

### UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

#### **Facultad de Ciencias**



#### Plan de estudios de la Licenciatura en Matemáticas

| Variable Compleja I |  |                                  |                                       |       |         |        |    |           |      |
|---------------------|--|----------------------------------|---------------------------------------|-------|---------|--------|----|-----------|------|
| Clave Ser           |  | mestre<br>5                      | Créditos<br>10                        |       |         |        |    |           |      |
|                     |  |                                  |                                       | Campo |         |        |    |           |      |
|                     |  |                                  |                                       | Etapa |         |        |    |           |      |
| Modalidad Cur       |  | Curso                            | Curso (X ) Taller ( ) Lab ( ) Sem ( ) |       | Tipo    | T(X)   | Р( | ) T/P ( ) |      |
| Carácter            |  | Obligatorio (X ) Optativo ( )    |                                       |       | Horas   |        |    |           |      |
|                     |  | Obligatorio E ( ) Optativo E ( ) |                                       |       |         |        |    |           |      |
|                     |  |                                  |                                       |       | 5       | Semana |    | Seme      | stre |
|                     |  |                                  |                                       |       | Teórica | as :   | 5  | Teóricas  | 80   |
|                     |  |                                  |                                       |       | Práctic | as     | )  | Prácticas | 0    |
|                     |  |                                  |                                       |       | Total   | į      | 5  | Total     | 80   |

|                        | Seriación                         |  |  |  |
|------------------------|-----------------------------------|--|--|--|
|                        | Ningung ( )                       |  |  |  |
|                        | Ninguna ( )                       |  |  |  |
| Obligatoria ( )        |                                   |  |  |  |
| Asignatura antecedente |                                   |  |  |  |
| Asignatura subsecuente |                                   |  |  |  |
| Indicativa ( X )       |                                   |  |  |  |
| Asignatura antecedente | Cálculo Diferencial e Integral IV |  |  |  |
| Asignatura subsecuente | Ninguna                           |  |  |  |

#### Objetivo general:

- Entender las propiedades y caracterizaciones (geométricas y algebraicas) de las funciones analíticas.
- Conocer la teoría de integración de las funciones complejas, tanto en sus bases como en sus aplicaciones al estudio mismo de las funciones analíticas.
- Manejar las series de potencias para representar funciones alrededor de un punto donde la función en analítica, así como alrededor de puntos donde la función tiene una singularidad aislada.
- Aprender a utilizar el método de cálculo de residuos para calcular integrales.

|       | Índice temático                    |                   |           |  |  |
|-------|------------------------------------|-------------------|-----------|--|--|
|       | Tema                               | Horas<br>semestre |           |  |  |
|       | Tella                              | Teóricas          | Prácticas |  |  |
| 1     | Preliminares y analicidad          | 20                | 0         |  |  |
| 2     | Integración                        | 20                | 0         |  |  |
| 3     | Series                             | 20                | 0         |  |  |
| 4     | Teorema del residuo y aplicaciones | 20                | 0         |  |  |
|       | Subtotal                           | 80                | 0         |  |  |
| Total |                                    | 8                 | 80        |  |  |

