

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Дисциплина: Архитектура ЭВМ

Отчет

по домашней работе № 1

**«ПОСТРОЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ СХЕМ И МИНИМИЗАЦИЯ  
ЛОГИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ»**

Выполнил: Султанов Мирзомансурхон Махсудович

Номер ИСУ: 311629

студ. гр. М3134

Санкт-Петербург

2021

**Цель работы:** моделирование простейших логических схем и минимизация логических функций методом карт Карно.

**Инструментарий и требования к работе:** работа выполняется в logisim.

### Теоретическая часть

Карты Карно – это графическое представление таблиц истинности логических функций. В таблице содержится  $2^n$  ячеек, где  $n$  – число логических переменных. Карта размечается системой координат, соответствующих значениям входных переменных. При этом для координат столбцов и строк используется код Грея, т.е. входные переменные идут таким образом, чтобы соседние наборы отличались лишь одной цифрой в каком-либо разряде. При этом таблица представляет собой тор, т.е. верхняя и нижняя строки являются “соседними”, левый и нижний столбцы так же являются “соседними”. Пример карты Карно можно увидеть на рисунке 1.

$F$		$x_3 x_4$			
		00	01	11	10
$x_1 x_2$	00	1	0	0	1
	01	1	0	0	1
	11	0	1	1	0
	10	1	0	0	1

Рисунок 1 – Пример таблицы карты Карно для 4 переменных

Алгоритм минимизации функций КНФ аналогичен алгоритму для ДНФ, нужно лишь работать с нулями вместо единиц и вместо дизъюнкции конъюнкций использовать конъюнкцию дизъюнкций. Для минимизации логических функций ДНФ нужно проследовать следующему алгоритму:

1. Выделяем смежные клетки, содержащие только единицы, в прямоугольники, которые содержат  $2^n$  ячеек, где  $n$  – неотрицательное целое число. При этом нужно помнить, что крайние строки и столбцы являются соседними между собой;

2. Площадь прямоугольников должна быть как можно больше, а количество прямоугольников как можно меньше;

3. Прямоугольники могут пересекаться и возможно несколько вариантов покрытия.

Далее берём первый прямоугольник и смотрим какие переменные не меняются в пределах этой области, выписываем конъюнкцию этих переменных, если неменяющаяся переменная нулевая, проставляем над ней инверсию. Берём следующий прямоугольник, выполняем то же самое что и для первого, и т. д. для всех прямоугольников. Конъюнкции областей объединяем дизъюнкцией. Примеры использования карт Карно для функции с двумя переменными можно увидеть на рисунке 2.

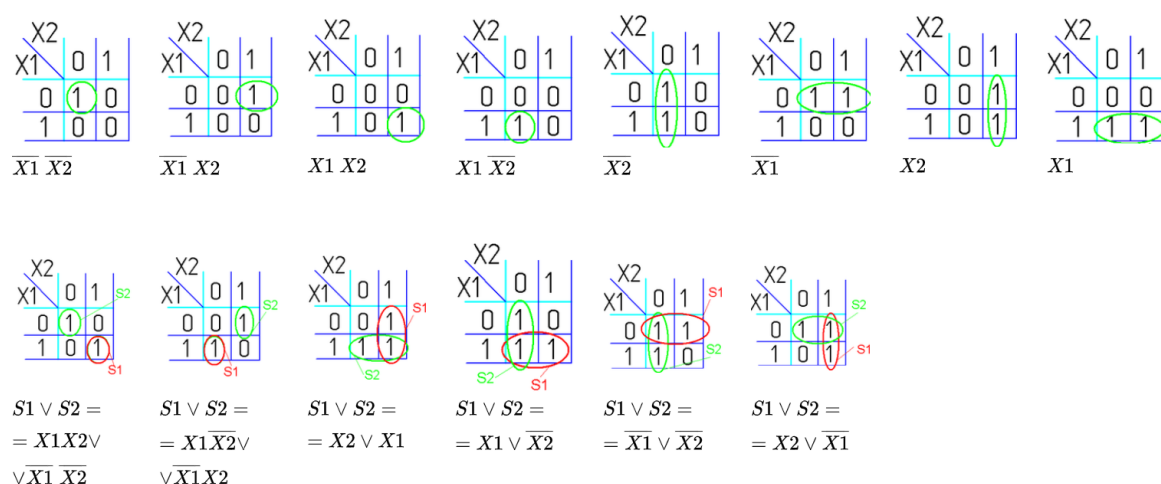


Рисунок 2 – Примеры использования карт Карно

Так, например, для карты Карно на рис. 1 выражение в формате ДНФ будет иметь вид:

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = s_1 \mid s_2 \mid s_3 = \overline{x}_2 \& \overline{x}_4 \mid \overline{x}_1 \& \overline{x}_4 \mid x_1 \& x_2 \& x_4$$

## Практическая часть

Заданная вектор-функция: 1001001010101011. Ниже представлены таблица истинности (см. таблицу 1) и ЛФ для данной функции. Для удобства записи ЛФ в виде формулы переопределим наши аргументы  $x_3$ ,

$x_2, x_1, x_0$  в  $x, y, z, t$ . В логической схеме будем всё так же использовать  $x_3, x_2, x_1, x_0$ .

Таблица 1 – Таблица истинности для данной вектор-функций

x (x3)	y (x2)	z (x1)	t (x0)	F(x, y, z, t)
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

ЛФ в СДНФ по заданной вектор-функции:

$$F(x, y, z, t) = (\bar{x} \& \bar{y} \& \bar{z} \& \bar{t}) \mid (\bar{x} \& \bar{y} \& z \& t) \mid (\bar{x} \& y \& z \& \bar{t}) \mid (x \& \bar{y} \& \bar{z} \& \bar{t}) \mid (x \& \bar{y} \& z \& \bar{t}) \mid (x \& y \& \bar{z} \& \bar{t}) \mid (x \& y \& z \& \bar{t}) \mid (x \& y \& z \& t)$$

ЛФ в СКНФ по заданной вектор-функции:

$$F(x, y, z, t) = (x \mid y \mid z \mid \bar{t}) \& (x \mid y \mid \bar{z} \mid t) \& (x \mid \bar{y} \mid z \mid t) \& (x \mid \bar{y} \mid z \mid \bar{t}) \& (x \mid \bar{y} \mid \bar{z} \mid \bar{t}) \& (\bar{x} \mid y \mid z \mid \bar{t}) \& (\bar{x} \mid y \mid \bar{z} \mid \bar{t}) \& (\bar{x} \mid \bar{y} \mid z \mid \bar{t})$$

Теперь построим схему для СКНФ согласно варианту (см. рис. 3):

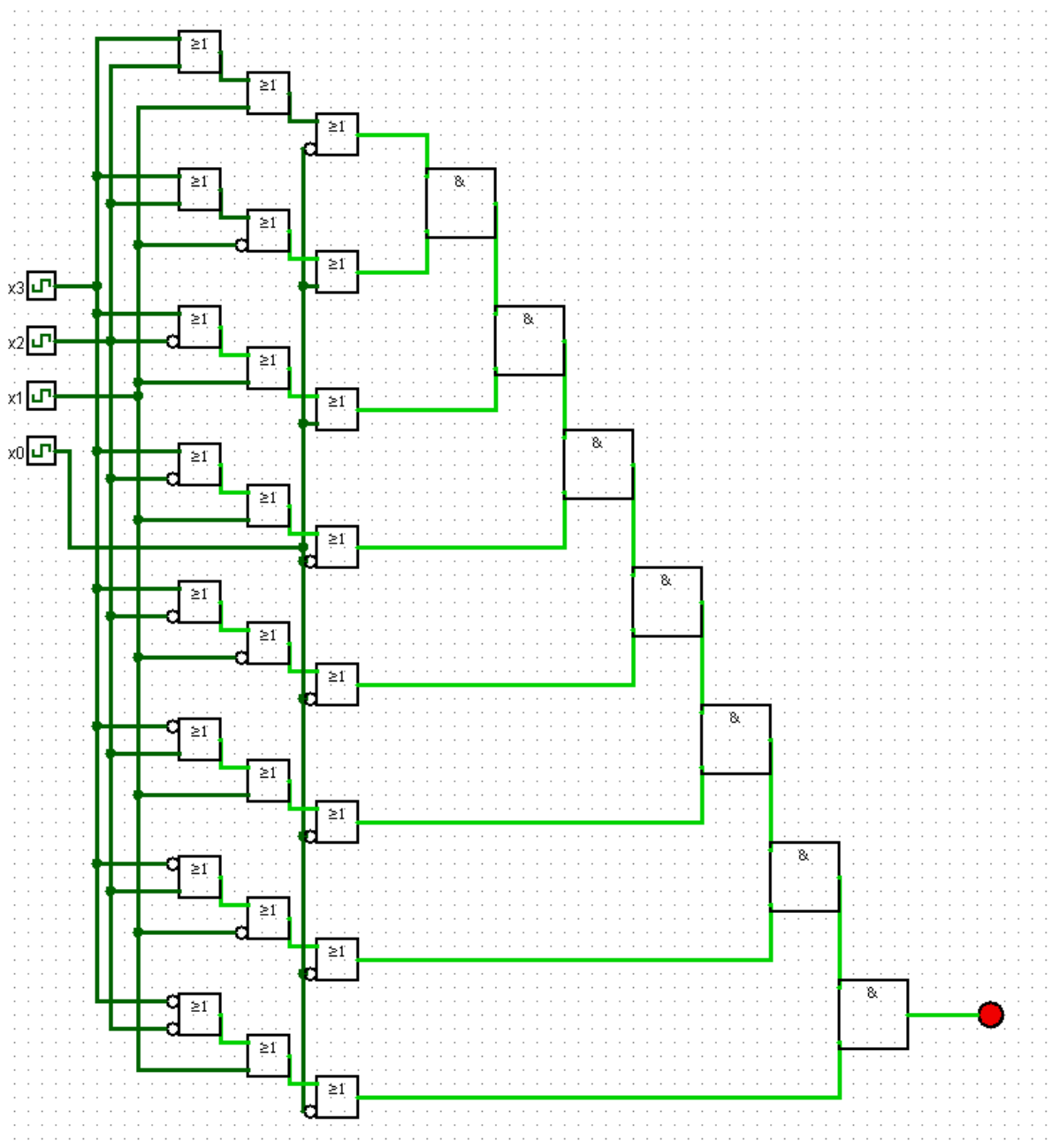


Рисунок 3 – Схема из функциональных элементов для СКНФ

Теперь составим карту Карно (см. таблицу 2) и проследуем алгоритму из теории:

Таблица 2 – Карта Карно данной функции

Zt		00	01	11	10
xy	00	1	0	1	0
	01	0	0	0	1
	11	1	0	1	1
	10	1	0	0	1

МКНФ:

Разобьём таблицу на прямоугольники из нулей так, чтобы количество прямоугольников было минимальным, а их площади максимальными и при этом являлись степенью двойки. Затем для каждого прямоугольника построим соответствующие им дизъюнкции и объединим их конъюнкцией. Результат разбиения можно увидеть на рисунке 4.

zt		00	01	11	10
xy	00	1	0	1	0
	01	0	0	0	1
	11	1	0	1	1
	10	1	0	0	1

Рисунок 4 – Таблица карты Карно для МКНФ

$$S1 = z | \bar{t} \quad S3 = x | \bar{y} | \bar{t} \quad S5 = x | y | \bar{z} | t$$

$$S2 = x | \bar{y} | z \quad S4 = \bar{x} | y | \bar{t}$$

$$F(x, y, z, t) = S1 \& S2 \& S3 \& S4 \& S5 = (z | \bar{t}) \& (x | \bar{y} | z) \& (x | \bar{y} | \bar{t}) \& (\bar{x} | y | \bar{t}) \& (x | y | \bar{z} | t)$$

МДНФ:

Аналогично, как и в предыдущем случае, разобьём таблицу на прямоугольники уже из единиц так, чтобы количество прямоугольников было минимальным, а их площади максимальными и при этом являлись степени двойки. Затем для каждого прямоугольника построим соответствующие им конъюнкции и объединим их дизъюнкцией. Результат разбиения на рисунке 5.

zt		00	01	11	10
xy	00	1	0	1	0
	01	0	0	0	1
	11	1	0	1	1
	10	1	0	0	1

Рисунок 5 – Таблица карты Карно для МДНФ

$$S1 = x \& \bar{t} \quad S3 = x \& y \& z \quad S5 = \bar{x} \& \bar{y} \& z \& t$$

$$S2 = y \& z \& \bar{t} \quad S4 = \bar{y} \& \bar{z} \& \bar{t}$$

$$F(x, y, z, t) = S1 \mid S2 \mid S3 \mid S4 \mid S5 = (x \& \bar{t}) \mid (y \& z \& \bar{t}) \mid (x \& y \& z) \mid (\bar{y} \& \bar{z} \& \bar{t}) \mid (\bar{x} \& \bar{y} \& z \& t)$$

Построим теперь МДНФ на логической схеме согласно условию задачи (см. рис. 6):

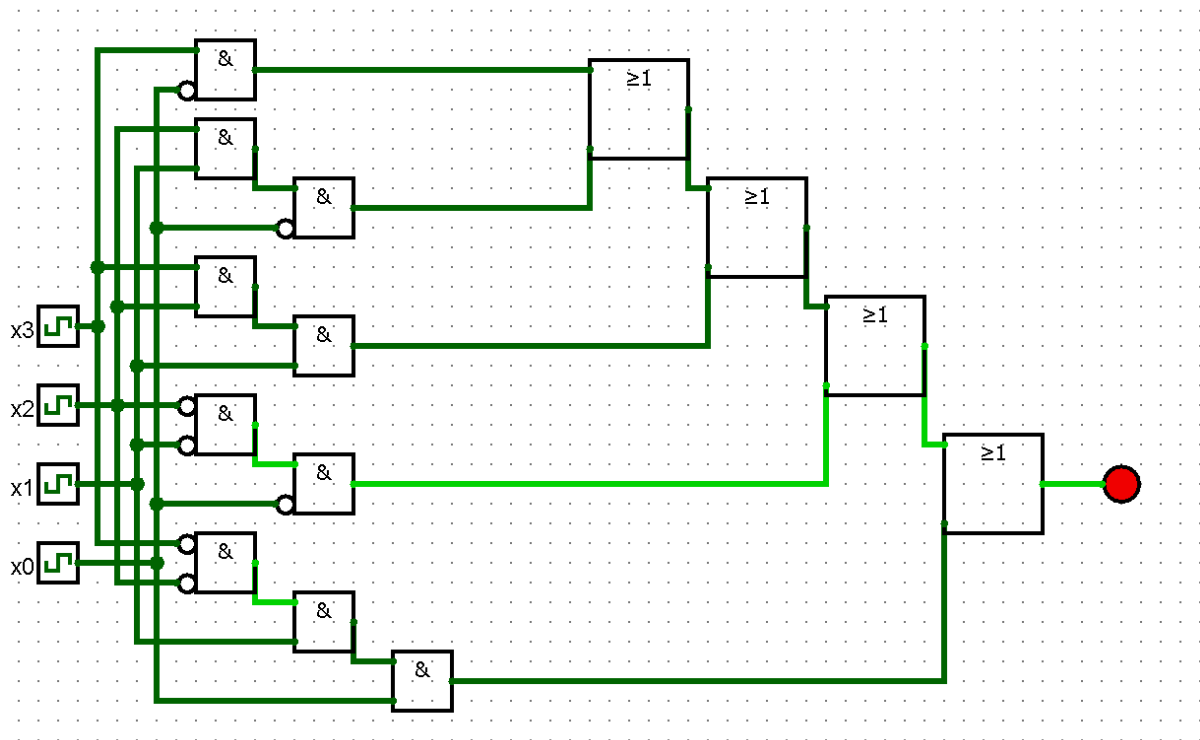


Рисунок 6 – Схема из функциональных элементов для МДНФ

Как можно заметить из схем, количество элементов при минимизации уменьшилось существенно. Также замечу, что при построении конъюнктов или дизъюнктов длиной  $n + 1$  можно использовать уже построенные конъюнкты или дизъюнкты длиной  $n$ , а не строить их заново, как это сделал в некоторых местах я. Тогда в таком случае нам бы потребовалось ещё бы меньше функциональных элементов, но наглядность построения СКНФ и МДНФ была бы потеряна. Ещё одно важное замечание: вместо последовательного объединения в конъюнкцию или дизъюнкцию можно было сделать это деревом отрезков. Тогда бы количество функциональных элементов не изменилось бы, но зато уменьшилась бы глубина схемы.