Ondas 3D Planas.

Serán variantes respecto a x, y, z y t, con $\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k} = \vec{r}(x,y,z)$ el vector posición de ese punto: $\Psi(x,y,z,t) = \Psi(\vec{r},t)$.

Estas ondas se denominan planas, pues el lugar geométrico en el que la fase de la onda $\Psi(\vec{r},t)$ a un tiempo dado, es un plano. Estudiaremos, en particular, ondas armónicas simples, también llamadas ondas senoidales (tienen función seno o coseno asociada). Ejemplo:

$$\Psi(\vec{r},t) = A \underbrace{\text{sen}}_{\text{Puede ser sen ó cos.}} (\varphi(\vec{r},t))$$

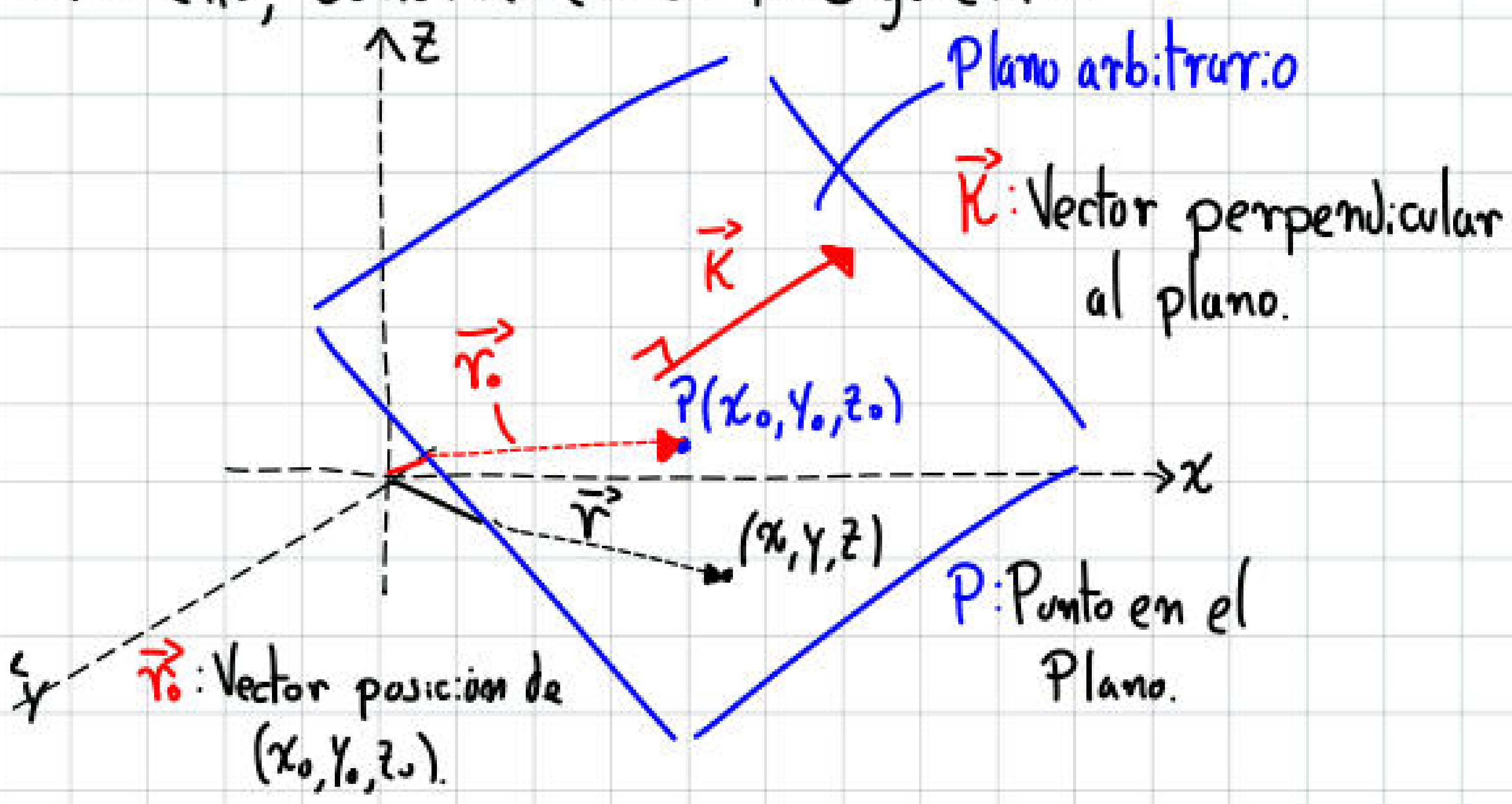
Con $\varphi(\vec{r},t)$ la fase de la onda. Para la luz, la fase será la misma, en cáscarones esféricos concéntricos, como se muestra a la derecha:

Aquí, analizaremos el caso en que los puntos que tienen mismo valor de fase son planos (cabe destacar que, para una onda, estos planos son paralelos).

$$\varphi(\vec{r},t) = cte \Rightarrow \Psi(\vec{r},t) = cte$$

Para ello, consideremos lo siguiente:

$$\vec{r}_0 = x_0\hat{\imath} + y_0\hat{\jmath} + z_0\hat{k}$$



Escribiremos a $\vec{K}$ como sigue:

$$\vec{K} = K_x\hat{\imath} + K_y\hat{\jmath} + K_z\hat{k}$$

Sea $\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}$ un vector cualquiera que apunta a un punto del plano. Se calcula:

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = (x - x_0)\hat{\imath} + (y - y_0)\hat{\jmath} + (z - z_0)\hat{k}$$

Como $\vec{r}$ apunta a un punto del plano, se tiene que $\vec{r} - \vec{r}_0 \perp \vec{K}$. Luego:

$$\langle \vec{r} - \vec{r}_0, \vec{K} \rangle = 0 \text{ ó}$$

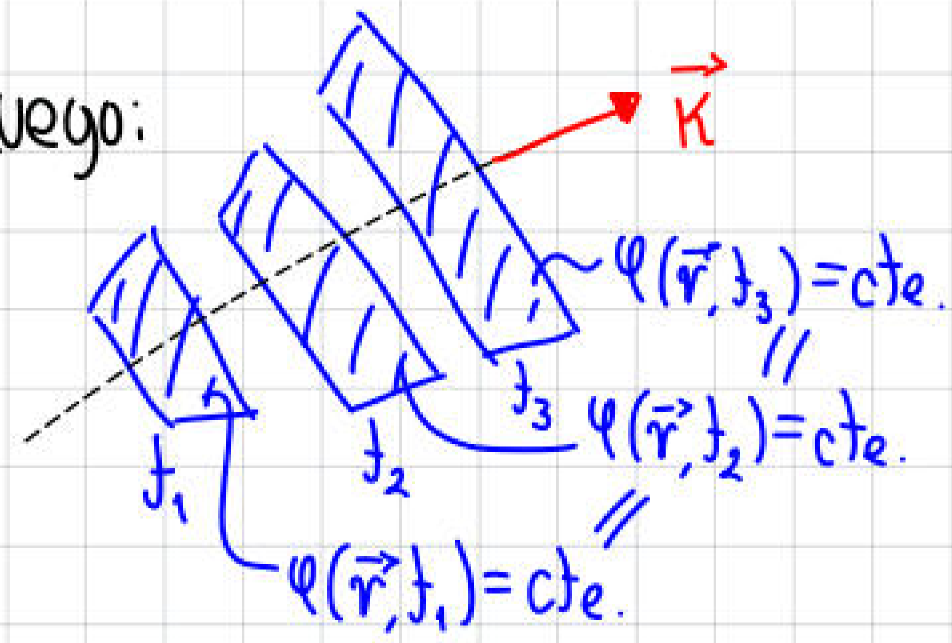
$$(\vec{r} - \vec{r}_0) \cdot \vec{K} = 0$$

Ecuación del Plano $\left\{ \Rightarrow K_x(x - x_0) + K_y(y - y_0) + K_z(z - z_0) = 0 \right.$