|   | Contenido Temático   |  |  |  |  |  |
|---|--|--|--|--|--|--|
| _ | Tema y subtemas  |  |  |  |  |  |
| 1 | Preliminares y analicidad  |  |  |  |  |  |
|   | <ul> <li>Álgebra y geometría compleja.</li> <li>Proyección estereográfica. Métrica cordal (opcional).</li> <li>Funciones elementales: racionales, exponenecial, trigonométricas.</li> <li>Funciones multivaluadas: Ramas de logaritmo, potencias, raíces.</li> <li>Geometría de estas funciones.</li> <li>Analicidad, ecuaciones de Cauchy-Riemann</li> <li>Conformalidad, teorema de la función inversa.</li> <li>Diferenciación de las funciones elementales, dominios analíticos, puntos rama y cortes rama.</li> </ul>   |  |  |  |  |  |
| 2 | Integración  |  |  |  |  |  |
|   | <ul> <li>2.1 Integral compleja, el teorema fundamental del cálculo, cotas superiores de integrales.</li> <li>2.2 Lema de Goursat, teorema de primitivas locales.</li> <li>2.3 Teorema de Cauchy.</li> <li>2.4 Teorema de la deformación y de Cauchy con homotopía (opcional).</li> <li>2.3 Teorema de Morera.</li> <li>2.4 Integrales de tipo Cauchy, índice, fórmulas integrales de Cauchy.</li> <li>2.5 Teoremas de Liouville y fundamental del álgebra.</li> <li>2.6 Lema de Schwartz y teorema del módulo máximo par funciones analíticas y armónicas.</li> <li>2.7 Funciones armónicas conjugadas, problema de Dirichlet y fórmula de Poisson.</li> <li>2.8 Flujos de fluidos, lineas de flujo y función corriente (opcional)</li> <li>2.9 Principio del argumento, teorema de Rouché (opcional)</li> </ul> |  |  |  |  |  |
| 3 | Series   |  |  |  |  |  |
|   | 3.1 Criterio M de Weierstrass, teorema de Weierstrass o de la convergencia analítica.  |  |  |  |  |  |
|   | 3.2 Lema de Abel, teorema de Taylor, criterios para el radio de convergencia, producto de series de potencias.   |  |  |  |  |  |
|   | <ul> <li>3.3 Teorema de Laurent.</li> <li>3.4 Singularidades, clasificación de singularidades, teorema de Casorati-Weisrstrass.</li> </ul>   |  |  |  |  |  |

|   | <ul><li>3.5 Ejemplos elementales de continuación analítica (opcional).</li><li>3.6 Cálculo de residuos.</li></ul>                                 |
|---|---|
| 4 | Teorema del residuo y aplicaciones  |
|   | 4.1 Teorema del residuo.  |
|   | 4.2 Cálculo de integrales impropias de funciones racionales, cálculo de integrales trigonométricas.   |
|   | 4.3 Cálculo de integrales definidas por la transformada de Fourier y Laplace de funciones O grande de 1/z, cuando z tiende a infinito (opcional). |
|   | 4.4 Cálculo de integrales usando cortes rama (opcional).  |

| Estrategias didácticas           |     | Evaluación del aprendizaje |     |
|----------------------------------|-----|----------------------------|-----|
| Exposición                       | (X) | Exámenes parciales         | (X) |
| Trabajo en equipo                | ( ) | Examen final               | (X) |
| Lecturas                         | ( ) | Trabajos y tareas          | (X) |
| Trabajo de investigación         | ( ) | Presentación de tema       | ( ) |
| Prácticas (taller o laboratorio) | ( ) | Participación en clase     | (X) |
| Prácticas de campo               | ( ) | Asistencia                 | ( ) |
| Aprendizaje por proyectos        | ( ) | Rúbricas                   | ( ) |
| Aprendizaje basado en problemas  | ( ) | Portafolios                | ( ) |
| Casos de enseñanza               | ( ) | Listas de cotejo           | ( ) |
| Otras (especificar)              |     | Otras (especificar)        |     |
|                                  |     |                            |     |
|                                  |     |                            |     |

| Perfil profesiográfico |  |  |  |  |
|------------------------|--|--|--|--|
| Título o grado         | Matemático, físico o licenciado en otra carrera afín.                      |  |  |  |
| Experiencia docente    | Con experiencia docente  |  |  |  |
| Otra característica    | Especialista en el área de la asignatura a juicio del comité de asignación |  |  |  |
|                        | de cursos.   |  |  |  |

## Bibliografía básica:

- Ahlfors, L.V. Complex Analysis,. México: McGraw-Hill, 1979
- Churchill, R.V., Complex variables and Applications, New York, McGraw-Hill, 1996
- Lascurain, A., *Notas para el curso de Variable Compleja I*, Vinculos Matemáticos #3, México, Facultad de Ciencias, 2000
- Marsden, J.E., Análisis Básico de Variable Compleja, México, Trillas, 1996

# Bibliografía complementaria:

- Markusevich, A., Teoría de las Funciones Analiíticas, Moscú, MIR, 1978.
- Titchmarsh, E.C., *The Theory of Functions*, Oxford, UK: Oxford Univ. Press.