FÍSICA I: BFIOIC

2022-1

Prof. Dr. Marco Cuyubamba

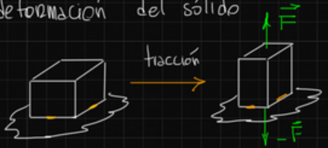
SEMANA 12

Sólidos:

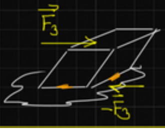
Para el caso de un sólido, se observa

Para fuerzas de compresión ($\vec{F}_1$) es posible mantener al sólido en equilibrio. Es decir, los sólidos soportan fuerzas de compresión. Se observa que los sólidos soportan fuerzas de tracción ($\vec{F}_2$).

Aplicar estas fuerzas tiene como consecuencia, la deformación del sólido



Para el caso de fuerzas tangentes a la superficie, se tiene

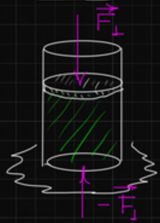


La fuerza de cizalladura $\vec{F}_3$, deforma tangencialmente al sólido y además son soportadas por los sólidos.

Líquido:

Los líquidos NO son capaces de producir fuerzas de reacción

Para interactuar por medio de compresiones se usan superficies



Las fuerzas de compresión en líquidos son soportadas por medio de superficies

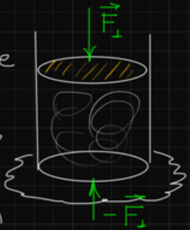
→ Los líquidos son muy poco compresibles

En una burbuja, el líquido soporta fuerzas de tensión $\vec{T}$, hasta que se revientan

En general, los líquidos sí pueden soportar fuerzas de tensión, aunque en un margen de magnitud muy pequeño

Los líquidos **no** soportan fuerzas de cizalladura, porque fácilmente los líquidos pierden el equilibrio y las moléculas comienzan a fluir.

Gases

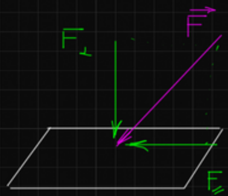


Los gases generan reacciones de fuerzas de compresión por medio de superficies. Debido a la alta compresibilidad de los gases, estos **no** soportan fuerzas de compresión. Tampoco soportan fuerzas de tensión ni de cizalladura

Entonces, debido a que tanto líquidos como gases pierden el equilibrio ante fuerzas de cizalla, a estos se les denomina fluidos

Presión

Tanto líquidos como gases (fluidos), permiten la interacción externa por medio de superficies.



Para estudiar fluidos en equilibrio, es necesaria únicamente la componente normal $F_\perp$

La fuerza se va a distribuir por la superficie

donde $\vec{F}_\perp = \sum_i \vec{F}_i$; donde $\vec{F}_i$ es la fuerza distribuida de manera uniforme

OBS

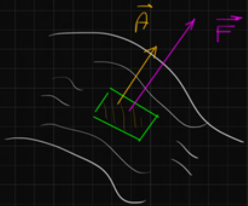
Las superficies permiten que la fuerza se distribuya, por tanto, decimos que la presión es la magnitud de la fuerza distribuida sobre una superficie unitaria

$$\boxed{p = \frac{F_\perp}{A}} \quad \left(Pa \equiv \frac{N}{m^2} \right)$$

la presión es una cantidad escalar.

OBS

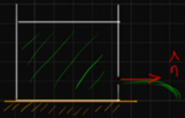
Para el caso de un fluido, este ejerce una fuerza saliente a la superficie de contacto, tal que

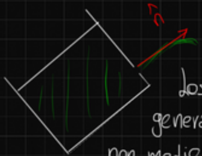


$$\boxed{\vec{F} = p\vec{A}}$$

presión que ejerce el fluido

Ejm:





los fluidos generan presión por medio de fuerzas perpendiculares

Densidad

Sea un cuerpo de masa m y volumen V

Tomamos un elemento pequeño del cuerpo,

dm : masa del elemento pequeño

dV : volumen del elemento pequeño

entonces, se define a la densidad como la razón entre estas cantidades

$$\boxed{\rho = \frac{dm}{dV}} \quad \left(\text{kg}/\text{m}^3\right)$$

es una cantidad escalar

en general

$$\rho_A = \frac{dm_A}{dV_A} \; ; \; \rho_B = \frac{dm_B}{dV_B}$$

Siendo $\rho_A \neq \rho_B$, en este caso, se dice que el cuerpo es no homogéneo

Por otro lado, sea el elemento diferencial de masa dm_P y volumen dV_P alrededor de P.

