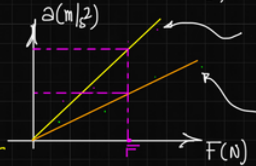
FÍSICA I: BFIOIC

2022-1

Prof. Dr. Marco Cuyubamba

2da Ley de Newton

Se encuentra una ley que explica el porqué del movimiento por medio de:



Curva característica del cuerpo (1)

curva característica del cuerpo (2)

Resistencia al cambio

El cuerpo (1) cambia con mayor facilidad el estado de movimiento que el cuerpo (2) $\equiv$ El cuerpo (1) se resiste menos a cambiar el estado de movimiento que el cuerpo (2)

Entonces;

$$\boxed{\vec{a} = \frac{1}{m}\vec{F}}$$

m: masa inercial: es aquella propiedad que se resiste al cambio del estado de mov.

OBS

Si sobre un cuerpo de masa m, actúa una fuerza $\vec{F}$, se tiene que el cuerpo experimentará una aceleración

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\vec{a}_1 = \vec{F}_1/m$$
$$\vec{a}_2 = \vec{F}_2/m$$
$$\vdots$$
$$\vec{a}_N = \vec{F}_N/m$$

$$\vec{a} = \frac{1}{m}\sum \vec{F}$$

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\vec{F}_R}{m}}$$

OBS

En el plano XY, se tiene

$$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} = \frac{\sum F_x}{m}\hat{i} + \frac{\sum F_y}{m}\hat{j}$$

$$\Rightarrow a_x = \sum F_x/m$$

$$a_y = \sum F_y/m$$

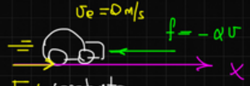
OBS

El peso es la fuerza de atracción ejercida por la tierra debido a la interacción gravitatoria

$\rightarrow$ El peso $m\vec{g}$ será distinto en diferentes puntos de la tierra

Ejemplo

Sea el móvil



$f = -\alpha v \rightarrow$ modela a la resistencia que ejercen los fluidos

F : constante

Hallar la velocidad en el instante t:

Sol

De la 2da ley de Newton:

$$a = \frac{F_R}{m} = \frac{F - \alpha v}{m} = \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{1}{m} dt = \frac{1}{F - \alpha v} dv \quad ; \quad \left. \begin{aligned} x &= F - \alpha v \\ dx &= -\alpha\, dv \end{aligned} \right\}$$

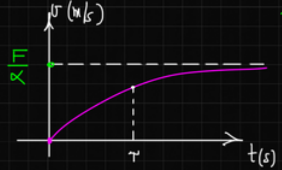
$$\frac{1}{m} dt = \frac{1}{x} \cdot \left(-\frac{1}{\alpha} dx \right)$$

$$-\int_0^t \frac{\alpha}{m} dt = \int_F^{F-\alpha v} \frac{1}{x} dx$$

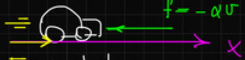
$$-\frac{\alpha}{m} t = \ln\left(\frac{F - \alpha v}{F} \right) \quad ; \quad \text{siempre que } F - \alpha v > 0$$

$$\rightarrow 1 - \frac{\alpha}{F} v = e^{-\frac{\alpha}{m} t}$$

$$\therefore \; v(t) = \frac{F}{\alpha} \left(1 - e^{-\frac{\alpha}{m} t} \right)$$



Se denomina $v_L = \frac{F}{\alpha}$ como la velocidad límite



$f = -\alpha v \rightarrow$ modela a la resistencia que ejercen los fluidos

F : constante

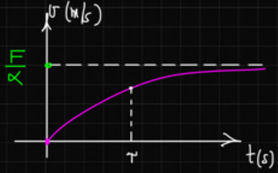
Hallar la velocidad en el instante t :

Sol

De la 2da ley de Newton :

$$a = \frac{F_R}{m} = \frac{F - \alpha v}{m} = \frac{dv}{dt}$$

$$\therefore \; v(t) = \frac{F}{\alpha}\left(1 - e^{-\frac{\alpha}{m}t}\right)$$



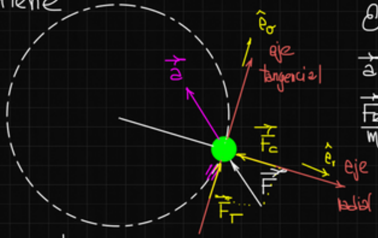
Se denomina $v_L = \frac{F}{\alpha}$ como la velocidad límite

Obs

Se define a $\tau = m/\alpha$, como el tiempo de relajación al instante de tiempo en que la velocidad se encuentra a un 63% de la v_L.

