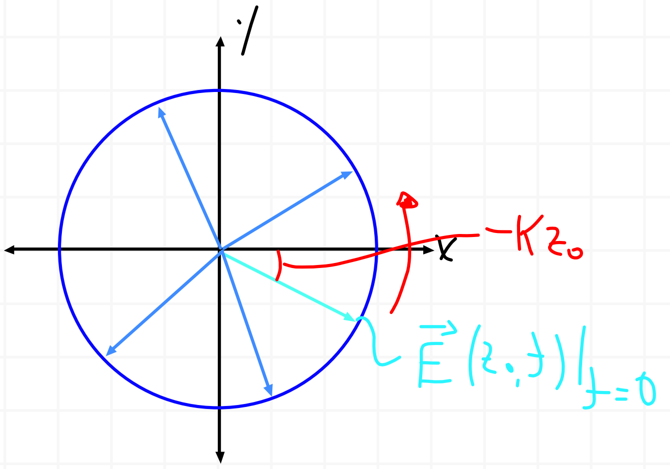
# Polarización circular izquierda.

Teniendo dos campos eléctricos oscilando en $x$ y $y$:

$$\vec{E}_x(z,t) = E_0 \hat{\imath} \cos(Kz - wt)$$
$$\vec{E}_y(z,t) = E_0 \hat{\jmath} \cos(Kz - wt + \varepsilon)$$

(ambas con mismo todo, menos dirección y fase).

Cuando $\varepsilon = \frac{\pi}{2}$, entonces:




Para este caso, el vector de campo eléctrico resultante tiene magnitud constante pero su dirección varía de tal manera que el extremo del vector $\vec{E}$ describe un círculo de radio $E_0$ en la dirección anti-horario. Esto es llamado polarización circular izquierda. $\vec{E}(z,t) = \vec{E}_x(z,t) + \vec{E}_y(z,t)$

Ahora, cuando $\varepsilon = -\frac{\pi}{2} \bmod 2\pi$, entonces, $\vec{E}_y(z,t)$ cambia a:

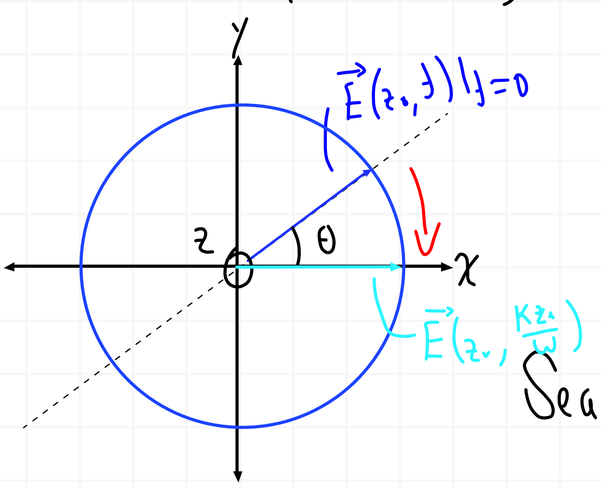
$$\vec{E}_y(z,t) = E_0 \hat{\jmath} \underbrace{\cos\left(Kz - wt - \frac{\pi}{2}\right)}_{\cos(\alpha - \frac{\pi}{2}) = \operatorname{sen}\alpha}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_y(z,t) = E_0 \hat{\jmath} \operatorname{sen}(Kz - wt)$$

Luego:

$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}_x(z,t) + \vec{E}_y(z,t)$$
$$= E_0 \hat{\imath} \cos(Kz - wt) + E_0 \hat{\jmath} \operatorname{sen}(Kz - wt)$$

Es claro que $\|\vec{E}(z,t)\| = E_0$, y además, en $t=0$:




$$\tan\theta = \frac{E_0 \operatorname{sen}(Kz_0)}{E_0 \cos(Kz_0)} = \tan(Kz_0)$$

$$\Rightarrow \theta = Kz_0$$

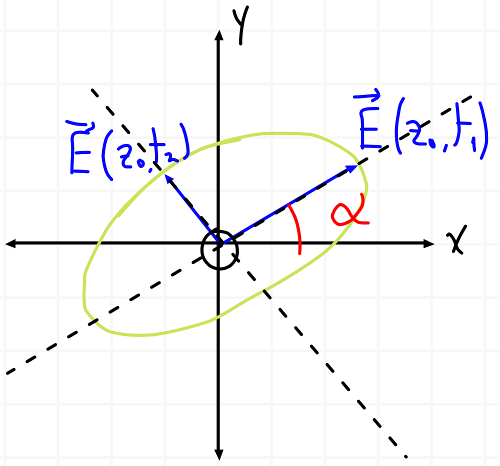
Sea $t = \frac{Kz_0}{w}$, entonces:

$$\vec{E}\left(z_0, \frac{Kz_0}{w}\right) = E_0 \hat{\imath} \cos(Kz_0 - Kz_0) + E_0 \hat{\jmath} \operatorname{sen}(Kz_0 - Kz_0)$$
$$= E_0 \hat{\imath}$$

Podemos hacer el mismo análisis que en la otra polarización, y aquí concluímos que el campo rota en sentido horario. Esto es llamado Polarización Circular derecha "R".

