Ondas armónicas simples (o senoidales)

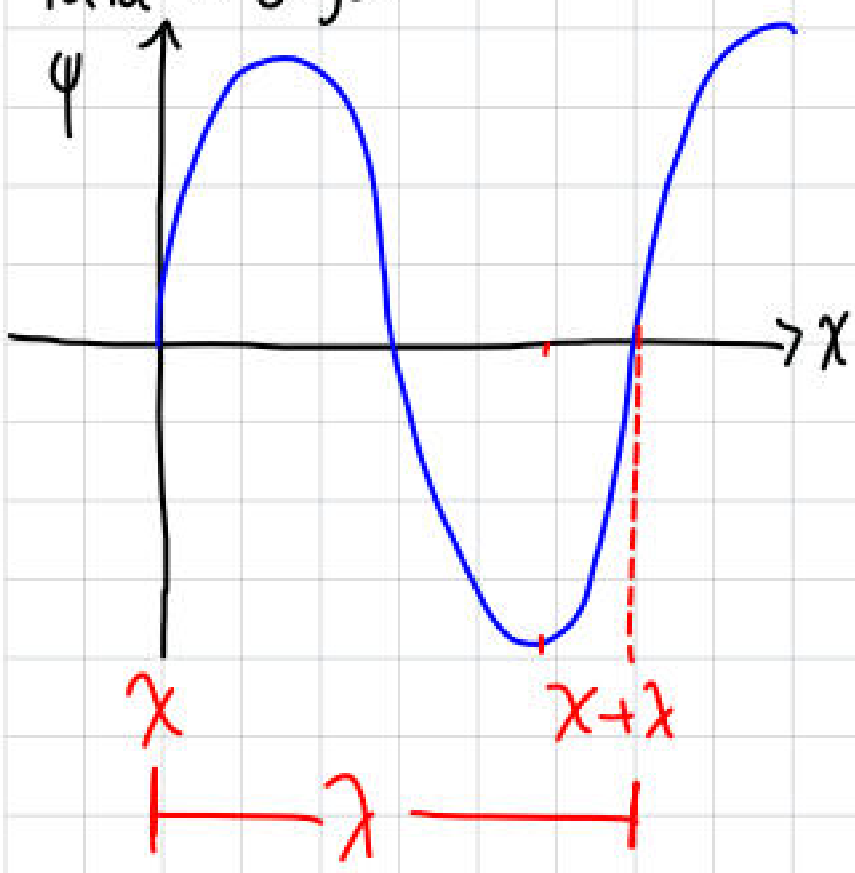
$$\Psi(x,t) = f(x \pm vt)$$

$$\Psi(x,t) = A \cdot \text{sen}\left(K(x \pm vt)\right) \quad ó \quad \Psi(x,t) = B \cdot \cos\left(K(x \pm vt)\right)$$

Queremos funciones que satisfagan la función de onda:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$$

Para t fijo:



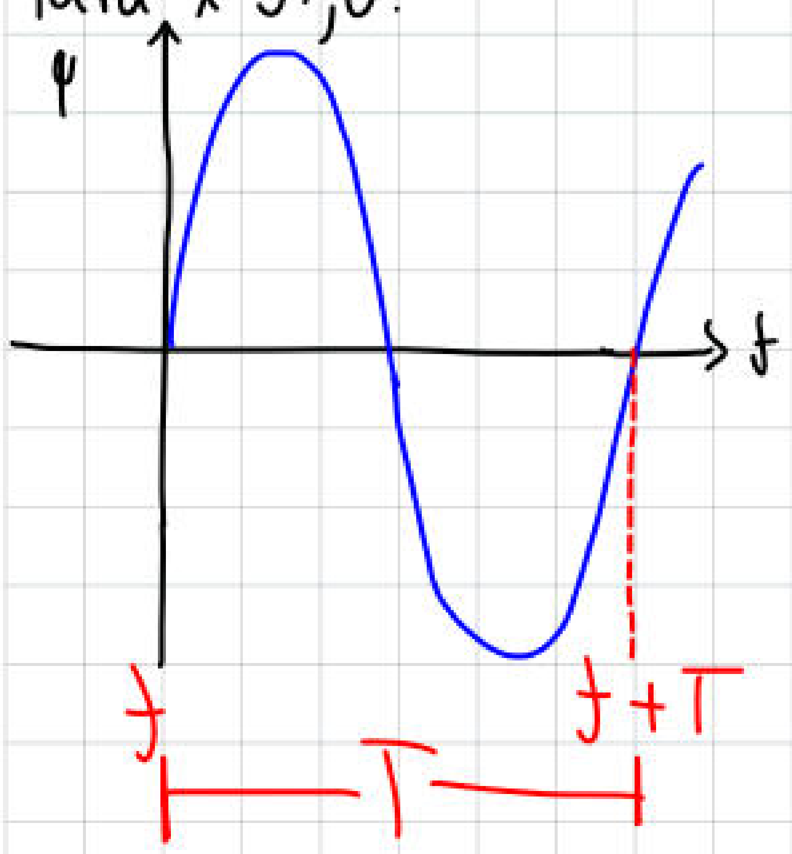
λ: Periodo espacial de la onda.