OBS

En un movimiento circular, se tiene



Entonces

$$\vec{a} = \vec{a}_c + \vec{a}_T$$

$$\frac{\vec{F}_R}{m} = \frac{\vec{F}_c}{m} + \frac{\vec{F}_T}{m}$$

Se encuentra

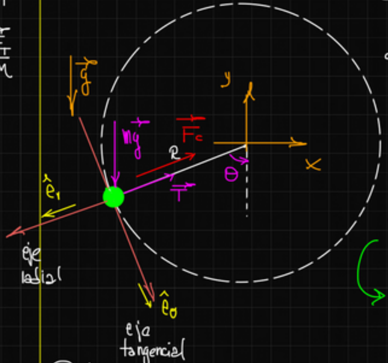
$$\vec{a}_c = \frac{\vec{F}_c}{m} \rightarrow \boxed{a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R}$$

$$\vec{a}_T = \frac{\vec{F}_T}{m} \rightarrow \boxed{a_T = \frac{dv}{dt}}$$

Ejemplo:

Una esfera de masa m unida al extremo de una cuerda de longitud R se pone en movimiento en un círculo vertical en torno a un punto fijo O. Determine la tensión T en la cuerda en cualquier instante cuando la rapidez de la esfera sea v y la cuerda forme un ángulo θ con la vertical.

Sol



Sabemos que

$$\vec{F}_R = \vec{T} + m\vec{g}$$

donde

- $m\vec{g} = -mg\,\hat{j}$
- $\vec{T} = -T\,\hat{e}_r$

Además; del gráfico

$$\hat{e}_r = -\operatorname{sen}\theta\,\hat{i} - \cos\theta\,\hat{j}$$
$$\hat{e}_\theta = \cos\theta\,\hat{i} - \operatorname{sen}\theta\,\hat{j}$$

$$\hat{i} = -\operatorname{sen}\theta\,\hat{e}_r + \cos\theta\,\hat{e}_\theta$$
$$\hat{j} = -\cos\theta\,\hat{e}_r - \operatorname{sen}\theta\,\hat{e}_\theta$$

Entonces

$$\vec{F}_R = -T\,\hat{e}_r - mg(-\cos\theta\,\hat{e}_r - \operatorname{sen}\theta\,\hat{e}_\theta)$$

$$\vec{F}_R = (mg\cos\theta - T)\,\hat{e}_r + mg\operatorname{sen}\theta\,\hat{e}_\theta$$

Entonces

$$\vec{F}_c = -F_c\,\hat{e}_r = (mg\cos\theta - T)\,\hat{e}_r \;\rightarrow\; F_c = T - mg\cos\theta$$

$$\frac{mv^2}{R} = T - mg\cos\theta$$

$$\rightarrow\; T = \frac{mv^2}{R} + mg\cos\theta$$

$$\boxed{T = mg\left(\frac{v^2}{gR} + \cos\theta\right)}$$

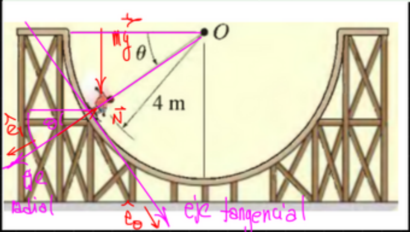
OBS

- En la parte superior ($\theta = \pi$ rad): $T = mg\left(\frac{v_s^2}{gR} - 1\right)$ Si $T = 0$ es cuando $v_s = \sqrt{gR}$

- En la parte inferior ($\theta = 0$ rad): $T = mg\left(\frac{v_i^2}{gR} + 1\right)$

Ejemplo:

Un patinador de 60 kg se desliza por una pista circular. Si parte del reposo cuando $\theta = 0°$, determine la magnitud de la reacción normal que la pista ejerce sobre él cuando $\theta = 60°$. (Despreciar la altura del patinador.)