## Polarización Elíptica

Vemos que:




El campo resultante varía en dirección y también en magnitud. Para este caso, la punta de $\vec{E}$ trazará una elipse en un plano perpendicular a $\vec{K}$ y, que viaja junto con la onda.

Aquí:

$$\vec{E}(z,t)=\vec{E_x}(z,t)+\vec{E_y}(z,t)\ ;\ \vec{E_x}(z,t)=E_0\hat{i}\cos(Kz-\omega t)\ \text{y}\ \vec{E_y}=E_0\hat{j}\cos(Kz-\omega t+\varepsilon)$$

Se busca ahora determinar el lugar geométrico que traza la punta del vector $\vec{E}$ resultante.

Sabemos que:

$$\frac{E_x}{E_{0x}}=\frac{E_x}{E_0}=\cos(Kz-\omega t)\quad \text{y}\quad \frac{E_y}{E_{0y}}=\frac{E_y}{E_0}=\cos(Kz-\omega t+\varepsilon)$$
$$=\cos(Kz-\omega t)\cdot\cos(\varepsilon)-\text{sen}(Kz-\omega t)\,\text{sen}(\varepsilon)$$

Entonces:

$$\frac{E_y}{E_{0y}}-\frac{E_x}{E_{0x}}\cos(\varepsilon)=\cos(Kz-\omega t)\cos(\varepsilon)-\text{sen}(Kz-\omega t)\,\text{sen}(\varepsilon)-\cos(Kz-\omega t)\cos(\varepsilon)$$
$$=-\underbrace{\text{sen}(Kz-\omega t)}\,\text{sen}(\varepsilon)$$

$$\text{sen}(Kz-\omega t)=\sqrt{1-\cos^2(Kz-\omega t)}=\sqrt{1-\frac{E_x^2}{E_{0x}^2}}$$

$$=-\left(1-\frac{E_x^2}{E_{0x}^2}\right)^{1/2}\text{sen}(\varepsilon)$$

$$\Rightarrow\left(\frac{E_y}{E_{0y}}-\frac{E_x}{E_{0x}}\cos(\varepsilon)\right)^2=\left(1-\frac{E_x^2}{E_{0x}^2}\right)\text{sen}^2(\varepsilon)$$

$$\Rightarrow\frac{E_y^2}{E_{0y}^2}-2\frac{E_yE_x}{E_{0y}E_{0x}}\cos(\varepsilon)+\frac{E_x^2}{E_{0x}^2}\cos(\varepsilon)=\text{sen}^2(\varepsilon)-\frac{E_x^2}{E_{0x}^2}\text{sen}^2(\varepsilon)$$

$$\Rightarrow \frac{E_y^2}{E_{oy}^2}+\frac{E_x^2}{E_{ox}^2}-2\frac{E_yE_x}{E_{ox}E_{oy}}\cos(\varepsilon)=\operatorname{Sen}^2(\varepsilon) \quad \dots \quad (*)$$

Se considerará $\varepsilon=\pm\frac{\pi}{2}$ o $\varepsilon=\pm\frac{3\pi}{2}$.

$$\Rightarrow \frac{E_y^2}{E_{oy}^2}+\frac{E_x^2}{E_{ox}^2}=1 \quad \dots \quad (**)$$

Considerando la ecuación de la elipse:

$$\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1$$

Como $E_{ox}=E_{oy}=E_o$ en cualquier $t, z$, entonces:

$$(**) \Rightarrow E_y^2+E_x^2=E_o^2 \quad \text{(circunferencia)}$$

Regresando a la expresión general:

$$\frac{E_y^2}{E_{oy}^2}+\frac{E_x^2}{E_{ox}^2}-2\frac{E_yE_x}{E_{ox}E_{oy}}\cos(\varepsilon)=\operatorname{Sen}^2(\varepsilon)$$

donde es claro que:

$$\frac{y^2}{E_{oy}^2}+\frac{x^2}{E_{ox}^2}-2\frac{yx}{E_{oy}E_{ox}}\cos(\varepsilon)=\operatorname{Sen}^2(\varepsilon)$$

Siendo esta la ecuación de una elipse rotada. Su ángulo del semieje mayor, $\alpha$ está dado por:

$$\tan(2\alpha)=\frac{2E_{ox}E_{oy}\cos(\varepsilon)}{E_{ox}^2-E_{oy}^2}$$

a la polarización elíptica se le asocia la letra "$\mathcal{E}$".

