К/р #1.

(1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ $A^T = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ $B^T = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

$A^T \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

$A \cdot B^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

$(A \cdot B^T)^T = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

$A^T B - (A \cdot B^T)^T = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

$2D = \begin{pmatrix} -8 & -8 & -2 \\ 0 & -6 & 8 \end{pmatrix}$

$-E = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}$ $2F = \begin{pmatrix} -6 & 6 \end{pmatrix}$

$2D \cdot (-E) = \begin{pmatrix} -8 & -8 & -2 \\ 0 & -6 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 42 \\ 16 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 42 \\ 16 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -6 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -252 & 252 \\ -96 & 96 \end{pmatrix}$

Ответ $\begin{pmatrix} -250 & 250 \\ -96 & 94 \end{pmatrix}$

(2) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -6 & -2 & -1 \\ 0 & 4 & 1 & -3 \\ 0 & -16 & 0 & 18 \end{vmatrix} =$

$= 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & -3 \\ -16 & 0 & 18 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & -4 & -5 & -2 \\ 0 & 4 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 4 & 6 \end{vmatrix}$

$= \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & -4 & -5 & -2 \\ 0 & 0 & -4 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 16$

$$\to \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -6 & -2 & -1 \\ 0 & 4 & 1 & -3 \\ 0 & -16 & 0 & 18 \end{vmatrix} =$$

$$= -\overset{-92}{\begin{vmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & -3 \\ -16 & 0 & 18 \end{vmatrix}} - 6\overset{18}{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 18 \end{vmatrix}} +$$

$$+ 2\overset{\cancel{20}\ 24}{\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & -3 \\ 0 & -16 & 18 \end{vmatrix}} - \overset{+\cancel{64}\ 16}{\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & -16 & 0 \end{vmatrix}} =$$

$$= 92 - 108 + \overset{48}{\cancel{240}} - \overset{16}{\cancel{64}} = \underline{16}$$

Ответ. 16.

(3) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+c & b+d \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$A \cdot X \cdot B = \begin{pmatrix} a+c & b+d \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+c & b+d \\ c & d \end{pmatrix} = C$$

$$\begin{cases} a + c = 1 \Rightarrow a = 1 \\ b + d = -1 \Rightarrow b = -2 \\ c = 0 \\ d = 1 \end{cases}$$

Ответ $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

(4) $\vec{a}\{2, -2\}$ $\vec{b}\{4, 0\}$

$|\vec{e}_1| = 3$ $|\vec{e}_2| = 3$ $\angle(\vec{e}_1 \vec{e}_2) = \frac{2\pi}{3}$

$(\vec{e}_1, \vec{e}_2) = 3 \cdot 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{9}{2}$

$(\vec{a}, \vec{b}) = (2\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2)(4\vec{e}_1) =$

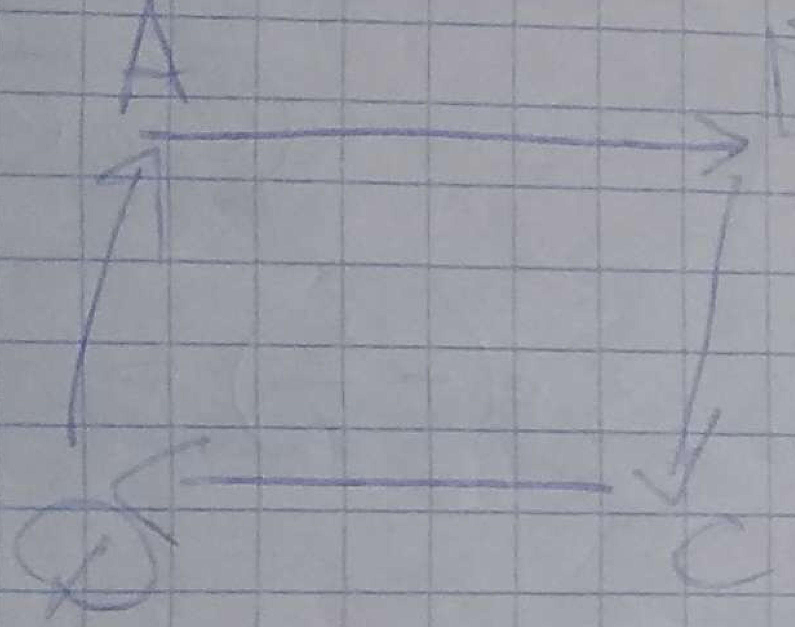
$= 8|\vec{e}_1|^2 - 8(\vec{e}_1, \vec{e}_2) =$

$= 8 \cdot 9 + 8 \cdot \frac{9}{2} = 72 + 36 = 108$

Ответ. 108.

