## Ejercicios Variedades Diferenciables Vol. I

Cristo Daniel Alvarado

9 de octubre de 2025

# Índice general

## Lista de Códigos

### Capítulo 1

# ÁLGEBRA EXTERIOR SOBRE UN ESPACIO VECTORIAL DE DIMENSIÓN FINITA

#### Ejercicio 1.1.1 (Ejercicio 14)

Sea E un espacio vectorial de dimensión finita sobre un campo  $\mathbb{K}$  provisto de una base  $\{\vec{e_1}, \dots \vec{e_n}\}$ .

Para todo entero no negativo  $p \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$  se considera un espacio vectorial  $E^p$  provisto de una base  $\{\vec{e}_{\alpha_1,\dots\alpha_p}\}_{\alpha_1\dots\alpha_p}$  en correspondencia biyectiva con el conjunto de todas las  $n^p$  sucesiones finitas  $(\alpha_1,\dots,\alpha_p)$  de elementos en [|1,n|].

Es claro que  $E^0 \cong \mathbb{K}$  y que  $E^1 \cong E$ . Se define el espacio vectorial de dimensión finita:

$$\otimes E = \bigoplus_{p \ge 0} E^p$$

(a) Muestre que  $\otimes E$  es un álgebra asociativa con uno, mediante la tabla de multiplicación:

$$\vec{e}_{\alpha_1,\dots,\alpha_p} \otimes \vec{e}_{\beta_1,\dots,\beta_q} = \vec{e}_{\alpha_1,\dots,\alpha_p,\beta_1,\dots,\beta_q}$$

En particular,  $\vec{e}_{\alpha_1,\dots,\alpha_p} = \vec{e}_{\alpha_1} \otimes \dots \otimes \vec{e}_{\alpha_p}$ .

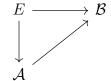
(b) De aquí en adelante, álgebra querrá decir álgera asociativa con uno y los homomorismos  $\phi$  de álgebras deberán satisfacer que  $\phi(1) = 1$ .

Sea E un espacio vectorial,  $\mathcal{A}$  un álgebra, i una aplicación lineal de E en  $\mathcal{A}$ . La tripleta  $(E, \mathcal{A}, i)$  se llama álgebra tensorial sobre E si satisface la siguiente propiedad universal:

Para toda aplicación lineal  $\lambda: E \to \mathcal{B}$  de E en un álgebra  $\mathcal{B}$  existe un único homomorfismo de álgebras  $\lambda^*: \mathcal{A} \to \mathcal{B}$  tal que:

$$\lambda = \lambda^* \circ i$$

es decir, que el diagrama:



es conmutativo.

### Capítulo 2

# APLICACIONES MULTILINEALES ALTERNADAS. FORMAS EXTERIORES

### Capítulo 3

# ÁLGEBRA EXTERIOR SOBRE UN ESPACIO DE PRODUCTO ESCALAR