A la luz linealmente polarizada se llamará: "estado-$\mathcal{P}$".
A la circularmente polarizada:
- a la derecha: "estado-$\mathcal{R}$".
- a la izquierda: "estado $\mathcal{L}$".

La elípticamente polarizada: "estado-$\mathcal{E}$".

Def. Luz natural: una fuente de luz consiste en un gran número de partículas (átomos ó moléculas) orientadas al azar. Cada una de estas partículas emite luz polarizada durante $10^{-8}$ seg.

La superposición de todas las ondas E.M. producidas por las partículas resulta en una onda E.M. que permanece polarizada por $10^{-8}$ seg.

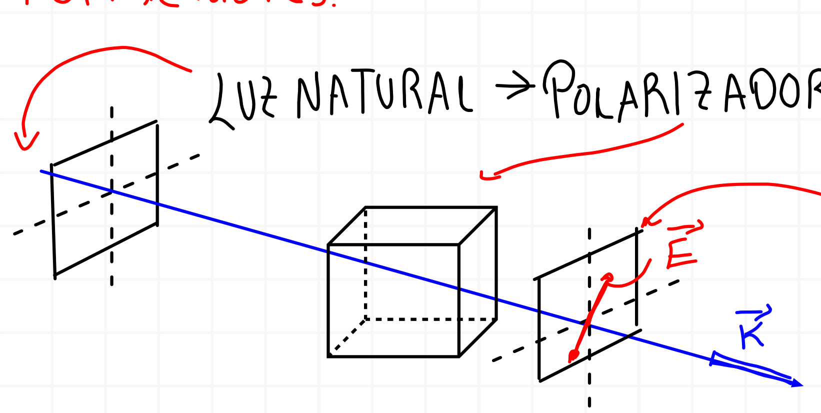
Pasados los $10^{-8}$ seg, la luz emitida cambia su dirección de polarización, y vuelve a permanecer polarizada en este nuevo estado por $10^{-8}$ seg.

Se habla entonces de "Luz natural" o "Luz no polarizada"

La luz natural puede representarse como la superposición de 2 estados-$\mathcal{P}$ perpendiculares entre sí tales que, su diferencia de fase inicial, $\varepsilon$, no permanezca constante. (esto es, ondas incoherentes).

$$\varepsilon = \Delta\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2.$$

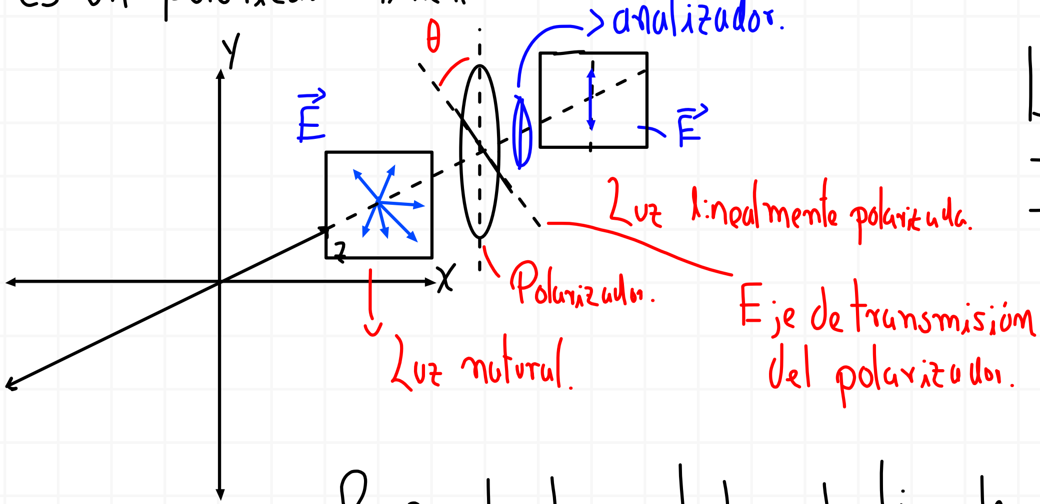
## Polarizadores.




El polarizador introduce cierta asimetría que descarta una de las 2 componentes en las que se puede descomponer la luz en cualquier momento.

