $t$  e  $Z$

# p Value

2

- ❑ Importante para realizar teste de hipótese usando software
- ❑ Probabilidade de que a hipótese nula é correta
  - ▣ Se  $p \text{ Value} < \alpha$ , rejeita-se a hipótese nula
  - ▣ Se  $p \text{ Value} > \alpha$ , confirma-se a hipótese nula
- ❑ Exemplo:
  - ▣ Se  $p = 0,045$  é possível rejeitar a hipótese nula com  $\alpha = 0,05$

# Teste Z de uma amostra

3

## □ Condições

- ▣ Amostra aleatória
- ▣ Observações independente
- ▣ Distribuição amostral deve se aproximar de uma Distribuição Normal
  - População possui uma distribuição normal e o desvio padrão da população é conhecido  
E
  - Tamanho da amostra  $\geq 30$

# Teste Z de uma amostra

4

- Exemplo: Máquina fabrica perfumes com média  $\mu = 150$  ml e desvio padrão  $\sigma = 2$  ml. Uma amostra aleatória de 100 frascos de perfume é colhida e observa-se uma média de 150,2 ml. A máquina está operando corretamente (confiança = 95%)?

$$H_0: \mu = 150 \text{ ml}$$

$$H_a: \mu \neq 150 \text{ ml}$$

$$Z_{cal} = \frac{(\bar{x} - \mu)}{\sigma / \sqrt{n}}$$

# Teste Z de uma amostra

5

$$H_0: \mu = 150 \text{ ml}$$

$$H_a: \mu \neq 150 \text{ ml}$$

$$Z_{cal} = \frac{(\bar{x} - \mu)}{\sigma / \sqrt{n}}$$

$$z_{\text{calculado}} = (150.2 - 150) / [2 / \sqrt{100}] = 0.2 / 0.2 = 1$$

$$z_{\text{crítico}} = 1,96$$

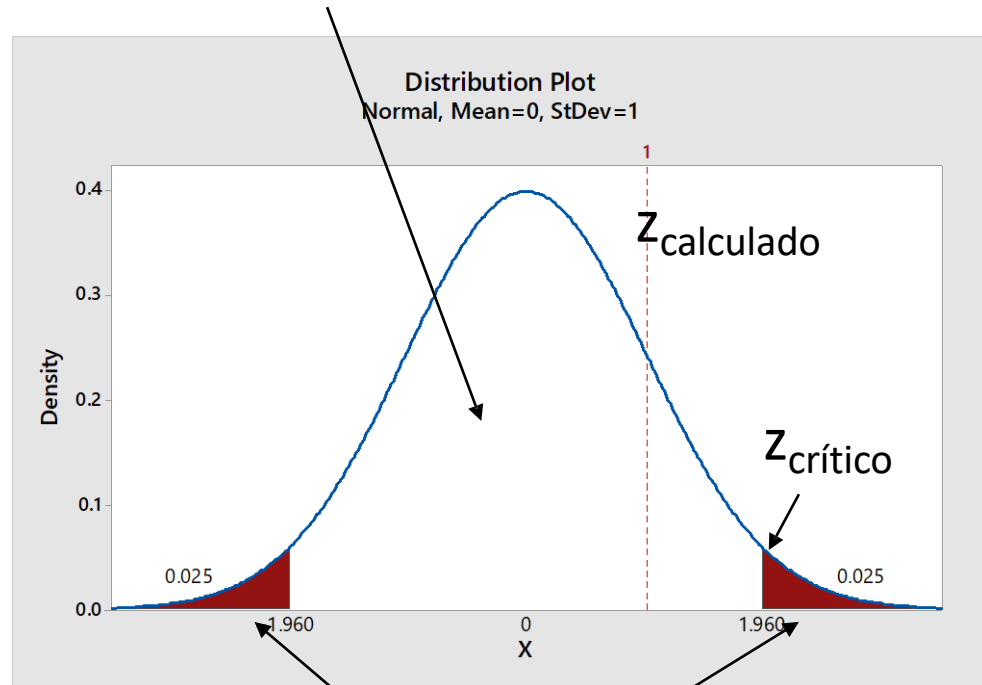
# Teste Z de uma amostra

6

$$z_{\text{calculado}} = (150.2 - 150) / [2 / \sqrt{100}] = 0.2 / 0.2 = 1$$

$$z_{\text{crítico}} = 1.96$$

Falha em rejeitar  $H_0$



Rejeita  $H_0$

# Teste t de uma amostra

7

## □ Condições

- ▣ Amostra aleatória
- ▣ Observações independente
- ▣ Distribuição amostral deve se aproximar de uma Distribuição Normal
  - População possui uma distribuição normal e o desvio padrão da população **não** é conhecido
- E
- Tamanho da amostra  $< 30$

