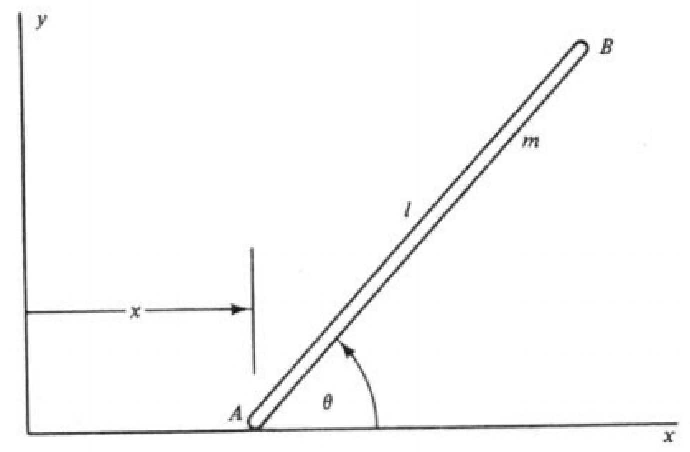
HAMILTON.

1. Una varilla delgada de masa m y longitud l puede deslizarse sobre el plano xy de tal manera que el extremo A se mueve sobre el eje x sin fricción. Usando (x, θ) como coordenadas generalizadas. Calcule la función lagrangiana y el momento generalizado p_θ.



2. Aplique las ecuaciones de Hamilton para el movimiento plano de una partícula de masa unitaria en un campo de fuerzas de potencial $k \cos\theta/r^2$.
   Pruebe que si al tiempo $t = 0, r = a, \dot{r} = 0$, entonces $t = \sqrt{(r^2 - a^2)/2E}$, donde E es la energía total.

3. Una partícula de masa m se mueve en una dimensión bajo la influencia de una fuerza

$$F(x,t) = \frac{k}{x^2} e^{-(t/\tau)}$$

donde k y τ son constantes positivas. Calcule las funciones lagrangiana y hamiltoniana. Compare la hamiltoniana y la energía total. ¿Se conserva la energía del sistema?

4. Una partícula de masa m es atraída hacia un punto fijo O por una fuerza de cuadrado inverso,

$$F = -\frac{km}{r^2}$$

donde k es una constante. Usando coordenadas polares planas (r, θ). Calcule:

a) la función lagrangiana,
b) los momentos generalizados,
c) la función hamiltoniana,
d) las ecuaciones de Hamilton y de aquí muestre que $p_\theta = \beta =$ constante. Encuentre la ecuación de movimiento en función de r,
e) muestre que la función hamiltoniana se puede escribir en términos de p_r, r y β. (Observe que así sólo permanece un grado de libertad, mostrando una ventaja sobre el método lagrangiano).