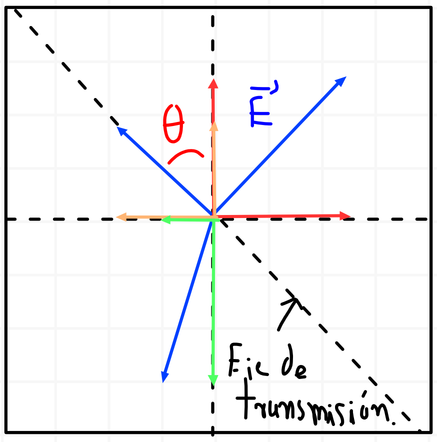
Para introducir esta asimetría, usamos un mecanismo físico como el dicronismo, reflexión, dispersión y birrefringencia.

Para ver si la luz está polarizada, usamos la Ley de Malus. ¿Cómo saber si un dispositivo es un polarizador lineal?




La irradiancia de la luz natural se denota como $I_{\text{Luz natural}}$ y la de la luz irradiada: $I_{\text{Luz Polarizada}} = I_0$.

Recordando que toda onda linealmente polarizada en dos componentes perpendiculares. Para luz natural:




← Polarizador.

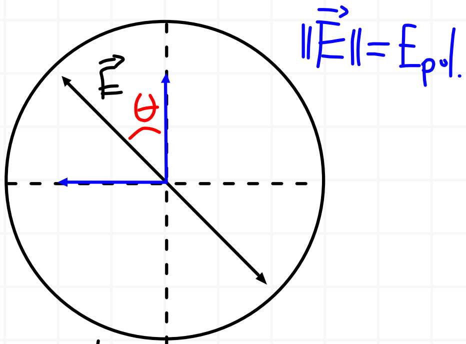
Se descompone la luz en sus componentes perpendiculares en un tiempo

El polarizador filtra las direcciones de $\vec{E}$, y toma solo aquellas que tengan la dirección del eje de transmisión del polarizador. Se observa en general que, para un tiempo alto:

$$I_{\text{Polarizada}} = I_0 = \frac{1}{2} I_{\text{Luz natural}}$$

Se detecta la mitad de la irradancia a precio de no saber la dirección en que se polarizó la Luz.

Para este fin, usamos el analizador:




Analizador.

$$E_{pol\,x} = E_{pol} \operatorname{Sen}\theta \quad y \quad E_{pol\,y} = E_{pol} \cos\theta$$

Después de pasar por el analizador, solamente nos quedamos con la componente en y. Además, sabemos que:

$$(*)\ I_{\text{LUZ NATURAL}} \propto \|\vec{E}_{\text{LUZ NATURAL}}\|^2 \quad y \quad (**)\ I_{pol} \propto E_{pol_0}^2 \quad (***)\ I_{final} \propto [E_{pol_0} \cos\theta]^2$$

y: $I_{pol} = \frac{1}{2} I_{\text{LUZ NATURAL}}$. Por tanto:

$$\text{en general:} \quad I = \frac{c\varepsilon_0}{2} \cdot E_0^2$$

$$\Rightarrow I_{final}(\theta) = \frac{c\varepsilon_0}{2} E_{pol_0}^2 \cdot \cos^2\theta$$

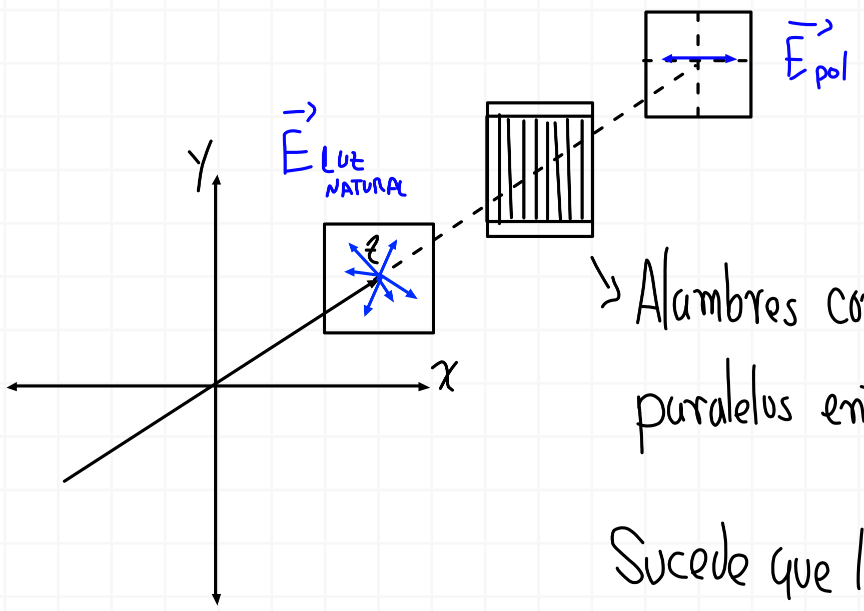
$$\Rightarrow I_{final}(\theta) = I_{pol} \cos^2\theta \quad \} \text{ Ley de Malus}$$

Por lo tanto, $I_{final}$ es máxima cuando $\theta = 0°$. Esto es, cuando el eje de transmisión y el de polarizador y el eje de transmisión del analizador sean paralelos entre sí.

