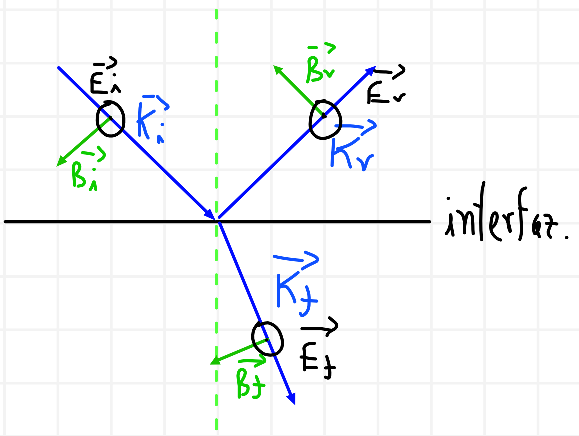
Ecuaciones de Fresnel

1^{er} caso: $\vec{E} \perp$ al plano de incidencia



$$\left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)_\perp = \frac{\frac{n_i}{\mu_i}\cos\theta_i - \frac{n_t}{\mu_t}\cos\theta_t}{\frac{n_i}{\mu_i}\cos\theta_i + \frac{n_t}{\mu_t}\cos\theta_t} \quad \dots \quad (\mathrm{I})$$

$$\left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}}\right)_\perp = \frac{2\frac{n_i}{\mu_i}\cos\theta_i}{\frac{n_i}{\mu_i}\cos\theta_i + \frac{n_t}{\mu_t}\cos\theta_t} \quad \dots \quad (\mathrm{II})$$

(I), (II): Ecuaciones de Fresnel para el caso 1.

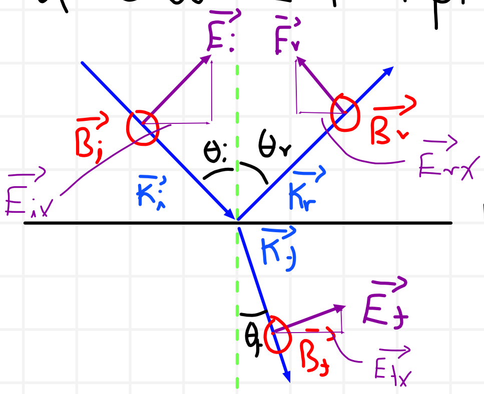
En medios dieléctricos: $\mu_i = \mu_t$.

$$\left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)_\perp = \frac{n_i\cos\theta_i - n_t\cos\theta_t}{n_i\cos\theta_i + n_t\cos\theta_t} = r_\perp \qquad \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}}\right)_\perp = \frac{2n_i\cos\theta_i}{n_i\cos\theta_i + n_t\cos\theta_t} = t_\perp$$

Coeficiente de fresnel para la reflexión en el caso 1.

Coeficiente de Fresnel para la transmisión en el caso 1.

2^o Caso: $\vec{E} \parallel$ al plano de incidencia:



Las componentes de campo eléctrico paralelas a la interfaz de $\vec{E_i}$, $\vec{E_r}$ y $\vec{E_t}$ son continuas a través de la interfaz, i.e: valen lo mismo de un lado y del otro de la interfaz. Así:

$$\vec{E_{ix}} + \vec{E_{rx}} = \vec{E_{tx}}$$

$$\Rightarrow E_{0i}\cos\theta_i + E_{0r}\cos\theta_r = E_{0t}\cos\theta_t \qquad \text{y:}$$

$$\vec{B_i} + \vec{B_r} = \vec{B_t}$$

Del mismo modo que para el caso 1 lo anterior nos permite:

$$\frac{1}{\mu_i v_i}E_{0i} + \frac{1}{\mu_r v_r}E_{0r} = \frac{1}{\mu_t v_t}E_{0t}$$

Considerando $\theta_i = \theta_r$:

$$\left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right) = \frac{\frac{n_t}{\mu_t}\cos\theta_t - \frac{n_i}{\mu_i}\cos\theta_i}{\frac{n_t}{\mu_t}\cos\theta_t + \frac{n_i}{\mu_i}\cos\theta_i} \quad \dots \quad (\mathrm{III}) \qquad \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}}\right) = \frac{2\frac{n_i}{\mu_i}\cos\theta_i}{\frac{n_i}{\mu_i}\cos\theta_i + \frac{n_t}{\mu_t}\cos\theta_t} \quad \dots \quad (\mathrm{IV})$$

Para el caso de un dieléctrico:

$$\left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)_{\parallel} = \frac{n_t\cos\theta_t - n_i\cos\theta_i}{n_t\cos\theta_t + n_i\cos\theta_i} = r_{\parallel}$$

Coeficiente de Fresnel para la reflexión en el caso 2

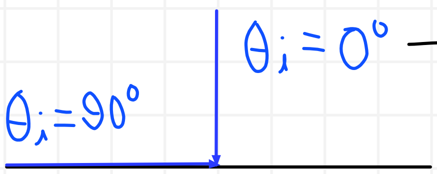
$$\left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}}\right)_{\parallel} = \frac{2n_i\cos\theta_i}{n_i\cos\theta_i + n_t\cos\theta_t} = t_{\parallel}$$

Coeficiente de Fresnel para la transmisión en el caso 2.

