

3. Sea  $f: A \times B \rightarrow \mathbb{R}$  una función integrable,  $A \subset \mathbb{R}^m$ ,  $B \subset \mathbb{R}^n$ . Demuestre que existe un conjunto de medida nula  $\underline{X} \subset A$  tal que  $\forall x \in A \setminus \underline{X}$ , la función  $f_x: B \rightarrow \mathbb{R}$  es integrable.  
 $x \mapsto f(x, y)$

1. Determinar  $\int_S (x-y)^2 \sin^2(x+y)$ , siendo  $S$  el paralelogramo de vértices  $(\pi, 0), (2\pi, \pi), (\pi, 2\pi), (0, \pi)$ .

2. Probar el leorema de cambio de variable para el caso de la T. lineal,  $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,  $T(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x_1, \dots, x_i + x_{i+1}, \dots, x_n)$ ,  $f: \underline{X} \rightarrow \mathbb{R}$  integrable. Esto es, probar que:

Nota:  $\underline{X} \subset \mathbb{R}^n$  es J-medible

$$\int_{T(\underline{X})} f = \int_{\underline{X}} f \circ T |\det T|$$

4. Determinar:

$$\int_0^a \left( \int_0^{\sqrt{a-y^2}} f dx \right) dy; \quad f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) \mapsto x^2 + y^2$$