## Mecanismos físicos que polarizan la luz.

**Dicroísmo:** Absorción selectiva de una de las componentes ortogonales del estado-P de un haz incidente.

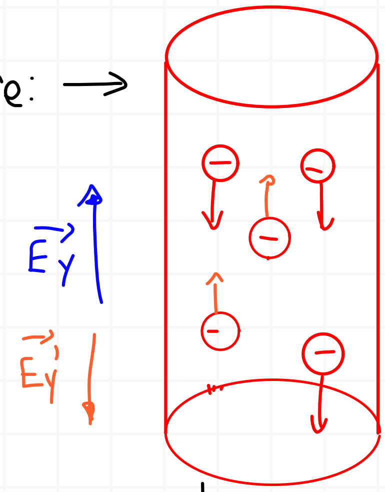
Dispositivo fuertemente asimétrico: Absorción preferencial




↘ Alambres conductores paralelos entre sí. } Electrones libres

$\vec{F_e} = -e\vec{E}$

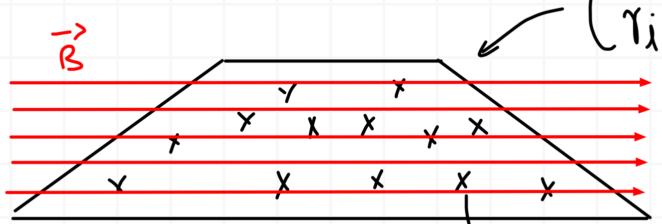
Alambre de cobre: →




Sucede que las componentes de campo en y se anulan, pues se pueden mover mucho para arriba y abajo. El campo pierde su energía de $\vec{E_Y}$. En x, como no se pueden mover mucho los electrones, así $\vec{E_x}$ no pierde toda su energía. Por tanto, este fenómeno solo permite el campo en la dirección del eje +x.

**Cristales Dicroicos:** Su estructura es tal que permiten el paso de una de las componentes perpendiculares de campo eléctrico. Por ejemplo, la turmalina.

**Polaroide:**




Cristal en polvo (herapatita, peryoduro sulfatado de quinina) en forma de aguja.

Nivel microscópico.

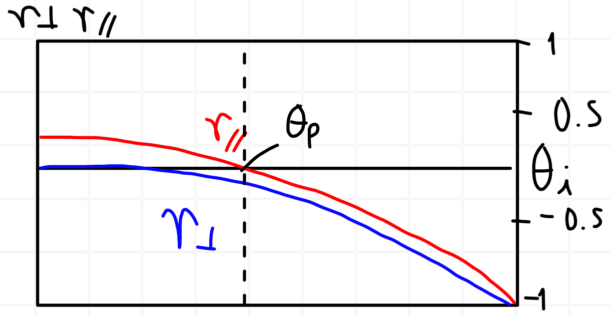
Lámina delgada.

**Birrefringencia.** Muchas sustancias cristalinas son ópticamente anisotrópicas, i.e sus propiedades ópticas no son las mismas en todas direcciones.

A grandes rasgos, la luz se propaga a través de una sustancia

debido a la exitución de los átomos ó moléculas de la sustancia.
En el caso de los materiales grirefrigentes existe una anisotropia en la fuerza de enlace de los electrones. Esta se traduce en una anisotropia en el índice de refracción del material, como la calcita y la sal.