Para los unitarios:

$$\hat{e}_r = -\cos\theta\,\hat{i} - \sin\theta\,\hat{j}$$
$$\hat{e}_\theta = \sin\theta\,\hat{i} - \cos\theta\,\hat{j}$$

$$\hat{i} = -\cos\theta\,\hat{e}_r + \sin\theta\,\hat{e}_\theta$$
$$\hat{j} = -\sin\theta\,\hat{e}_r - \cos\theta\,\hat{e}_\theta$$

Sabemos que:

$$\vec{F}_R = -N\,\hat{e}_r - mg\left(-\sin\theta\,\hat{e}_r - \cos\theta\,\hat{e}_\theta\right)$$

$$\vec{F}_R = \underbrace{(mg\sin\theta - N)\,\hat{e}_r}_{\vec{F}_c = -F_c\,\hat{e}_r} + \underbrace{mg\cos\theta\,\hat{e}_\theta}_{\vec{F}_T = F_T\,\hat{e}_\theta}$$

Entonces

$$F_c = N - mg\sin\theta = \frac{mv^2}{R}$$

Entonces: $N = mg\sin\theta + \frac{mv^2}{R}$ ... (*)

Además; $F_T = \cancel{m}\frac{dv}{dt} = \cancel{m}g\cos\theta$

$$\frac{dv}{ds}\cdot\overbrace{\frac{ds}{dt}}^{v} = g\cos\theta$$

$ds = R\,d\theta$

$$v\,dv = g\cos\theta\,ds$$

$$\int_0^v v\,dv = \int_0^\theta g\cos\theta\,R\,d\theta$$

$$\frac{v^2}{2} = gR\sin\theta \Rightarrow v^2 = 2gR\sin\theta$$

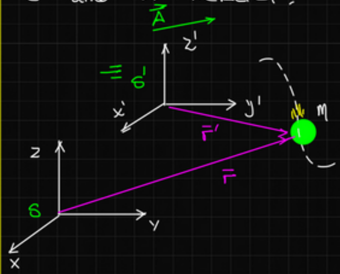
Substituimos en (*);

$$N = mg\sin\theta + \frac{m}{\cancel{R}}(2g\cancel{R}\sin\theta)$$

$$N = 3mg\sin\theta$$

Dinámica en sistemas de referencia no inerciales

Sean los sistemas S y S', siendo S un sistema de referencia inercial, mientras que S' uno no inercial.



De las transformadas de Galileo,

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{A}$$

Siendo m, la masa del móvil

$$\underbrace{m\vec{a}}_{\vec{F}_R} = \underbrace{m\vec{a}'}_{\vec{F}_R'} + m\vec{A}$$

Entonces, respecto de S':

$$\vec{F}_R' = \vec{F}_R \underbrace{- m\vec{A}}_{\vec{F}_i}$$

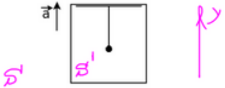
$\vec{F}_i$: fuerza inercial

OBS

$\vec{F}_i$ no es producida por la interacción con otro cuerpo, es solo un efecto aparente observado desde un sistema no inercial S'

Ejemplo

Una bolita de masa m atada a un hilo cuelga del techo de un elevador que acelera con a. Determinaremos la tensión en el cable.



Sol

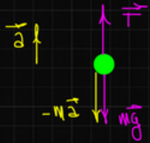
Respecto a S (inercial)

$$\vec{F}_R = T\hat{j} - mg\hat{j} = ma\hat{j}$$

$$(T-mg)\hat{j} = ma\hat{j}$$

$$\therefore \quad T = m(g+a)$$

Respecto a S' (no inercial)



(Reposo)

Del equilibrio:

$$\vec{T} + m\vec{g} - m\vec{a} = 0$$

$$T\hat{j} - mg\hat{j} - ma\hat{j} = 0$$

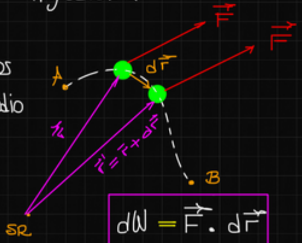
$$\to \quad T = m(g+a)$$

Trabajo mecánico

Es el efecto acumulado de una fuerza sobre su trayectoria

OBS

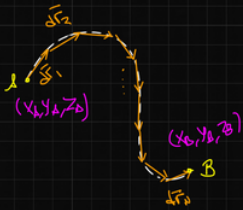
Los efectos acumulados se estudian por medio del producto de las cantidades físicas



