ROGÉRIO GOMES DE FARIA

A MATEMÁTICA FINANCEIRA DO MERCADO

Usando a HP – 12C e o EXCEL nos exercícios

Revisada em Janeiro de 2010

PROGRAMA

Capítulo 1

ELEMENTOS DO CÁLCULO FINANCEIRO NO BRASIL

Capítulo 2

PROJEÇÃO DAS TAXAS FUTURAS DE JURO

Capítulo 3

OPERAÇÕES DE CURTÍSSIMO PRAZO

Capítulo 4

OPERAÇÕES DE CURTO PRAZO

Capítulo 5

OPERAÇÕES DE MÉDIO PRAZO

Capítulo 6

OPERAÇÕES DE LONGO PRAZO

A Introdução desses tópicos foi dada no Capítulo 1, respectivamente das pags 67 a 86. Posteriormente, na apostila de Matemática Financeira Avançada o primeiro deles será abordado com CM e Recálculo Periódico, exatamente como opera a CEF e o segundo, do mesmo modo como o BNDES faz, usando a URTJLP, como moeda.

Capítulo 1

ELEMENTOS DO CÁLCULO FINANCEIRO NO BRASIL

Apresentação

Esta apostila é destinada principalmente aos alunos de Ciências Econômicas dos três cursos, Economia, Contábeis e Administração e a todos os de Engenharia, tendo também sua utilização aprovada pelos estudantes e profissionais de outras áreas afins, dado o cunho absolutamente profissional e atualizado das partes que a compõe.

Começou a ser escrita há vários anos com o principal objetivo de fazer chegar a todos os brasileiros o que está acontecendo no mercado financeiro nacional com as programações e operações de renda fixa, quais as modificações introduzidas pela Autoridade Monetária e que vantagens se espera que essas mudanças venham a trazer. Para isso, a apostila é revisada anualmente e apresentada numa linguagem coloquial bem simples para facilitar o acesso de todos, porém, sempre refletindo de maneira clara e objetiva a realidade das operações financeiras da forma como elas vão acontecendo no mercado e naquele momento, inclusive com a tributação pertinente às novas programações e confirmando ou mostrando o que mudou nas que foram alteradas.

Isto é possível por ser a grande parte do conteúdo realizada através de exemplos reais que o próprio mercado nos proporciona diariamente e as instituições financeiras, o Bacen principalmente, nos fornece o material que foi modificado ou introduzido. Por isso é que damos tanta importância à inclusão da tributação atualizada que os órgãos normativos subordinados ao Ministério da Fazenda publicam sempre que necessário.

Apesar de a apostila ter o nome de Matemática Financeira do Mercado, ela não trabalha seguindo o seu título ao pé da letra contemplando apenas conceitos, definições, normas e exercícios para iniciantes e sim, aborda generosamente e de forma o mais completa possível, uma boa parte do operacional do mercado financeiro nacional como, Desconto Bancário, Capital de Giro nos dois regimes de capitalização, Equivalência de Capitais e a Projeção das Taxas Futuras de Juro, instrumento importante do Mercado de Derivativos Financeiros. Isto, nos Capítulos 1 e 2, dado que os Capítulos seguintes se encarregam de mostrar as operações mais usadas pelas instituições financeiras nas negociações com a clientela em função dos seus prazos e dentre elas o “Hot Money”, Operações de Crédito Direto ao Consumidor e Crédito Pessoal - CDC/CP e os Sistemas de Amortização Simples de Longo Prazo.

As operações um pouco mais sofisticadas como as de Arrendamento Mercantil ou *Leasing*, o Cheque Especial, Conta Garantida, Sistemas de Amortização com Correção Monetária e Recálculo, as operações do BNDES e os cálculos dos títulos privados e públicos da Cetip e do Selic, indexados ou não, estão presentes na continuação desta apostila que leva o nome de Matemática Financeira Avançada.

Finalmente, é preciso que o leitor entenda que na concepção do autor, a razão de ser desta disciplina só se justifica pela existência do mercado financeiro correspondente e assim tudo é feito com o mesmo e único destino: conhecer o que este mercado está oferecendo à população.

Fluxo de Caixa – Regimes de Capitalização Exemplos

Fluxo de Caixa ou "Cash Flow" é o conjunto de entradas (encaixes) e saídas (desencaixes) de fluxos de dinheiro ao longo do tempo. Graficamente o Fluxo de Caixa é representado por um eixo horizontal (eixo do tempo), onde são colocados os fluxos monetários representados por setas segundo as normas internacionais usadas para os sinais: setas para cima = sinal positivo = encaixe = entrada de recursos; setas para baixo = sinal negativo = desencaixe = saída de recursos. Isto é feito de tempos em tempos denominados períodos financeiros (meses, semestres, anos) que podem ser iguais para um determinado Fluxo (caso mais comum = Fluxo de Caixa Uniforme) ou não. Os valores dos fluxos componentes do Fluxo de Caixa podem ser também todos iguais, quando então se tem o Fluxo de Caixa Constante, o mais usado. Na realidade, o que mais se utiliza no mercado é o Fluxo de Caixa Constante e Uniforme, isto é, fluxos iguais e períodos financeiros também iguais entre si.

Na **Fig. 1.1** abaixo é apresentado um Fluxo de Caixa totalmente aleatório, montado sem a menor coincidência, quer para os períodos financeiros, quer para os valores dos fluxos, isto é, não é uniforme e nem é constante, inclusive apresentando um fluxo nulo → $CF_{n-2} = 0$

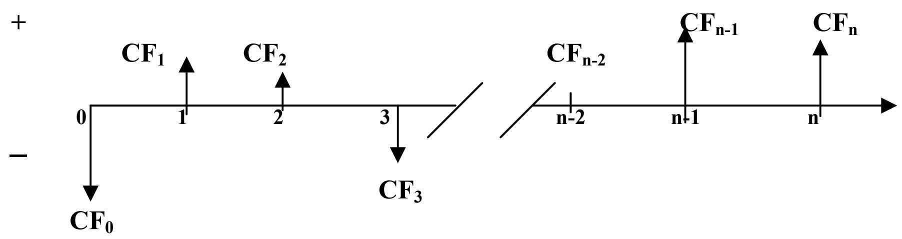


Fig. 1.1

Geralmente um "Cash Flow" reúne credor e devedor. Por isso, quando se vai montar um Fluxo de Caixa, é preciso antes saber de quem é o Fluxo, já que um é o inverso do outro. Ao utilizar as programações da calculadora HP–12C é necessário guardar duas observações importantes nas operações envolvendo um Fluxo de Caixa:

1. Quando não se vai usar a fórmula matemática adequada a ser mostrada a seguir e sim a programação da HP–12C, tem-se que considerar o diagrama do Fluxo de Caixa correspondente e anotar os valores com os sinais de cada fluxo, como já foi visto. Mesma coisa quando se usa o Excel ou qualquer outro computador.

2. Na HP–12C a taxa de juros **i** tem que ser usada sempre na forma percentual, pois ela foi programada desta forma; no Excel não é preciso, pois, ele entende corretamente se a taxa for dada em percentual ou em decimal. Basta que se escreva da maneira certa ⇨ 3% ou 0,03

Nas negociações financeiras, os juros são cobrados segundo dois critérios ou regimes: Capitalização Simples ou Juro Simples e Capitalização Composta ou Juro

Composto. Quando se opera no regime da Capitalização Simples, o juro **J**, dado pelo produto do capital inicial ou principal **P** pela taxa de juro **i** na forma decimal, é sempre constante ao fim de cada período financeiro. Portanto, o capital que sofre a incidência da taxa de juro é sempre o mesmo **P**. Não há incorporação de juros ao principal durante o andamento da operação, ou seja, não há capitalização antes do final da negociação.

$$\mathbf{J = Pi}$$

Assim, o prazo da operação sendo **n** períodos, a relação acima se transforma

$$\mathbf{J = Pin} \qquad \mathbf{(1)}$$

que fornece o valor total dos juros em função do principal, da taxa e do prazo.

Defini-se também o Montante ou Valor Final ou Futuro de um capital aplicado a juros, como a soma do principal com os juros periodicamente produzidos ao longo do prazo total da operação, isto é, a capitalização só acontece no final da negociação.

$$VF = P + J \;\Rightarrow\; VF = P + Pin = P\,(1 + in) \;\Rightarrow\; \mathbf{F_n = P\,(1 + in)} \qquad \mathbf{(2)}$$

que fornece o valor final total de uma aplicação financeira. Pode-se ver que se trata de uma função linear, isto é, a curva que a representa num eixo cartesiano é a reta.

Exemplo: Um capitalista aplicou R$ 40.000,00 a juros simples por 6 meses numa taxa de juro de 2% a.m. O seu capital total ao término da operação será:

$F_6 = 40.000,00\,(1 + 0,02 \times 6) \;\Rightarrow\; \mathbf{F_6 = 44.800,00}$ **reais**

o que é o mesmo que somar **P = 40.000,00** com **J = 40.000,00 x 0,02 x 6 = 4.800,00**

Operando na Capitalização Composta, ao fim de cada período financeiro o juro produzido nesse período é somado ao capital que o produziu e passam os dois, capital mais juro, a renderem juro no período seguinte. Nesse caso, a capitalização é realizada periodicamente, do que resulta sempre um principal maior a cada período e juro maior para esse período: é o chamado juro sobre juro que caracteriza o regime de Juro Composto ou a Capitalização Composta. Tomemos o exemplo da **Fig.1.2**

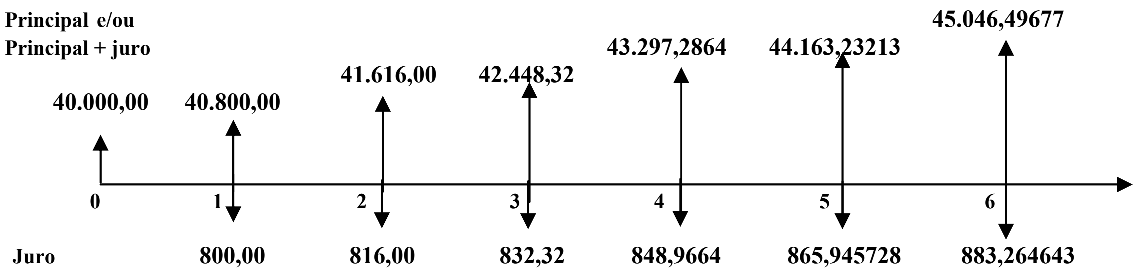


Fig. 1.2

O diagrama da **Fig. 1.2** mostra o que acontece na realidade com uma aplicação de um principal de R$ 40.000,00 a juros compostos na taxa de 2% a.m. por 6 meses, segundo a definição dada anteriormente.

$F_1 = P + J_1 = 40.000{,}00 + 40.000{,}00 \times 0{,}02 \times 1 = 40.000{,}00\ (1{,}02)^1 \Rightarrow \mathbf{F_1 = 40.800{,}00}$
$F_2 = F_1 + J_2 = 40.800{,}00 + 40.800{,}00 \times 0{,}02 \times 1 = 40.800{,}00\ (1{,}02)^1 \Rightarrow \mathbf{F_2 = 41.616{,}00}$
$F_3 = F_2 + J_3 = 41.616{,}00 + 41.616{,}00 \times 0{,}02 \times 1 = 41.616{,}00\ (1{,}02)^1 \Rightarrow \mathbf{F_3 = 42.448{,}32}$

Como $F_1 = 40.000{,}00\ (1{,}02)^1$ e $F_2 = 40.800{,}00(1{,}02)^1 = 40.000{,}00\ (1{,}02)^1\ (1{,}02)^1$

$F_2 = 40.000{,}00\ (1{,}02)^2 \Rightarrow F_3 = 40.000{,}00\ (1{,}02)^3 \Rightarrow F_4 = 40.000{,}00\ (1{,}02)^4$ etc

$$\mathbf{F_n = P\ (1 + i)^n} \quad (3)$$ [1]

que é a fórmula dos juros compostos fornecendo o Valor Futuro ou Montante de uma aplicação financeira em função de **P**, **i** e **n.** Da mesma forma que nos juros simples, a relação **(3)** é uma função que, segundo Descartes [2] tem uma curva que a representa num eixo cartesiano. Como esta função é exponencial, a sua curva é também uma exponencial – **Fig. 1.3**

Exemplo: mesmo exemplo anterior calculado para o novo regime.

$F_6 = 40.000{,}00\ (1 + 0{,}02)^6 = 40.000{,}00 \times (1{,}02)^6 = 40.000{,}00 \times 1{,}126162$ donde:

$$\mathbf{F_6 = 45.046{,}49676 \quad ou \quad F_6 = 45.046{,}49\ reais}$$

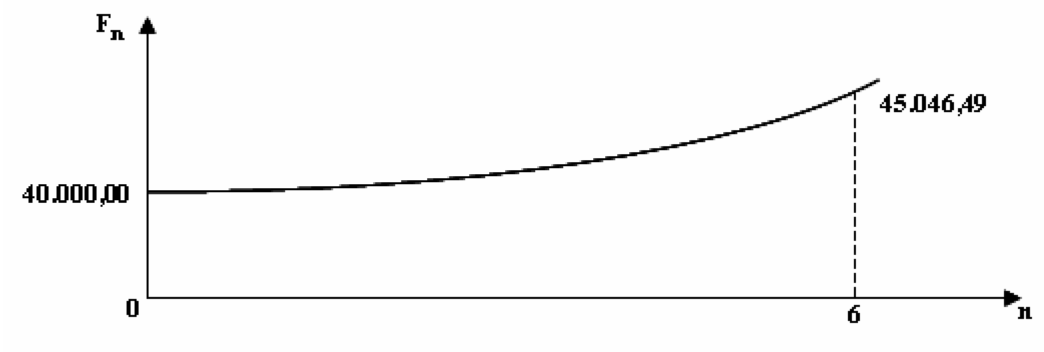


Fig. 1.3

[1] O fator de capitalização $(1 + i)^n$ na realidade é o caminho usado para a efetivação de todos os cálculos financeiros no regime composto. A taxa de juro é uma referência que serve apenas para as tratativas iniciais ao se contratar ou fechar uma determinada operação e para se formar o fator de capitalização, porque é com o fator que se realiza o cálculo.

[2] René Descartes (1596/1650), matemático e filósofo francês, pai da Geometria Analítica. Ao introduzir a noção de coordenadas, considerou dois eixos fixos que se interceptavam num ponto e duas grandezas relacionadas entre si, representando a primeira sobre um dos eixos e a segunda sobre o outro, completando depois o paralelogramo ao traçar os outros dois lados. Isso definiu e caracterizou um ponto do plano. Após, estabeleceu que a relação entre as duas grandezas podia ser representada por uma curva perfeitamente definida, demonstrando depois o inverso. A relação ou função linear dos juros simples é representada por uma reta e a exponencial dos juros compostos, por uma curva exponencial, nos eixos cartesianos.

Em juro composto não existe uma fórmula deduzida diretamente para o cálculo apenas dos juros como em juro simples, pois a própria definição do regime composto nos impede de encontrar uma relação nesse sentido. Porém, já conhecemos a fórmula do montante ou valor final e daí:

$F_n = P + J \Rightarrow J = F_n - P \Rightarrow J = P(1 + i)^n - P \Rightarrow \mathbf{J = P((1 + i)^n - 1)}$ **(4)**

e assim, por diferença entre dois valores conhecidos ou calculáveis, se chega ao valor do juro. No exemplo anterior, teríamos:

$J = 40.000{,}00\ ((1{,}02)^6 - 1) = 40.000{,}00\ ((1{,}126162 - 1) = 40.000{,}00 \times 0{,}126162$

J = R$ 5.046,48

Obs. A diferença entre os valores encontrados nos exemplos dados para o juro no regime simples e no composto de R$ 246,48, se deve exatamente ao juro sobre juro que caracteriza o sistema composto, como já foi dito.

Juros Simples

Fórmulas – Taxa de Juro – Exercícios Resolvidos e Propostos

As fórmulas usadas no sistema de juro simples já vistas são:

$$J = Pin \quad (1) \qquad e \qquad F_n = P(1 + in) \quad (2)$$

No exemplo dado, único até agora, de R$ 40.000,00 aplicados a 2% a.m. por 6 meses nos dois regimes, observa-se que o prazo usado na aplicação do principal foi na mesma unidade de tempo que o período a que se refere a taxa de juro, no caso, o mês. E tem que ser sempre assim, pois não faz sentido a taxa de juro se referir a um período de tempo diferente do período do prazo da operação.

Acontece que nos dois regimes, algumas vezes a taxa é dada ao ano e o prazo costuma vir em dias. Há dois caminhos para se resolver o impasse: ou se transforma a taxa anual em taxa diária equivalente e se usa o prazo em dias ou se altera o prazo diário para anos ou fração de ano, quando aí se pode usar a taxa anual. Dependendo do regime de juro a que está submetida a operação, os conceitos e cálculos da referida mudança são procedidos de maneira diferente.

Em juro simples, como não existe capitalização, usa-se as taxas proporcionais definidas como "duas taxas de juro referidas a períodos financeiros diferentes e que guardam a seguinte proporção:

$i_1/i_2 = n_1/n_2 \Rightarrow$ 12% a.a./1% a.m. = 12 meses/1mês"

uma vez que o ano tem 12 meses. No sistema de juro simples as taxas proporcionais são equivalentes, isto é, quando aplicadas sobre o mesmo capital e no mesmo prazo, produzem o mesmo juro ou valor final, como vai ser visto nos exercícios à frente.

Para facilidade dos cálculos, a Comunidade Financeira Internacional estabeleceu pela convenção Nasd 30/360, que o ano comercial ou financeiro passaria a ter 360 dias corridos divididos em 12 meses de 30 dias cada, para os dois regimes de capitalização. Isso veio trazer uma pequena diferença nos cálculos, uma vez que a contagem entre duas datas mais comum é a contagem exata, quando o ano tem 365 dias por três períodos consecutivos, intercalados por um de 366 dias. Essa alteração já é bem antiga e sempre foi respeitada pelas partes nas negociações financeiras do mundo ocidental.

Exercícios Resolvidos e Propostos

1. Calcular o juro da aplicação de um capital (principal) de R$ 30.000,00 à taxa anual de 32,40% pelo prazo de 65 dias.

J = Pin ⇨ J = 30.000,00 x (0,324/360) x 65 ou 30.000,00 x (32,40/36.000) x 65

J = R$ 1.755,00

---

2. Em quanto tempo um capital de R$ 30.000,00 aplicado a juros de 2,70% mensais produz o juro de R$ 1.755,00 ?

J = Pin ⇨ n = J/Pi ⇨ usando a taxa i = 2,70% = 0,027 ao mês, vamos obter o prazo também em meses para depois transformá-lo em dias.

n = 1.755,00/30.000,00 x 0,027 = 2,166667 meses = 2,166667 x 30 = 65 dias

n = 65 dias

---

3. Que capital rende um juro de R$ 1.755,00 quando aplicado a 32,40% a.a. por 65 dias ?

J = Pin ⇨ P = J/in → P = 1.755,00/(32,40/36.000) x 65 = 30.000,00 reais, onde:

36.000 = 360 x 100 ⇨ 360 para tornar a taxa diária e 100 para torná-la decimal

Notar que 32,40% a.a. é proporcional a 2,70% a.m. e por isso:

P = 1.755,00/(2,70/3.000) x 65 = 30.000,00 reais, onde:

3.000 = 30 x 100 ⇨ 30 para diarizar a taxa e 100 para colocá-la na forma decimal

P = R$ 30.000,00

---

4. Qual é o valor futuro de R$ 30.000,00 aplicados a 32,40% a.a. por 65 dias ?

F_n = P (1 + in) ⇨ F_{65} = 30.000,00 x (1 + (32,40/36.000) x 65)

F_{65} = 30.000,00 x 1,0585 = 31.755,00 reais

F_{65} = R$ 31.755,00

---

5. Dois capitais, o primeiro de R$ 27.000,00 e o segundo de R$ 36.000,00 foram emprestados por um agiota. A taxa anual para o primeiro foi 20% maior que a taxa do segundo e o prazo do segundo, sendo de 60 dias, foi 20% maior do que o do primeiro. Sabendo que o segundo empréstimo rendeu de juros R$ 720,00 a mais do que o primeiro, calcular as duas taxas anuais de juro que foram usadas.

$P_1 = 27.000,00$ $\quad i_1 = 1,20\ i_2$ $\qquad J_2 = J_1 + 720,00$

$P_2 = 36.000,00$ $\quad d_2 = 60 \text{ dias} = 1,20\ d_1$

Atenção – usando a relação **J = Pin** com a taxa de juro dada por **(i/36.000)**, nossa resposta virá em taxa anual percentual.

$J_2 = J_1 + 720,00 \Rightarrow 36.000,00\ (i_2/36.000)\ d_2 = 27.000\ (i_1/36.000)\ d_1 + 720,00$

$(36/36)\ i_2 \times 60 = (27/36)\ i_1 \times (60/1,20) + 720,00$

$60 \times i_2 = 0,75 \times 1,20\ i_2 \times 50 + 720$

$60\ i_2 = 45\ i_2 + 720 \Rightarrow 15\ i_2 = 720$

$\mathbf{i_2 = 48\%}$ **a.a.**

$i_1 = 1,20\ i_2$

$\mathbf{i_1 = 57,60\%}$ **a.a.**

---

6. Dois capitais, sendo o primeiro de valor R$ 50.000,00, foram aplicados a juros anuais de 18% pelo mesmo prazo de 40 dias. O juro remuneratório do segundo capital foi R$ 220,00 maior do que a remuneração do primeiro. Qual foi o valor do segundo capital ?
Resp. R$ 61.000,00

---

7. Um comerciante deposita no princípio de cada mês R$ 1.500,00 num banco que remunera seus clientes a 12% a.a. neste tipo de depósito. Passados 4 anos, qual é o total da poupança a que o comerciante tem direito ?
Resp. R$ 89.640,00

---

8. Dois capitais foram colocados a juros, sendo o primeiro de R$ 1.000.000,00 a uma taxa 20% maior do que a do segundo e por um prazo igual à metade do prazo do segundo. O juro produzido pelos capitais foi de R$ 30.000,00 para cada um e a taxa anual usada para o segundo capital foi igual a 0,50% do seu prazo em dias. Calcular os prazos em dias da aplicação dos dois capitais e suas taxas anuais.
Resp. $\mathbf{d_1 = 30}$ **dias;** $\mathbf{d_2 = 60}$ **dias;** $\mathbf{i_1 = 36\%}$ **a.a.;** $\mathbf{i_2 = 30\%}$ **a.a.**

Desconto Simples

Desconto Bancário ou por Fora e Valor Atual Bancário Exemplos

A taxa pré ou de desconto

O **Desconto Bancário ou por Fora – D_B** é a quantia equivalente ao juro simples cobrado sobre o **Valor Final** ou **Nominal** do título à taxa dada, também chamada **taxa pré ou taxa de desconto,** no prazo que decorre desde a transação até o vencimento do título.

Seja **F** o **Valor Final ou Nominal** de um título que vai ser descontado em um banco à taxa **i**, **n** períodos antes do seu vencimento. Usando a fórmula inicial de Juro Simples **J = Pin** e colocando **F** no lugar de **P**, segundo a definição do Desconto Bancário, teremos **D_B** igual a:

$$\mathbf{D_B = Fin} \qquad \mathbf{(5)}$$

Exemplo: Um título de Valor Final R$ 40.000,00 vai ser descontado à taxa de 5% a.m. de juros. Faltando 45 dias para o vencimento do título, qual é o valor do desconto bancário?

D_B = Fin; i = taxa pré = 5% a.m.; n = 45 dias = 1,5 mês

$D_B = 40.000 \times 0,05 \times 1,5 = 3.000,00$ ⇨ **D_B = R$ 3.000,00**

Valor Atual Bancário A_B

O valor atual **A** de um título é dado pela diferença entre o seu valor final **F** e o desconto aplicado **D**. Se o desconto é bancário, o **Valor Atual A_B** é dito **bancário** e dado por:

$A_B = F – D_B$ ⇨ $A_B = F – Fin = F (1 – in)$ ⇨ $\mathbf{A_B = F (1 – in)}$ **(6)**

Exemplo – Qual o valor atual de um título de R$ 40.000,00 disponível dentro de 45 dias em um banco que cobra 5% a.m. de taxa pré ou de desconto?

$A_B = F (1 – in)$ ⇨ $A_B = 40.000 (1 – 0,05 \times 1,5)$ ⇨ **A_B = R$ 37.000,00**

O Desconto Bancário, como todo desconto, é cobrado antecipadamente, ou seja, no início da operação e isso aumenta, obviamente, o custo (taxa) para o tomador, pois sobre uma quantia menor que lhe é creditada (valor atual bancário do título), ele pagará o mesmo juro calculado sobre o **Valor Final**.

Aplicação – Uma pessoa vai a um banco descontar um título de valor **F** por **n** meses à taxa mensal **i**; na realidade, a sua taxa final postecipada **X** ou taxa final postecipada mensal **t** de custo, será :

F (1 – in) ⇨ líquido recebido (valor atual bancário)
F (in) ⇨ juros pagos (desconto bancário)

Assim tem-se a seguinte regra de três simples:

$$F\,(1 - in) \Rightarrow F\,(in)$$
$$1 \Rightarrow X \Rightarrow \mathbf{X = in/(1 - in)} \qquad \mathbf{(7)}$$

Exemplo: Seja o caso do exemplo anterior:

F = 40.000,00 n = 45 dias = 1,5 mês i = 5% a.m. ou 0,05

X = (0,05 x 1,5) / (1 – 0,05 x 1,5) = 0,081081 = 8,1081%, no período de 1,5 mês.