Si se cumple que $\forall P \in V$,

$$\rho_P = \frac{dm_P}{dV_P} = \text{cte}$$

, se dice que el cuerpo es homogéneo o tiene una distribución de masa uniforme.

$$\boxed{\rho = \frac{m}{V}}$$

Tomamos un elemento pequeño del cuerpo,

dm : masa del elemento pequeño

dV : volumen del elemento pequeño

entonces, se define a la densidad como la razón entre estas cantidades

$$\boxed{\rho = \frac{dm}{dV}} \quad \left(kg/m^3 \right)$$ es una cantidad escalar

alrededor de P.

Si se cumple que $\forall P \in V$,

$$\rho_P = \frac{dm_P}{dV_P} = cte$$, se dice que el cuerpo es homogéneo o tiene una distribución de masa uniforme.

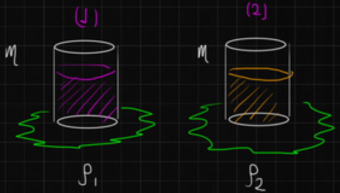
$$\boxed{\rho = \frac{m}{V}}$$

OBS

En general, la densidad de un material depende de factores ambientales, como la presión, temperatura (En líquidos y sólidos la variación es pequeña)

OBS

Para el caso de líquidos Incompresibles, la densidad es uniforme y se vuelve una propiedad intrínseca del líquido.



Las propiedades de los líquidos serán dependientes de la densidad y ya no de su masa

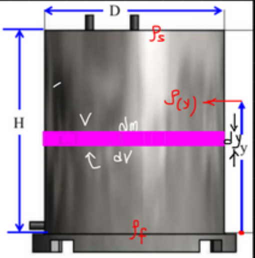
Problema:

En la figura se muestra un tanque de almacenamiento de altura H = 14,486 m y diámetro de 86,096 m, en el tanque se almacena petróleo del tipo extrapesado, y se determina que la densidad del petróleo varia linealmente con la altura, tal que en su superficie es $1{,}84\times10^3$ kg/m³ y en el fondo es $1{,}88\times10^3$ kg/m³ ,

Determine:

a) La densidad del petróleo como función de la altura *y*

b) La masa de petróleo almacenada en el contenedor



Sel

a) $\rho(y) = my + b$

entonces

$$\rho(y) = -\left(\frac{\rho_f - \rho_s}{H}\right)y + \rho_f$$

b) Para densidad variable

$$\boxed{\rho = \frac{dm}{dV}} \longrightarrow dm = \rho\, dV \quad ; \quad dV = \pi R^2 dy$$

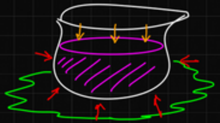
$$M = \int dm = \int_0^H \left(\rho_f - \frac{\Delta\rho}{H} y\right) \pi R^2 dy$$

$$M = \pi R^2 \left\{ \rho_f \int_0^H dy - \frac{\Delta\rho}{H} \int_0^H y\, dy \right\}$$

$$M = \pi R^2 \rho_f H - \frac{\Delta\rho}{2} H \pi R^2$$

OBS

Sea el fluido,



En el caso de los líquidos, esto dejan niveles libres

Los fluidos interactúan por medio de presiones sobre superficies

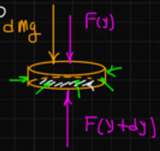
En un cuerpo sumergido en un fluido

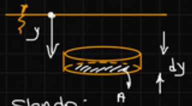
Los fluidos ejercen presión por medio de fuerzas perpendiculares

en equilibrio

$$m\vec{g} + \sum_i \vec{F_i} = \vec{0}$$

Lo mismo ocurre para un elemento diferencial del fluido





siendo;

$$dV = A\,dy$$

En equilibrio;

$$F(y+dy) = F(y) + dmg$$

$$(P+dP)A = PdA + dmg$$

$$\cancel{A}\,dP = \rho \cancel{A} g\,dy$$

$$\boxed{\frac{dP}{dy} = \rho g}$$

donde "y" se mide respecto al nivel libre.