$$\boxed{dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}}$$

$(J \equiv N \cdot m^2)$

Entonces



Dividiendo la trayectoria en N desplazamientos

$$W^F = \lim_{N \to \infty} \sum_{n=1}^{N} \vec{F}_n \cdot d\vec{r}_n$$

$$\boxed{W^F = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}}$$

trabajo de la fuerza $\vec{F}$ de A hacia B

OBS

En cartesianas: $d\vec{r} = dx\,\hat{i} + dy\,\hat{j} + dz\,\hat{k}$

y la fuerza $\vec{F} = F_x\,\hat{i} + F_y\,\hat{j} + F_z\,\hat{k}$

Entonces;

$$W^F = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B (F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k}) \cdot (dx\,\hat{i} + dy\,\hat{j} + dz\,\hat{k})$$

$$W^F = \int_A^B (F_x\,dx + F_y\,dy + F_z\,dz)$$

$$W^F = \int_{x_A}^{x_B} F_x\,dx + \int_{y_A}^{y_B} F_y\,dy + \int_{z_A}^{z_B} F_z\,dz$$

OBS

Se tiene que

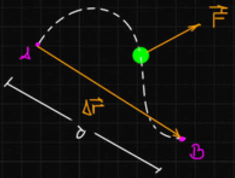
$v_B^2 > v_A^2$, entonces $W^F > 0$

$v_B^2 = v_A^2$, entonces $W^F = 0$

$v_B^2 < v_A^2$, entonces $W^F < 0$

OBS

• Si la fuerza $\vec{F}$ es constante,



$$W^{F}_{A\to B} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

$$= \vec{F}\cdot\int_A^B d\vec{r}$$

$$W^{F}_{A\to B} = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r}$$

• Si la fuerza $\vec{F}$ es perpendicular a la trayectoria

$$W^{F}_{A\to B} = 0 \ \text{J}$$

• Para el caso de la fuerza de reacción

Entonces:

$$W^{\vec{R}}_{A\to B} = \int_A^B \vec{R}\cdot d\vec{r}$$

$$= \int_A^B (\vec{N} + \vec{f}_R)\cdot d\vec{r}$$

$$= \overbrace{\cancel{\int_A^B \vec{N}\cdot d\vec{r}}}^{0} + \int_A^B \vec{f}_R\cdot d\vec{r}$$

$$W^{\vec{R}}_{A\to B} = W^{f_R}_{A\to B}$$

OBS

En coordenadas intrínsecas; (2D)

$$\vec{F} = F_N\,\hat{e}_N + F_T\,\hat{e}_T$$

$$\hat{e}_N\cdot\hat{e}_T = 0$$

$$d\vec{r} = dr_T\,\hat{e}_T$$

Luego

$$W^{F}_{A\to B} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{r_{AT}}^{r_{BT}} F_T\,dr_T$$

OBS

$$d\vec{r} = -dy\,\hat{j}$$

$$W^{mg}_{A\to B} = \int (-mg\,\hat{j})\cdot(+dy\,\hat{j})$$

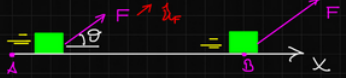
$$= -mg\int_{y_A}^{y_B} dy$$

$$= -mg\,(y_B - y_A)$$

$$W^{mg}_{A\to B} = +mgh$$

OBS

Sea el movimiento sobre el eje $+x$

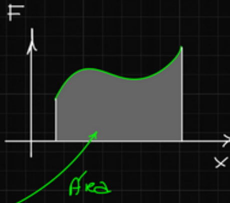


Si la fuerza $\vec{F}$ no cambia de orientación, aunque sí de magnitud, se tiene

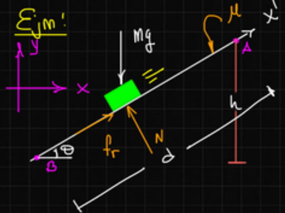
$$W^{F}_{A\to B} = \int_A^B F_{(x)}\,\hat{u}_F \cdot dx\,\hat{i}$$

$$= \left(\int_{x_A}^{x_B} F_{(x)}\,dx\right)\hat{u}_F\cdot\hat{i}$$

$$W^{F}_{A\to B} = \left(\int_{x_A}^{x_B} F_{(x)}\,dx\right)\cos\theta$$



Ejm:



$$\vec{mg} = -mg\,\hat{j}$$

$$\vec{f_e} = f_r\,(\cos\theta\,\hat{i} + \operatorname{sen}\theta\,\hat{j})$$

$$\vec{f_e} = \mu_k\, mg\cos\theta\,(\cos\theta\,\hat{i} + \operatorname{sen}\theta\,\hat{j})$$

$$d\vec{r} = dx\,\hat{i} + dy\,\hat{j}$$

(1) $W^{mg}_{A\to B} = \int -mg\,\hat{j}\cdot(dx\,\hat{i} + dy\,\hat{j})$

$= +mgh$;