A taxa final postecipada mensal **t** será ⇨ **t** = 8,1081% /1,5 ⇨ **t = 5,40% a.m.,** ou seja, 8% maior do que a taxa pré cobrada pelo banco. Pela simples observação da relação acima, pode-se ver que o valor de **X (e t)** será tanto maior quanto maior for o prazo do desconto, ou seja, **X (**e **t)** não é só função da taxa bancária **i**, mas também função do prazo.

IOF – Imposto sobre Operações Financeiras – Aplicação e Exemplo

Todos os empréstimos no sistema financeiro estão sujeitos ao imposto sobre operações financeiras (IOF), devido integralmente quando da entrega dos recursos ao tomador. Esse IOF, incidente somente sobre o principal emprestado, portanto, livre do ônus do valor do desconto bancário ou racional e outras despesas liberadas pela Receita e exigido antecipadamente como todo desconto, era cobrado à alíquota de 0,0041% ao dia corrido para Pessoa Física e/ou para Pessoa Jurídica, isto é, 1,50% ao ano de 365 [3] dias. Se a entrega dos recursos era parcelada, o IOF incidia sobre cada parcela liberada.

Com o fim da CPMF – Contribuição Provisória sobre Movimentação Financeira em 29/12/2007, o governo federal instituiu o Decreto nº 6339/2007 para compensar a perda daquele imposto com vigência imediata a partir de 02/01/2008, no qual o IOF = IOF_1 de PF passou a 0,0082% a.d. e o de PJ restou mantido em 0,0041% a.d. Pelo mesmo Decreto, foi criado também o IOF_2 = 0,38%, fixo e cumulativo para qualquer prazo e incidente da mesma forma sobre o principal líquido, para PF e PJ.

Porém, o Decreto nº 6339/2007 só vigorou na íntegra durante o ano de 2008, pois, na metade desse exercício o governo já havia arrecadado o total por ele projetado para todo o ano com a CPMF perdida e aí voltou a fixar as alíquotas do IOF_1 para PF = PJ = 0,0041% a.d., mantendo o IOF_2 = 0,38%, tudo para viger a partir de 02/01/2009.

Os créditos concedidos para aquisição da primeira casa própria nos programas específicos criados pelo governo e as operações de "Leasing", não estão sujeitos a nenhum IOF e negociações com cartão de crédito não caracterizam empréstimo, portanto, também não estão subordinadas ao IOF – Crédito, exceto quando a Administradora do Cartão toma financiamento para liquidação da compra efetuada pelo usuário por qualquer motivo.

[3] É a primeira e provavelmente a última vez que se vê a Autoridade Monetária usar o ano corrido de 365 dias para normatizar assuntos pertinentes ao mercado financeiro em confronto com o estabelecido pela Convenção Internacional Nasd 30/360, já que 0,0041% = 1,50%/365 e não por 360 como tudo o mais, dado que o imposto é devido pelo tomador dos recursos ao dia corrido.

Aplicação – Um cliente **PF** vai a um banco descontar um título de valor **F** à taxa de desconto mensal **i**, **n** períodos antes do seu vencimento. Considerando os dois **IOF**$_S$ **(IOF**$_1$ **= 0,0041%** e **IOF**$_2$ **= 0,38% do novo Decreto/2008)**, qual será a taxa final total **X** para o tomador?

1º) Despesa Total do tomador na entrega dos recursos = $D_B + IOF_1 + IOF_2$
$Fin + F(1- in)\,IOF_1\,n + F(1- in)\,IOF_2 \;\Rightarrow\; F[in + (1- in)\,IOF_1\,n + (1- in)\,IOF_2]$

2º) Líquido recebido pelo tomador = F – Despesa Total
$F - F[(in) + (1- in)IOF_1\,n + (1- in)IOF_2] \;\Rightarrow\; F[1 - [in + (1- in)IOF_1\,n + (1- in)IOF_2]]$

3º) Custo Total do tomador = Despesa Total

Assim, monta-se a seguinte regra de Três:

$F[1 - [in + (1- in)IOF_1\,n + (1- in)\,IOF_2]] \;\Rightarrow\; F[in + (1- in)\,IOF_1\,n + (1- in)\,IOF_2]$
$1 \;\Rightarrow\; X$

$$X = \frac{1\,[\,in + (1- in)\,IOF_1\,n + (1- in)\,IOF_2\,]}{1 - [in + (1- in)\,IOF_1\,n + (1- in)\,IOF_2]} \qquad \textbf{(8)}$$

Exemplo – Continuando com o exemplo anterior e usando **n = 1,50 meses,** taxa de desconto **i = 0,05 ao mês, IOF**$_1$ **= 0,000041 x 30 = 0,00123 mensal e IOF**$_2$ **= 0,0038**, qual é a taxa final mensal postecipada **t** para o tomador?

1º) Usando a relação (8)

$$X = \frac{0{,}075 + (0{,}925)(0{,}00\mathbf{123})1{,}5 + (0{,}925)(0{,}0038)}{1 - [0{,}075 + (0{,}925)(0{,}00246)1{,}5 + (0{,}925)(0{,}0038)]} = \frac{\mathbf{0{,}080222}}{\mathbf{0{,}919778}}$$

X = **0,087219** ao período ⇨ **t = 5,81% ao mês**

2º) Usando os conceitos com os números do exercício ⇨ 2ª forma de resolver

Valor Nominal ou Final do título	=	40.000,00
D_B = 400.000,00 x 0,05 x 1,5	=	(3.000,00)
IOF_1 = 37.000,00 x 0,000041 x 45	=	(68,26)
IOF_2 = 37.000,00 x 0,0038	=	(140,60)
Líquido recebido pelo tomador	=	**36.791,14**

Obs – O tomador usará o líquido recebido e terá que recompor o valor nominal do título no vencimento, pagando os juros e os impostos antecipados no total de **R$ 3.208,86**. Assim:

36.791,14 ⇨ **3.208,86** ⇨ **X** = **8,721828%** ao período ou **t = 5,81% ao mês**
100 ⇨ **X**

RSM – Reciprocidade do Saldo Médio

Não é raro os bancos exigirem de seus clientes uma reciprocidade na concessão de empréstimos ou desconto de títulos, chamado de saldo médio. Esse SM, que é um depósito à vista ou a prazo com taxa quase zero, é função do valor do título descontado e do seu prazo e, obviamente, só vai aumentar o custo da operação para o cliente, pois implica em ele deixar depositada sem nenhuma remuneração, uma importância chamada número de capital, que nada mais é do que o produto da alíquota do SM pelo valor do título e pelo nº de dias da operação. Pode ser formado no prazo que o cliente quiser desde que não ultrapasse o prazo da negociação. O comum é ser constituído ao longo da operação, quando o banco bloqueia o valor do SM pelos dias da negociação e, no final, devolve o SM ao cliente, sem nenhum acréscimo.

Aplicação: Um cliente vai a um banco descontar um título **F** por **n** meses à taxa mensal **i.** Se a reciprocidade para o banco for um SM de **Y%** sobre o valor **F** do título, qual a taxa mensal postecipada **t** de custo para o tomador?

1º) Despesa Total do tomador na entrega dos recursos = $D_B + IOF_1 + IOF_2$

$$Fin + F(1-in)IOF_1\,n + F(1-in)IOF_2 \quad \Rightarrow \quad F[in + (1-in)IOF_1\,n + (1-in)\,IOF_2]$$

2º) Líquido recebido utilizável pelo tomador = F – Despesa Total – YF

$$F\;[1 - [\,(in) + (1-in)\,IOF_1\,n + (1-in)\,IOF_2 + Y]]$$

3º) Custo Total para o tomador = Despesa Total

$$F\,[in + (1-in)\,IOF_1\,n + (1-in)\,IOF_2)]$$

$$1-[\,in + (1-in)\,IOF_1\,n + (1-in)\,IOF_2 + Y] \quad \Rightarrow \quad in + (1-in)\,IOF_1\,n + (1-n)IOF_2$$

$$1 \quad \Rightarrow \quad X$$

$$X = \frac{1\;[\,in + (1-in)\,IOF_1\,n + (1-in)\,IOF_2\,]}{1 - [in + (1-in)\,IOF_1\,n + (1-in)\,IOF_2 + Y]} \qquad \textbf{(9)}$$

Exemplo – No exemplo anterior, se fosse acrescentada a reciprocidade de **Y = 10%** sobre o valor do título, qual seria a taxa final mensal postecipada **t** a ser paga pelo tomador ?

X = 0,081928 / 0,818072 = 0,100148 ou 10,01% ao período ⇨ **t = 6,67% a.m.**

Observação sobre o Desconto Bancário – Exemplo

O Desconto Bancário deve ser usado para prazos curtos e taxas baixas porque seu uso para prazos longos e taxas mais altas pode ocasionar distorções graves. Assim, seja um título de R$ 40.000,00 que vai ser descontado à taxa de 5% a.m., 20 meses antes de seu vencimento. O Desconto Bancário será:

$$D_B = 40.000{,}00 \times 0{,}05 \times 20 \quad \Rightarrow \quad D_B = 40.000{,}00 \times 1 \quad \Rightarrow \quad D_B = R\$\ 40.000{,}00$$

isto é, o Desconto Bancário é igual ao Valor Final do título e assim, o Valor Atual Bancário $\mathbf{A_B}$ será nulo.

$A_B = F - D_B = 40.000,00 - 40.000,00$ ⇨ **A_B = R$ 0,00 o que não faz sentido.**

Esse é um dos motivos pelos quais não se deve usar o Desconto Bancário para prazos longos ou taxas altas. Quando o prazo da operação de crédito é superior a 40 ou 50 dias, usa-se o Empréstimo de Capital de Giro que trabalha com eficiência nos dois Sistema de Juros.

PIS e COFINS

Existem outras obrigações que a Receita Federal cobra das Pessoas Jurídicas que faturam em qualquer Ativo que negociam, inclusive dinheiro, ou seja, as instituições financeiras também estão incluídas: o **PIS =** Plano de Integração Social e a **COFINS =** Contribuição para o Financiamento da Seguridade Social.

A Base de Cálculo para a incidência das respectivas alíquotas do PIS e da COFINS de 0,65% e 3% que vão gerar os valores mensais a serem recolhidos pelas empresas no dia 20 do mês seguinte ao referenciado, obedece à Instrução Normativa nº 247 de 21/11/2002 da Receita Federal. Esta Base de Cálculo é formada pelo somatório de valores do razão do Cosif das empresas que faturaram no mês em referência: Base de Cálculo = Total das Receitas – Total das Exclusões – Total das Deduções + Total de outras Adições – Total de outras Exclusões.

Em 01/09/2003 houve um aumento na alíquota da COFINS de 3% para 4%, conservando o mesmo valor para a do PIS = 0,65%. Para facilitar as empresas a calcular corretamente a Base de Cálculo, a Receita fornece um mapa chamado de Anexo I à IN nº 247, onde figuram cinco colunas auto explicativas: Razão, Conta Cosif nº, Saldo Atual do mês em referência, Saldo do mês anterior e Movimento do mês em referência.

Exercícios Resolvidos e Propostos

(salvo indicação contrária, é obrigatório usar IOF)

1. O proprietário de um título de valor nominal R$ 200.000,00 com vencimento em 3 meses tem duas opções: **a)** vendê-lo por R$ 166.500,00 à vista, oferta de um particular; **b)** descontá-lo em um banco que cobra 5% a.m. de taxa de desconto *pré* e comissão de 0,25% sobre o valor final de todos os títulos que desconta. Qual é a melhor opção?
Resp. A segunda.

---

2. Em pagamento da dívida de R$ 88.936,60 um engenheiro vai a um banco e assina uma NP para 60 dias. Qual o valor nominal desse título, supondo que o desconto tenha sido feito à taxa de 5% a.m.e sabendo que o banco cobra uma comissão de 0,50% sobre todos os títulos que desconta?
Resp. R$ 100.000,00

---

3. A empresa AMT S/A quer abrir seu capital e para isso está emitindo novas ações preferenciais ao valor nominal de R$ 1,00 cada. A operação foi entregue ao BIQ – Banco de Investimento Querido S/A que aconselhou o montante de 500 milhões de ações para subscrição “stand by”, com 50% do pagamento no ato e 50% ao fim de 3 meses. Sabendo-se que o juro do mercado para desconto de títulos está por volta de 3,50% a.m. e que o banco BIQ está cobrando pela coordenação geral e colocação das ações, 6% à vista sobre o valor nominal de toda a emissão, qual é o valor líquido que a empresa vai receber?

Solução:

Façamos o cálculo do valor à vista de 1 (uma) ação.Depois multiplicamos esse valor pelo nº de ações = 500.000.000 e vamos obter o valor líquido que a empresa vai receber.

R$ 0,50 à vista ⇨ 6% x R$ 1,00 pela coordenação do BIQ ⇨ K = R$ 0,06

$D_B = 0{,}50 \times 0{,}035 \times 3 = 0{,}0525$ ⇨ $A_B = 0{,}50 - 0{,}0525$ ⇨ $A_B =$ R$ 0,4475

$IOF_T = (0{,}000041 \times 90 + 0{,}0038) \times 0{,}4475 = 0{,}007490 \times 0{,}4475 =$ R$ 0,003352

VL = (0,50 – 0,06) + 0,4475 – 0,003351 = R$ 0,884148 ⇨ valor à vista de uma ação

Valor Líquido Total que a empresa vai receber com o "underwriting":

VLT = 0,884148 x 500.000.000 ⇨ **VLT = R$ 442.074.000,00**

---

4. Dois títulos são descontados. O primeiro, 40 dias antes do seu vencimento à taxa de 36% a.a. e o segundo, 100 dias antes do vencimento. A diferença entre o primeiro título e o segundo é da R$ 40.000,00. Se o desconto sofrido pelo segundo título foi R$ 4.600,00 maior do que o do primeiro e igual a 20% do valor do segundo título, quais são os valores nominais dos dois títulos e a taxa de desconto ou *pré* do segundo? **Não usar IOF.**
Resp. F_1 = R$ 78.750,00 F_2 = 38.750,00 i_2 = 72% ao ano.

---

5. Um agiota que cobra 10% a.m. de taxa *pós* recebeu R$ 104.000,00 em pagamento por um empréstimo concedido e emprestou metade do valor a outro cliente pelo prazo de 18 dias. Sabendo que o total de juros dos dois empréstimos foi de R$ 7.120,00, qual o valor e o prazo do primeiro?
Resp. P_1 =R$ 100.000,00 d_1 = 12 dias

---

6. Uma Cia descontou uma duplicata de R$ 120.000,00 num banco que trabalha com taxa pré de 2,70% a.m. 20 dias antes do vencimento. Calcular: **a)** o custo total do cliente; **b)** A receita líquida do banco na operação, depois de recolhidos à Receita Federal o PIS de 0,65% e a COFINS de 4,00%. Os recursos para o banco realizar a operação lhe custaram 1,10% numa captação de CDB.

Solução:

a) Custo Total CT do cliente = $D_B + IOF_T$

$D_B = 120.000{,}00 \times (2{,}70/3.000) \times 20$ ⇨ $D_B =$ R$ 2.160,00

$A_B = 120.000{,}00 - 2.160{,}00$ ⇨ $A_B =$ R$ 117.840,00

$IOF_T = 117.840{,}00 \times ((0{,}000041 \times 20) + 0{,}0038)$ ⇨ R$ 544,42

CT = 2.160,00 + 544,42 ⇨ **CT = R$ 2.704,42**

b) Receita Líquida RL do Banco = Faturamento – (PIS + COFINS)

Taxa Líquida do banco = 2,70% − 1,10% = 1,60% ao mês

Faturamento líquido do Banco = 120.000,00 x (1,60/3.000) x 20 = 1.280,00

PIS = 0,65% x 1.280,00 = 8,32 reais

COFINS = 4% x 1.280,00 = 51,20 reais

Total PIS + COFINS que o Banco deverá recolher à Receita = 59,52 reais

RL do Banco após PIS + COFINS = 1.280,00 – 59,52 ⇨ **RL = R$ 1.220,48**

Obs: Parte dos bancos imputa o pagamento do PIS e da COFINS para o cliente, que passa a ter o seu custo majorado na operação em benefício de um aumento na RL dos bancos. Para isso é usado o processo do percentual invertido que é possível dado que a taxa de aplicação das Instituições Financeiras é livre. Assim, os bancos aumentam o faturamento líquido aplicando uma taxa maior para o cliente, de tal maneira que ao incidir os percentuais dos impostos sobre o faturamento e recolhido o produto à Receita Federal, o que resta é exatamente o faturamento líquido dos bancos.

PIS = 0,65% x (1.280,00/(1 – 0,65%)) = 0,65% x (1.280,00/(1 – 0,0065))

PIS = 0,65% x (1.280,00/0,9935) = 0,65% x 1.288,374434 ⇨ **PIS = R$ 8,37**

Retirando R$ 8,37, que é o novo **PIS** da RL do Banco convenientemente aumentada para recolhimento à Receita Federal, resta exatamente a RL = R$ 1.280,00 para o banco, que era o seu faturamento líquido antes da cobrança do **PIS**. Assim, o Banco não paga o **PIS** que fica por conta do cliente e ligeiramente aumentado, de 5 cents ou de R$ 8,32 para R$ 8,37, no caso.

Mesma coisa acontece com a **COFINS,** cujo valor para o cliente pagar muda dos R$ 51,20 devidos ao banco para R$ 53,33, agora devidos erradamente ao cliente, fazendo com que a RL do Banco permaneça nos mesmos R$ 1.280,00.

NCTC = D_B + IOF_T + PIS + COFINS = **Novo Custo Total Cliente = R$ 2.766,12**

---

7. A Cia Cinematográfica Raposa do Século Vinte e Um descontou um título no Banco Áureo S/A 27 dias antes do vencimento à taxa pré de 2,60% a.m. Sendo de R$ 250.000,00 o valor da duplicata e sabendo que o banco exige 5% de SM (saldo médio) de todos os títulos que desconta, qual foi o Valor Líquido VL creditado na c/c (conta corrente) da empresa?Que custo mensal a Cia acabou pagando?

Solução:

SM = 5% x 250.000,00 ⇨ R$ 12.500,00

D_B = 250.000,00 x (2,60/3.000) x 27 = 5.850,00

A_B = (250.000,00 – 5.850,00) reais

A_B = R$ 244.150,00

IOF_T = (0,000041 x 27 + 0,0038) x 244.150,00 = 0,004907 x 244.150,00 reais

IOF_T = R$ 1.198,04

VL = A_B – IOF_T – SM = 244.150,00 –1.198,04 –12.500,00

VL = R$ 230.451,96 ⇨ valor líquido que a Cia. vai usar pelos 27 dias

230.451,96 ⟶ 5.850,00 + 1.198,04 = 7.048,04
100 ⟶ X

X = 704.804,00 / 230.451,96 ⇨ X = 3,058355 % pelos 27 dias

t = 3,40 % ao mês

---

8. Um engenheiro descontou uma NP (Nota Promissória) de R$ 60.000,00 no Banco Dracma S/A com antecedência de 32 dias corridos à taxa mensal pré de 2,70%. Com o banco exigindo reciprocidade de SM = 5% sobre os títulos que desconta e imputando o PIS (0,65%) e a COFINS (4,00%) ao cliente, qual o valor líquido que o engenheiro pôde usar e que custo mensal percentual ele acabou pagando? Considerar que os recursos que o banco usou na operação lhe custaram 0,90% ao mês e o IOF_T pago pelo cliente foi através de débito na sua c/c (conta corrente) no dia do desconto.
Resp. VL = R$ 54.974,12 e t = 3,55% a.m.

Observação – Lembrar que o D_B e o IOF_T são pagos pelo cliente no início da operação e que o Banco quando imputa o PIS e a COFINS ao cliente, recebe os dois impostos no vencimento da operação.

---

9. Um título de R$ 70.000,00 foi descontado num banco que cobrou 2,40% ao mês de taxa de desconto, 27 dias antes do seu vencimento. Com o produto líquido recebido a empresa que fez a operação bancária pagou seus compromissos já vencidos e no mesmo dia aplicou a sobra num CDB do próprio banco recebendo a remuneração mensal de 1,40% até o vencimento da operação de desconto. Sabendo que o valor do resgate bruto da aplicação foi de R$ 8.254,64, qual o valor dos compromissos pagos pela Empresa?
Resp. R$ 60.000,00

---

10. Ao detectar possibilidades concretas para a realização de um bom negócio de curto prazo, um conceituado Grupo Siderúrgico necessitou de recursos da ordem de 200 milhões de reais, por cerca de 3 semanas. Recorreu a um dos bancos com quem trabalha que lhe deu as condições para a efetiva realização do capital de giro pretendido e que foram: taxa pós mensal de 1,85%, PIS e COFINS por conta do tomador, reciprocidade no SM = 2% do valor do empréstimo, além do IOF_T tradicionalmente pago pelo cliente. Para evitar problemas decorrentes de possíveis atrasos na finalização da empreitada, a Siderúrgica pediu para aumentar o prazo até 24 dias. Calcular: **a)** a taxa mensal postecipada real que a Siderúrgica pagou, sabendo-se que os recursos que o banco utilizou tiveram um custo de 1,05% a.m.; **b)** se o retorno da negociação apresentou uma entrada de caixa para a Siderúrgica de R$ 520.000.000,00, qual foi o resultado do Grupo Siderúrgico?

Solução:

a) Cálculo da taxa mensal postecipada =T

1º) Valor Liberado pelo banco = VL = 200.000.000,00 – (IOF_T + SM)

$IOF_T = IOF_1 + IOF_2 = 200.000.000,00 \times (0,000041 \times 24 + 0,0038)$

$IOF_T = 200.000.000,00 \times (0,000984 + 0,0038) = 200.000.000,00 \times 0,004784$

IOF_T = R$ 956.800,00

SM = 2% x 200.000.000,00 ⇨ **SM = R$ 4.000.000,00**

VL = 200.000.000,00 – (956.800,00 + 4.000.000,00) ⇨ **VL = R$ 195.043.200,00**

2º) Faturamento F do banco não levando em conta o produto do uso do SM cobrado ao cliente mas, imputando a ele o custo do PIS e COFINS devidos.

F = 200.000.000,00 ((1,85 −1,05)/(3.000)) x 24 = 200.000.000,00 (0,80/3.000) x 24

F = R$ 1.280.000,00

PIS = 0,65%(1.280.000,00/0,9935)= 0,65 % x 1.288.374,43 ⇨ **PIS = R$ 8.374,43**

COFINS = 4%(1.280.000,00/0,96)=4% x 1.333.333,33 ⇨ **COFINS = R$ 53.333.33**

3º) Pagamento do empréstimo de R$ 200.000.000,00 à 1,85% a.m. por 24 dias = P,

P = 200.000.000,00 x (1 + (1,85/3.000) x 24) ⇨ **P = R$ 202.960.000,00**

4º) A pagar pelo cliente ao fim do empréstimo = **VT = PIS + COFINS + P – SM**

VT = 8.374,43 + 53.333,33 + 202.960.000,00 – 4.000.000,00

VT = R$ 199.021.707,70

5º) Diferença entre o valor pago ao final e o liberado pelo banco no início = VT − VL

VT – VL = 199.021.707,70 – 195.043.200,00 = 3.978.507,70 ou custo total cliente

$$
\begin{array}{ccc}
195.043.200,00 & \longrightarrow & 3.978.507,70 \\
100 & \longrightarrow & X
\end{array}
$$

X = 397.850.770,00 / 195.043.200,00 = 2,039808% pelos 24 dias ou

T = 2,549761 % ao mês ⇨ T = 2,55% a.m.

b) Cálculo do resultado obtido pelo Grupo Siderúrgico = R

R = 520.000.000,00 – 199.021.707,70 ⇨ **R = 320.978.292,30 reais**

Obs – Os R$ 4.000.000,00 do SM exigidos trouxeram lucros para o Banco que não foram computados nesse exercício, pois esses recursos a custo zero foram obviamente aplicados em outras operações. Para o Grupo Siderúrgico só serviram

para diminuir o VL que o Banco lhe emprestou e com isso aumentar o seu custo financeiro na operação, dado que, para usar um valor menor de R$ 195.043.200,00 (já deduzidos o IOF_T e o SM)), o Grupo Siderúrgico pagou o resgate calculado sobre o valor combinado de R$ 200.000.000,00 que foi de R$ 199.021.707,70, depois de deduzido o SM conforme o acordado.

Valor Atual e Desconto Racional ou por Dentro

Conceito e Exemplo

Valor Atual Racional de um título é o valor do título que aplicado à taxa de juros pactuada produz um juro que somado a ele reproduz seu Valor Final.