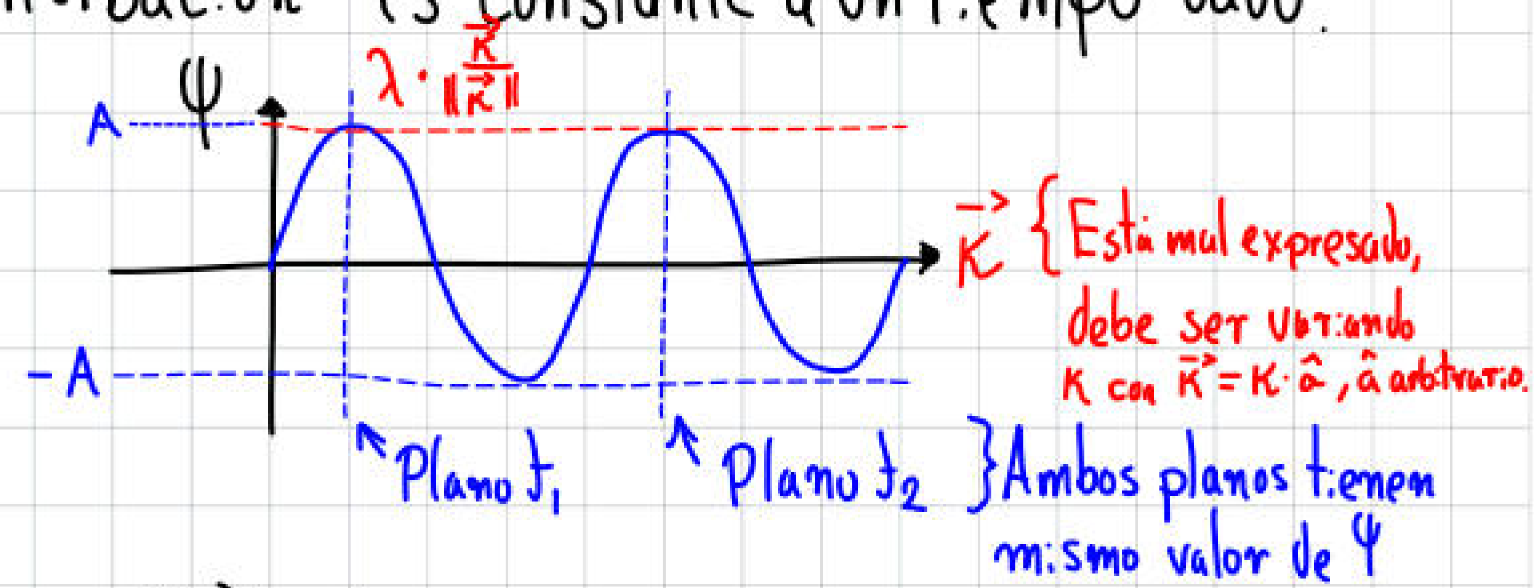
$$\Rightarrow \underbrace{K_x x + K_y y + K_z z}_{\vec{K}\cdot\vec{r}} = \underbrace{K_x x_0 + K_y y_0 + K_z z_0}_{cte.}$$

Por tanto: $\vec{K} \cdot \vec{r} = cte$. La condición para que (x,y,z) esté en el plano, es que su vector posición $\vec{r}$ cumpla que: $\vec{r} \cdot \vec{K} = 0$, con $\vec{K}$ un vector perpendicular al plano. Para un frente de onda plano, el vector perpendicular es $\vec{K}$.

Luego:



Los planos de la izquierda son un conjunto de planos sobre los que la perturbación es constante a un tiempo dado. Así:



Esto se puede escribir:

$$\psi(\vec{r}) = A\,\text{sen}(\vec{K}\cdot\vec{r})$$
$$\psi(\vec{r}) = A\cos(\vec{K}\cdot\vec{r})$$
$$\psi(\vec{r}) = Ae^{i(\vec{K}\cdot\vec{r})}$$

Para cualquier expresión: $\psi(\vec{r}) = cte$ sobre cada plano definido por $\vec{K}\cdot\vec{r} = cte$.

Retomando el diagrama de arriba, la distancia entre plano t_1 y t_2 es $\|\lambda \cdot \frac{\vec{K}}{\|\vec{K}\|}\|$ en la dirección de $\vec{K}$.