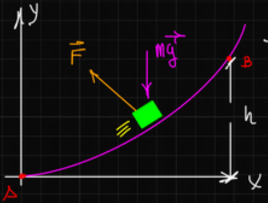
(2) $W^{f_R}_{A\to B} = \int_A^B \vec{f_R}\cdot d\vec{r}$; $\vec{f_R} = f_R\,\hat{i}'$, $d\vec{r} = dx'\,\hat{i}'$

$$= \int_A^B f_R\,dx'$$

$$= f_R\int_A^B dx' = f_R(x'_B - x'_A)$$

$$W^{f_R}_{A\to B} = -f_R d = -\mu_K\, mgd\cos\theta$$

Ejm:



$y = x^2$ → $dy = 2x\,dx$

$$\Rightarrow W^{mg}_{A\to B} = \int m\vec{g}\cdot d\vec{r}$$

$$= -mg\,\hat{j}\cdot\int(dx\,\hat{i}+dy\,\hat{j})$$

$$= -mg\int_{y_A}^{y_B} dy$$

$$W^{mg}_{A\to B} = -mgh$$

$$d\vec{r} = dx\,\hat{i} + dy\,\hat{j}$$

$$= dx\,\hat{i} + dy\,\hat{j}$$

Siendo $\vec{F}(x,y) = x^2y\,\hat{i} + y^2\,\hat{j}$

Entonces;

$$W^{F}_{A\to B} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

$$= \int_A^B (x^2y\,\hat{i}+y^2\,\hat{j})\cdot(dx\,\hat{i}+dy\,\hat{j})$$

$$= \int x^2y\,dx + \int_{y_A}^{y_B} y^2\,dy$$

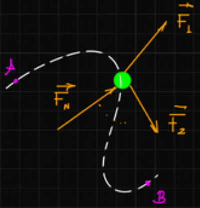
$$= \int y^2\,dx + \frac{y^3}{3}\Big|_{y_A}^{y_B}$$

$$= \int_{x_A}^{x_B} x^4\,dx + \frac{y^3}{3}\Big|_{y_A}^{y_B}$$

$$= \frac{x^5}{5}\Big|_{x_A}^{x_B} + \frac{y^3}{3}\Big|_{y_A}^{y_B}$$

Trabajo mecánico

Sean N fuerzas que actúan sobre una partícula



Entonces;

$$W^{neto} = \sum_{i=1}^{N} W^{\vec F_i}$$

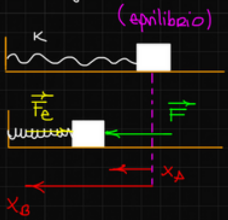
$$= \sum_{i=1}^{N} \int_A^B \vec F_i \cdot d\vec r$$

$$= \int_A^B \left(\sum_{i=1}^{N} \vec F_i \right) \cdot d\vec r = \int_A^B \vec F_R \cdot d\vec r$$

$W^{neto} = W^{F_R}$ Indistintamente de la trayectoria y/o fuerzas

Debido al principio de superposición

Trabajo en un resorte



Siendo $\vec F_e = -k\vec x$, tenemos que

$$W^{F_e}_{A\to B} = \int \vec F_e \cdot d\vec r$$

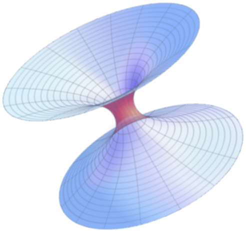
$$= -k \int_{x_A}^{x_B} x\, dx$$

$$= -k \frac{x^2}{2} \Big|_{x_A}^{x_B}$$

$$W^{F_e}_{A\to B} = -\frac{k}{2}\left(x_B^2 - x_A^2\right)$$

GRACIAS

Y MUCHOS ÉXITOS



$$G_{\alpha\beta} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\alpha\beta}$$