$A_R + A_R in = F_n \Rightarrow A_R (1 + in) = F_n \Rightarrow \mathbf{A_R = F_n/(1 + in)}$ **(10)**

onde:
A_R = Valor Atual Racional
F_n = Valor Final ou Nominal do Título
n = prazo para o vencimento do Título
i = taxa de juro pós

Como se sabe, desconto de um título é a diferença entre o seu Valor Final e o Valor Atual; se o Valor Atual é Racional o Desconto é também Racional e a incidência da taxa de juro para se calcular o desconto é sobre o Valor Atual:

$D_R = A_R \times i \times n \Rightarrow D_R = F_n - A_R = F_n - F_n/(1 + in) = F_n (1 + in)/(1 + in) - F_n/(1 + in)$

$D_R = F_n (1 + in - 1)/(1 + in) \Rightarrow \mathbf{D_R = F_n \times in/(1 + in)}$ **(11)**

Exemplo: Qual é o Desconto Racional **D_R** de um Título de Valor Nominal igual a R$ 40.000,00 com vencimento para 45 dias (1,5 mês) e à taxa (pós) de 5% ao mês?

D_R = 40.000,00 x 0,05 x 1,5/(1 + 0,05 x 1,5) = 2.790,70 ⇨ **D_R = R$ 2.790,70**

Como A_R = F – D ⇨ A_R = 40.000,00 – 2.790,70 = 37.209,30 ⇨ **A_R = R$ 37.209,30**

Empréstimo de Capital de Giro

Conceitos e Exemplos em Juro Simples e Composto

Além da operação de “Hot Money” oferecida pelos bancos comerciais e de investimento para cobrir momentâneos desequilíbrios de caixa das empresas num prazo de **1 a 3** dias úteis [4] **(du),** os bancos operam também o segmento mais longo dessa modalidade, chamado de Capital de Giro.

---

[4] **Dias úteis são os dias corridos do ano subtraídos dos sábados, domingos e feriados nacionais. Feriados estaduais ou municipais não entram no total a subtrair.**

O prazo agora varia de **1 a 3 meses** e a negociação pode ser efetuada em dias corridos **(dc)** no regime de juros simples **(1º Exemplo à frente)** e no composto **(2º Exemplo a seguir**).

Normalmente, a garantia que os bancos exigem neste caso é uma NP – Nota Promissória – emitida pela empresa e avalizada pelos diretores e esposas ou companheiras, para não haver meação na única garantia do crédito.

1º Exemplo – A empresa de cosméticos Laura & Nívea Ltda tomou por empréstimo a quantia de R$ 100.000,00 para 65 dias à taxa efetiva de 3,50% ao mês no Banco Duta S/A. Que taxa mensal realmente foi paga pela empresa, considerando os Decretos do final de 2007 e de 2008 que modificaram as alíquotas do IOF? **Fig. 1.4**

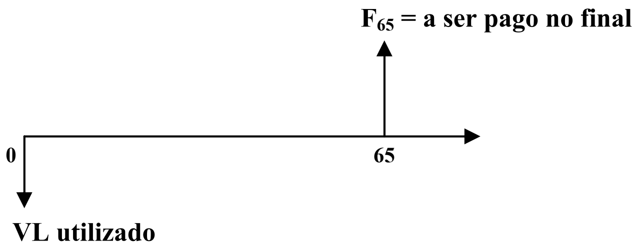


Fig. 1.4

$VL = P\,(1 - IOF_1 \times 65 - IOF_2) = 100.000{,}00\,(1 - 0{,}000041 \times 65 - 0{,}0038)$

$VL = 100.000{,}00\,(1 - 0{,}006465)$ ⇨ **$VL = 99.353{,}50$ reais**

$F_{65} = P\,(1 + (3{,}50/3.000) \times 65) = 100.000{,}00 \times 1{,}075833$ ⇨ **$F_{65} = 107.583{,}33$ reais**

Despesa = 107.583,33 – 99.353,50 ⇨ **Despesa = R$ 8.230,33**

99.353,50	⇨	8.230,33
100	⇨	X

X = 8,283927% pelos 65 dias ⇨ **t = 3,82% a.m.**

2º Exemplo – o exemplo anterior no regime de juros compostos, usando taxa efetiva e dias corridos **dc**.

VL = R$ 99.353,50 ⇨ o mesmo anterior

$F_{65} = 100.000{,}00 \times (1+(3{,}5/100))^{(65/30)} = 100.000{,}00 \times 1{,}077385$ ⇨ **F_{65} = R$ 107.738,46**

$t = ((107.738{,}46/99.353{,}50)(30/65) - 1) \times 100$

t = 3,81% a.m. ⇨ **taxa menor do que em juro simples devido à capitalização.**

Juros Compostos

Fórmulas – Aplicação

O estudo da Matemática Financeira é todo voltado para o crescimento do capital disponível com o tempo, uma vez que R$1,00 hoje vale mais do que R$1,00 amanhã. Não existe mais capital parado como se costumava dizer antigamente, dinheiro embaixo do colchão. Até os depósitos judiciais têm a sua rentabilidade, evitando que o débito do devedor continue aumentando sem o rendimento do que ele tem depositado.

Hoje, com os meios de comunicação existentes, é muito difícil, senão impossível, alguém ignorar que todo dinheiro pode ser aplicado, seja em papéis de Renda Fixa ou Variável, seja em empreendimentos imobiliários, industriais, comerciais e tantos outros de maior sofisticação existentes na economia brasileira e internacional, seja até na compra de bens selecionados que vão aumentar o patrimônio de cada um.

Para se poder aquilatar se a aplicação do dinheiro foi ou está sendo bem feita, se usa a Matemática Financeira nos dois regimes de juro existentes: Simples ou Composto. O Regime de Capitalização Simples já foi visto e mencionado o seu restrito uso no Brasil de hoje. O Regime de Capitalização Composto, repetindo, é aquele para o qual, ao fim de cada período, o juro desse período é incorporado ao capital que o produziu e passam os dois, capital mais juro, a renderem juro no período seguinte, isto é, o que vai render juro a cada novo período é um capital sempre maior que o anterior. Vimos que:

$F_n = P\,(1 + i)^n$ ⇨ fórmula do Valor Futuro dos juros compostos (3)

$J = P\,((1 + i)^n - 1)$ ⇨ fórmula do valor do juro em juros compostos (4)

Aplicação: Qual o Valor Final produzido por R$ 40.000,00 aplicados a 2% ao mês no fim de seis meses ? Vimos, até graficamente o que acontece **(Fig.1.3 pag. 10)**

Porém, os cálculos não são feitos daquela maneira. Vejamos as diversas formas usadas pelo mercado:

1º Processo: usando a fórmula **(3)** que potencializa o fator de capitalização[5] **$= (1 + i)^n$**, o que pode ser feito em qualquer boa calculadora, exemplo HP – 12C:

$F_6 = 40.000{,}00\,(1{,}02)^6$ ⇨ na HP – 12C ⇨ $(1{,}02)^6 = 1{,}126162$ para 6 casas decimais

$F_6 = 40.000{,}00 \times 1{,}126162$ ⇨ $F_6 = 45.046{,}49676$ reais ou

$F_6 = 45.046{,}49676$ reais ⇨ porque a máquina armazena as decimais acima de 6 casas e que não aparecem no cálculo do fator (porque se está usando 6 casas decimais) e os usa até o número atingir 10 dígitos, que é a capacidade do visor da calculadora, razão de o **F_6** apresentar **5** casas decimais (a parte inteira de F_6 ocupa os outros 5 dígitos).

2º Processo: usando a programação específica da HP – 12C, com o Fluxo da **Fig. 1.4**

---

[5] **O fator de capitalização $(1 + i)^n$ na realidade é o caminho usado para a efetivação de todos os cálculos financeiros no regime composto. A taxa de juro é uma referência que serve apenas para as tratativas iniciais ao se contratar ou fechar uma determinada operação e para se formar o fator de capitalização, porque é com o fator que se realiza o cálculo.**

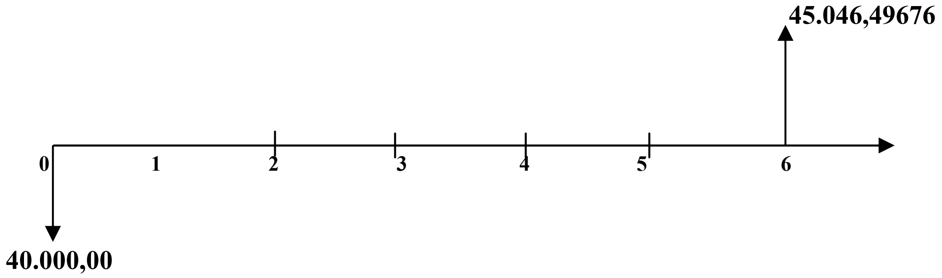


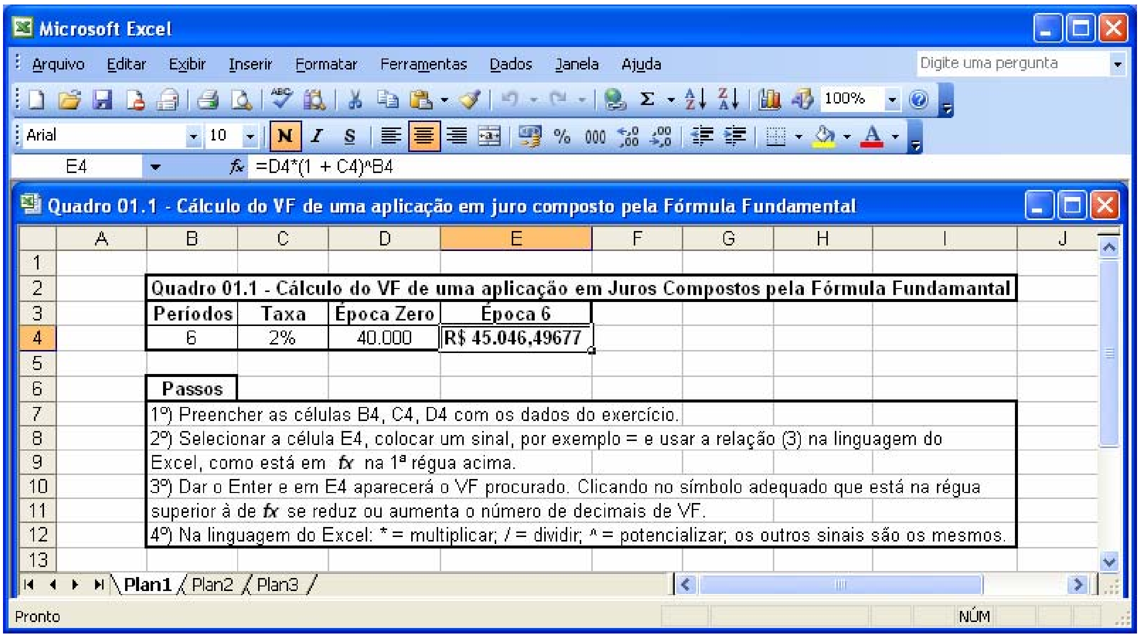
Fig. 1.4

6 n 2 i 40.000,00 CHS PV FV ⇨ visor = 45.046,49676 reais

O investidor vai receber (encaixar) o valor de R$ 45.046,49 seis meses após a sua aplicação (desencaixe) de R$ 40.000,00 na época zero, ou do contrato.

3° Processo: usando a fórmula **(3)** pelo Excel, com o Fluxo de Caixa da **Fig. 1.4**

Quadro 01.1



Quadro 01.1 - Cálculo do VF de uma aplicação em Juros Compostos pela Fórmula Fundamantal			
Períodos	Taxa	Época Zero	Época 6
6	2%	40.000	R$ 45.046,49677

Passos

1º) Preencher as células B4, C4, D4 com os dados do exercício.
2º) Selecionar a célula E4, colocar um sinal, por exemplo = e usar a relação (3) na linguagem do Excel, como está em fx na 1ª régua acima.
3º) Dar o Enter e em E4 aparecerá o VF procurado. Clicando no símbolo adequado que está na régua superior à de fx se reduz ou aumenta o número de decimais de VF.
4º) Na linguagem do Excel: * = multiplicar; / = dividir; ^ = potencializar; os outros sinais são os mesmos.

Obs – se a aplicação fosse a Juro Simples, o resultado seria:

$F_6 = 40.000{,}00\ (1 + 0{,}02 \times 6) = 40.000{,}00\ (1{,}12)$ ⇨ $\mathbf{F_5 = 44.800{,}00}$ **reais**

Como já foi mencionado, a diferença de **R$ 246,49** se deve à capitalização existente nos juros compostos, ou ao juro sobre juro, que é a mesma coisa. Sempre é bom ressaltar que, no uso de qualquer fórmula de juro e em qualquer regime, o período financeiro (ano, semestre, mês, dia etc.) da operação tem que ser o mesmo a que se refere a taxa de juro e vice- versa. Isso é fundamental.

Taxas de Juro dos Mercados Financeiros – Conceitos

Taxas Proporcionais – como já foi definido anteriormente, duas taxas de juro $\mathbf{i_1}$ e $\mathbf{i_2}$ referidas a períodos financeiros diferentes $\mathbf{n_1}$ e $\mathbf{n_2}$ são proporcionais, quando guardam entre si a proporção: $i_1/n_1 = i_2/n_2$ ⇨ 2% a. m. = 12% a. s.

Taxas Equivalentes – duas taxas de juro $\mathbf{i_1}$ e $\mathbf{i_2}$ referidas a períodos financeiros diferentes $\mathbf{n_1}$ e $\mathbf{n_2}$ são equivalentes, quando produzem o mesmo juro ou Valor Futuro $\mathbf{F_n}$ se aplicadas sobre o mesmo principal **P** durante o mesmo prazo **n**.
Exemplo: 2 % a.m. em 12 meses e 12,62 % a.s. em 2 semestres. Será visto logo à frente como se calcula as Taxas Equivalentes.

Obs – Pelas definições acima se vê que em juros simples as taxas proporcionais são equivalentes. Em juros compostos, **NÃO**, o que será visto logo à frente.

Taxa Nominal – quando a taxa de juro é referida a um período financeiro que não coincide com o período de capitalização. Exemplo: taxa nominal de 12 % a.a.. capitalizada mensalmente; nesse caso se usa a taxa proporcional referente ao período da capitalização, no exemplo, a taxa mensal de 1% O uso desta deformação na teoria das taxas de juros no mundo todo é muito difundido. Por exemplo, no Brasil a Caderneta de Poupança, ativo mais usado pelo povo brasileiro para poupar, notadamente o de baixa renda, é operada no regime de juros compostos com capitalização mensal. Ela paga a rentabilidade sobre o menor saldo do depósito mensal, rentabilidade essa que é composta pela taxa nominal de 6% a.a., portanto, taxa mensal de 0,5% acrescida da variação mensal da **TR – Taxa Referencial.** Também o **FGTS** remunera os depósitos dos trabalhadores à taxa nominal de **3% a.a.**, isto é, **0,25% a.m**. mais a variação mensal da **TR**. Todos os empréstimos para a compra da casa própria feitos pela **CEF** são pagos através de prestações mensais usando taxas nominais que oscilam de 10,50% a 12% a.a.,ou por outra, de 0,875% a 1% a.m., acrescida da variação mensal da **TR**

Taxa Efetiva – quando referida a um período financeiro que coincide com o período de capitalização, por exemplo: 3 % a.m. capitalizada mensalmente.

Taxas Equivalentes – Cálculo e Exemplos

Como já foi possível perceber, na realidade dos Juros Compostos o que varia não é o Principal **P** ou o Capital Aplicado e sim o Fator de Capitalização **(1 + i)** elevado ao número de períodos **n**. A Taxa de Juro é mera referência e só serve mesmo para se obter o fator, já que os cálculos são realizados através do fator adequadamente preparado para a operação que se vai fazer, como já mencionado.

Tomando-se a Fórmula Fundamental dos Juros Compostos como referência:

$$\mathbf{F_n = P\,(1 + i)^n} \qquad (3)$$

se vê que $\mathbf{F_n}$ e **P** representam quantidades quaisquer de moeda e que $\mathbf{F_n}$ vai variar em função do Fator de Capitalização **(1 + i)** pelo prazo **n** ⇨ $\mathbf{(1+ i)^n}$**.** Por isso é no fator que se deve mexer para obter o mesmo Valor Futuro $\mathbf{F_n}$ a partir do Valor Presente **P** aplicado no mesmo prazo à taxas de valores diferentes e que se referem a períodos financeiros também diferentes: é a definição de **Taxas Equivalentes** como aquelas que dão origem a fatores diferentes, os quais aplicados sobre o mesmo capital pelo mesmo prazo, produzem juros ou Valores Futuros iguais, devido aos seus expoentes serem adequadamente diferentes

Como o Fator de Capitalização $\mathbf{(1 + i)^n}$ é uma função exponencial em **n**, na realidade é no **n do fator** que se tem que atuar. Seja uma taxa de **3% a.m.** que vai fornecer um fator de **1,03** para **30 dias** = nº de dias dos meses para o ano comercial = 30 x 12 = 360 dias, ou pela convenção internacional Nasd 30/360. Tirando a raiz **30** do fator ou elevando o fator a **1/30**:

$$(1,03)^{(1/30)} = 1,000986$$

obtém-se o fator diário **1,000986** da taxa **3% a.m.** equivalente ao respectivo fator mensal de **1,03**. Elevando esse fator diário a **360,** é calculado o **fator anual 1,425761** equivalente **ao diário de 1,000986** ou **ao mensal de 1,03:**

$$(1,000986)^{360} = 1,425761$$

Retirando a unidade do fator anual se encontra a taxa anual equivalente à mensal de **3%,** porém na forma decimal:

$$1,425767 - 1 = 0,425761$$

Finalmente, multiplicando a taxa anual decimal por **100** se vai obter a taxa anual percentual **T** equivalente a **3% a.m.:**

$$T = 0,425761 \times 100 = 42,576090\ \% \quad \therefore$$

$$\mathbf{T = 42,58\ \%\ a.a.}$$

Assim, 3% a.m. é equivalente a 42,58% a.a. ou:

$$\mathbf{T = \left\{\left[(1,03)^{(1/30)}\right]^{360} - 1\right\} .\ 100 = 42,576090\ \%} \qquad \mathbf{ou}$$

$$\mathbf{T = \left[(1,03)^{(360/30)} - 1\right] .\ 100 = 42,576090\ \%} \qquad \mathbf{ou}$$

$$\mathbf{T = \left[(1,03)^{12} - 1\right] .\ 100 = 42,576090\ \%,\ \text{já que}\ 360/30 = 12}$$

Dessa forma, se pode calcular com grande facilidade taxas equivalentes e referidas a períodos financeiros diferentes no Regime de Juros Compostos, pois basta encontrar o fator diário de uma delas, capitalizá-lo pelo número de dias a que se refere a outra, subtrair a unidade e multiplicar por **100.**

Exemplos

1. Qual é a taxa semestral equivalente à anual de 10 % ?
$\mathbf{t} = \left[(1,10)^{(180/360)} - 1\right] 100 = \left[(1,10)^{(1/2)} - 1\right] 100 = 4,880885\ \% = 4,88\%$ a.s.
Obs: 1 semestre é igual a ½ ano.

2. Qual é a taxa anual equivalente à semestral de 5 % ?
$\mathbf{t} = \left[(1,05)^{(360/180)} - 1\right] 100 = \left[(1,05)^{2} - 1\right] 100 = 10,25\ \%$ a.a.

Obs: 1 ano é igual a 2 semestres.

3. E a taxa mensal equivalente à anual de 60 % ?
$\mathbf{t} = \left[(1,60)^{(30/360)} - 1\right] 100 = \left[(1,60)^{(1/12)} - 1\right] 100 = 3,99\ \%$ a.m.

4. E a taxa mensal equivalente à semestral de 25 % ?

$\mathbf{t} = \left[(1{,}25)^{(30/180)} - 1\right] 100 = \left[(1{,}25)^{(1/6)} - 1\right] 100 = 3{,}789$ % a.m.

5. Calcular a taxa para 128 dias equivalente à anual de 16 %

$\mathbf{t} = \left[(1{,}16)^{(128/360)} - 1\right] 100 = 5{,}42$ % para 128 dias

6. Calcular a taxa para 310 dias equivalente à taxa de 2,28 % para 37 dias .

$\mathbf{t} = \left[(1{,}0228)^{(310/37)} - 1\right] 100 = 20{,}79$ % para os 310 dias .

Exercícios Resolvidos

1. O Capital de R$ 100.000,00 colocado a Juros Compostos com capitalização mensal em 8 meses, elevou-se no final do prazo a R$ 148.000,00. Qual foi a taxa de juro ?

1º Processo: usando qualquer máquina que faça cálculos de potência:

$F_8 = 100.000\,(1 + i)^8 = 148.000{,}00 \Rightarrow (1 + i)^8 = 148.000{,}00/100.000{,}00 = 1{,}48$

$(1 + i)^{8/8} = 1{,}48^{\,(1/8)}\ (1 + i)^1 = 1{,}48^{\,(1/8)} \Rightarrow$ Máquina $1{,}48^{(1/8)} = 1{,}050226$

$1 + i = 1{,}050226 \Rightarrow i = 0{,}050226 \Rightarrow$ **i = 5,02% a.m.**

2º Processo: p/ programação específica da HP – 12C e do Excel no Quadro 01.2:

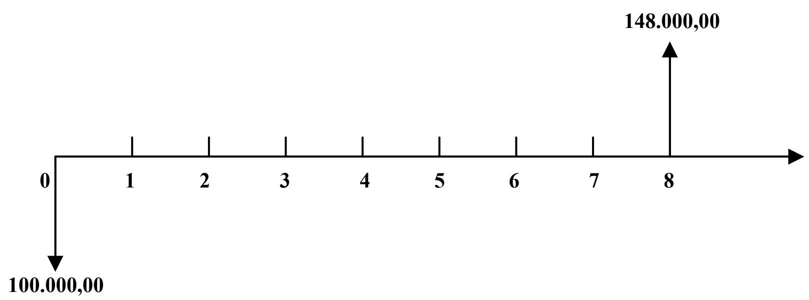
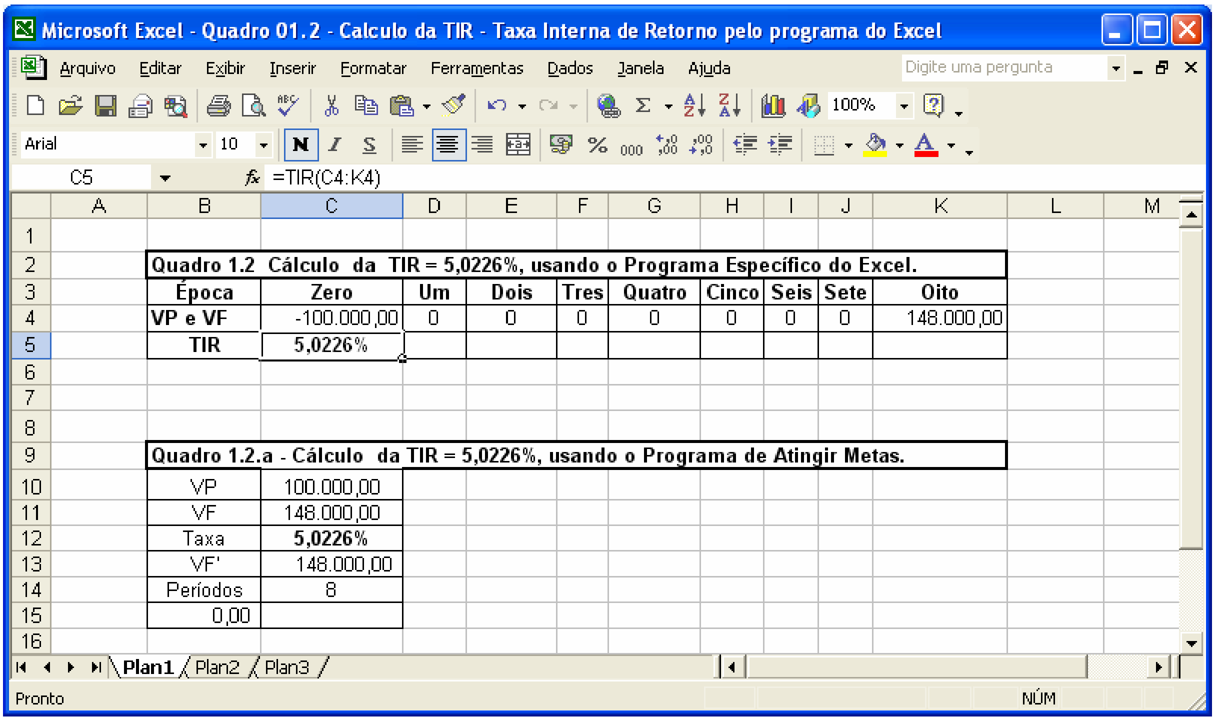


Fig. 1.4

8 n 100.000,00 CHS PV 148.000,00 FV i ⇨ visor = 5,022588% ou i = 5,02%

Quadro 01.2



Quadro 1.2 Cálculo da TIR = 5,0226%, usando o Programa Específico do Excel.									
Época	Zero	Um	Dois	Tres	Quatro	Cinco	Seis	Sete	Oito
VP e VF	-100.000,00	0	0	0	0	0	0	0	148.000,00
TIR	5,0226%								

Quadro 1.2.a - Cálculo da TIR = 5,0226%, usando o Programa de Atingir Metas.	
VP	100.000,00
VF	148.000,00
Taxa	5,0226%
VF'	148.000,00
Períodos	8
0,00	

a) Usando o Programa Específico do Excel: Parte superior do Quadro 01.2

1. Preencher no Excel o **Quadro 01.2** de cima, anotando os nomes e os números das células que estão em negrito (**B3, B4, B5, C3, D3, E3, F3, G3, H3, I3, J3** e **K3**). Depois, colocar todo o fluxo da **Fig. 1.4** de **C4 a K4**, inclusive os nulos e observando os sinais.