# Teste t de uma amostra

8

- ❑ Exemplo: Máquina fabrica perfumes com média  $\mu = 150$  ml. Uma amostra aleatória de 4 frascos de perfume é colhida e observa-se uma média de 151 ml e um desvio padrão amostral  $s = 2$  ml. A máquina está operando corretamente (confiança = 95%)?

$$H_0: \mu = 150 \text{ ml}$$

$$H_a: \mu \neq 150 \text{ ml}$$

$$t_{cal} = \frac{(\bar{x} - \mu)}{s / \sqrt{n}}$$



# Teste t de uma amostra

9

$$H_0: \mu = 150 \text{ ml}$$

$$H_a: \mu \neq 150 \text{ ml}$$

$$t_{cal} = \frac{(\bar{x} - \mu)}{s / \sqrt{n}}$$

$$t_{\text{calculado}} = (151 - 150) / [2 / \text{sqrt}(4)] = 1/1 = 1$$

$$t_{\text{crítico}} = ?$$

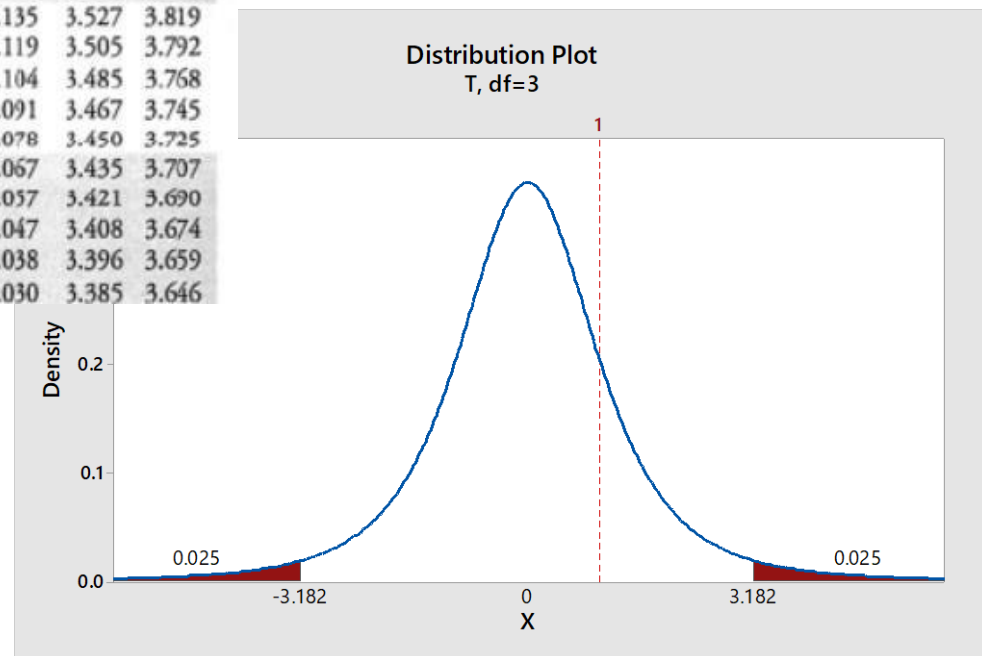
df	TAIL PROBABILITY P											
	.25	.20	.15	.10	.05	.025	.02	.01	.005	.0025	.001	.0005
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.71	15.89	31.82	63.66	127.3	318.3	636.6
2	.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	4.849	6.965	9.925	14.09	22.33	31.60
3	.765	.978	1.250	1.638	2.353	3.182	3.482	4.541	5.841	7.453	10.21	12.92
4	.741	.941	1.190	1.533	2.132	2.776	2.999	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	.727	.920	1.156	1.476	2.015	2.571	2.757	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	.718	.906	1.134	1.440	1.943	2.447	2.612	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	.711	.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.517	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408
8	.706	.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.449	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	.703	.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.398	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	.700	.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.359	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	.697	.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.328	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12	.695	.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.303	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13	.694	.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.282	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14	.692	.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.264	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15	.691	.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.249	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16	.690	.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.235	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17	.689	.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.224	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	.688	.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.214	2.552	2.878	3.197	3.611	3.922
19	.688	.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.205	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20	.687	.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.197	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
21	.686	.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.189	2.518	2.831	3.135	3.527	3.819
22	.686	.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.183	2.508	2.819	3.119	3.505	3.792
23	.685	.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.177	2.500	2.807	3.104	3.485	3.768
24	.685	.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.172	2.492	2.797	3.091	3.467	3.745
25	.684	.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.167	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725
26	.684	.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.162	2.479	2.779	3.067	3.435	3.707
27	.684	.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.158	2.473	2.771	3.057	3.421	3.690
28	.683	.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.154	2.467	2.763	3.047	3.408	3.674
29	.683	.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.150	2.462	2.756	3.038	3.396	3.659
30	.683	.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.147	2.457	2.750	3.030	3.385	3.646