OBS

Dado que $\frac{dP}{dy} > 0$ ¡entonces a mayor profundidad, mayor presión ejercida

entonces;

$$\int_{P_0}^{P} dP = \int_{0}^{y} \rho g\,dy$$

$$P - P_0 = g\int_0^y \rho(y)\,dy \rightarrow \boxed{P(y) = P_0 + g\int_0^y \rho(y)\,dy}$$

presión en el nivel libre

Presión del fluido a una profundidad "y"

OBS

Para densidad constante, se tiene:

$$\boxed{P(y) = P_0 + \rho g y}$$

pendiente $= \rho g$

Presión atmosférica

capas atmosféricas alrededor de la superficie terrestre

, se cumple

$$\frac{dP}{dy} = -\rho g$$

en este caso "y" se mide respecto a la superficie terrestre

$$dp = -\rho g\, dy$$

$$dp = -\frac{p}{\alpha} g\, dy$$

$$\int_{p_0}^{p} \frac{1}{p}\, dp = -\frac{g}{\alpha}\int_{0}^{y} dy$$

$$\ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = -\frac{g}{\alpha}\, y$$

$$\rightarrow \quad p(y) = p_0\, e^{-\frac{g}{\alpha} y}$$

$$\rightarrow \quad \boxed{p(y) = p_0\, e^{-\frac{\rho_0 g}{p_0} y}}$$

$$\rightarrow \quad \boxed{p(y) = p_0\, e^{-\frac{y}{h_0}}}$$

Sobre el nivel de mar :

$$P_{atm} = P_0 = 1{,}013 \times 10^5 \ \text{Pa}$$

$$\rho_{aire} = \rho_0 = 1{,}21 \ \text{kg/m}^3$$

OBS

Vamos a considerar a la atmósfera como gas ideal

$$PV = N k_B T$$

$$p = \frac{N k_B}{m} \frac{m}{V} T$$

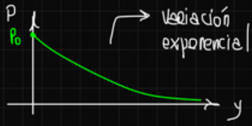
$$\rightarrow \quad \boxed{p = \alpha \rho}$$; α es una constante de proporcionalidad

T: cte

$$\alpha = \frac{p_0}{\rho_0}$$

se observa

$$\underbrace{\left[\frac{p_0}{\rho_0 g}\right]}_{h_0} = L$$



$$\rightarrow \quad h_0 = 8{,}54 \ \text{km}$$

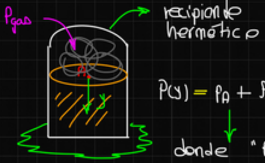
donde h_0 es aproximadamente la altura del monte Everest.

OBS

La presión de la atmósfera cambia en un factor de $1/e$ cuando se mide a h_0 metros sobre el nivel del mar. Es decir, a h_0 metros sobre el nivel del mar, la presión disminuye en un 63 %.

OBS

Si el fluido presenta nivel libre y está confinado en un recipiente hermético



$$p(y) = p_A + \rho g y$$

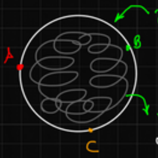
donde "p_A" es la presión del gas contenido en ese espacio libre

OBS.

Para un fluido que no presenta nivel libre (Gases)

→ El gas ejerce la misma presión en cualquier punto de la superficie del contenedor

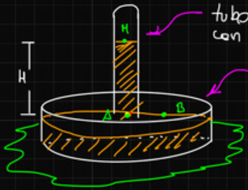
$\forall A \in \partial V \; ; \; P_A = cte$



∂V: superficie del contenedor

V: volumen del contenedor

Experimento de torricelli



tubo de ensayo con mercurio

recipiente con mercurio

$$P_B = P_A$$

$$P_{atm} = \cancel{P_M}^{\,0} + \rho g H$$

$$\boxed{P_{atm} = \rho_{Hg}\, g\, H_{Hg}}$$

↳ Se encuentra

$$P_{atm} \cong 1{,}013 \times 10^5 \; Pa$$

$\rho_{Hg} = 13{,}6 \times 10^3 \; kg/m^3$

$g = 9{,}80 \; m/s^2$

$H_{Hg} = 76 \; cm = 760 \; mm$

La altura de la columna de Hg, se estableció como unidad de medida

$P_{atm} = 76 \; cm\text{-}Hg$

$P_{atm} \equiv 760 \; mm\text{-}Hg$

Presión manométrica

Indica en cuánto la presión del fluido es mayor o menor que la atmosférica

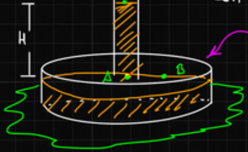
$$P = P_{atm} + P_m$$

P ↓ presión absoluta

P_m ↳ presión manométrica

Ejm:

$P_m = 300 \; Pa$; indica que el fluido tiene una presión de 300 Pa por encima de la atmosférica



$\rho_{Hg} = 13{,}6 \times 10^3 \ kg/m^3$

$g = 9{,}80 \ m/s^2$

$H_{Hg} = 76 \ cm = 760 \ mm$

$P_B = P_A$

$P_{atm} = \cancel{P_M}^{\,0} + \rho g H$

$\boxed{P_{atm} = \rho_{Hg}\, g\, H_{Hg}}$

↳ Se encuentra

$P_{atm} \cong 1{,}013 \times 10^5 \ Pa$

presión absoluta

↳ presión manométrica

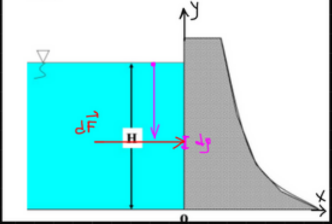
Ejm:

$P_m = 300 \ Pa$; indica que el fluido tiene una presión de 300 Pa por encima de la atmosférica

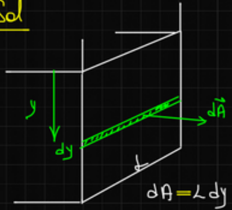
En la figura se muestra un corte transversal de la pared una represa de ancho L , determine:

a) La fuerza que se ejerce sobre la pared de la represa

b) ~~El torque neto que ejerce el agua respecto de O~~



Sol



$dA = L\,dy$

Sabemos que

$d\vec{F} = p_{(y)}\, d\vec{A}$

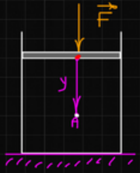
$$\int d\vec{F} = \int (P_{atm} + \rho g y)\, L\, dy \ \hat{\imath}$$

$$\vec{F} = \left(\int_0^H P_{atm} L\, dy + \rho g L \int_0^H y\, dy \right) \hat{\imath}$$

$$\vec{F} = \left(P_{atm} L H + \frac{\rho g L H^2}{2} \right) \hat{\imath} \quad ; \quad F(y) = P_{atm} L y + \frac{\rho g L y^2}{2}$$

Principio de Pascal

La presión aplicada sobre un fluido poco compresible y en equilibrio dentro de un recipiente, se transmite con igual intensidad en todas las direcciones y puntos del fluido



Para un fluido incompresible

$$P(y) = P_0 + \rho g y$$

si se aplica una fuerza externa

$$P'(y) = P_0' + \rho g y$$

$\rightarrow \Delta P = P' - P$

$\rightarrow \Delta P(y) = \underbrace{\Delta P_0}_{cte}$: cambio de presión externa

por tanto, el cambio de presión externa es la misma $\forall y$

Prensa hidraúlica

Sea el esquema:

En equilibrio, se observa

$$\Delta P_1 = \Delta P_2$$

$$\boxed{\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}}$$

Siendo: $F_1 = \frac{A_1}{A_2} F_2$; En prensas hidraúlicas $A_1/A_2 << 1$.

OBS

Si el pistón se desplaza en equilibrio

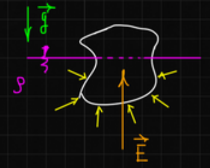
$$W^{F_1} = F_1 d_1$$

$$= \left(\frac{A_1}{A_2} F_2\right) d_1 = \left(\frac{A_1 d_1}{A_2 d_2}\right) F_2 d_2$$

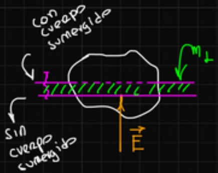
$$= \frac{V_1}{V_2} W^{F_2} \quad ; \quad V_1 = V_2$$

$$= W^{F_2}$$

Principio de Arquímedes



La resultante sobre el cuerpo sumergido debido al fluido es una fuerza ascendente $(+\hat{j})$ y se denomina fuerza de flotación, flotación o Empuje



La fuerza de empuje tiene una magnitud igual a la peso del fluido desplaza

$$E = m_L g$$

$$E = \rho_L V_D g$$

$$\boxed{E = \rho_L g V_s}$$

; V_D : Volumen desplazado del fluido

V_s : " sumergido del cuerpo

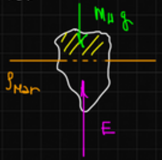
Ejm:

Determinar qué fracción del volumen total de un témpano de hielo queda expuesto.

$$\rho_{Mar} = 1024 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{Hielo} = 917 \text{ kg/m}^3$$

$\Rightarrow$



Del equilibrio

$$M_H g = E$$

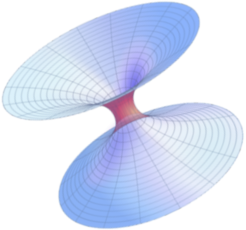
$$\rho_H V_H \cancel{g} = \rho_L V_s \cancel{g}$$

$$\rightarrow \frac{V_s}{V_H} = \frac{\rho_H}{\rho_L} = 89{,}6\%$$

$\therefore$ La fracción expuesta corresponde a 10,4% del hielo.

GRACIAS

Y MUCHOS ÉXITOS



$$G_{\alpha\beta} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\alpha\beta}$$