2. Selecionar a célula **C5** que vai receber a **TIR**.

3. Clicar em ***fx*** ⇨ aparece a 1ª janela **Inserir função** com três retângulos: ignorar o 1º ; no 2º, **Ou selecione uma categoria** ⇨ procurar **Financeira** e clicar ; no 3º, **Selecione uma função** ⇨ procurar **TIR** e clicar

4. Dar OK ou Enter ⇨ aparece a 2ª janela **Argumentos de função**. Clicar à direita de Valores, no quadradinho colorido ⇨ volta o **Quadro 1.2** inicial.

5. Selecionar todo o fluxo de **C4 : K4** e dar OK ou Enter ⇨ aparece na própria 2ª janela, em baixo à esquerda ⇨ resultado da fórmula = 5,0226%.

6. Dar OK ou Enter ⇨ aparece todo o **Quadro 1.2** já com **5,0226%** na célula **C5**.

7. Caso não aparecer o número de decimais pretendido, clicar na régua superior para aumentar as decimais da **TIR** em dois dígitos, por exemplo ⇨ na célula **C5** aparece a **TIR = 5,0226%.**

b) Usando o Método de Atingir Metas do Excel: Parte inferior 01.2.a. do Quadro 01.2

1. Preencher a parte de baixo do **Quadro 01.2**, anotando, respectivamente nas células **de B10 a B14**, as variáveis **VP, VF, Taxa, VF' e Períodos** e colocando os valores fornecidos pelo enunciado do exercício, nas células **C10, C11** e **C14**. As outras células **C12, C13 e C15,** por enquanto ficam vazias.

2. Na célula **C12** anotar uma taxa de juro absolutamente qualquer, por exemplo **7%**.

3. Em **C13** calcular **VF'** pelo Excel usando a Fórmula Fundamental dos juros compostos **C10*(1+C12)^C14** e encontrando o valor de **171.818,62.**

4. Colocar em **B15** a diferença = **C13 − C11** e dar o **Enter** quando então aparece **23.818,62** na célula. Selecionar **B15.**

5. Clicar em **Ferramentas** (na barra superior) ⇨ aparece a 1ª janela.
6. Clicar em **Atingir Meta da 1ª janela** ⇨ aparece uma 2ª janela com três linhas:

Definir Célula: B15 (já havia sido definida ou no item **4.**
Para Valor: colocar 0 (zero)
Variando Célula: colocar C12 ⇨ a célula da taxa hipotética 7%.

7. Dar **OK ou Enter** ⇨ aparece a terceira janela: **Status do Comando de Atingir Meta**, com três linhas:

Atingir Meta com a Célula B15 encontrou uma solução.
Valor de Destino: 0
Valor Atual: 0,0000

8. Dar OK ou Enter: na célula **C12** aparece o valor correto da taxa que foi usada para se obter o VF = 148.000,00 a partir do VP = 100.000,00, dado que, se VF'– VF = 0 (em **B15**) é porque VF' = VF = 148.000,00. Essa igualdade vai fazer a célula **C12 variar da hipotética taxa de 7% para a taxa correta de 5,0226%** que produz VF = 148.000,00.

9. Caso não aparecer o número de decimais pretendido, clicar na régua superior para aumentar as decimais da **TIR** para quanto se queira.

---

2. Em quanto tempo um Capital aplicado a 3% a.m. duplica de valor?

$P(1 + 0{,}03)^n = 2P \quad ⇨ \quad P(1{,}03)^n = 2P \quad ⇨ \quad (1{,}03)^n = 2$

$n\, L_n\, 1{,}03 = L_n\, 2 \quad ⇨ \quad n = L_n\, 2 / L_n\, 1{,}03 \quad ⇨ \quad n = 0{,}693147/0{,}029559$

n = 23,449772 meses ou aproximadamente n = 23,5 meses

---

3. A que taxa anual se deve aplicar um determinado Capital, de modo a obter um total de juros igual a 50% do próprio Capital, depois de 4 bimestres?

1º Processo: usando a fórmula fundamental (3)

$J = 0{,}50\, P \quad ⇨ \quad F = 0{,}50\, P + P \quad ⇨ \quad F = 1{,}50\, P$

$P(1 + i)^4 = 1{,}50\, P \quad ⇨ \quad (1 + i)^4 = 1{,}50 \quad ⇨ \quad (1 + i)^{(4/4)} = (1{,}50)^{(1/4)}$

$1 + i = 1{,}106682$ ⇨ $i = 0{,}106682$ ⇨ **i = 10,67% a. b. ou 83,71% ao ano.**

2º Processo: usando a programação da HP – 12C – Fig. 1.5

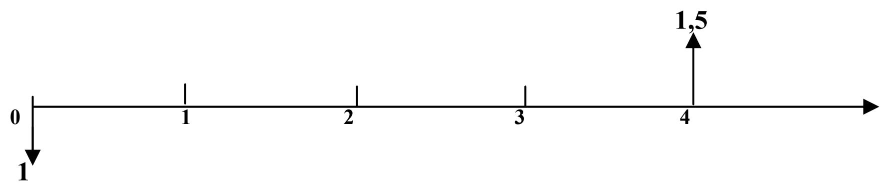


Fig. 1.5

F = 1,5 P

4 n 1 CHS PV 1,5 FV i ⇨ visor = 10,668192%

i = 10,67 % a.b. ⇨ i = 83,71% a.a.

3º Processo: usando o Excel

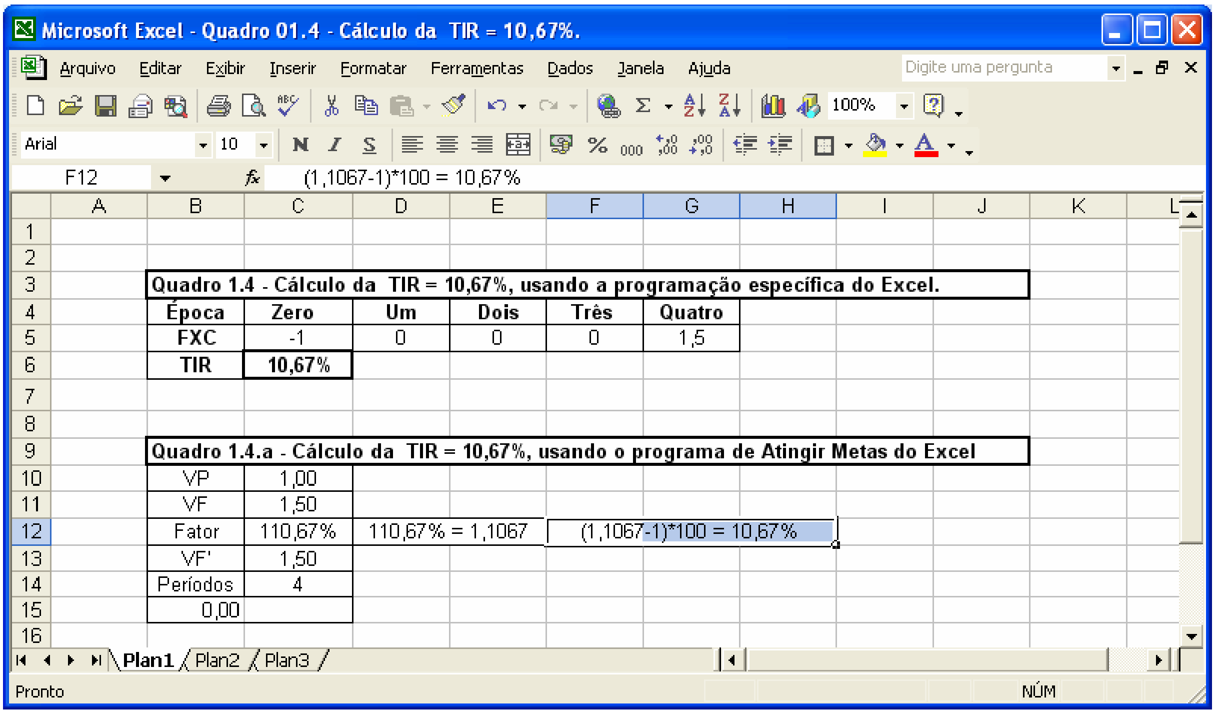
Quadro 1.3

Época	Zero	Um	Dois	Três	Quatro
FXC	(1,00)	0	0	0	1,50
TIR					

a) Passos a serem dados no Excel na programação específica: vide Quadro 1.4

Os mesmos passos do exercício anterior.

Quadro 01.4



b) Passos no Excel usando a programação Atingir Metas:

Mesmos passos do **Quadro 1.2.a**, só que para não repetir o citado quadro, a célula **C12** que vai variar, contém um fator de uma taxa qualquer **(1,08 = 108% ⇨ entrar com o %)** e não uma taxa qualquer. Isso tanto faz, desde que essa variável oscilatória esteja vinculada ao **VP = 1,00**, ao **VF = 1,5** no prazo de **4 bimestres,** através da Fórmula Fundamental de Juros Compostos. Conhecendo o fator, se chega na taxa procurada de **10,67%.**

Exercícios Propostos

1. O Banco X emprestou R$ 80.000,00 a um cliente à taxa mensal de 2,95 % por 90 dias. Para o Banco auferir uma rentabilidade mensal de 3,55 % na operação, quanto tempo o dinheiro deverá ficar retido no Banco após o dia da efetivação do empréstimo até a liberação para o cliente ?
   Resp. 15 dias

---

2. A Empresa Y necessita de R$ 250.000,00 dentro de uma semana . Para isso o seu diretor financeiro acertou previamente com o gerente do Banco de Investimento Z um empréstimo nesse valor a ser liberado no dia certo e com pagamento em 6 meses através de uma parcela única, a juros mensais de 2,60 %. No dia aprazado para a liberação o gerente informou que a taxa havia mudado para 2,80 % a.m. Mantido o valor de resgate inicialmente acertado para a 1ª taxa, quanto faltará para a Empresa cumprir com o seu compromisso ?
   Resp. R$ 2.904,13

---

3. Uma Taxa Efetiva de juro com capitalização quadrimestral é aplicada a um Capital gerando um total de juros de 270 % em 2 anos. Qual é o valor da taxa?.
   Resp. 92,35 % a.a.

---

4. Um investidor deposita no fim de cada mês a importância de R$ 5.000,00 em Banco que paga Juros Nominais de 12% a.a. Se ele deixou de fazer o décimo depósito, qual é o Valor Futuro a que ele tem direito no fim do décimo mês ?
   Resp. R$ 47.311,06

---

5. Um contrato de poupança para 10 meses obriga o pagamento de R$ 8.000,00 no início de cada mês com o Banco remunerando o depositante à taxa de 1,25 % a.m. Se o cliente não fizer o sexto e o sétimo depósitos e não havendo a cobrança da pena pecuniária prevista, qual o Montante do cliente no final do contrato ?
   Resp. R$ 68.791,28

---

6. O deputado Paranhos Neto tem um carro cujo valor de mercado é de R$ 15.000,00. Ele deseja trocá-lo por outro que custa à vista R$ 30.000,00. Na Concessionária escolhida a diferença pode ser paga de uma só vez ou em 12 parcelas mensais de R$ 1.392,39 cada, o que implica num juro mensal de 1,70%. Qual é a melhor opção para o deputado considerando que: **a)** ele possui uma Poupança com saldo de R$ 60.000,00 e rentabilidade anual de 6%; **b)** também possui uma aplicação de R$ 60.000,00 num Fundo de Renda Fixa que o remunera a 12,60% ao semestre; **c)** existe a possibilidade de ele fazer um CDC na Financeira do seu Banco à taxa de 20% ao ano; **d)** a CEF oferece a todos os parlamentares uma linha de crédito a 2% ao mês.
   Resp. A melhor opção é sacar na poupança, porque é onde ele tem a menor perda de patrimônio. Vide as taxas da Concessionária e das suas possibilidades.

---

7. Dois capitais foram aplicados pelo prazo de 2 anos. O primeiro à taxa nominal anual de 20%, capitalizada semestralmente e o segundo à 18%, capitalizada por trimestre. Considerando que os juros do primeiro excederam em R$ 6.741,00 os juros do

segundo e que o capital do primeiro é R$ 10.000,00 maior que o do segundo, calcular os dois capitais.
Resp. R$ 60.001,43 e R$ 50.001,43

Valor Atual Composto e Desconto Composto

Aplicação

Aqui também há duas definições para Valor Atual **A** ou Valor Presente **P**. Adotar-se-á apenas aquela do Valor Atual de um título $\mathbf{F_n}$ disponível ao final de **n** períodos à taxa **i**, como sendo o capital **A** ou **P** que, aplicado à taxa **i**, produz no final dos **n** períodos um montante igual a $\mathbf{F_n}$ (a mesma definição de Valor Atual Racional em Juros Simples).

$\mathbf{A\,(1 + i)^n = F_n}$ **ou** $\mathbf{P(1 + i)^n = F_n}$ **(3)**

$\mathbf{A = F_n\,[1/(1 + i)^n]}$ **onde: (12)**

$\mathbf{1/(1 + i)^n}$ ⇨ **Fator de Descapitalização (13)**

Aplicação: Determinar o Valor Atual de R$ 10.000,00 que estarão disponíveis dentro de 4 meses à taxa de 5% a.m.

$A = 10.000,00\,[1/(1,05)^4]$ ⇨ $A = 10.000 \times 0,822702$

A = R$ 8.227,02

Como o Desconto é sempre a diferença entre o Valor Final e o Valor Atual:

$D = F – A$ ⇨ $D = F – F\,[1/(1 + i)^n\,]$

$\mathbf{D = F\,[(1 – 1/(1 + i)^n)]}$ **(14)**

Aplicação: Qual é o desconto que um Capital de R$ 10.000,00 sofre ao ser descontado 4 meses antes do seu vencimento à taxa de 5% a.m.?

$D = 10.000,00\,[\,1 – (1/1,05)^4\,]$

$D = 10.000,00\,(1 – 0,822702)$

$D = 10.000,00 \times 0,177298$

D = R$ 1.772,98

Equivalência de Capitais

Muitas vezes é preciso modificar a forma de pagamento de uma determinada dívida ou mesmo saber se uma nova forma de pagamento que se quer propor ou que foi proposta, se equivale à forma original quando foi contraída a dívida ou concedido o empréstimo. Para isso se deve comparar as duas formas de pagamento e essa comparação só tem sentido se for feita numa mesma época, pois somente com todos os capitais na mesma época é que se pode saber, através de uma simples soma algébrica, se as duas formas de pagamento se equivalem. Não faz o menor sentido comparar capitais em épocas diferentes.

Assim, o problema consiste em se definir a época de comparação e levar para esta época todos os capitais do fluxo, capitalizando ou descapitalizando (descontando) a uma mesma taxa, conforme a posição de cada um dos capitais no eixo dos fluxos.Em Juros Compostos essa data de comparação pode ser absolutamente qualquer, dada a teoria de capitalização já vista e que vai ser mostrada novamente, em primeiro lugar usando exemplos e depois exercícios.

Exemplos

1º Exemplo: Uma empresa contraiu um empréstimo para liquidar em 6 (seis) bimestres no valor de R$ 500.000,00 junto a um particular que cobra juros bimestrais de 8 %. Decorridos 2 bimestres a empresa paga R$ 200.000,00 e combina liquidar o saldo devedor no final de mais 4 bimestres. Qual o valor desse pagamento, supondo que o credor esteja de acordo ?

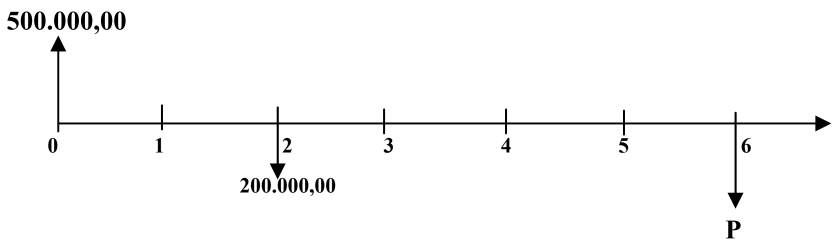


Fig. 1.6

Usando a época **6** como data de comparação:

$500.000,00\ (1,08)^{6} = 200.000,00\ (1,08)^{4} + P$

$500.000,00 \times 1,586874 - 200.000,00 \times 1,360488 \Rightarrow P = 793.437,00 - 272.097,60$

P = 521.339,40 reais

Obs – se fosse usada a época **2** como data de comparação, ter-se-ía:

$500.000,00\ 1,08)^{2} = 200.000,00 + P/(1,08)^{4}$ multiplicandos dois membros por $(1,08)^{4}$
$500.000,00\ (1,08)^{6} = 200.000,00\ (1,08)^{4} + P \Rightarrow$ mesma equação anterior, o que mostra que, no regime de Capitalização Composta a data de comparação pode ser qualquer uma.

2° Exemplo: Uma indústria fez um empréstimo e ficou de pagar , depois de 5 meses o valor global de R$ 1.000,000,00, tendo o juro sido contabilizado a 3 % a . m. Decorrido um mês a indústria quer liquidar o débito com dois pagamentos iguais, efetuando o primeiro imediatamente e o outro dois meses depois. Supondo que o credor concorde com a nova forma de pagamento proposta, qual deve ser o valor desse pagamento ? **Fig. 1.7**

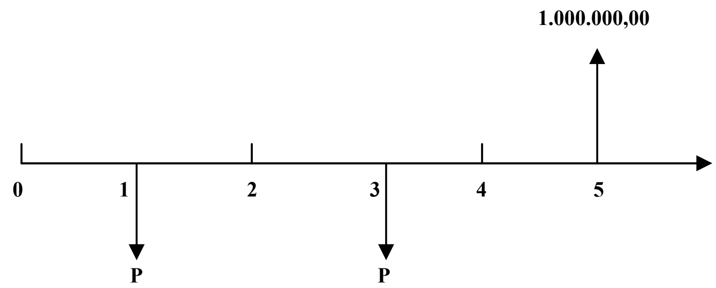


Fig. 1.7

Usando a época **3** como data de comparação:

$1.000.000{,}00/(1{,}03)^2 \;=\; P \;+\; P\,(1{,}03)^2 \quad \Rightarrow \quad 942.595{,}90 \;=\; 2{,}0609\;P$

P = 457.371,00 reais

Exercícios Propostos

1. Um empréstimo é feito para ser liquidado no prazo total de 6 meses através de duas parcelas de R$ 5.000,00 cada, vencíveis no fim do 2º e 3º meses e uma prestação única de R$ 20.000,00 ao final do prazo total. Sendo de 2,60 % a.m. a taxa da negociação, calcular o valor do empréstimo (não usar **IOF**).
Resp. R$ 26.524,56

---

2. A dívida de R$ 100.000,00 vai ser paga através de três prestações mensais e consecutivas de valor R$ 20.000,00 cada uma, vencendo a primeira ao fim do terceiro mês da formalização da dívida e o restante num só pagamento a ser efetuado no final do 6º mês após o último pagamento mensal retro-mencionado. Calcular o seu valor para uma taxa mensal de juros de 2,70% em toda a operação (não usar **IOF**)
Resp. R$ 54.034,95

---

3. Um contrato de mútuo entre dois particulares obriga o tomador a pagar duas parcelas de R$ 25.520,00 mais juros de 5 % a.m, nos terceiro e sexto meses após sua celebração. Se o mutuário quiser liquidar o seu Passivo antecipadamente e de um só vez ao fim do 4º mês à mesma taxa, qual deverá ser o valor desse pagamento único, admitindo-se a concordância do mutuante ? Quanto o mutuário pagou efetivamente de juros ?
Resp. R$ 62.039,44 e R$ 10.999,44

---

4. A compra de uma indústria envolve o desembolso de R$ 500.000,00 à vista e dois pagamentos depois de R$ 300.000,00 ao fim do 8º e do 16º meses. Se a indústria gerou fluxos de caixa positivos de **:** R$ 150.000,00 no fim do primeiro semestre ; R$ 200.000,00 ao fim do segundo ; R$ 300.000,00 no terceiro ; R$

250.000,00 no quarto e R$ 320.000,00 no quinto, qual deveria ser o saldo de caixa ao final do 6º semestre para que o comprador da indústria auferisse uma taxa efetiva de retorno de 30 % a.a. no período total ?

Resp : R$ 354.821,15

---

5. Um investimento de R$ 100.000,00 será pago em 4 prestações semestrais e consecutivas. Até o terceiro semestre o tomador pagou três prestações, cujos valores foram, respectivamente, de R$ 10.000,00, R$ 30.000,00 e R$ 50.000,00. Sendo a taxa de juros semestrais na base de 12,00 %, calcular:

a) o valor da última prestação

b) o valor do saldo devedor após o pagamento da 3ª prestação

Resp. a) R$ 49.670,66

b) R$ 44.348,80

---

6. Uma dívida de R$ 300.000,00 foi contraída para ser paga através de 4 prestações mensais e consecutivas de R$ 60.000,00 cada, vencendo a primeira ao fim do primeiro mês e o restante em uma única parcela no fim do sexto mês, tudo realizado a juros de 3 % a.m. Qual o valor dessa última parcela e qual o valor do saldo devedor depois de paga a 4ª prestação mensal ?

Resp. P = R$ 91.911,10 e D_4 = R$ 86.635,02

---

7. Um contrato de mútuo obriga o tomador a saldar a dívida em duas mensalidades de R$ 2.000,00 cada mais juros de 5% a.m. nos terceiro e sexto meses após a sua celebração. Se o mutuário pagar as obrigações antecipadamente nos três primeiros meses por meio de parcelas iguais, qual será o valor dessas parcelas se a taxa de juro mudar para 6 % a.m. ?

Resp. R$ 1.434,10

---

8. Uma aplicação de R$ 50.000,00 num Fundo Misto de Investimento (Renda Fixa e Variável) rendeu por mês nos últimos 4 meses **:** 8,25 %, – 5,90 %, 1,15 % e 22 %. Calcular o valor líquido de resgate do investidor e a sua taxa mensal também líquida, sabendo que o **IRRF** é de 20%.

Resp. R$ 60.280,92 e 4,7858%

Taxas Específicas de Juro mais usadas no Mercado Brasileiro

Conceito – Uso – Exemplos

Taxa “Over Night”

Taxa “Over” Anual – Conceito – Cálculo – Exemplo

Todas as Instituições Financeiras e as autorizadas a operar (Corretoras e Distribuidoras de Títulos e Valores Mobiliários) pelo Bacen no Mercado Financeiro, particularmente no Mercado Aberto, utilizam a taxa "Over Night" ou simplesmente taxa "Over". A taxa "Over" é uma taxa equivalente a um Fator de Capitalização diário que se obtém quando se descapitaliza uma taxa efetiva em relação ao número de dias úteis (ou saques) a que ela se refere. Os dias úteis **du** ou saques são aqueles **dias em que os bancos funcionam pelo menos em uma cidade do país,** portanto quando não é feriado nacional (estadual e municipal não contam) e nem sábado ou domingo.

Como as taxas efetivas são referidas ao ano comercial de **360 dc (dias corridos)** determinados por Convenção Internacional, o Bacen fixou em **252 du (dias úteis)** para qualquer período anual e então se a taxa efetiva é de 8,75% a.a.:

$f_{over}\ (1{,}0875\ )^{(1/252)} = 1{,}000333$ ⇨ fator "Over" (diário) da taxa efetiva 8,75% a.a.

A Taxa Efetiva de 8,75% a.a. que deu origem ao **Fator Diário 1,000333** é chamada de Taxa "Over" Anual (convenção anual – hoje mais usada) e como taxa de juro que é, só serve mesmo para referência ao se fazer uma operação financeira. Como sabido, os cálculos em juros compostos são realizados sempre com o fator da taxa elevado ao número de períodos da operação e sendo o período o **dia útil,** é ele o expoente do fator. Porém, o fechamento da negociação é feito se referindo à Taxa "Over" de 8,75% a.a., como no caso do exemplo abaixo.

Exemplo: Numa aplicação de R$ 1.000.000,00 no Mercado Aberto por 14 du a 8,75% a.a. de Taxa "Over", qual será o Valor Futuro ou de Resgate Bruto (sem descontar o **IRRF**) ?

$$F = 1.000.000{,}00 \left[(1{,}0875)^{(1/252)}\right]^{14} = 1.000.000{,}00\ (1{,}000333)^{14}$$
$$F = 1.000.000{,}00 \times 1{,}004671 = 1.004.670{,}95 \text{ reais}$$

ou

$$F = 1.000.000{,}00(1{,}0875)^{(14/252)} = 1.000.000{,}00 \times 1{,}004671$$
$$F = 1.004.670{,}95 \text{ reais}$$

Reparar que foi usada a conhecida relação $\mathbf{F_n = P(1 + i)^n}$ adequadamente preparada para a operação, pois na realidade é a única fórmula que se tem. Todas as outras são derivadas dela. Basta olhar para trás e verificar os exemplos e exercícios feitos até agora.