Usando Ley de Snell:

$$r_{\perp} = -\frac{\operatorname{sen}(\theta_i-\theta_t)}{\operatorname{sen}(\theta_i+\theta_t)}\,;\quad t_{\perp} = \frac{2\operatorname{sen}\theta_t\cdot\cos\theta_i}{\operatorname{sen}\theta_i+\theta_t}\,;\quad r_{\parallel} = \frac{+\tan\theta_i-\theta_t}{\tan\theta_i+\theta_t}\,;\quad t_{\parallel} = +\frac{2\operatorname{sen}\theta_t\cos\theta_i}{\operatorname{sen}(\theta_i+\theta_t)\cdot\cos(\theta_i-\theta_t)}$$

Interpretación Física:



$\theta_i = 0^\circ \longrightarrow$ Incidencia normal y ortogonal.

¿Cómo se comportan los coeficientes de Fresnel?

$$r_{\parallel}\Big|_{\theta_i\simeq 0} = \frac{\tan(\theta_i-\theta_t)}{\tan(\theta_i+\theta_t)} = \frac{\operatorname{sen}(\theta_i-\theta_t)}{\operatorname{sen}(\theta_i+\theta_t)} = -r_{\perp} = -r_{\perp}\Big|_{\theta_i\simeq 0}$$

Por tanto, con las expresiones anteriores:

$$r_{\parallel}\Big|_{\theta_i\simeq 0^\circ} = -r_{\perp}\Big|_{\theta_i\simeq 0^\circ} = \frac{n_t\cos\theta_t - n_i\cos\theta_i}{n_t\cos\theta_t + n_i\cos\theta_i}\Big|_{\theta_i\simeq 0^\circ} = \frac{n_t-n_i}{n_t+n_i} \quad (\theta_i\simeq 0^\circ \Rightarrow \theta_t\simeq 0^\circ)$$

Cuando $n_t > n_i$, $\theta_t < \theta_i$, de donde:

$$r_{\perp} = -\frac{\operatorname{sen}\theta_i-\theta_t}{\operatorname{sen}\theta_i+\theta_t} < 0,\ \forall\ \theta_i.$$

Para $r_{\parallel}$:

$$r_{\parallel} = +\frac{\tan(\theta_i-\theta_t)}{\tan(\theta_i+\theta_t)}$$ Cuando $\theta_i \simeq 0^\circ$, $r_{\parallel}\big|_{\theta_i\simeq 0} > 0$

+ Cuando $\theta_i\simeq 0^\circ$: $r_{\parallel}\big|_{\theta_i\simeq 0^\circ} = -r_{\perp}\big|_{\theta_i\simeq 0^\circ} = \frac{\operatorname{sen}\theta_i-\theta_t}{\operatorname{sen}\theta_i+\theta_t} = \frac{n_t-n_i}{n_t+n_i}$

Para reflexión externa:

$n_t > n_i$, $r_{\perp} < 0\ \forall\ \theta_i$. $r_{\parallel}\big|_{\theta_i\simeq 0^\circ} > 0$ hasta que $\theta_i+\theta_t = \frac{\pi}{2}$. En ese momento $r_{\parallel} = 0$. A partir de ese valor de θ_i: $r_{\parallel} < 0$.

¿A cuál valor de θ_i corresponde $\theta_i+\theta_t = \frac{\pi}{2}$?

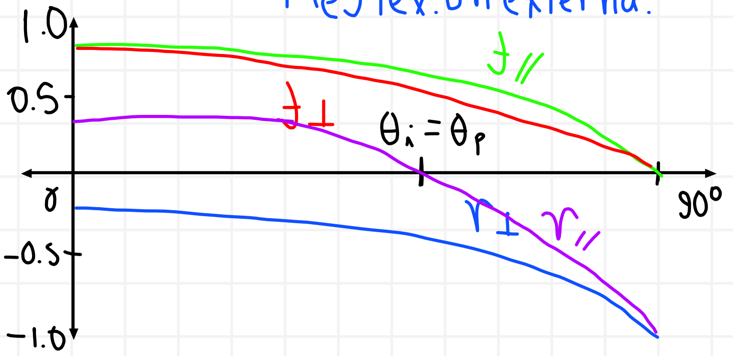
Por Ley de Snell: $\theta_t = \arcsin\left(\frac{n_i}{n_t}\,\text{sen}\,\theta_i\right)$ y $\underbrace{\theta_i}_{} = \arcsin\left(\frac{n_t}{n_i}\,\text{sen}\,\theta_t\right) = \underbrace{\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{n_i}{n_t}\,\text{sen}\,\theta_i\right)}_{}$

ángulo de polarización
o de BREWESTER.
θ_p

Para $\theta_i > \theta_p$, $r_{//} < 0$. Para $t_\perp$ y $t_{//}$ estos son siempre positivos para $\theta_i \simeq 0°$.

$$t_{//}\big|_{\theta_i \simeq 0°} = t_\perp\big|_{\theta_i \simeq 0°} = \frac{2n_i}{n_i + n_t}$$

Reflexión externa.



Luego, se demostrará:

$$t_\perp + (-r_\perp) = 1 \ \forall\ \theta_i \ \text{(ref. externa)}$$

$$t_{//} + r_{//} = 1 \ \text{(solo para } \theta_i \simeq 0°\text{)}$$

Para reflexión interna ($n_t < n_i$ y $\theta_t > \theta_i$). Se puede tener $\theta_t = \frac{\pi}{2}$ para $\theta_i < \frac{\pi}{2}$

$$r_\perp = -\frac{\text{sen}(\theta_i - \theta_t)\}<0}{\text{sen}(\theta_i + \theta_t)\}>0} \Rightarrow r_\perp > 0 \ \forall\ \theta_i$$

$\Rightarrow$ tenemos un rayo rasante, i.e. la luz no pasa al medio transmisor.

θ_i tal que $\theta_t = \frac{\pi}{2}$ es llamado ángulo crítico θ_c.