

Proyecto 1 Análisis y Diseño de Algoritmos
Roberto Nájera 23781
Trabajado Individualmente

Descripción de las convenciones elegidas

Para la representación de enteros no negativos usaremos un sistema unario. Es decir:

$$n \rightarrow 1^n$$

Por ejemplo, $0 = \text{vacío}$, $1 = 1$, $2 = 11$, $3 = 111$.

Entonces la entrada sería

$$1^n$$

donde n es la posición en la sucesión de Fibonacci

La salida que dejará la máquina en la cinta será entonces

$$1^{F(n)}$$

Diagrama de la máquina de Turing

A continuación, el diagrama de las transiciones. Para calcular Fibonacci, la fórmula queda como

$$\begin{aligned} F(0) &= 0 \\ F(1) &= 1 \\ F(n) &= F(n-1) + F(n-2) \end{aligned}$$

Utilizaremos la maquina de turing en el paper de referencia (Vinokur 2006). En la cinta la estrategia que utilizaremos será copiar bloques y desplazar sumando en unario. En cada iteración se manipula un bloque de tamaño $F(i)$, se realizan múltiples recorridos completos de la cinta, por lo que un recorrido completo cuesta $O(F(i))$, y cada paso del algoritmo requiere varios recorridos.

Entonces el tiempo total es

$$T(n) = \sum O(F(i))$$

Sabemos que como cada suma implica multiples pasadas completas entonces

$$T(n) = O(F(n)^2)$$

Como cada numero de fibonacci sigue que

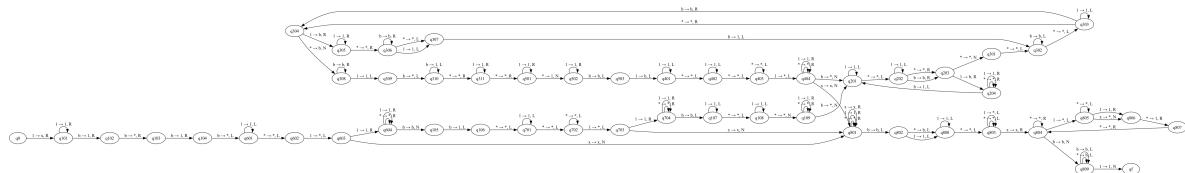
$$F(n) = \Theta(\varphi^n)$$

Entonces significa

$$T(n) = O(\varphi^{2n})$$

El algoritmo es exponencial

El diagrama de transiciones de estados es el siguiente:



Referencias

Vinokur, A. (2006) Computing Fibonacci numbers on a Turing Machine.

<https://arxiv.org/pdf/cs/0601050>