❖  $\alpha = 0.05$  duas caudas

❖  $df = n - 1 = 3$

❖  $t_{\text{crítico}} = 3,182$

df = degree of freedom



# Teste t de uma amostra

11

$$H_0: \mu = 150\text{cc}$$

$$H_a: \mu \neq 150\text{cc}$$

$$t_{cal} = \frac{(\bar{x} - \mu)}{s / \sqrt{n}}$$

$$t_{\text{calculado}} = (151 - 150) / [2 / \text{sqrt}(4)] = 1/1 = 1$$

$$t_{\text{crítico}} = 3,182$$

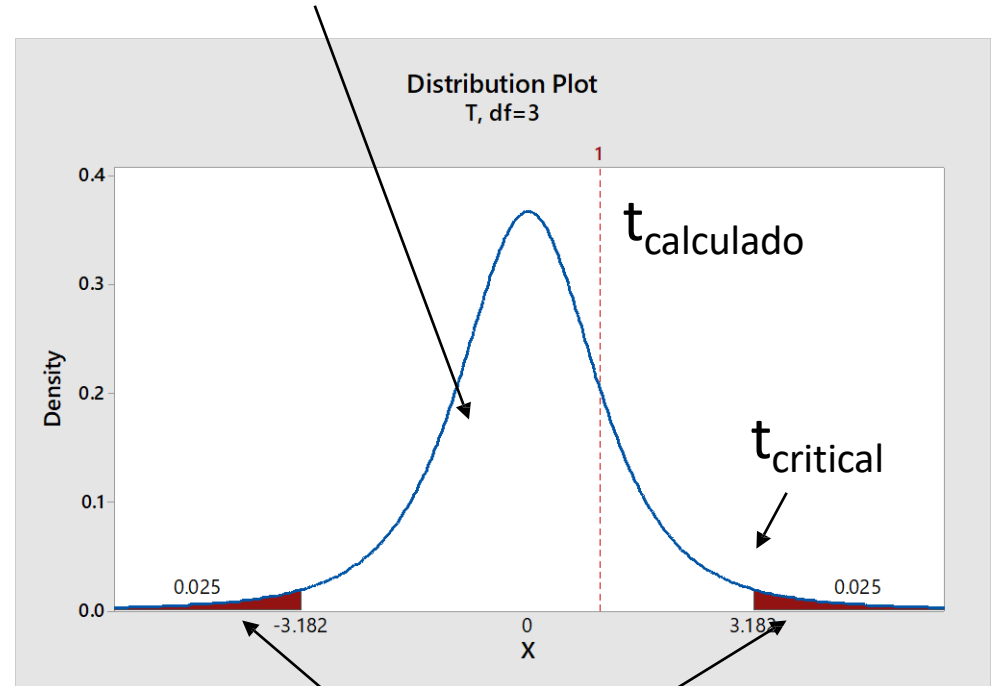
# Teste t de uma amostra

12

$$t_{\text{calculado}} = (151-150)/[2 / \sqrt{4}] = 1/1 = 1$$

$$t_{\text{crítico}} = 3,182$$

Falha em rejeitar  $H_0$



Rejeita  $H_0$