Taxa "Over" Mensal – Conceito – Cálculo e Exemplo

Antigamente, no começo do Mercado Aberto no Brasil (1970), se usava apenas a taxa"Over" na forma mensal (convenção mensal), obtida da seguinte forma:

1. Calcula-se o fator diário da mesma forma que na anual.
2. Retira-se a unidade para se ter a taxa "over" diária na forma decimal equivalente à taxa efetiva original.
3. Multiplicando a taxa diária "Over" decimal por 30 se vai obter a taxa mensal "Over"decimal, a qual multiplicada por 100 apresentará a taxa mensal "Over"percentual, que poderia também ser obtida multiplicando de uma só vez a taxa diária por 3.000.

Ressalte-se que tudo isso é puramente por convenção ou definição de taxa "Over" mensal, pois inclusive se mistura juros simples com compostos.

Exemplo: Calcular a taxa mensal "Over" para uma taxa efetiva de 8,25% a.a.

1. $f = (1{,}0875)^{(1/252)} = 1{,}000333$
2. $t = f - 1 = 0{,}000333$
3. t "Over" = $0{,}000333 \times 3.000 = 0{,}998754$ % a.m

Então as taxas "Over" de 8,75% a.a. e 0,998754% ou 0,9987% a.m. são equivalentes, pois dão origem ao mesmo fator diário de capitalização, que é o que se vai usar nos cálculos. Só que aqui se vai fechar uma operação referindo-se à taxa "Over" mensal, mas o resultado é obviamente o mesmo da taxa anual. Assim, se pode usar a Taxa Anual ou a Mensal equivalente, cada uma com a sua definição, pois o objetivo de se encontrar o mesmo fator diário, no caso1,000333, será atingido.

Exemplo: Numa aplicação de R$ 1.000.000,00 no Mercado Aberto à taxa "Over" mensal de 0,9987% por 14 du, qual o Valo Futuro ou de Resgate Bruto?

$f = (0{,}9987/3.000) + 1 = 1{,}000333$ ⇨ fator diário igual ao fornecido pela taxa anual.
$F = (1{,}000333)^{14} \times 1.000.000{,}00 = 1.004.670{,}70$ reais

Exemplo: Qual o Valor Futuro Bruto de uma aplicação de R$ 2.500.000,00 às taxas "Over" de: 8,75 % a.a. por 7 du, 1,05 % a.m. por 4 du e 13,10 % a.a. por 10 du ?

$F = 2.500.000{,}00\,(1{,}0875)^{(7/252)} \times (1 + 1{,}05/3.000)^{4} \times (1{,}131)^{(10/252)}$
$F = 2.500.000{,}00\,(1{,}002333) \times (1{,}001401) \times (1{,}004897)$
$F = 2.500.000{,}00\,(1{,}008652)$ ⇨ **F = 2.521.630,05 reais**

O fator total (1,008652) por (7 + 4 + 10) = 21 dias úteis fornece a taxa "Over" média da operação. Daí se tem:

a) a taxa na forma anual ⇨ $T = \left[(1{,}008652)^{(252/21)} - 1\right] 100 = 10{,}8910$ % a.a.

b) taxa na forma mensal ⇨ $t = \left[(1{,}008652)^{1/21} - 1\right] 3.000 = 1{,}2309$% a.m.

Formação das Taxas de Juro Futuras no Brasil

TBF – Taxa Básica Financeira

Conceito

A **TBF**, criada pela Resolução nº 2.171 de 30/06/95 do CMN, teve por principal finalidade ajudar na indução dos investidores para alongar os prazos de suas aplicações de renda fixa e também servir de base para o cálculo da **TR – Taxa Referencial**, que havia sido lançada em 1991.

A **TBF**, calculada diariamente pelo DEPEC – Departamento de Política Econômica do Bacen, sempre com 4 casas decimais, consiste no estabelecimento da média mensal ponderada pelo volume das captações diárias em **CDB/RDB** prefixados de 30 a 35 dias corridos dos 30 maiores conglomerados financeiros do país. O rol desses conglomerados é geralmente modificado em um ou dois participantes, por ocasião dos balanços semestrais.

Cálculo

Atualmente (Resolução nº 2809 de 21/12/00 do CMN) a metodologia de cálculo das **TBF** manda que **"**as instituições integrantes da amostra devem prestar ao Bacen, no máximo até às 16**:**00 hs de cada dia útil, as seguintes informações relativas ao dia útil imediatamente anterior:

I – o montante **V**, em reais, dos **CDB/RDB** referidos anteriormente, representativos da efetiva captação da instituição.

II – a taxa mensal ajustada **M** dos referidos **CDB / RDB** obtida de acordo com o seguinte:

a) para cada **CDB / RDB** emitido, deve ser calculada a correspondente taxa mensal ajustada $\mathbf{T_i}$, segundo a fórmula:

$$\mathbf{T_i = \left[\left[1 + (A_i/100) \right]^{(w/252)} - 1 \right] . 100} \Rightarrow \text{em \%, portanto, onde:} \qquad \mathbf{(15)}$$

$\mathbf{A_i}$ = taxa anual do i-ésimo **CDB / RDB** em %
w = nº de du entre o dia da emissão e o dia correspondente ao dia da emissão no mês seguinte (dia do aniversário mensal de cada captação).

b) a partir das taxas $\mathbf{T_i}$ obtidas deve ser calculada a taxa mensal média **M**, de acordo com o que segue:

$$M = \frac{\sum V_i T_i}{\sum V_i} \Rightarrow \text{as taxas em \%, onde:} \qquad \mathbf{(16)}$$

$\mathbf{V_i}$ = valor do i-ésimo CDB / RDB**"**

Para fins de determinação do valor **w** da relação **(15)**, quando inexistente [6] o dia correspondente ao dia da emissão no mês seguinte, deve ser considerado o dia primeiro do mês posterior. Para cada dia do mês – dia de referência – o Bacen deve calcular e divulgar a **TBF** para o período de um mês, com início no próprio dia de referência e término no dia correspondente ao dia do mês de referência, considerada a hipótese anterior.

Quando o dia de referência for dia útil a **TBF** é calculada pela fórmula**:**

$$\mathbf{TBF = \frac{\sum M_k Y_k}{\sum Y_k}} \quad \text{onde:} \qquad \mathbf{(17)}$$

$\mathbf{Y_k}$ = montante dos **CDB / RDB** emitidos pela **k – ésima** instituição.
$\mathbf{M_k}$ = taxa mensal média ajustada da **k – ésima** instituição.

[6] Caso do cálculo, entre outros, da TBF para o período que se inicia em 29 ou 30 ou 31 de janeiro em um ano de 365 dc ou ano não bissexto e que vai fazer aniversário em 29 ou 30 ou 31 de fevereiro do mesmo ano, dias que não existem.

Quando o dia de referência não for dia útil, calcula-se os fatores diários da **TBF** dos dias úteis anterior e posterior ao dia de referência e tira-se a média geométrica entre os dois, obtendo o fator médio. Subtraindo a unidade desse fator e **multiplicando** o que restou pelo **número de dias úteis** compreendidos no período de vigência da **TBF** que se quer calcular, encontra-se a **própria TBF na forma decimal**. Para se obter a **TBF percentual**, multiplica-se a **TBF decimal** por **100.**

Usos

A **TBF** tem muitas utilizações no mercado, a saber:

1º) Servir como projeção ou estimativa fidelíssima das taxas de juros futuras para 30 dias, já que se trata da média ponderada pelo volume das médias igualmente ponderadas pelo volume usadas pelos 30 (trinta) maiores Grupos Financeiros do país, lamentavelmente para apenas 30 dias. Como se sabe, a projeção de que o mercado lança mão para prazos maiores do que 30 dias é feita através das taxas futuras de juros obtidas no Mercado Futuro de DI –1 dia, da BM&F, cuja filosofia é a mesma, refletindo a média das taxas futuras de juros que os participantes estimam. Porém, a diferença é que lá a amostra dos participantes é bem menor do que o universo dos Bancos e também não tão confiável, dada a grande quantidade de manipuladores. Não confundir **especuladores** com **manipuladores**. Enquanto os **primeiros** são os grandes responsáveis pelos mercados futuros em geral, pois entram no "jogo" muito bem aparelhados tecnicamente, contando com uma estrutura de pessoal, máquinas e equipamentos, laboratórios etc, tudo bem dimensionado e dirigido para aquela finalidade, dispostos a ganhar, mas sabendo que podem também perder, os **manipuladores** não são assim. São nocivos ao mercado, pois tendem a levar o mercado para o lado errado, enquanto apostam somente do lado certo, inclusive e sempre que possível, usando informações obtidas na clandestinidade – "inside informations".

2ª) Atuar também como indexador, mesmo sendo taxa de juro, para operações ativas e passivas dos Bancos, desde que obedecido o prazo mínimo de 2 meses.

3ª) Servir de fiel balizador no curto prazo para as decisões domésticas e comerciais, mostrando o caminho a seguir, se convém tomar empréstimo para adquirir algum bem de que se necessita ou é melhor esperar mais um pouco e assim por diante.

4ª) A mais importante de todas: ser a mãe da **TR – Taxa Referencial**, usada em Ativos importantíssimos da economia brasileira.

TR – Taxa Referencial e Redutor

Cálculo

A **TR** nada mais é do que a **TBF** expurgada do juro real pago aos aplicadores e da tributação, ambos embutidos nos valores brutos da **TBF**. Desde a criação da **TBF**, em meados de 1995, a **TR** tem a mesma fórmula de cálculo – vide relação à frente. Porém nesta fórmula existe a figura do **Redutor**, ou melhor dizendo, do fator do Redutor = **R.** Este sim, sofreu várias modificações ao longo dos anos alterando por consequência o valor da **TR**.

Se os juros reais e a tributação, que constituem a taxa chamada de Redutor **R′** refletissem a realidade como antes, obviamente que a **TR** iria medir, com muita fidelidade, a expectativa de **CM** futura e/ou inflação, pelo menos para um mês à frente.

Aliás, esse foi o motivo pelo qual a **TR** foi criada em substituição ao **BTN fiscal**. Acontece que, com o passar dos anos, o conceito inicial do fator do Redutor foi se modificando e hoje, a Autoridade o usa para tornar o rendimento da **TR** de tal forma que, os ganhos da Caderneta de Poupança = (**TR + 6 % a.a. de taxa nominal**) não ultrapassem o rendimento líquido dos **CDB / RDB** dos Bancos e Caixa Econômica. Sim, porque o **CDB / RDB** têm tributação e a Poupança, não. Dessa forma, se uma **TBF** está rendendo 1,4224 % de 26/06 a 26/07/04, a **TR** tem que ser tal que, a rentabilidade da Poupança no mesmo período, não ultrapasse de 65 a 70 % de 1,4224 %. Verificando:

$$\text{Rendimento da Poupança} = \big[1{,}005\,(1 + TR) - 1\big]\ 100$$

$$\big[1{,}005\,(1 + TR) - 1\big]\ 100 \leq 0{,}70 \times 1{,}4224\ \%$$

$$\big[1{,}005\,(1 + TR) - 1\big]\ 100 \leq 0{,}995680\ \%$$

$$1{,}005\,(1 + TR) - 1 \leq 0{,}009957 \Rightarrow 1{,}005\,(1 + TR) \leq 1{,}009957$$

$$1 + TR \leq 1{,}004932 \Rightarrow TR \leq 0{,}004932 \Rightarrow \mathbf{TR \leq 0{,}4932\ \%}$$

Supondo que no período considerado: $TR = 0{,}4932\ \%$

$$\text{Rendimento da Poupança} = \big[1{,}005\,(1{,}004932) - 1\big]\ 100$$

$$\text{Rendimento da Poupança} = 0{,}9957\ \%\ \text{no período}$$

$$70\ \%\ \text{da TBF} = 0{,}70 \times 1{,}4224\ \% \Rightarrow \mathbf{0{,}9957\ \%}$$

Obs: Como se verá a seguir, a **TR** desse período foi de 0,2396 %, ou seja:

$$RP = \big[1{,}005\,(1{,}002396) - 1\big]\ 100$$

RP = 0,7408 % ⇨ rendimento real da poupança no período .

Na realidade, se vê que a **Poupança** rendeu menos do que o cálculo simulado. Tudo bem. O que não pode é render mais do que o líquido do **CDB / RDB (resgate bruto menos IRRF de 20 %),** obviamente para não prejudicar os **Bancos,** porque esses têm onde gritar e serem ouvidos. Assim, é mais cômodo tirar dos pequenos que não têm platéia.

Cálculo

Pela própria definição, a **TR** deve ser calculada pela fórmula abaixo, uma vez que, como é sabido, em juros compostos não se pode subtrair taxas e sim dividir os fatores:

$$\mathbf{TR} = \left[\frac{1 + (TBF/100)}{R} - 1\right] . 100 \Rightarrow \textbf{onde:} \qquad \textbf{(18)}$$

$1 + \frac{TBF}{100}$ ⇨ fator da **TBF**

$\mathbf{R} = a + b \cdot \frac{TBF}{100}$ ⇨ fator do Redutor, sendo:

a = 1,005; b = 0,48 e TBF dada em %

Exemplo: Calcular o fator do Redutor **R** e a **TR** para uma **TBF = 1,4224 %** de 26/06 a 26/07/2004:

R = 1,005 + 0,48 x 0,014224

R = 1,011828 ⇨ Só de curiosidade, a **taxa R′** do Redutor é:

R′ = (R – 1) 100 ⇨ R′ = 1,1828 % no mesmo período = 83,16 % da TBF

R = 1,0118 → arredondando para 4 casas matematicamente, ou seja, **4 com**

Atenção – usar o **R** somente com 4 casas decimais e sem nenhum acréscimo decimal a mais. Portanto, atenção com as máquinas de calcular **HPs e com os computadores**, porque eles acumulam todos os acréscimos decimais dos cálculos e muitas vezes o que está no visor não é exatamente o que está sendo calculado por eles. Dá diferença.

$$TR = \left[\frac{1{,}014224}{1{,}0118} - 1 \right] . 100 = (1{,}002396 - 1) . 100$$

TR = 0,239573 % ou arredondando 4 com ⇨ **TR = 0,2396 % no período**

Obs. 1 – A mesma Resolução (nº 2.809 de 21/12/00) que modificou a metodologia de cálculo da TBF, passando a usar dias úteis ao invés de dias corridos como antes, estabeleceu valores para o parâmetro "b" do Redutor em função da meta para a taxa Selic (Meta Selic):

Para MS > 16 % ao ano ⇨ b = 0,48

Para 16 % ≥ MS > 15 % ao ano ⇨ b = 0,44

Para 15 % ≥ MS > 14 % ao ano ⇨ b = 0,40

Para 14% ≥ MS > 13 % ao ano ⇨ b = 0,36

E assim por diante, mantendo sempre a proporção para cada ponto de queda no % da MS 0,04 pontos de queda na constante **b .**

Obs. 2 – Em 31 de março de 2006 foi expedida a Resolução nº 3.354 do CMN alterando o cálculo da referência do parâmetro "b" do Redutor que passou a ser a própria TBF do dia e não mais a meta para a Taxa Selic em vigor, como está a seguir:

Para TBF > 16% ao ano ⇨ b = 0,48
Para 16% ≥ TBF > 15% ao ano ⇨ b = 0,44
Para 15% ≥ TBF > 14% ao ano ⇨ b = 0,40

Para 14% ≥ TBF > 13% ao ano ⇨ b = 0,36
Para 13% ≥ TBF > 12% ao ano ⇨ b = 0,32
Para 12% ≥ TBF > 11% ao ano ⇨ b = 0,28
Para TBF = 11% ao ano ⇨ b = 0,24

Obs. 3 – Em 05/03/07 o CMN, atendendo o pedido dos Bancos, segundo a manchete do caderno de economia do jornal "O Globo" de 07/03/07, emitiu a Resolução nº 3.446 com a finalidade única de evitar queda maior do Redutor da TR quando 12% a.a. ≥ TBF ≥ 11% a.a. Pela Resolução nº 3.354 em vigor desde 31/03/06 **(Obs. 2 acima},** a queda da TBF para valores entre 12 e 11% a.a. abaixaria o parâmetro **b** do Redutor de 0,32 para 0,28 ou 0,24, fazendo aumentar a TR (fórmula **(18)**) e consequentemente a remuneração da Caderneta de Poupança.

Como na reunião do COPOM marcada para 07/03/07 já estava acertada a queda da Taxa Selic (de 13% para 12,75% a.a.) e isto iria derrubar a TBF dos seus 12,10% médios ao ano para algo certamente abaixo de 12%, o CMN mais uma vez atendeu os Bancos. É que, dentro da nova e inevitável realidade das rentabilidades dos papéis de renda fixa, os Bancos teriam que aumentar as suas taxas de captação de recursos em títulos e/ou reduzir as taxas de administração que cobram nos seus diversos fundos de investimento de renda fixa no intuito de impedir a fuga da clientela para as aplicações na Caderneta de Poupança, que se tornaria mais rentável.

Desta maneira, pela mais nova Resolução sobre a matéria de nº 3.446 de 5/3/2007, o valor da constante **b** passou a ser determinado de acordo com a tabela abaixo:

TBF (% a.a.)	**b**
TBF > 16	0,48
16 ≥ TBF > 15	0,44
15 ≥ TBF > 14	0,40
14 ≥ TBF > 13	0,36
13 ≥ TBF > 11	0,32

A citada resolução não trata de **b** se a TBF descer abaixo dos 11% a.a., o que deverá acontecer, pela tendência que se observa na evolução da economia brasileira. Simplesmente o Bacen mantém **b = 0,32** nos cálculos do redutor da TR, certamente para não abaixá-lo ainda mais e aumentar a TR, satisfazendo o pedido dos grandes Bancos.

Isso tudo é porque pela cabeça dos banqueiros que atuam no país, por motivo nenhum passa a mais remota possibilidade de redução nos seus ganhos alcançados desde a açodada implantação do Plano Real em julho/94 e solidificados pela necessária consolidação bancária que socorreu o Plano (antes, o lucro líquido dos Bancos era de 9 a 10,50% ao ano sobre o seu patrimônio líquido e depois do Plano o percentual foi subindo até média atual de 21% ao ano).

Esta consolidação reduziu muitíssimo o número de Bancos e consequentemente a concorrência, criando o ambiente ideal para os bancos auferirem os percentuais de lucro acima citados.

Usos

A exemplo da **TBF**, a **TR** tem inúmeras utilizações, apesar de já não apresentar mais os mesmos valores coerentes com a **TBF** de antes, por razões já abordadas.

1ª) Apesar de ser taxa de juro, é usada como indexador da Caderneta de Poupança, única aplicação a que qualquer brasileiro tem acesso. Como sabemos, a Caderneta rende **TR** acrescida de juros nominais de 6 % a. a.

2ª) Idem, é o indexador das contas do **FGTS,** que são acrescidas também de juros nominais de 3 % a. a.

3ª) Idem, é o principal indexador dos financiamentos habitacionais da **CEF**.

4ª) Idem**,** é usada como indexador de Instituições Financeiras nas suas operações ativas e passivas com prazo mínimo de um mês.

TJLP – Taxa de Juro de Longo Prazo

Conceito

Criada em dezembro de 1994 com o seu primeiro valor de 26,01 % a. a., mas vigência trimestral (12, 1, 2 – 3 , 4 , 5 – 6 , 7 , 8 – 9 , 10 , 11)**,** a **TJLP** está diretamente relacionada aos processos de alongamento e desindexação que vieram na esteira do Plano Real, de 1994. Já houve duas fórmulas de cálculo, além da atual a qual começou em outubro/99, quando o trimestre de vigência já havia passado ao civil: 1 , 2 , 3 – 4 , 5 , 6 – 7 , 8 , 9 etc.

Cálculo

A **TJLP** de hoje é "calculada" pelo CMN – Conselho Monetário Nacional, passando pelo crivo do Sr. Ministro da Fazenda, é claro e consiste no somatório puro e simples do risco Brasil, traduzido na taxa dos juros internacionais para os próximos 12 meses = 5,75% a.a. (por exemplo), com a expectativa da inflação brasileira medida pelo IPCA, também para os próximos 12 meses = 3,75 % (por exemplo) ⇨ TJLP = 9,5 % a.a.

Usos

A **TJLP** foi criada em dezembro/1994 ainda no governo do Presidente Itamar e por insistência dele, já com o Plano Real em andamento, com a finalidade de suprir de fundos o **BNDES**, que era e é o único órgão financeiro no meio de tantos outros públicos e privados, que financia projetos de instalação, ampliação, construção industrial e fornecimento de maquinário e equipamento, além de outras atividades a prazos longos e custos compatíveis com o empreendimento. Ou seja, o **BNDES** é, sem a menor dúvida, o grande responsável pelo nosso Parque Industrial, que aliás foi a razão da sua criação.

Assim é que, desde a criação da **TJLP**, os recursos do **PIS – PASEP**, do **FAT** – Fundo de Amparo ao Trabalhador e do **Fundo da Marinha Mercante** são repassados ao **BNDES** e recebem a remuneração da **TJLP.**

Além da citada utilização fundamental, a **TJLP,** embora seja taxa de juro como a **TBF** e a **TR**, serve também como indexador para os Bancos efetuarem operações ativas ou passivas, no prazo mínimo de um mês.

Taxa Selic

A taxa **Selic** é a taxa básica da economia brasileira, criada e administrada pelo **COPOM** – Comitê de Política Monetária, órgão normativo diretamente subordinado ao Presidente do Banco Central. Esse comitê usa o IPCA – Índice de Preços ao Consumidor Amplo, que é calculado pelo IBGE, para estabelecer as metas nas variações dos preços, ou por outra, o Brasil é um dos países que adotam a fixação de metas no controle da inflação. Nem todos os países do mundo capitalista usam o caminho das metas para a inflação, como por exemplo, os Estados Unidos.

Qualquer alteração na taxa Selic tem que ser aprovada pelos membros componentes do Comitê nas suas reuniões ordinárias, que a partir do ano de 2006, passaram a ser de 45 em 45 dias ou através das reuniões extraordinárias. Existe uma autorização prévia que o Comitê pode dar ao Presidente do Bacen, chamada de **viés (tendência)**, através da qual o Presidente pode alterar a taxa sem ouvir ninguém. Se o **viés** for de baixa, a alteração só pode ser no sentido de baixar a taxa; caso contrário, a alteração só pode ser de alta. Se o **viés** for neutro ou não existir, as alterações na taxa **Selic** só podem ser feitas em reuniões do Comitê com o acordo da maioria.

Estabelecimento da Taxa Selic – COPOM

A taxa de juros **Selic** é estabelecida em função da situação geral da economia do país, em particular com relação à estabilidade da moeda, isto é, da inflação (ou deflação), constituindo-se num caso particular de instrumento de Política Monetária. Ao primeiro sinal de alta na taxa inflacionária, por qualquer razão que seja, o **COPOM** aumenta a taxa **Selic,** que por ser a taxa básica da economia induz os agentes financeiros a subirem imediatamente as suas taxas ativas e nisso todos eles são muito rápidos, encarecendo o custo do dinheiro e inibindo o consumo. “Mutatis Mutandi”, a mesma coisa se passa quando o sinal é de desaquecimento da economia e por consequência o remédio agora é baratear o custo do dinheiro, só que aqui, os agentes já não são tão rápidos assim, aliás, como lhes convém.

Num primeiro momento é o que se passa. Depois se vai procurando a causa certa que provocou o alerta da inflação e aplica-se o remédio adequado, que é quase sempre o mesmo: inibir o consumo via alta dos juros e redução dos meios de pagamento.

Usos

A taxa **Selic** é a taxa teto (maior taxa) usada para se financiar os títulos do Governo Federal que estão custodiados no **SELIC – Sistema Especial de Liquidação e Custódia** do Bacen. Serve de balizador para as instituições que operam esses papéis e como já foi dito, é a referência para todas as operações financeiras no país.

Inflação

Conceito e Tipos

Nada pior do que assistir os preços dos bens de que se necessita subirem de valor, os salários praticamente congelados, as dificuldades dos empresários em conseguir receitas suficientes para conservar as atividades da empresa funcionando e o governo impotente para corrigir estas distorções tão graves, às vezes tendo até que aumentar ainda mais a carga tributária sobre a população, com o intuito de se conseguir, pelo menos, o equilíbrio fiscal das suas contas, uma vez que gastar menos do que arrecada não faz parte dos seus objetivos.

A inflação é a alta exagerada dos preços além do que se pode aceitar como normal, causada por vários motivos em que o mais fácil de se entender é a falta da quantidade adequada de bens e produtos em "confronto" com excesso de meios de pagamento – depósitos à vista nos Bancos Comerciais e CEF e moeda em poder do público.

Normalmente, a inflação aparece quando existem condições de facilidade na compra dos bens ofertados pelo mercado, seja por excesso dos meios de pagamento, seja por condições de se obter financiamento barato para tal, enfim, quando por algum motivo a economia está aquecida ou pode se aquecer. O atrelamento constante dos preços dos bens a um indexador (índice corretivo) qualquer, faz também a inflação passada se propagar para os preços futuros, mesmo que a economia esteja repousando.