Obs: la naturaleza periódica de la función ψ significa que:

$$\psi(\vec{r} + \lambda \cdot \underbrace{\frac{\vec{K}}{\|\vec{K}\|}}_{\text{Vector unitario en dirección de } \vec{K}.}) = \psi(\vec{r})$$

Donde λ es la longitud de onda de la onda. Luego:

$$A\cdot e^{i(\vec{K}\cdot(\vec{r}+\lambda\frac{\vec{K}}{\|\vec{K}\|}))} = A\cdot e^{i(\vec{K}\cdot\vec{r})}$$
$$\Rightarrow Ae^{i(\vec{K}\cdot\vec{r}+\lambda\frac{\vec{K}\cdot\vec{K}}{\|\vec{K}\|})} = Ae^{i(\vec{K}\cdot\vec{r})}$$
$$\Rightarrow A\cdot e^{i(\vec{K}\cdot\vec{r}+\lambda\|\vec{K}\|)} = Ae^{i(\vec{K}\cdot\vec{r})}$$
$$\Rightarrow A\cdot e^{i(\vec{K}\cdot\vec{r})}\cdot e^{i\lambda\|\vec{K}\|} = Ae^{i(\vec{K}\cdot\vec{r})}$$
$$\Rightarrow e^{i\lambda\|\vec{K}\|} = 1$$

Por otro lado, $e^{i2\pi} = 1$. Luego $\lambda\|\vec{K}\| = 2\pi$. Por tanto:

$$\|\vec{K}\| = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$\vec{K}$ se conoce como vector de onda o vector de propagación y $\|\vec{K}\|$ es el número de onda o de propagación.

Hasta ahora, los planos considerados no se mueven. Para que éstos se desplacen se debe hacer variar ψ en el tiempo. La dependencia en el tiempo se hace con la introducción

$$\psi(\vec{r},t) = A\cdot e^{i(\vec{K}\cdot\vec{r}\mp\omega t)}$$

A: Amplitud, $\vec{K}$: vector de onda/ de propagación, ω = frecuencia temporal angular.

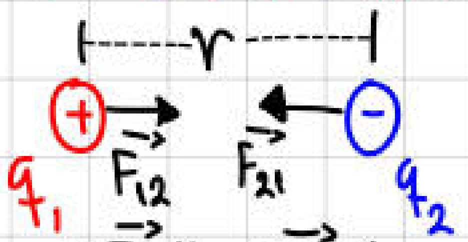
$$\omega = 2\pi\nu \quad \text{y} \quad \nu = \frac{1}{T}$$

En este caso, la fase de onda está dada por: $\varphi(\vec{r},t) = \vec{K}\cdot\vec{r} \mp \omega t$. Y las superficies que contienen a todos los puntos x, y, z, los cuales el valor de la fase es el mismo i.e. para los cuales la fase es constante, se llaman frentes de onda. En este caso, los frentes de onda son planos perpendiculares a $\vec{K}$.

II. Teoría Electromagnética De La Luz.

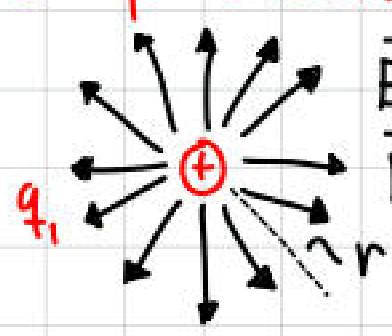
Obs: Si la longitud de onda de la luz, $\lambda_{luz} \ll$ Tamaño Sistema, entonces la óptica geométrica es válida. Si $\lambda_{luz} \simeq$ Tamaño Sistema, es necesario usar la óptica física. En el caso de la óptica física, la luz se puede tratar como onda electromagnética ó como partícula (fotón).

Fuerza eléctrica:



$$\|\vec{F}_{12}\| = \|\vec{F}_{21}\| = K\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Campo eléctrico:



$$\vec{E} = K\frac{q_1}{r^2}\hat{e}_r$$

Fuerza Magnética:

$$\vec{F}_B = q\vec{v}\times\underbrace{\vec{B}}_{\text{Campo Magnético}}$$

Los campos caracterizan al espacio.

De lo anterior, se define la fuerza electromagnética: $\vec{F}_{E.M} = \vec{F}_{Lorentz} = \vec{F}_e + \vec{F}_B = q(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B})$