Para este t fijo:

$$\Psi(x,t)\big|_{t_{fijo}} = \Psi(x \pm \lambda, t)\big|_{t_{fijo}}$$

$$K = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Para x fijo:



T: Periodo temporal.

$$\nu = \frac{1}{T} \Bigg\} \text{ Frecuencia Temporal}$$

$$\Psi(x,t)\big|_{x_{fijo}} = \Psi(x, t \pm T)\big|_{x_{fijo}}$$

Además, tenemos las igualdades:

$$v = \lambda \cdot \nu, \quad v = \frac{\lambda}{T}$$

Si ν aumenta, λ disminuye y viceversa.

Definimos la frecuencia temporal angular:

$$\omega = 2\pi\nu, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Y, la frecuencia espacial:

$$\overbrace{K}^{\text{Kappa}} = \frac{1}{\lambda}$$

el número de onda:

$$K = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Por tanto:

$$\Psi(x,t) = A \cdot sen(K(x \mp vt))$$
$$\Rightarrow \Psi(x,t) = A \cdot sen\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda} \mp \frac{t}{T}\right)\right)$$
$$\Rightarrow \Psi(x,t) = A \cdot sen(2\pi(Kx \mp vt))$$
$$\Rightarrow \Psi(x,t) = A \cdot sen(Kx \mp \omega t) \text{ \} Forma convencional}$$
$$\Rightarrow \Psi(x,t) = A \cdot sen\left(2\pi\nu\left(\frac{x}{v} \mp t\right)\right)$$

tqm, <3 cristo

ONDA ARMÓNICA SIMPLE.
UNIDIMENSIONAL.

Definimos la fase de una onda como el argumento de la función seno o coseno:

$$\varphi(x,t) = Kx \mp \omega t$$

Luego:

$$\Psi(x,t) = A \cdot sen(\varphi(x,t))$$

Veamos su comportamiento:

$$\Psi(x,t)\Big|_{\substack{x=0\\t=0}} = A \cdot sen(K \cdot 0 \mp \omega \cdot 0) = 0$$

i.e la onda armónica simple valdrá siempre cero en el origen espacial y temporal. Para el coseno, el valor aquí será de A. Por tanto su máximo se alcanzará en $t=0$ y $x=0$.

Si queremos que no inicie en 0, definimos la fase inicial de la onda:

$$\varphi(x,t) = Kx \mp \omega t + \varepsilon$$

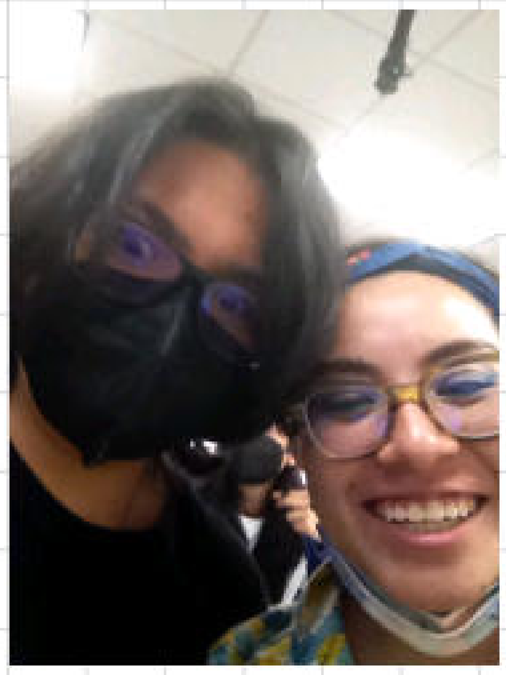
Por lo tanto:

$$\Psi(x,t) = A \cdot sen(\overbrace{Kx \mp \omega t + \varepsilon}^{\varphi(x,t)})$$

Veamos su comportamiento:

$$\underbrace{\left|\frac{\partial\varphi(x,t)}{\partial t}\right|}_{\text{Tasa de cambio de la fase respecto al tiempo.}} = \omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} \quad y \quad \underbrace{\left|\frac{\partial\varphi(x,t)}{\partial x}\right|}_{\text{Tasa de cambio de la fase respecto a la posición.}} = K = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Por tanto:



$$\underbrace{\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)_{\varphi_0}}_{\text{VELOCIDAD de PROPAGACIÓN de la CONDICIÓN FASE CONSTANTE.}} = -\frac{\frac{\partial\varphi(x,t)}{\partial t}}{\frac{\partial\varphi(x,t)}{\partial x}} = \pm\frac{\omega}{K} = \pm\frac{2\pi\nu\lambda}{2\pi} = \pm v \Bigg\} \text{Velocidad de propagación de la onda.}$$

Fase constante implica que $\varphi(x,t) = Kx \mp \omega t + \varepsilon$ NO CAMBIA (para $\varepsilon = 0$ ¿?) i.e, usamos x, t tales que $\varphi(x,t)$ se mantiene constante. Ya no nos fijamos en la onda, sino en puntos x,t donde $\varphi(x,t)$ es constante.

