

1) S: A es de medida cero y $B \subseteq A$, probar que B es de medida 0.

Sea $\varepsilon > 0$. Como A es de medida cero, existe una colección a lo más, numerable $\{V_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ de celdas cerradas tales que:

$$A \subseteq \bigcup_{i \in \mathbb{N}} V_i \quad \text{y} \quad \sum_{i \in \mathbb{N}} c(V_i) < \varepsilon$$

Luego:

$$B \subseteq \bigcup_{i \in \mathbb{N}} V_i \quad \text{y} \quad \sum_{i \in \mathbb{N}} c(V_i) < \varepsilon$$

Lo cual concluye la prueba. ■

3) S: A es de medida cero, \bar{A} es de medida cero?

No, tome a $A = \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$, $\bar{A} = \mathbb{R}$ y A es de medida cero, pues es una unión numerable de puntos. \bar{A} no es de medida cero, pues cualquier cubierta de \bar{A} de celdas cerradas cumple que: $\sum_{i \in \mathbb{N}} c(V_i) \geq \varepsilon \quad \forall \varepsilon > 0$. ●

4) S: A tiene contenido cero, \bar{A} tiene contenido cero?

5) S: A tiene contenido cero, probar que $\partial A = F_r A$ tiene contenido cero.

Dem: