$A^{-1} \cdot B = \dots$

Dz #3.

1) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & 5 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Легко заметить, что $\Delta = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow$ не $\exists$ матрицы A^{-1}.

2) $A = \begin{pmatrix} x-1 & 0 & x-1 \\ 2x+1 & -2x-1 & 0 \\ -3x-3 & 2x+2 & -2x-2 \end{pmatrix}$

$\Delta = 0$

$$\begin{vmatrix} x-1 & 0 & x-1 \\ 2x+1 & -2x-1 & 0 \\ -3x-3 & 2x+2 & -2x-2 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} x-1 & 0 & x-1 \\ 3 & -2x-1 & -2x+2 \\ -6 & 2x+2 & x-5 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} x-1 & 0 & x-1 \\ 2x+1 & -2x+1 & 0 \\ -2x-2 & 2x+2 & -2x-2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & x-1 \\ 2x+1 & -2x-1 & 0 \\ -x-1 & 2x+2 & -2x-2 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 0 & x-1 & x-1 \\ 2x+1 & -2x-1 & 0 \\ -x-1 & 0 & -2x-2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x-1 & x-1 & x-1 \\ 0 & -2x-1 & 0 \\ -x-1 & 0 & -2x-2 \end{vmatrix} =$$

$$= (x-1)\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2x-1 & 0 \\ -x-1 & 0 & -2x-2 \end{vmatrix} =$$

$$= (x-1)\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -2x-1 & 0 \\ -x-1 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= (x-1)\cdot(-1)\cdot\left(0-(2x+1)(x+1)\right) =$$

$$= (x-1)(2x+1)(x+1) = 0$$

Ответ: $x = -1, \ -\frac{1}{2}, \ 1.$

(3)

$$\begin{vmatrix} -3x-1 & 3x+1 \\ -3x-1 & 0 \end{vmatrix} = (-3x-1)\begin{vmatrix} 1 & 3x+1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = (-3x-1)(-3x-1) = (3x+1)^2$$

$$\begin{vmatrix} -2x-1 & -2x-1 \\ 0 & 2x-1 \end{vmatrix} = (-2x-1)\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2x-1 \end{vmatrix} = (-2x-1)(2x-1) = -(2x+1)(2x-1)$$

$$\begin{vmatrix} -3x-1 & 6x+2 \\ 2x-1 & -2x+1 \end{vmatrix} = (-3x-1)\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2x-1 & -2x+1 \end{vmatrix} = (-3x-1)(-3x+1+4x-2) =$$
$$= -(1+3x)(2x-1)$$

Ответ: $-\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$.

④ $AXB = C \Rightarrow X = A^{-1} C B^{-1}$

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \Delta = 1 \quad \tilde{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \tilde{A}^T = \begin{pmatrix} 1 & - \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} \quad \Delta = 1 \quad \tilde{B} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \tilde{B}^T = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

$B^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$

(5) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \quad \Delta = 1 \quad \tilde{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \tilde{A}^T = A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

(6) $\begin{cases} \varepsilon_1 - 2\varepsilon_2 + 3\varepsilon_3 = -1 \\ -\varepsilon_1 + 3\varepsilon_2 - 5\varepsilon_3 = 1 \\ \varepsilon_2 - \varepsilon_3 = 0 \end{cases}$

1. Метод Гаусса

$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & -1 \\ -1 & 3 & -5 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right] \sim$

$\sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right]$

$\varepsilon_3 = 0, \ \varepsilon_2 = 0, \ \varepsilon_1 = -1$

2. Метод Крамера.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 3 & -5 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -(-5+3)+3= $$

$$=3$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & -5 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -(5-3)-3+2=$$

$$=-3$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 1 = 0$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -(1-1)=0$$

$$x_1 = \frac{\Delta x}{\Delta} = -1 \qquad x_3 = \frac{\Delta z}{\Delta} = 0$$

$$x_2 = \frac{\Delta y}{\Delta} = 0$$

3. Метод обр. матрицы

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & -5 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$AX = B \Rightarrow X = A^{-1} B$$

$$A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 8 & 1 & -1 \\ 5 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 8 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \cdot B = \begin{vmatrix} 8 & 1 & -1 \\ 5 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \cdot B = \begin{bmatrix} 8/3 & 5/3 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 & 2/3 \\ -1/3 & -1/3 & 1/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$