A(1, 1, 1)
B(-16, 69, 52)
C(-75, 97, -5)
D(-58, 29, -56)

$\vec{AB}\{-17, 68, 51\}$
$\vec{BC}\{-59; 28; -57\}$
$\vec{CD}\{17; -68; -51\}$
$\vec{DA}\{59; -28; 57\}$
$\vec{AD}\{-59; 28; -57\}$



$$\begin{vmatrix} -17 & 68 & 51 \\ -59 & 28 & -57 \\ 17 & -68 & -51 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$ Все точки в одной пл-ти

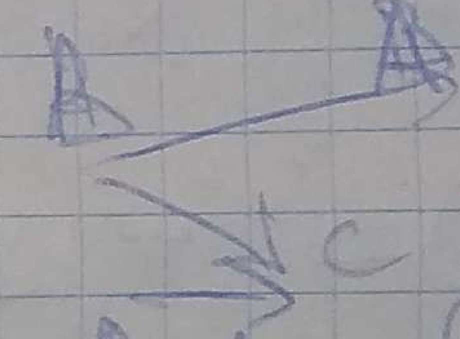
Легко заметить: $\vec{AB} \parallel \vec{CD}$ и $\vec{BC} \parallel \vec{DA}$

$|\vec{AB}| = |\vec{CD}| = \sqrt{289 + 4624 + 2601} = \sqrt{7514}$

$|\vec{BC}| = |\vec{DA}| = \sqrt{59^2 + 28^2 + 57^2} = \sqrt{7514}$

$(\vec{AB} \cdot \cancel{\vec{BC}}\ \vec{AD}) = 17 \cdot 59 + 68 \cdot 28 - 51 \cdot 57 = 0 \Rightarrow$ ~~cos~~ $\vec{AB} \perp \vec{AD}$

Все стороны равны и смежные стороны перп-ны => кв-т.



⑥ A(0, -6, 8)
B(-2, -5, 4)
C(-7, -4, 0)

$\vec{BA}\{2; -1; 4\}$
$\vec{BC}\{-5; 1; -4\}$

$$\cos\angle ABC = \frac{-10 - 1 - 16}{\sqrt{21} \cdot \sqrt{42}} \approx -0{,}91$$

$|\vec{BA}|$ $|\vec{BC}|$

Ответ: -0,91

7) $\vec{a}(-3;-2;2)$
$\vec{b}(-3;2;-4)$
$\vec{x} \parallel [\vec{a},\vec{b}]$

$\begin{vmatrix} i & j & k \\ -3 & -2 & 2 \\ -3 & 2 & -4 \end{vmatrix} = 0\vec{i} - 18\vec{j} - 9\vec{k} =$

$= \{0; -18; -9\}$

$\vec{x}\{0; -18n; -9n\}$
$\vec{c}\{-4; 2; -3\}$

$(\vec{x}, \vec{c}) = -18n + 27n = 9n = -2 \Rightarrow$

$\Rightarrow n = -\frac{2}{9} \Rightarrow \vec{x}\{0; 4; 2\}$

8) $A(-2;2;2)$ $\quad \vec{AB}\{2; 2; 3\}$
$B(2;3;5)$ $\quad \vec{BC}\{-6; -5; -2\}$
$C(-5;-2;3)$ $\quad \vec{CD}\{2; 7; -18\}$
$D(-3;5;-15)$ $\quad \vec{DA}\{2; -3; 17\}$

$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ -6 & -5 & -2 \\ 2 & 7 & -18 \end{vmatrix} = 2 \cdot 104 - (108+4) +$

$+ 3(-42+10) = 208 - 112 - 96 = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow$ все точки $\in$ одн. пл-ти Ответ