Existem economistas que definem tipos de inflação específicos a partir de sua causa**: i)** inflação de demanda – decorrente do excesso de meios de pagamento para pouca oferta de produtos**; ii)** inflação de custo – o aquecimento da economia provoca aumentos de custos de mão de obra e de insumos em geral e o industrial sabe que quanto mais produzir, mais ele vai vender e a preços compatíveis, dado que o mercado está aquecido e a procura pelos bens se torna grande, com o alto preços dos produtos passando a ter menor importância; **iii)** inflação inercial – resultante da indexação dos valores dos bens, que tende a repassar a inflação passada para o futuro.

Defini-se também a queda dos preços dos produtos além do normal, decorrente de pouco dinheiro para fazer frente a uma quantidade excessiva de produtos e mercadorias, como deflação, que é o inverso da inflação, ou por outra, queda nos preços dos bens e serviços.

Nenhuma destas situações extremas interessa a um país. O que se pretende é que haja um equilíbrio entre oferta e demanda, equilíbrio esse partindo do próprio mercado, nada forçado ou manipulado ou o que é pior, escondido. Tem que ser apenas bem monitorado pela Autoridade. Para isso, os países do mundo capitalista possuem todos um Banco Central ou que nome seja, que é a Autoridade competente para monitorar o mercado, tendo como principal atribuição ser o "guardião da moeda nacional", isto é, conservar o poder de compra da moeda e evitando então que aconteçam os fenômenos da inflação ou deflação ou ainda pior, da estagflação, que é a inflação associada à recessão na economia.

Assim é também com o Brasil, que através do artigo nº 8 da Lei nº 4.595 de 31/12/64, transformou a antiga SUMOC – Superintendência da Moeda e do Crédito no atual Banco Central do Brasil – Bacen.

Para poder desempenhar a sua atribuição precípua, o Bacen formula, executa e monitora a chamada Política Monetária, que nada mais é do que o controle da taxa de juros na economia, através dos três instrumentos clássicos: alteração da alíquota dos Depósitos Compulsórios, da taxa de custo da Assistência Financeira de Liquidez (redesconto ou empréstimo de liquidez), ambas dirigidos em primeiro lugar e diretamente aos Bancos Comerciais e Caixas Econômicas (Instituições Financeiras Monetárias =

instituições criadoras de moeda) e a terceira, de resultados mais contundentes e imediatos, mas que apresenta um custo para o país: as operações de Mercado Aberto ("Open Market Operations"). Os três instrumentos acima citados apontam para o controle da taxa de juro praticada no país, procurando adequá-la às necessidades do momento e assim evitar com maiores possibilidades de sucesso, o aparecimento e manutenção da inflação provocada pelo desequilíbrio do montante dos meios de pagamentos na economia.

No início falou-se que a inflação tem várias razões de ser, porém a mais importante, é o descontrole dos meios de pagamento. Uma outra causa da inflação está nos ataques especulativos contra a moeda nacional, muito em voga na década de 90 e sem dúvida bastante facilitados devido a globalização e interação da mídia, através dos quais mega-manipuladores (instituições multinacionais, em geral) travestidos de especuladores, intervêm na economia de uma nação com o fim específico de desvalorizar a sua moeda e dificultar e encarecer o fluxo internacional de recursos de que o país necessita, o que lhes proporciona condições ideais para auferir lucros significativos. Num primeiro momento, não, mas um pouco mais à frente esses ataques especulativos trazem inflação, pois embora a desvalorização controlada e voluntária da moeda seja benéfica para as exportações, o que acontece num ataque especulativo é diferente. O país ameaçado é obrigado a aumentar muito a taxa de juro nos seus títulos representativos das dívidas internas e externas, seja para manter o capital estrangeiro de que necessita, seja para segurar o capital do investidor doméstico, também necessário.O aumento descontrolado das taxas de juro nesses ativos é inflacionário.

No caso brasileiro, o Bacen usa também a venda de títulos públicos indexados ao *dollar* como meio de mostrar que a desvalorização do real chegou no limite. Daqui prá frente ou a desvalorização estanca de vez ou começa a ceder, porque caso contrário o governo não iria vender *dollar* mais juros e sim tentar recomprar o que pudesse desses títulos.

Correção Monetária

Conceito – Indexadores e Uso

Logo após a revolução de março/64, que depôs o governo João Goulart e instalou a ditadura militar, o então Ministro da Fazenda do novo regime, Prof. Octavio Gouvêa de Bulhões, diante de uma inflação alta e persistente, originada pelos gastos do Plano de Metas – **PM** do Governo JK, atrelado à construção da nova Capital, criou um mecanismo de proteção contra o novo e grave problema da inflação, chamado de Correção Monetária – **CM.** Naquela época, a **CM** era calculada através das Obrigações do Tesouro Nacional – Tipo Reajustável – **ORTN**, também criadas por volta de julho/64.

A **ORTN** era um título de correção monetária pós-fixada e mensal, calculada naquela época, infelizmente, pela variação dos preços dos seis últimos meses, contemplando também juros pré-fixados que incidiam sobre os valores corrigidos do título, para atrair a poupança do povo brasileiro, tão importante para o nosso desenvolvimento. Esta poupança, exatamente com o mesmo significado que têm hoje os títulos públicos federais e a caderneta de poupança, foi assumida e incentivada aos poucos pelo Banco Central até a criação da sua Gerência da Dívida Pública – GEDIP, cujo titular, Dr. Carlos Brandão, com muita competência e responsabilidade foi desenvolvendo o novo embrião até chegar ao grande mercado de títulos públicos e privados que hoje possuímos e que tanto tem ajudado na condução da Política Econômica do país.

A **ORTN** remunerava o seu titular com um "rendimento" duplo que provinha de duas fontes: a **CM**, que era o tal mecanismo criado para atualizar o valor do poder aquisitivo da moeda, corroído pela inflação (portanto não era rendimento e sim atualização) e os juros que eram pagos semestralmente, de acordo com o mês de vencimento do papel.

Os empréstimos de médio e longo prazo eram todos indexados à **CM** da **ORTN** e a exemplo do próprio título eram acrescidos da taxa real de juros a combinar entre as partes. Até os balanços e balancetes das empresas levavam em conta a **CM** da **ORTN** na sua elaboração, pois se assim não fosse, os resultados, se positivos, estariam inflados e fora da realidade, obrigando as empresas a despesas irreais.

Usava-se a **ORTN** para tudo e assim era como se a inflação não existisse, pois o escudo de proteção (**CM** da **ORTN**) estava ali presente para resguardar o poder de compra da moeda, ou por outra, toda a economia estava indexada à **ORTN,** o primeiro e único indexador existente por longo tempo, que se confundia com a **CM**. Acontece que, se de um lado o indexador protege o poder de compra da moeda, do outro ele funciona como um alimentador da inflação, pois propaga o aumento de preços do ano anterior para o ano seguinte, pois tudo está atrelado a ele e dessa forma a inflação não acaba – é a inflação inercial. Os responsáveis pelo problema no Brasil, custaram a se aperceber desse fenômeno mais do que evidente e quando isso aconteceu foi que começaram a surgir os irresponsáveis planos de combate à inflação, todos eles pensando que o dragão da inflação pudesse ser domado na ponta de uma caneta, através de um decreto ou coisa parecida. Ledo engano. Quantos planos de estabilização. Quanto dinheiro perdido. Quanta irresponsabilidade.

Atualmente, com o Plano Real já fazendo o seu décimo sexto aniversário, o país está convivendo com uma inflação de primeiro mundo, que pode não ser o número publicado pelas autoridades, mas certamente também não é muito maior. O que incomodou e preocupou no início do Plano Real foram as perversas consequências do seu altíssimo custo financeiro e social, causado exclusivamente pela ganância política do seu mentor e realizador – ex-Ministro Fernando Henrique Cardoso – através da sua ambição política pela Presidência da República, que provocou o açodamento na implantação do Plano naquele momento e que por falta de tempo, trouxe problemas. Porém, depois da vitória nas urnas função do Plano, muitos dos problemas decorrentes poderiam e deveriam ter sido corrigidos, pois havia tempo para isso. Porém, o segundo mandato já devia andar pela cabeça de FHC e com a volta da inflação que poderia vir das medidas a serem tomadas para eliminar os problemas criados, provavelmente não aconteceria.

Mesmo com a inflação muito mais baixa nos dias de hoje, persistiram as operações pós-fixadas, isto é, aplicações e empréstimos onde a taxa de juro é associada ao indexador, que antes era a **CM**, hoje não mais necessariamente. O indexador é a parte variável do custo das operações pós-fixadas, podendo ser a própria **CM** ou uma taxa de juros usada também para esse fim, como as já tratadas **TBF, TR, TJLP** ou até mesmo a variação do ***dollar*** dos Estados Unidos. Todas essas taxas têm a ver com a inflação, ou seja, oscilam com a inflação, porém não medem a inflação. São apenas indexadores, ou por outra, **indexador não é necessariamente medida de inflação**.

No presente, como a **ORTN** não existe mais, a inflação mensal é medida pelos índices calculados por Institutos e Fundações. Assim temos os IGP's – Índice Geral de Preços da FGV, o INPC – Índice Nacional de Preços ao Consumidor e o IPCA – Índice de Preços ao Consumidor Amplo, ambos calculados pelo IBGE, IPC – Índice de Preços ao Consumidor da FIPE etc., cada um com a sua metodologia de cálculo.

Dessa forma, o mercado usa como indexador tanto a **CM** dos índices – apenas para operações de prazo superior a um ano – quanto as citadas taxas de juro, para prazos a partir de um mês. As taxas de juro acopladas aos indexadores variam de acordo com as previsões e séries históricas de cada indexador. É sempre bom frisar que o *dolla*r dos USA, usado como indexador, é privativo das operações com títulos do Governo Federal.

Efeito Fisher

Em 1930 o notável economista norte-americano, Irving Fisher, certamente influenciado pela inflação depois do *crash* da Bolsa de Nova Yorque – NYSE em 1929, criou uma equação que leva o seu nome e que depois de conhecida vê-se que é o óbvio ululante .A equação diz que**:** "num regime de inflação **I,** a taxa de retorno Aparente **A** (usa-se também o nome de taxa de retorno Nominal com a sigla **N**) para qualquer Investimento é dada pela soma da taxa Inflacionária **I** com a taxa Real **R"**:

$$\mathbf{a = i + r \quad \Rightarrow \quad n = i + r \qquad ou \qquad (19)}$$

$$\mathbf{(1 + A) = (1 + I) . (1 + R) \quad \Rightarrow \quad (1 + N) = (1 + I) . (1 + R) \qquad (20)}$$

Como se sabe, em juros compostos não se pode somar ou subtrair taxas e sim multiplicar ou dividir fatores, daí a equação ou efeito Fisher vir sempre em fatores como na relação **(20)** e não em taxa pura, como em **(19)**. Nada mais óbvio, depois de anunciado.

Rendas ou Série de Pagamentos Uniformes e Constantes

Conceito – Uso – Tipos

As operações de **CDC – Crédito Direto ao Consumidor e CP – Crédito Pessoal** são exclusivas das Financeiras. As de ***Leasing*** pertencem somente às Sociedades de Arrendamento Mercantil − Empresas de *Leasing* e/ou Bancos Múltiplos que possuem essas Carteiras e embora ambas usem a Tabela Price para os seus cálculos, as operações de Leasing não estão sujeitas ao IOF, por serem consideradas operações comerciais. Como vai ser visto, a **Tabela Price** se constitui no caso particular e mais usado do **Sistema Francês de Amortização,** que no fim de tudo **é a cópia "ipsis literis" das Rendas Uniformes e Constantes na Capitalização Composta.**

Por isso, vamos repassar o estudo dessas Rendas ou Série de Pagamentos, lembrando da sua definição como sendo "uma série de capitais que vão sendo disponíveis periodicamente, todos submetidos a uma determinada taxa de juro em relação a esse período". Se todos os capitais forem iguais cada um na sua época e os períodos de tempo entre dois capitais consecutivos forem sempre os mesmos para uma mesma renda, tem-se a Renda Constante e Uniforme. Esse caso é o que mais interessa por ser o mais usado, mas vamos ver também as outras rendas não-constantes.

O estudo das Rendas se constitui basicamente no cálculo do seu Valor Presente **VP**, que é a soma dos valores presentes (na época zero ou época de contrato) dos seus capitais ou fluxos, também chamados de termos ou “Payments” **PMT,** no cálculo do seu Valor Futuro **VF** (idem dos valores futuros de seus fluxos na época do último deles ou um período após) e no cálculo da taxa de juros **i** a que estão submetidas as variáveis mencionadas, com as abreviaturas adotadas na terminologia das calculadoras Hewlett Packard quando os cálculos forem feitos pela HP – 12C. O cálculo da variável **n = número de termos**, embora possa ser feito, não é usado, pois, inclusive o manual da HP – 12C adverte para não tentar fazê-lo pela calculadora, pois, a máquina não possui este programa correto. Sempre fornece um resultado inteiro para o valor de **n** imediatamente superior ao valor fracionário verdadeiro. Por isso esta variável é sempre dada.

As rendas também se classificam segundo o vencimento do seu primeiro termo em **Rendas Imediatas ou Postecipadas**, quando esse primeiro termo vence ou é devido no fim do primeiro período e **Rendas Antecipadas**, quando o primeiro termo é devido antecipadamente já no início do primeiro período. Existem também as **Rendas Diferidas**, quando o primeiro termo se torna disponível ao fim de **(m + 1)** períodos (renda com diferimento ou carência de **m** períodos, porque as Rendas Postecipadas são a referência) e **Rendas Perpétuas**, aquelas com número “infinito” de termos e vencendo o primeiro no fim do primeiro período, pelo mesmo motivo das Postecipadas. Vejamos estes conceitos e tipos com figuras que realçam as suas definições, dado que as Rendas se constituem no tema teórico e prático mais importante da Matemática Financeira e por isso mesmo deve ser muito bem entendido.

Rendas Imediatas ou Postecipadas ⇨ *Já definida, está representada graficamente na* ***Fig. 1.8*** *abaixo. A época zero é também chamada de Época do Contrato.*

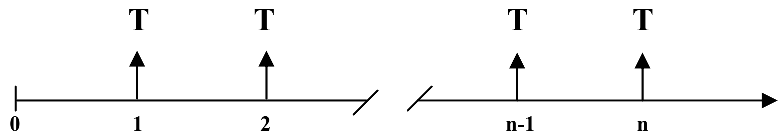


Fig. 1.8 – Renda Imediata ou Postecipada de n termos

Rendas Antecipadas – *Representação gráfica* ⇨ ***Fig. 1.9 abaixo***

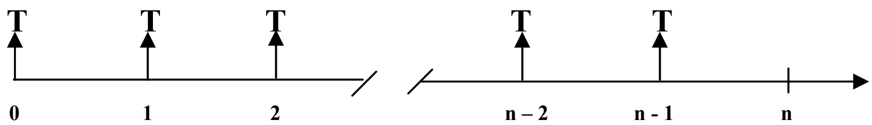


Fig. 1.9 – Renda Antecipada de n termos

Rendas Diferidas (ou com Carência) – *Representação gráfica* ⇨ ***Fig. 1.10*** *abaixo*

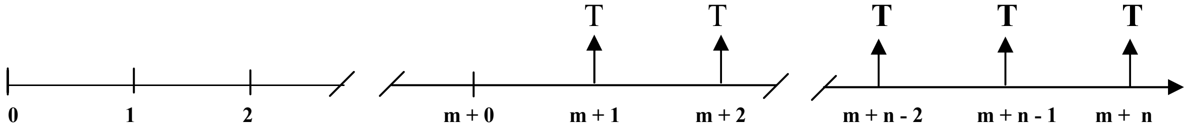


Fig. 1.10 – Renda Diferida de m períodos com n termos

Rendas Perpétuas ou Perpetuidades – *Representação gráfica* ⇨ ***Fig. 1.11 abaixo***

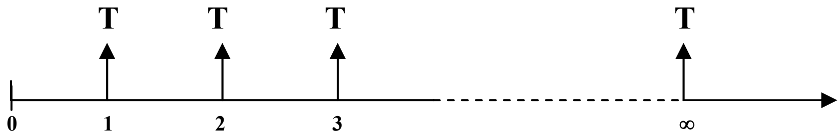


Fig. 1.11 – Rendas Perpétuas ou Perpetuidades

Rendas Imediatas ou Postecipadas

Cálculo do VP_I e VF_I

Suponhamos uma renda postecipada de **n** termos **T** à taxa **i**. Como sabido, o seu valor presente VP_I é a soma dos valores presentes dos seus termos, isto é, a soma de todos os **n** valores **T** descapitalizados à taxa **i** para a época zero **(Fig. 1.12).**

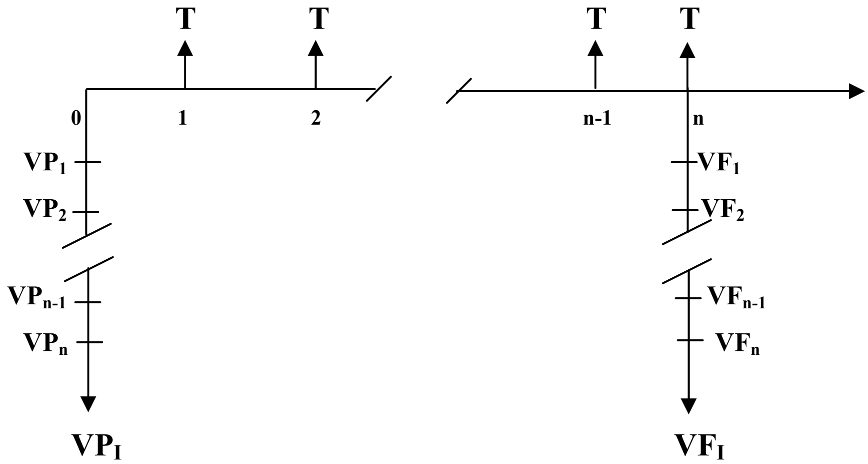


Fig. 1.12

$VP_I = VP_1 + VP_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + VP_{n-1} + VP_n$, onde:

$VP_1 = T/(1+i)^1$

$VP_2 = T/(1+i)^2$

$VP_{n-1} = T/(1+i)^{n-1}$

$VP_n = T/(1+i)^n \Rightarrow VP_I = T/(1+i)^1 + T/(1+i)^2 \ldots\ldots\ldots + T/(1+i)^{n-1} + T/1+i)^n$

$VP_I = T\left[1/(1+i)^1 + 1/(1+i)^2 + \ldots\ldots\ldots + 1/(1+i)^{n-1} + 1/(1+i)^n\right]$

$$\mathbf{VP_I = T.\sum_{p=1}^{p=n} 1/(1+i)^p}$$

, cujo somatório e apenas ele, é a soma dos termos de uma uma PG decrescente, onde o último termo é $1/(1+i)^n$ e o 1º termo e a razão são iguais a $1/(1+i)$. **(21)**

Usando a fórmula da soma dos termos da PG $\Rightarrow$ $S_n = (a_n \times q - a_1)/(q-1)$ ao somatório da relação **(21)** e supondo que **T =1,00**, vamos chegar a VP'= Valor Presente de uma Renda Postecipada de **n** termos unitários à taxa **i**:

$$\sum_{p=1}^{p=n} 1/(1+i)^p = \left[(1+i)^n - 1\right] / i\,(1+i)^n = a_{n\,i} \Rightarrow \textbf{símbolo internac.} \quad \textbf{(22)}$$

Pelas relações **(21)** e **(22)**, podemos escrever ⇨ $\mathbf{VP_I = T.\ a_{n\,i}}$ **(23)**

Como **T = PMT** = também há a relação $\mathbf{VP_I = PMT.\ a_{n\,i}}$ **(24)**

$$\mathbf{VP_I = PMT\left[\left[(1+i)^n - 1\right]/i\,(1+i)^n\right]} \quad \textbf{(25)}$$

$$\mathbf{PMT = VP_I\left[i\,(1+i)^n / \left[(1+i)^n - 1\right]\right]} \quad \textbf{(26)}$$

1º Exemplo: Calcular o $\mathbf{VP_I}$ de uma renda imediata de **6** termos mensais de valor **R$ 100,00** cada um à **taxa mensal de 3%.**

a) Usando matematicamente a relação (25):

$$\mathbf{VP_I = PMT\left[\left[(1+i)^n - 1\right]/i\,(1+i)^n\right]} \Rightarrow VP_I = 100{,}00\left[\left[(1{,}03)^6 - 1\right]/0{,}03 \times (1{,}03)^6\right]$$

$\mathbf{VP_I}$ **= R$ 541,719144 ou** $\mathbf{VP_I}$ **= R$ 541,72**

b) Usando o programa da HP −12C e calculando primeiro o seu $\mathbf{a_{6\,3}}$ = 5,417191:

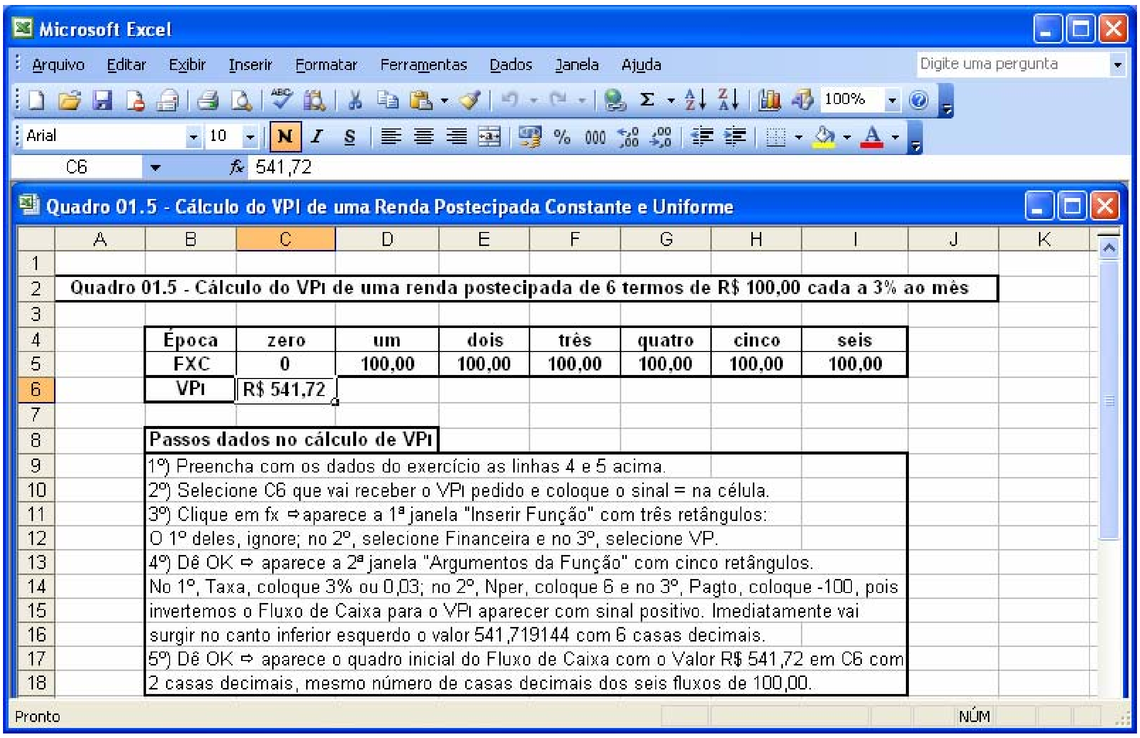
6 n 3 i 1,00 CHS PMT PV'ɪ = $a_{6\,3}$ ⇨ visor = 5,417191

VP_I = 100,00 x 5,417191 ⇨ $\mathbf{VP_I}$ **= 541,719144 = 541,72 reais**

c) Usando a programação específica da HP − 12C para o cálculo de $\mathbf{VP_I}$:

6 n 3 i 100,00 CHS PMT VP_I ⇨ visor = 541,719144 ⇨ $\mathbf{VP_I}$ **= 541,72**

d) Usando a programação do Excel ⇨ Quadro 01.5



Quadro 01.5 - Cálculo do VPI de uma renda postecipada de 6 termos de R$ 100,00 cada a 3% ao mês

Época	zero	um	dois	três	quatro	cinco	seis
FXC	0	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
VPI	R$ 541,72						

Passos dados no cálculo de VPI

1º) Preencha com os dados do exercício as linhas 4 e 5 acima.
2º) Selecione C6 que vai receber o VPI pedido e coloque o sinal = na célula.
3º) Clique em fx ⇨ aparece a 1ª janela "Inserir Função" com três retângulos:
O 1º deles, ignore; no 2º, selecione Financeira e no 3º, selecione VP.
4º) Dê OK ⇨ aparece a 2ª janela "Argumentos da Função" com cinco retângulos.
No 1º, Taxa, coloque 3% ou 0,03; no 2º, Nper, coloque 6 e no 3º, Pagto, coloque -100, pois invertemos o Fluxo de Caixa para o VPI aparecer com sinal positivo. Imediatamente vai surgir no canto inferior esquerdo o valor 541,719144 com 6 casas decimais.
5º) Dê OK ⇨ aparece o quadro inicial do Fluxo de Caixa com o Valor R$ 541,72 em C6 com 2 casas decimais, mesmo número de casas decimais dos seis fluxos de 100,00.

2º Exemplo: Calcular o valor de cada termo **T = PMT** de uma renda imediata de **6** termos mensais cujo $\mathbf{VP_I}$ é igual a **R$ 541,719144, à taxa de 3% a.m.**

a) Usando matematicamente a relação (23) ou a (24), devidamente transformadas em (27) ou (28), já que temos o valor de $1/a_{n\,i}$:

$\mathbf{T = VP_I\,(1/a_{n\,i})}$ **(27)** ⇨ $\mathbf{PMT = VPI/\,a_{n\,i}}$ **(28)**

T = 541,719144 x (1/ 5,417191) = 541,719144 x 0,184598 ⇨**T = 100,00 reais**

b) Usando o inverso de $a_{n\,i} = 1/a_{n\,i}$ pelas programações unitárias da HP – 12C:

6 n 3 i 1,00 CHS PMT $PV'_I = a_{6\,3}$ ⇨ visor = 5,417191 1/x = 0,184598

ou

6 n 3 i 1,00 CHS PV_I PMT = $1/\,a_{6\,3}$ ⇨ visor = 0,184598

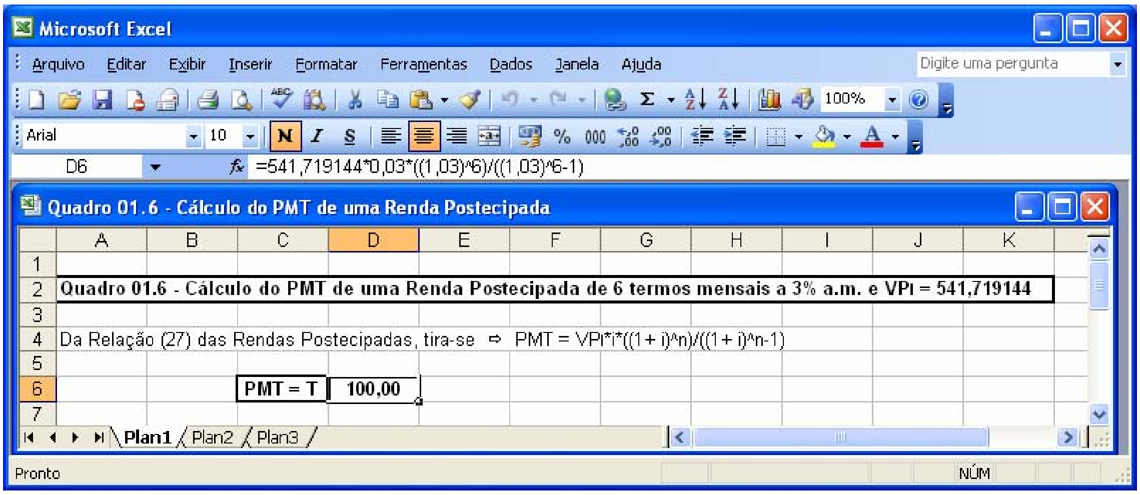
T = 541,719144 x 0,184598 ⇨ **T = 100,00 reais**

c) Usando a programação específica da HP – 12 C:

6 n 3 i 541,719144 CHS PV_I **PMT = T** ⇨ **visor = 100,00 reais**

d) Usando a relação (27) no Excel (fórmula usada com os dados do exercício) ⇨ ***f*x:**

Quadro 01.6



3º Exemplo: Calcular a taxa de juros **i (TIR)** da renda postecipada de **seis** termos iguais a **R$ 100,00** cada um, cujo valor presente é igual a **R$ 541,719144.**

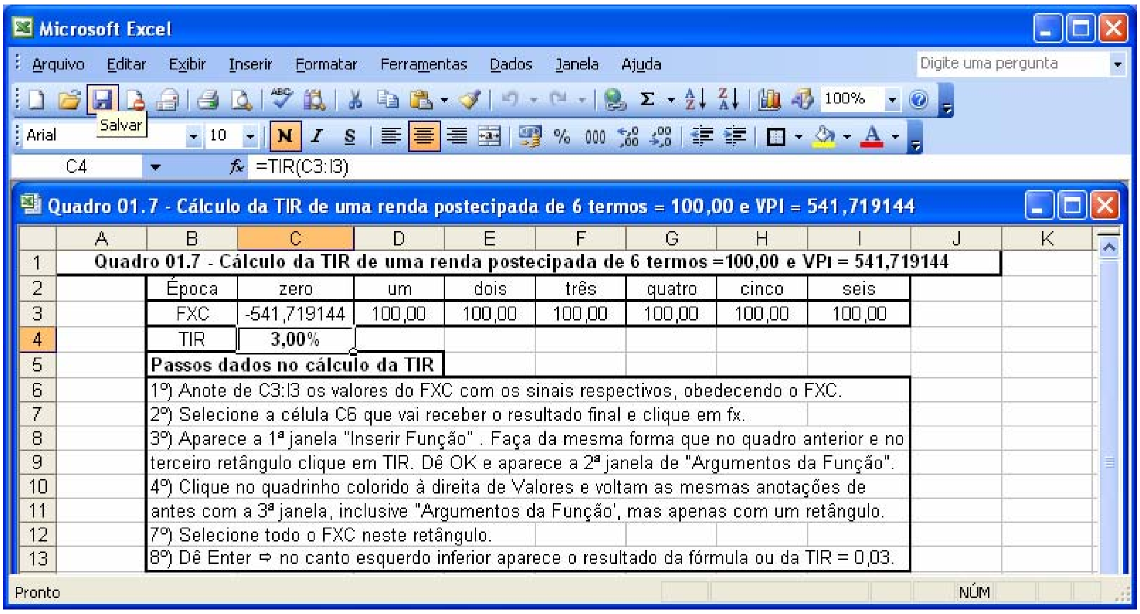
a) Usando a programação específica da HP – 12C:

6 n 541,719144 CHS PV_I 100,00 PMT **i** ⇨ **visor = 3 (em %)**

Da relação **(26)** ⇨ $\mathbf{a_{n\,i} = VP_I\,/\,PMT}$ ⇨ $\mathbf{5{,}417191 = \left[(1+i)^6 - 1\right]/i\,(1+i)^6}$

b) Usando a programação do Excel

Quadro 01.7 [7]



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Quadro 01.7 - Cálculo da TIR de uma renda postecipada de 6 termos =100,00 e VPI = 541,719144										
2		Época	zero	um	dois	três	quatro	cinco	seis		
3		FXC	-541,719144	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00		
4		TIR	3,00%								
5		Passos dados no cálculo da TIR									
6		1º) Anote de C3:I3 os valores do FXC com os sinais respectivos, obedecendo o FXC.									
7		2º) Selecione a célula C6 que vai receber o resultado final e clique em fx.									
8		3º) Aparece a 1ª janela "Inserir Função" . Faça da mesma forma que no quadro anterior e no									
9		terceiro retângulo clique em TIR. Dê OK e aparece a 2ª janela de "Argumentos da Função".									
10		4º) Clique no quadrinho colorido à direita de Valores e voltam as mesmas anotações de									
11		antes com a 3ª janela, inclusive "Argumentos da Função', mas apenas com um retângulo.									
12		7º) Selecione todo o FXC neste retângulo.									
13		8º) Dê Enter ⇨ no canto esquerdo inferior aparece o resultado da fórmula ou da TIR = 0,03.									

Olhando a **Fig. 1.12** podemos ver que, analogamente ao valor presente $\mathbf{VP_I}$, o $\mathbf{VF_I}$ de uma renda imediata de **n** termos de valor **T ou PMT** cada um à taxa **i** e calculado na época do último termo, é o somatório dos montantes ou valores finais desses termos capitalizados da época em que estão para a época do último deles à taxa **i** , o que é o mesmo que capitalizarmos o $\mathbf{VP_I}$ da **época zero** para a época **n**, através da fórmula fundamental dos Juros Compostos. Assim:

$$\mathbf{VF_I = VP_I.(1+i)^n \;\Rightarrow\; VF_I = T\left[\left[(1+i)^n - 1\right]/i\,(1+i)^n\right].(1+i)^n}$$

$$\mathbf{VF_I = T\left[\left[(1+i)^n - 1\right]/i\right] = FV_I} \quad \text{onde:} \qquad \mathbf{(29)}$$

$$\mathbf{\left[(1+i)^n - 1\right]/i = s_{n\,i}} \;\Rightarrow\; \text{convenção internacional} \qquad \mathbf{(30)}$$

$$\mathbf{VF_I = T.\, s_{n\,i}} \qquad \mathbf{(31)}$$

Obs 1 – Pode-se ver com facilidade que aqui também, a expressão **(30)** é o **VF'** de uma Renda Postecipada de **n** termos **unitários** a uma taxa **i .**

Obs 2 – Os mesmos passos usados para calcular $\mathbf{VP_I}$ no Excel, quando os dados **Pgto = PMT, n** e **i** forem fornecidos, podem ser usados para o cálculo de $\mathbf{FV_I}$ e também para a **TIR**, esta, quando os $\mathbf{FV_I}$, **Pgto = PMT** e **n** forem conhecidos. É só usar as variáveis adequadamente.

[7] **Os cálculos da TIR efetuados acima pela programação específica do Excel podem ser feitos também num outro programa do Excel chamado "Atingir Metas", muito usado e já mostrado neste Capítulo 1, Quadro 01.4. O programa "Atingir Metas" tem várias serventias além do cálculo da taxa, como por exemplo, cálculo do número de prestações de uma Renda.**

Rendas Antecipadas

Cálculo do VP_A e VF_A

Fazendo um diagrama das Rendas Antecipadas conjugado com o das Rendas Imediatas correspondentes, fica muito fácil entender as fórmulas de **VP_A e VF_A – Fig. 1.13**

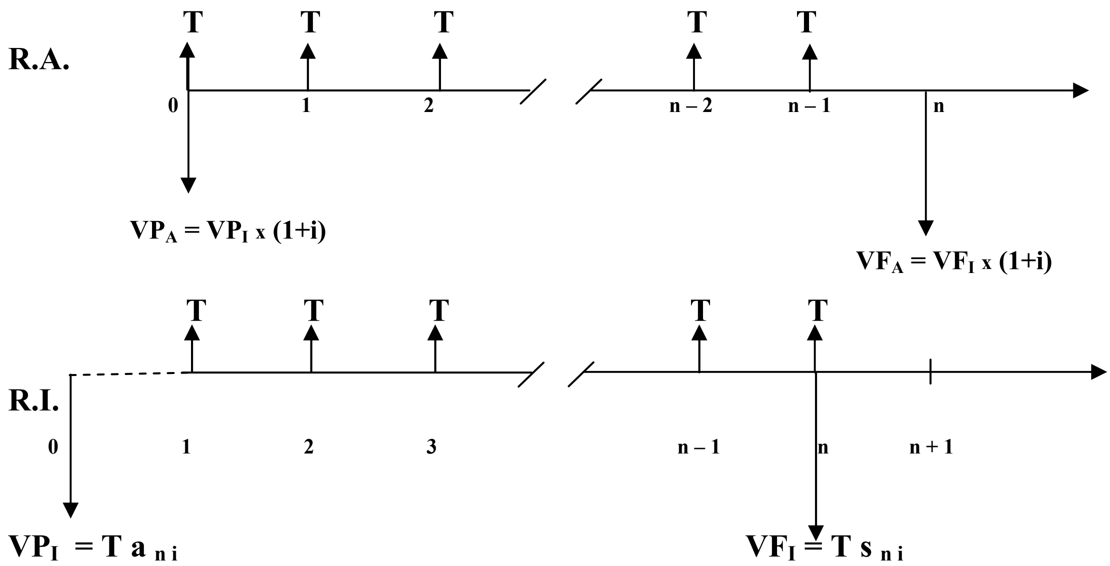


Fig. 1.13

$VP_A = T\, a_{n\,i}\,(1 + i) = PV_A$ (da HP – 12C) **(32)**

$VF_A = T\, s_{n\,i}\,(1 + i) = FV_A$ (idem) **(33)**

A HP-12C tem uma programação específica para as rendas antecipadas que consiste em acionar a função **BEGIN** antes de proceder aos cálculos, que então poderão ser feitos exatamente como nas rendas imediatas, obedecendo a mesma seqüência lá usada. Para se ter **BEGIN** no visor**,** basta pressionar a tecla **g** e depois o espelho **BEG (**de cor azul**)** da tecla **7.** A palavra **BEGIN** aparecerá na parte inferior do visor. Para retirá-la do visor, pressione a tecla **g** e depois a tecla **8 (espelho END)**.

Exemplo: Calcular o **VP_A** e o **VF_A** de uma renda antecipada de **6** termos mensais de valor **R$ 100,00** cada um, à taxa de **3 % a.m.**

a) Usando a HP − 12C (com o BEGIN no visor):

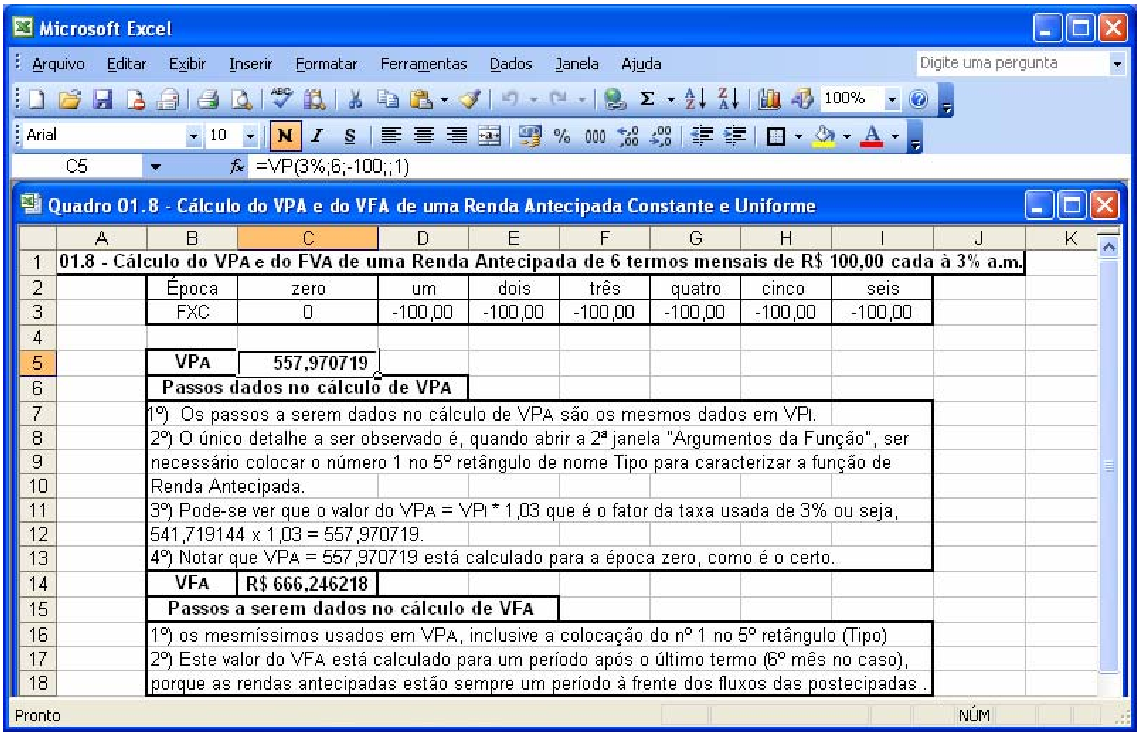
6 n 3 i 100,00 CHS PMT VP_A = **PV (HP) ⇨ visor = 557,970719 reais.**

6 n 3 i 100,00 CHS PMT VF_A = **FV (HP) ⇨ visor = 666,246218 reais.**

Obs − O **VP_A = R$ 557, 97** tinha mesmo que ser maior do que o **VP_I = R$ 541,72** da renda postecipada correspondente, pois, nas antecipadas, se está pagando **antecipadamente todas as prestações (Fig. 1.13)**. Idem com o **VF_A** e **VF_I,** pois, o cálculo de VF_A na HP –12C acontece **um período após o último termo**, o que já não ocorre com as postecipadas.

b) Usando o Excel:

Quadro 01.8


Microsoft Excel

Arquivo Editar Exibir Inserir Formatar Ferramentas Dados Janela Ajuda

C5 =VP(3%;6;-100;;1)

Quadro 01.8 - Cálculo do VPA e do VFA de uma Renda Antecipada Constante e Uniforme

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	01.8 - Cálculo do VPA e do FVA de uma Renda Antecipada de 6 termos mensais de R$ 100,00 cada à 3% a.m.										
2		Época	zero	um	dois	três	quatro	cinco	seis		
3		FXC	0	-100,00	-100,00	-100,00	-100,00	-100,00	-100,00		
4											
5		VPA	557,970719								
6		Passos dados no cálculo de VPA									
7		1º) Os passos a serem dados no cálculo de VPA são os mesmos dados em VPI.									
8		2º) O único detalhe a ser observado é, quando abrir a 2ª janela "Argumentos da Função", ser									
9		necessário colocar o número 1 no 5º retângulo de nome Tipo para caracterizar a função de									
10		Renda Antecipada.									
11		3º) Pode-se ver que o valor do VPA = VPI * 1,03 que é o fator da taxa usada de 3% ou seja,									
12		541,719144 x 1,03 = 557,970719.									
13		4º) Notar que VPA = 557,970719 está calculado para a época zero, como é o certo.									
14		VFA	R$ 666,246218								
15		Passos a serem dados no cálculo de VFA									
16		1º) os mesmíssimos usados em VPA, inclusive a colocação do nº 1 no 5º retângulo (Tipo)									
17		2º) Este valor do VFA está calculado para um período após o último termo (6º mês no caso),									
18		porque as rendas antecipadas estão sempre um período à frente dos fluxos das postecipadas .									

Pronto NÚM

Rendas Diferidas – Cálculo de VP_D e VF_D

É só fazer o **m = zero** e trabalhar como se tratasse de uma **renda postecipada**. O **VP_D** terá que ser descapitalizado para a época **zero original,** porque, primeiro, usando a HP – 12C ele vai ser calculado para a época **m** como nas postecipadas. O **VF_D** **não**, pois olhando a **Fig. 1.10** se vê que o montante para as duas rendas, diferida e postecipada correspondente, é calculado para mesma época do último termo.

Rendas Perpétuas – Cálculo do VP_P

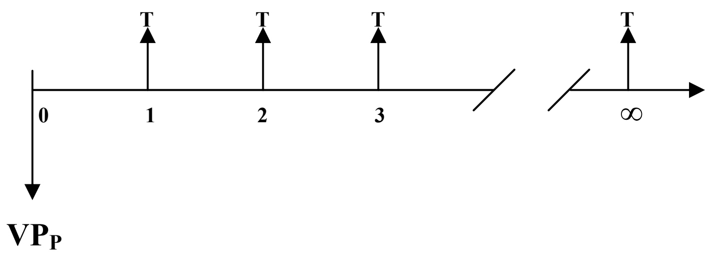


Fig. 1.14

VP_P = somatório de todos os termos **T** na época **zero**, descontados à taxa **i**:

$$VP_P = \frac{T}{(1+i)^1} + \frac{T}{(1+i)^2} + \frac{T}{(1+i)^3} + \ldots\ldots\ldots + \frac{T}{(1+i)^\infty}$$

$$VP_P = T\left(\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{1}{(1+i)^\infty}\right)$$

O somatório das frações entre parênteses é a soma **S** dos infinitos termos de uma PG decrescente de razão 1/(1 + i). Assim:

$$\frac{\frac{1}{(1+i)^\infty} \cdot \frac{1}{(1+i)} - \frac{1}{(1+i)}}{(1/(1+i)) - 1}$$

Como $(1 + i)^\infty$ é um número muito grande, o seu inverso tende para **zero** e aí temos:

$$\mathbf{S} = \frac{\frac{-1}{(1+i)}}{\frac{-i}{(1+i)}} \Rightarrow \mathbf{S} = \frac{1}{i} \Rightarrow \mathbf{VP_P} = \frac{\mathbf{T}}{\mathbf{i}} \qquad \mathbf{(34)}$$

Exemplo: O Valor Presente de uma perpetuidade anual de termos iguais a R$ 100,00 à taxa de 20 % a.a. é dada por:

VPp = 100,00/0,20 = 500,00 reais ⇨ **VP_P = R$ 500,00**

Exercícios Resolvidos e Propostos

Impostos Incidentes

Também aqui existe a mesma tributação – IOF, PIS, COFINS etc – já que se trata de uma operação financeira de crédito. Porém, a cobrança desses impostos não será incluída neste ítem porque o IOF no pagamento de empréstimos por prestações vai ser mostrado mais à frente, no item **Sistema de Amortização por Prestações da Tabela Price** e o PIS e a COFINS serão vistos a seguir ao abordar o "Leasing", o qual, como é sabido, não sofre a incidência do IOF por se tratar de operação comercial.

1. A CEF concede um financiamento de R$ 120.000,00 para ser pago em seis prestações mensais com carência ou diferimento de três meses (a primeira prestação vence no quarto mês a contar do empréstimo). Se, durante a carência, o mutuário (devedor) pagar os juros mensais de 2,30 %, qual será o valor de cada prestação? E o valor dos juros pagos a cada período de carência?
Resp. PMT = R$ 21.640,50 e J = R$ 2.760,00

---

2. A Cia. Siderúrgica Bonferro S/A contratou um financiamento de R$ 4.000.000,00 para ser liquidado em 12 prestações semestrais de R$ 580.000,00 cada, sendo que a primeira foi liquidada com uma carência de um ano, isto é, no fim do terceiro semestre após o contrato, e as demais nos finais dos semestres subseqüentes.

Calcular a taxa interna de retorno TIR = “IRR” da operação para o mutuante (órgão emprestador).

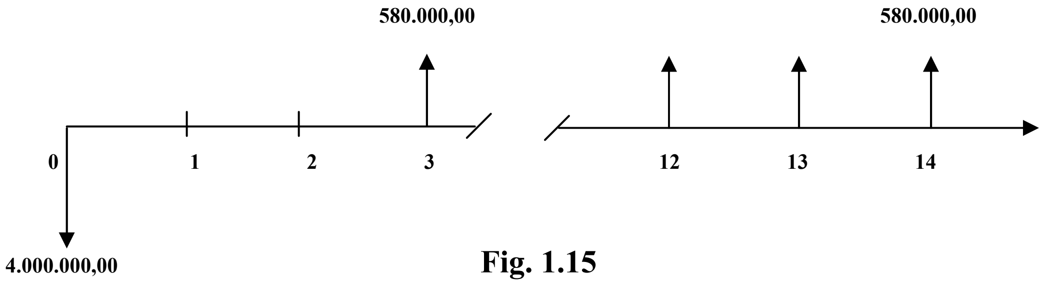


Fig. 1.15

$$-\ 4.000.000{,}00 + 0 + 0 + \frac{580.000{,}00}{(1 + IRR)^3} + \frac{580.000{,}00}{(1 + IRR)^4} + \dots\dots\dots + \frac{580.000{,}00}{(1 + IRR)^{14}} = 0$$

Usando a programação especial da HP – 12C para calcular a “IRR”:

Resolvendo a equação acima, encontraremos a **“IRR” = TIR**, que como se pode ver é a taxa que anula o fluxo de caixa da **Fig. 1.15**, ou por outra, é a taxa que vai formar o fator de descapitalização adequado para igualar a soma dos fluxos positivos com os negativos da equação, descontado-os da época em que estão para uma mesma época (**época ZERO**, no caso). Como o **FXC** dessa figura é do mutuante, o empréstimo $\mathbf{CF_0}$ de R$ 4.000.000,00 leva o sinal negativo, porque significa o seu desencaixe; os fluxos de caixa, neste caso, figuram todos com o sinal positivo, já que representam encaixes para o emprestador ou os pagamentos do devedor usados na liquidação do contrato, à exceção dos dois primeiros que são nulos, dada a carência.

Como se pode constatar, a equação mencionada nada mais é do que uma **equação de equivalência de capitais**, ou seja, a comparação de todos os fluxos da operação levados de suas épocas para a **época zero** através de descontos à **“IRR” = TIR**, que é a taxa que queremos calcular. Convenhamos que, embora a solução matemática seja possível, pois é uma equação de uma incógnita, o trabalho braçal é extremamente mutilador, pois, se trata de uma equação do 14º grau. A melhor maneira para resolver a equação é usar a **programação específica** de uma calculadora financeira, **no caso, a HP − 12C** com a qual estamos trabalhando ou o “software” de um computador preparado para tal a ser visto mais à frente.

Dado que os fluxos da **Fig. 1.15** não são iguais (os dois primeiros são nulos), trata-se de uma renda de termos não constantes e aí não se pode usar as teclas brancas da calculadora **HP-12C**, embora a renda seja uniforme – períodos semestrais. Vamos trabalhar com as funções azuis e amarelas da máquina, em conjunto com as brancas.