$$\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)_{\varphi_0} = v \Bigg\} \text{A esta velocidad también se le llama velocidad de fase.}$$

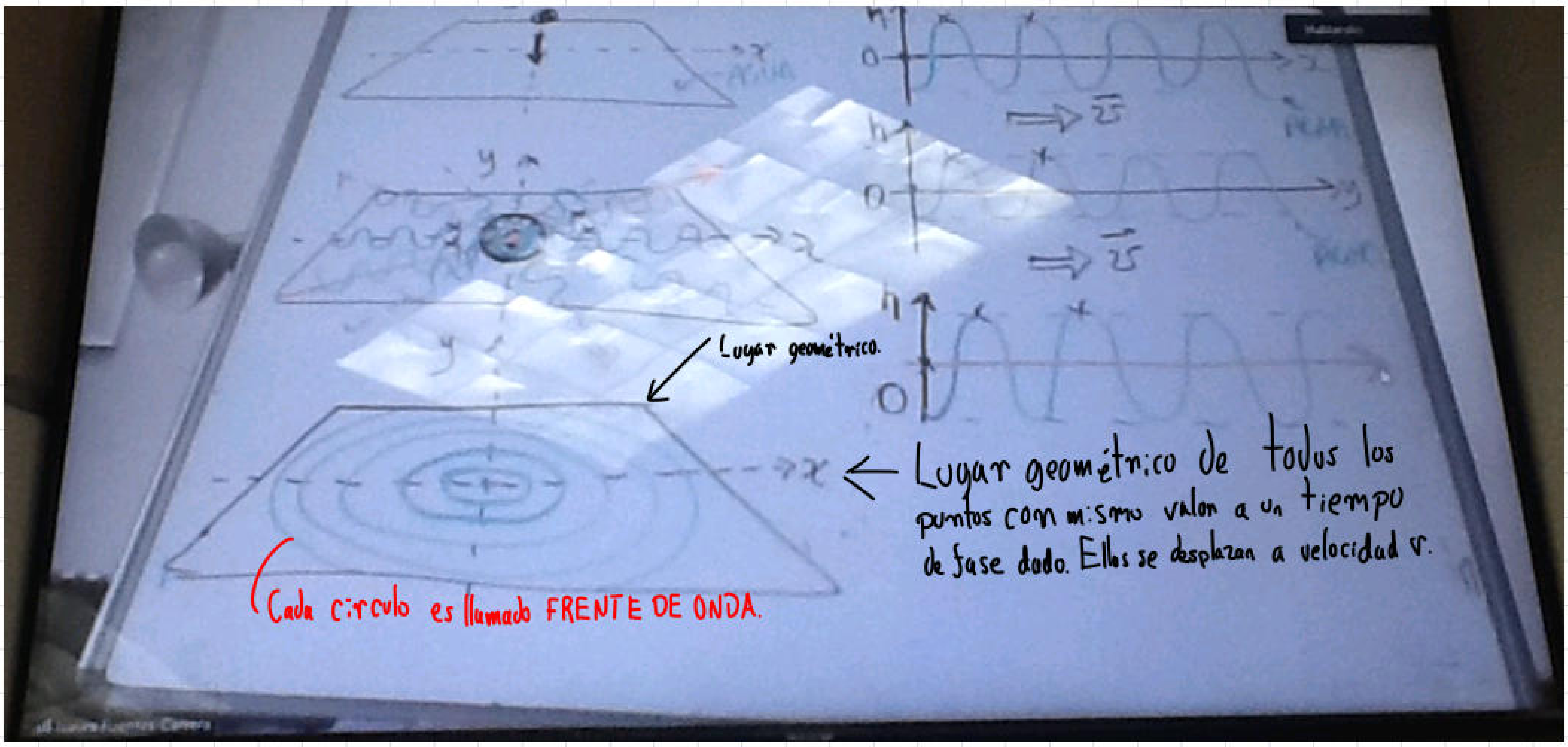
Sobre la noción de propagación de fase constante.

$$\Psi(x,t) = A\cdot \text{sen}(K(x \mp vt))$$

Con FASE CONSTANTE, $\varphi(x,t) = K(x \mp vt)$ es constante. Si x aumenta, t aumenta y viceversa. En este caso, la onda viaja en $+x$. Si t disminuye y x disminuye, la onda viaja en $-x$.

Si la fase es constante:

$$\frac{d\varphi(x,t)}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d\Psi(x,t)}{dt} = 0 \Rightarrow \pm v = -\frac{\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t}}{\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial x}}$$



Principio de Superposición

Sean $\Psi_1(x,t)$ y $\Psi_2(x,t)$ dos funciones que representan ondas, i.e ambas satisfacen la ecuación diferencial de onda:

$$\frac{\partial \Psi^2(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial t^2}$$

La suma de las mismas $\Psi_1(x,t) + \Psi_2(x,t)$ también satisface la ecuación de onda. Si dos ondas se encuentran en un punto P, la superposición de las mismas está dada por su SUMA ALGEBRAICA.