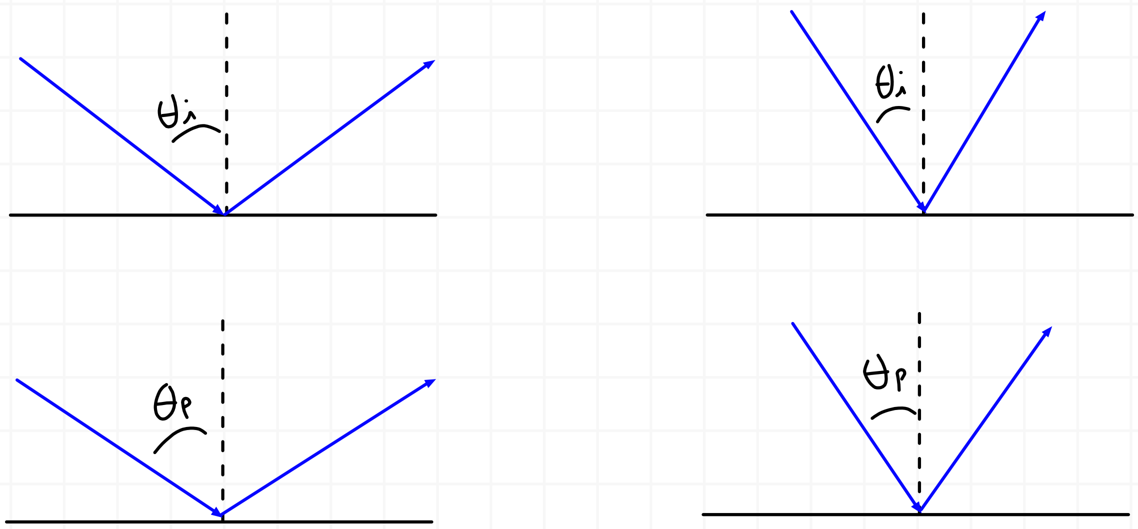
## Polarización por reflexión




Para reflexión externa: $n_i < n_t$. En el ángulo de polarización:

$$\theta_i = \theta_p \Rightarrow \theta_i + \theta_t = \pi/2$$

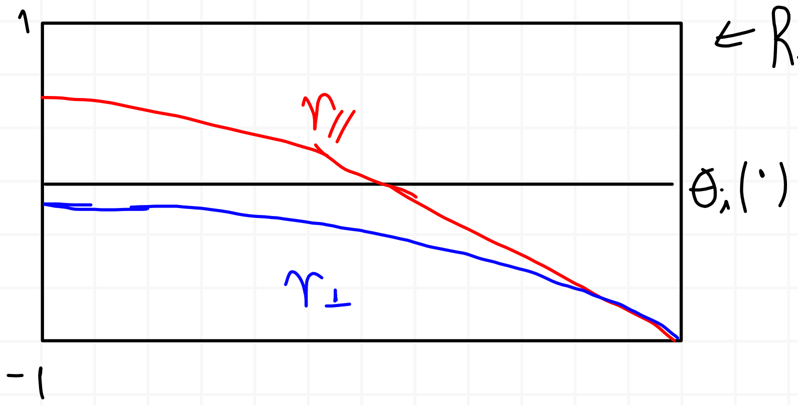
En $r_\perp$ y $r_\parallel$:



31/05/22

## Polarización por reflexión.

Comportamiento de los coefs. de Fresnel.




← Ref. Externa.

Con $r_{//}=0$, entonces:

$$\left(\frac{E_r}{E_i}\right)_{//}=0$$

No hay componente para $\vec{E}$ reflejado tangente al plano de incidencia.

Por tanto, con $r_{//}=0$, $\vec{E}$ solo tiene componente perpendicular al plano de incidencia.

En $\theta_i=\theta_p$, la onda $\vec{E}$ está linealmente polarizada (solo oscila en una dirección).

Ángulo de polarización $(\theta_p)$ ó ángulo de Brewster $\}$ → $\theta_i$ es tal que: $\theta_i+\theta_t=\frac{\pi}{2}$, $\theta_i=\theta_p$.

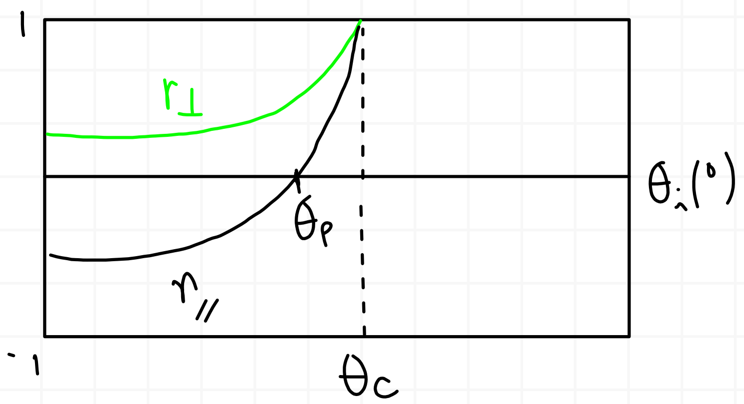
Si sucede esto, vemos que:

$$\begin{aligned} n_i \operatorname{sen}\theta_i &= n_t \operatorname{sen}\theta_t \\ &= n_t \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}-\theta_i\right) \\ &= n_t \cos(\theta_i) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \tan\theta_i = \frac{n_t}{n_i}$$

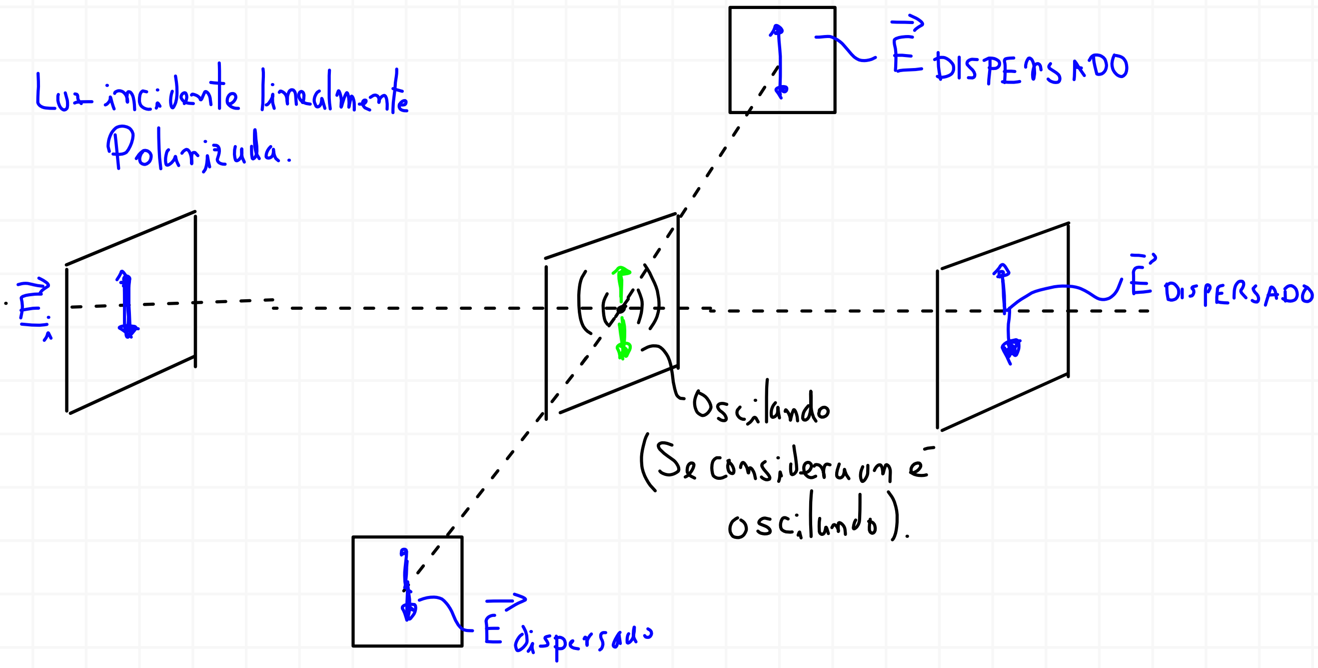
$$\therefore \theta_i=\theta_p=\tan\left(\frac{n_t}{n_i}\right)_{//}$$

Con refl. interna.




En ambos casos (ref. interna y externa), $r_{//}=0$ implica que la luz está linealmente polarizada cuando $\theta_i=\theta_p$.

# Polarización por Dispersión




Como el electrón oscila, tendremos frentes de onda esféricos. Notamos que, en la dirección en la que oscila el $e^-$ (lo hace en el eje y), no hay campo eléctrico. i.e, no hay campo eléctrico dispersado.

En esencia lo que se hace es oscilar una molécula mediante un $\vec{E}$ incidente, la luz polarizada saldrá en las dos direcciones perpendiculares a la dirección en que viaja la onda.

## Descripción matemática de los estados de polarización

### Parámetros de Stokes

Cantidades que dependen únicamente de observables de la onda E.M.

El estado de polarización de la luz se puede escribir en términos de éstos parámetros.

Irradiancia incidente $\{ S_0 = 2 I_0 \quad \dots \text{(I)}$

especifican el estado de polarización de la luz incidente
$$\begin{cases} S_1 = 2(I_1 - I_0) \dots \text{(II)} \\ S_2 = 2(I_2 - I_0) \dots \text{(III)} \\ S_3 = 2(I_3 - I_0) \dots \text{(IV)} \end{cases}$$

Donde $I_0, I_1, I_2, I_3$ son irradiancias asociadas a 4 filtros, cada uno de los cuales bajo luz natural, transmite la mitad de la luz incidente.

1er Filtro

Quita la mitad de la luz, filtro isótropo.

2do Filtro

Filtro isótropo que polariza la luz con eje de transmisión horizontal.

3er Filtro

Polarizador lineal con eje de transmisión a 45° de la horizontal.

4to Filtro

Polarizador circular opaco al estado-2 (luz circular polarizada a la izquierda).

Los parámetros de Stokes se pueden representar como un vector.

$$\vec{S} = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix}$$

Interferencia de la luz.

La superposición de ondas puede resultar en una onda con mayor irradiancia, en una onda con la misma irradiancia o una menos luminosa o sin luz (nada de irradiancia).

Hablaremos de dos sistemas interferométricos distintos:

i) División de frente de onda.

ii) División de amplitud.

Generalidades:

La combinación lineal de ondas E.M. resulta en una onda E.M. Trabajando con campo eléctrico:

$\vec{E}$ res de la superposición de ondas. $\Big\{$ $\vec{E}_{res} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n$

Consideran: $\vec{E}_1(\vec{r},t) = \vec{E}_{01}\cos(\vec{K}_1\cdot\vec{r} - \omega_1 t + \varepsilon_1)$ ... (01)

$\vec{E}_2(r,t) = \vec{E}_{02}\cos(\vec{K}_2\cdot\vec{r}_2 - \omega_2 t + \varepsilon_2)$ ... (02)

Por otro lado, la irradiancia asociada a una onda E.M. Está dada por:

$$I = \varepsilon_0 v\langle \vec{E}^2\rangle_T = \langle \vec{S}\rangle_T \quad \ldots (03)$$

Atención: considerando que se trabajará con irradiancias relativas, y, en el mismo medio se considerará: $I \underset{\uparrow}{=} \langle \vec{E}^2\rangle_T = \langle \vec{E}\cdot\vec{E}\rangle_T$ ... (04)

Solo para fines prácticos.

De lo anterior, es claro que:

$$\vec{E}_{res} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \quad \ldots (05)$$

$$\Rightarrow \vec{E}_{res}^{\,2} = (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2$$

$$= \vec{E}_1^{\,2} + \vec{E}_2^{\,2} + 2\vec{E}_1\vec{E}_2 \quad \ldots (06)$$

Por tanto:

$$\underbrace{\langle \vec{E}_{res}^{\,2}\rangle_T}_{I_{res}} = \underbrace{\langle \vec{E}_1^{\,2}\rangle_T}_{I_1} + \underbrace{\langle \vec{E}_2^{\,2}\rangle_T}_{I_2} + \underbrace{\langle 2\vec{E}_1\cdot\vec{E}_2\rangle_T}_{2\langle \vec{E}_1\cdot\vec{E}_2\rangle_T}$$

Def. Término de interferencia: $I_{12} = 2\langle \vec{E}_1\cdot\vec{E}_2\rangle_T$. Podemos escribir:

$$I_{res} = I_1 + I_2 + I_{12} \quad \ldots (07)$$

$$I_{12} = 2\langle \vec{E}_1\cdot\vec{E}_2\rangle_T \quad \ldots (08)$$

Veamos al término de interferencia:

$$\vec{E}_1\cdot\vec{E}_2 = (\vec{E}_{01}\cdot\vec{E}_{02})[\cos(\vec{K}_1\cdot\vec{r} - \omega_1 t + \varepsilon_1)\times\cos(\vec{K}_2\cdot\vec{r} - \omega_2 t + \varepsilon_2)]$$

Considerando a $\omega_1 = \omega_2 = \omega$:

$$= (\vec{E}_{01}\cdot\vec{E}_{02})[\cos(\vec{K}_1\cdot\vec{r} + \varepsilon_1)\cos(-\omega_1 t) + \operatorname{sen}(\vec{K}_1\cdot\vec{r} + \varepsilon_1)\operatorname{sen}(-\omega t)]\cdot$$

$$[\cos(\vec{K}_2\cdot\vec{r} + \varepsilon_2)\cos(-\omega t) + \operatorname{sen}(\vec{K}_2\cdot\vec{r} + \varepsilon_2)\operatorname{sen}(-\omega t)]$$

Se busca obtener el promedio en un intervalo T de tiempo lo suficientemente grande. Para lo cual, se considera:

$$\langle f(t) \rangle_T = \frac{1}{T} \int_t^{T+t} f(t')\,dt'$$

recordando que:

$$\langle \cos^2(\omega t) \rangle_T = \frac{1}{2}$$

$$\langle \operatorname{sen}^2(\omega t) \rangle_T = \frac{1}{2}$$

$$\langle \cos(\omega t)\operatorname{sen}(\omega t) \rangle_T = 0$$

Por lo tanto:

$$\langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle = \frac{1}{2} ( \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} ) \cdot \cos( \vec{K}_1 \cdot \vec{r} + \varepsilon_1 - \vec{K}_2 \cdot \vec{r} - \varepsilon_2 )$$

$$= \frac{1}{2} ( \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} ) \cos( \vec{r} \cdot ( \vec{K}_1 - \vec{K}_2 ) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)) \ldots \quad (10)$$

De donde $\delta = \vec{r}(\vec{K}_1 - \vec{K}_2) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$:

$$\Rightarrow I_{12} = \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos(\delta) \ldots \quad (11)$$