O empréstimo ou investimento inicial é o $\mathbf{CF_0}$ azul da máquina – espelho da tecla branca **PV;** os fluxos são os $\mathbf{CF_J}$ também azuis – espelho da tecla branca **PMT;** a **“IRR”** é a função amarela no corpo da máquina acima da tecla branca **FV**. Usando a programação, temos que lançar todos os fluxos da **Fig. 1.15** na ordem em que estão, inclusive os dois primeiros nulos, pois, como é óbvio, a calculadora tem que saber o valor de cada expoente dos denominadores (fatores) das frações da equação e, como eles não são informados diretamente em nenhum momento do cálculo pela programação, como se vai ver, há que proceder assim para que a calculadora possa saber os expoentes corretos e levar em conta nos seus cálculos.

	f REG	visor =	0,00
4.000.000,00	CHS g CF_0	visor =	− 4.000.000,00
0,00	g CF_1	visor =	0,00
0,00	g CF_2	visor =	0,00
580.000,00	g CF	visor =	580.000,00
12,00	g N_J	visor =	12,00
	f IRR	visor =	7,082216

Resp. "IRR" = 7,08 % a.s. = 14,67 % a. a.

3. Um contrato de mútuo obriga o devedor a fazer 10 pagamentos bimestrais de R$ 3.000,00 cada, a juros na taxa efetiva de 18 % a.a.. Calcular o valor presente do contrato (PV), sabendo que existe uma cláusula de carência de 5 meses.

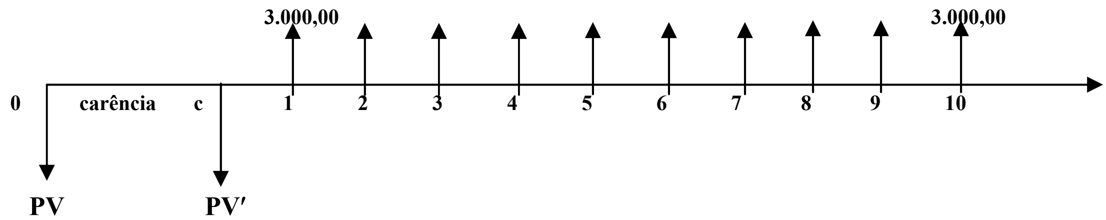


Fig. 1.16

Resp. PV = R$ 24.134,64

4. Calcular o valor mensal do depósito a ser efetuado ao fim de cada mês, numa conta remunerada a 1,35 % a. m., de forma que se possa constituir em 12 meses um fundo tal que, permita quatro saques bimestrais e consecutivos de R$ 2.000,00 cada , sendo o primeiro no final do 15º mês a contar da data original das mensalidades.
Resp. R$ 571,04

5. Um advogado deposita R$ 10.000,00 no fim de cada mês na Caixa de Poupança de um Banco Multinacional que remunera os depósitos em 1,40 % a.m.. Após seis meses, o advogado quer retirar a sua poupança em 12 parcelas mensais, iguais e sucessivas, sendo a primeira ao fim de 30 dias. Supondo que a taxa de juros subisse para 1,50 % depois dos seis primeiros meses, calcular o valor de cada parcela de saque.
Resp. R$ 5.696,96

6. Uma loja de Departamento oferece uma geladeira anunciando da seguinte forma**:** R$ 800,00 ou (0 + 6) de R$ 143,30 . Qual é a taxa de juros que a loja é obrigada a colocar também no reclame ?

800,00 CHS PV 6 n 143,30 PMT i ⇨ visor = 2,099376%

Resp. 2,10 % a.m

7. Se no exercício anterior o anúncio fosse: R$ 800,00 ou (1 + 5) de R$ 140,36, qual seria a taxa mensal ? Trata-se de CDC com entrada igual ao valor das prestações.

Rendas Antecipadas ⇨ **BEGIN** no visor:

800,00 CHS PV   6 n   140,36 PMT   i ⇨ visor = 2,101328 %

Resp. 2,10 % a.m

Obs – É lógico que o valor PMT = 140,36 reais neste caso, vai ser menor do que o do primeiro exercício, já que neste segundo o cliente está pagando antecipadamente cada uma das prestações em relação ao primeiro. Se fosse mantida a mesma prestação do primeiro exercício, a taxa do segundo seria maior que a do primeiro, por razões óbvias:

800,00 CHS PV   6 n   143,30 PMT   i ⇨ visor = 2,977173

Resp. 2,98 % a.m

---

8. Uma casa é vendida por R$ 250.000,00, sendo 20 % de entrada e o restante em 24 parcelas mensais, iguais e sucessivas. Calcular o valor de cada prestação à taxa de 1,20 % a.m .

Resp. R$ 9.640,41

---

9. Numa negociação entre dois comerciantes, o primeiro propõe ao segundo vender uma loja bem localizada, através de 12 prestações mensais, iguais e consecutivas de R$ 10.000,00 cada, intercaladas de 4 trimestrais de R$ 20.000,00 . Se a taxa efetiva de juros mensal da praça anda por volta de 2 % a. m., calcular por qual valor à vista o vendedor proponente está estimando a sua loja .

Resp. R$ 174.865,52

---

10. Um Crédito Pessoal – CP de R$ 8.000,00 foi concedido para ser pago em 12 meses à taxa de 4 % a.m. Após o pagamento da 5ª mensalidade, o devedor quer pagar todo o saldo restante, mas solicita que a Financeira lhe faça os cálculos à taxa de 4,20 %. Se o credor concordar, qual o valor que o devedor deverá pagar ?

a) Cálculo da mensalidade inicial

8.000,00 CHS PV   4 i   12 n   PMT ⇨ visor = 852,417382

b) Cálculo do saldo restante D_5

$D_5 = PMT \,.\, a_{12-5 \;\; 4,20}$ ⇨ $D_5 = PMT \,.\, a_{7 \;\; 4,20}$

852,42 CHS PMT   4,20 i   7 n   PV ⇨ visor = 5.078,669889

PV = D_5 = R$ 5.078,67

Se a taxa permanecesse em 4 %, o desconto seria menor e logicamente o saldo maior:

852,42 CHS PMT   4,00 i   7 n   PV′ ⇨ visor = 5.116,271442

PV′ = D'_5 = R$ 5.116,27

---

11. Uma dívida de R$ 47.023,98 deve ser paga através de 5 prestações de mesmo valor P cada, vencíveis respectivamente a 23 dias, 59 dias, 78 dias, 95 dias e

120 dias a contar de hoje. Sendo a taxa efetiva mensal de 2,50 %, calcular o valor das prestações. ⇨ **Exercício de Renda Constante e Não-Uniforme.**

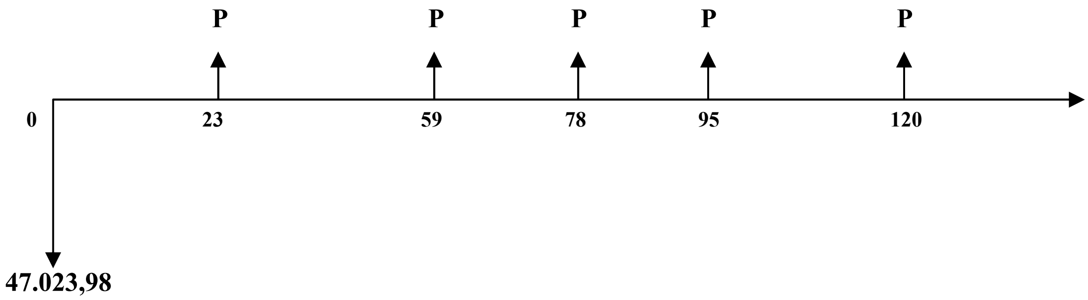


Fig. 1.17

$$47.023,98 = \frac{P}{(1,025)^{(23/30)}} + \frac{P}{(1,025)^{(59/30)}} + \frac{P}{(1,025)^{(78/30)}} + \frac{P}{(1,025)^{(95/30)}} + \frac{P}{(1,025)^{(120/30)}}$$

$$47.023,98 = P \left[0,981247 + 0,952598 + 0,937817 + 0,924786 + 0,905951 \right]$$

47.023,98 = 4,702398 P ⇨ **P = R$ 10.000,00**

---

12. Uma dívida de R$ 1.000.000,00 deve ser paga por prestações quadrimestrais de R$ 200.000,00 cada. Calcular o número de prestações necessárias para uma taxa de juros de 7 % ao quadrimestre.

$D = PV = PMT \cdot a_{n\ i}$

$1.000.000,00 = 200.000,00 \cdot a_{n\ i}$ ou:

1.000.000,00 CHS PV 200.000,00 PMT 7 i n ⇨ visor = 7,000000

Ora, é muito difícil um cálculo do número de prestações de valor conhecido e destinadas a pagar uma dívida de valor também conhecido a uma determinada taxa de juros, é muito difícil, repito, esse número ser exato. No caso de ele ser calculado pela HP – 12 C, o manual da máquina informa que, nesse caso, a programação está feita para, em não sendo exato o número procurado, a máquina arredondar sempre para o primeiro número inteiro acima. Veja a prova de tudo isso que foi falado:

7 n 7 i 200.000,00 CHS PMT PV ⇨ visor = 1.077.857,88

Pois é. Com 7 prestações quadrimestrais de R$ 200.000,00 e à taxa de 7 % a.q. se paga uma dívida, não de R$ 1.000.000,00 e sim de um pouco mais no valor de R$ 1.077.857,88, que não é a dívida contratada. Isso mostra com clareza total que o número de prestações para pagar a dívida de R$ 1.000.000,00 não é 7 e nem tampouco 6, pois com 6 prestações de R$ 200.000,00 a juro de 7% a.q. não se paga toda a Dívida de R$ 1.000.000,00 na época zero e sim R$ 953.307,93, como se pode ver abaixo.

6 n 7 i 200.000,00 CHS PMT PV ⇨ visor = 953.307,93

Então o que fazer? Muito simples, se paga 6 prestações de R$ 200.000,00 cada nas épocas inicialmente acordadas e uma parcela adicional P cujo valor depende da época em que vai ser paga.

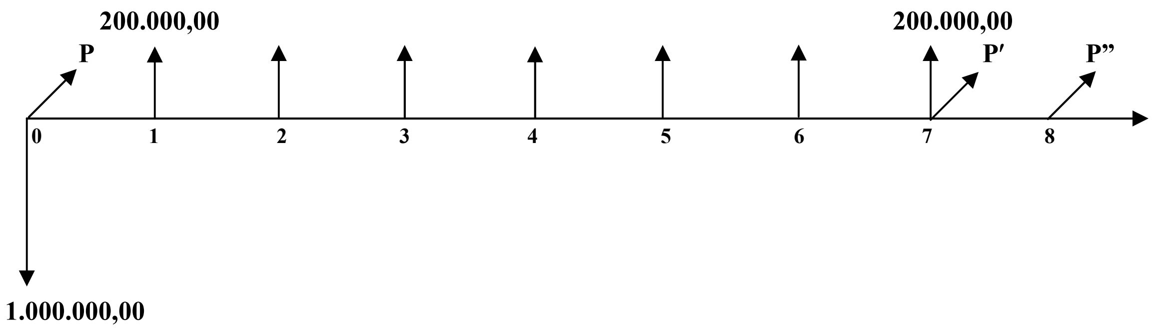


Fig. 1.18

P = 1.000.000,00 − 956.307,93

P = 46.692.07 reais ⇨ na época zero, ou seja, tudo se passa como se a dívida contratada fosse de R$ 953.307,93, ou

$P' = P\,(1{,}07)^{6} = 46.692{,}07 \times 1{,}500730$ ou **P′ = R$ 70.072,21 no sexto período**

$P'' = P'\,(1{,}07) = 70.072{,}21 \times 1{,}07$ ⇨ **P″ = R$ 74.977,26 no sétimo período.**

Obs – Na realidade, essa parcela de prestação é paga no momento em que as partes acordarem, com o valor devidamente ajustado.

---

13. Uma Indústria tomou dinheiro emprestado no valor de R$ 220.000,00 para ser pago em 24 prestações mensais iguais e a juros de 2 % a.m. Após o pagamento da 6ª prestação, a Indústria, passando por dificuldades momentâneas, solicitou ao órgão emprestador que refinanciasse o saldo devedor em 4 prestações trimestrais, iguais e consecutivas, vencendo a primeira 6 meses após a interrupção das mensalidades, com o que o mutuante concordou desde que se aumentasse a taxa de juro para 6,30 % ao trimestre. Acordadas ambas as partes, calcular o valor das prestações trimestrais.
Resp. R$ 53.863,59

---

14. Numa Loja de eletrodomésticos o seu custo de financiamento mensal é da ordem de 2%. Para incrementar as vendas, o Gerente está oferecendo a possibilidade de pagamento nas compras com valor total acima de R$ 100,00 em 10 vezes sem juro.
a) Em termos percentuais, qual é o valor máximo de desconto que pode ser dado a um cliente se ele quiser pagar à vista, considerando o incentivo?
b) E, também em termos percentuais, calcular o valor mínimo do acréscimo que deve ser cobrado de outro cliente que precisa comprar mercadoria mas só pode pagar em 18 prestações iguais.
Resp. a) 10,17% b) 7,85%

---

15. O valor de mercado do carro de um médico é R$ 15.000,00 e ele deseja trocá-lo por outro cotado à vista por R$ 30.000,00. Na Concessionária escolhida, além de à vista, a diferença pode ser paga em 12 prestações mensais de R$ 1.392,39. Considerando cada possibilidade abaixo, o que o médico deve fazer?

Solução: primeiramente é feito o cálculo do custo do financiamento que a Concessionária oferece e se encontra o valor de 22,42% ao ano. A seguir as respostas em função de cada possibilidade.

a) Ele tem uma poupança que apresenta um saldo de R$ 60.000,00 e cuja rentabilidade anda por volta de 6% ao ano.
a) A poupança rende menos que o custo da Concessionária. O médico deve sacar o necessário da poupança e pagar a diferença à vista e se possível, sacar o resto e aplicar melhor.
b) Além da poupança o médico tem também uma aplicação de R$ 60.000,00 num Fundo de Renda Fixa com rentabilidade de 12,60% ao semestre ou 26,79% ao ano.
b) Nesse caso, a aplicação que ele tem é mais vantajosa e assim, a melhor opção é usar o financiamento da Concessionária, deixando a sua aplicação rendendo mais.
c) O banco do médico lhe oferece um CDC ao custo anual de 20%.
c) Usar o CDC do Banco, devido à aplicação que ele tem render mais.
d) Outro banco oferece ao médico uma linha de crédito ao custo de 3% ao mês o que equivale a 42, 57% ao ano.
d) Esse custo está mais alto do que o da Concessionária, então, descartá-lo.

Rendas ou Série de Pagamentos Uniformes e Não – Constantes

O Mercado Financeiro Brasileiro, tão rico na variedade dos produtos oferecidos ao público quanto na paradoxal simplicidade e sofisticação operacional desses bens e serviços, é reconhecido internacionalmente como um mercado adulto ou de primeiro mundo pelos colegas de outros países.

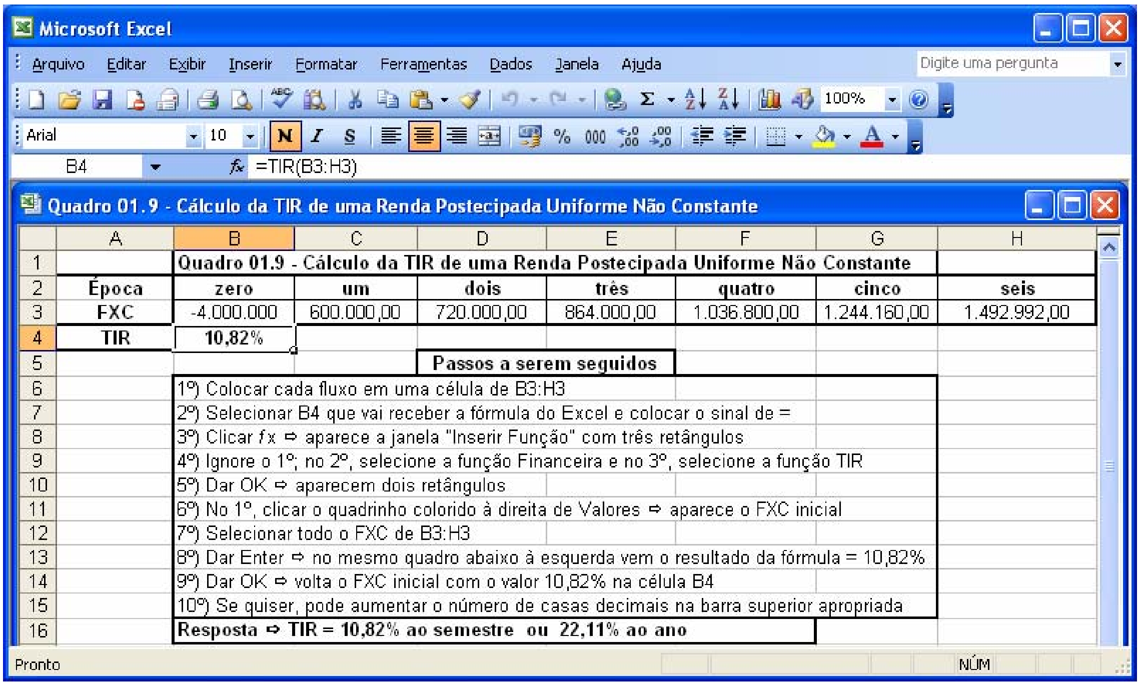
Em seqüência ao trabalho básico iniciado neste Capítulo 1, vamos tratar das Rendas Uniformes e Não-Constantes, que mesmo não sendo as mais usadas, também têm o seu lugar no mercado e não podem ser ignoradas, razão por que aí estão.

Dentre os programas de pagamento de dívida através de prestações uniformes e não-constantes de emprego mais procurados em todo o planeta, tanto no uso direto quanto no indireto, se encontra o SAC – Sistema de Amortização Constante. No Brasil ainda existem as operações de longo prazo oferecidas às indústrias e ao comércio pelo BNDES e o Sistema de Amortização Crescente – SACRE, desenvolvido pela CEF com CM da TR para a compra da casa própria, a serem vistos nos Capítulos seguintes.

Exercícios Resolvidos

1. Uma empresa contraiu um empréstimo de R$ 4.000.000,00 junto ao Banco de Investimento do Mato Fino S/A para pagar em 6 prestações semestrais crescentes em PG de razão 1,20, com a primeira de R$ 600.000,00. Qual a taxa anual de juro?

Quadro 01.9


Microsoft Excel

Arquivo Editar Exibir Inserir Formatar Ferramentas Dados Janela Ajuda — Digite uma pergunta

B4 — f_x =TIR(B3:H3)

Quadro 01.9 - Cálculo da TIR de uma Renda Postecipada Uniforme Não Constante

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Quadro 01.9 - Cálculo da TIR de uma Renda Postecipada Uniforme Não Constante						
2	Época	zero	um	dois	três	quatro	cinco	seis
3	FXC	-4.000.000	600.000,00	720.000,00	864.000,00	1.036.800,00	1.244.160,00	1.492.992,00
4	TIR	10,82%						
5				Passos a serem seguidos				
6		1º) Colocar cada fluxo em uma célula de B3:H3						
7		2º) Selecionar B4 que vai receber a fórmula do Excel e colocar o sinal de =						
8		3º) Clicar fx ⇨ aparece a janela "Inserir Função" com três retângulos						
9		4º) Ignore o 1º; no 2º, selecione a função Financeira e no 3º, selecione a função TIR						
10		5º) Dar OK ⇨ aparecem dois retângulos						
11		6º) No 1º, clicar o quadrinho colorido à direita de Valores ⇨ aparece o FXC inicial						
12		7º) Selecionar todo o FXC de B3:H3						
13		8º) Dar Enter ⇨ no mesmo quadro abaixo à esquerda vem o resultado da fórmula = 10,82%						
14		9º) Dar OK ⇨ volta o FXC inicial com o valor 10,82% na célula B4						
15		10º) Se quiser, pode aumentar o número de casas decimais na barra superior apropriada						
16		Resposta ⇨ TIR = 10,82% ao semestre ou 22,11% ao ano						

Pronto — NÚM

2. Uma dívida foi concedida para ser paga em 4 pagamentos trimestrais consecutivos com os valores que seguem: o primeiro de R$1.100.000,00, o segundo de R$1.000.000,00, o 3º de R$ 900.000,00 e o 4º de R$ 1.500.000,00. Sabendo que a taxa trimestral da negociação foi de 9,50% e que o credor concedeu ao devedor uma carência de 2 períodos trimestrais, qual o valor da dívida contraída na época zero? Resolver pela programação da HP – 12C ou do Excel.

$$\mathbf{NPV = PV - CF_0 \;\Rightarrow\; se \;\; CF_0 = 0 \;\Rightarrow\; PV = NPV \quad na\ HP - 12C}$$

ou

$$\mathbf{VPL = VP - CF_0 \;\Rightarrow\; se \;\; CF_0 = 0 \;\Rightarrow\; VP = VPL}$$

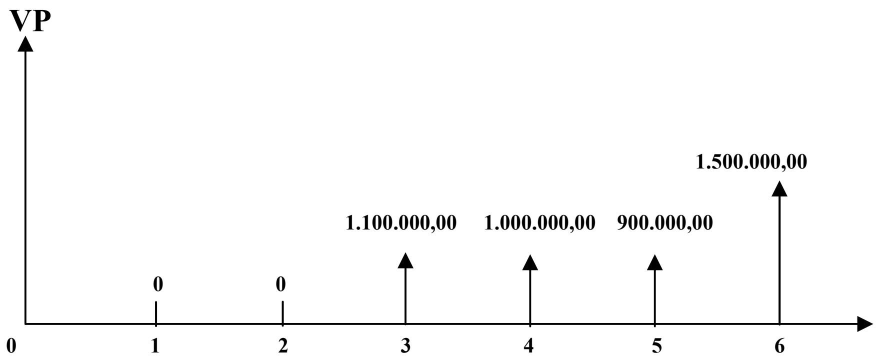


Fig. 1.19

Pode-se fazer o cálculo de VP pela HP – 12C ou pelo Excel, através dos programas específicos de cada um deles, usados para encontrar NPV = VPL, porém fazendo $CF_0 = 0$, como foi mostrado acima.

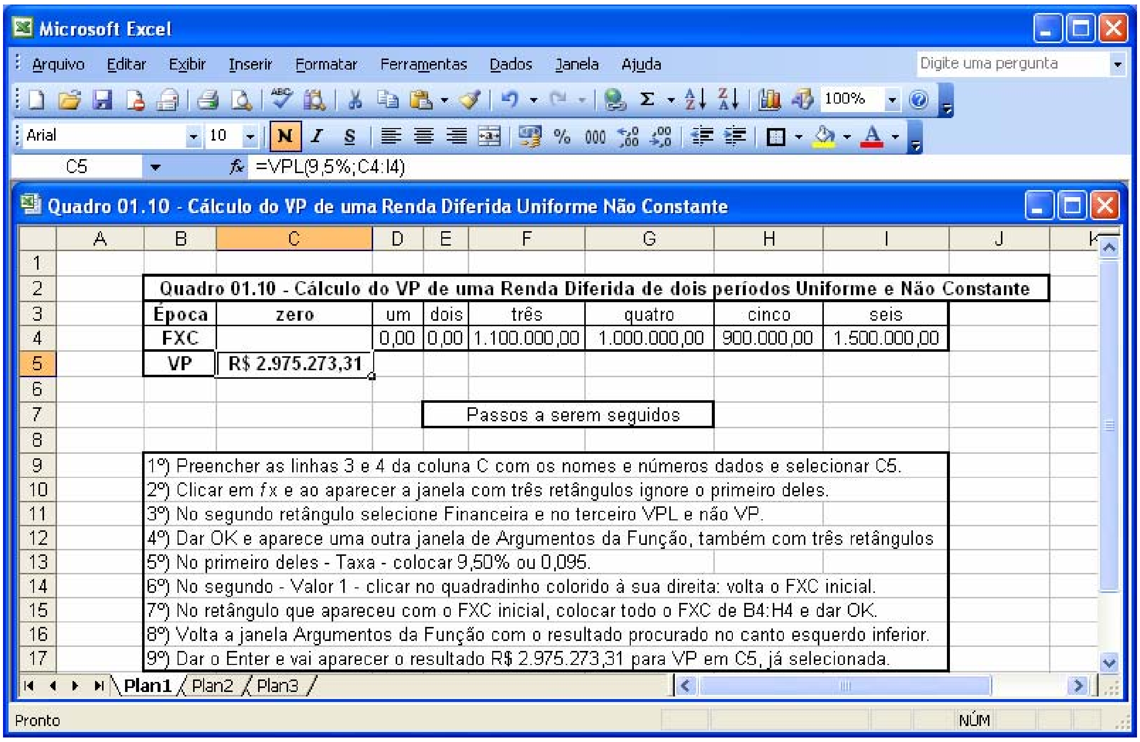
a) Usando a programação da HP – 12C:

	f REG	visor =	0,00 (2 casas decimais)
0,00	g CF_0	visor =	0,00
0,00	g CF_1	visor =	0,00
0,00	g CF_2	visor =	0,00
1.100.000,00	g CF_3	visor =	1.100.000,00
1.000.000,00	g CF_4	visor =	1.000.000,00
900.000,00	g CF_5	visor =	900.000,00
1.500.000,00	g CF_6	visor =	1.500.000,00
9,50	i	visor =	9,50
	f NPV	visor =	2.975.273,31

VP = D = R$ 2.975.273,31

b) Fazendo pelo Excel ⇨ Quadro 01.10

Quadro 01.10



Quadro 01.10 - Cálculo do VP de uma Renda Diferida Uniforme Não Constante

C5 =VPL(9,5%;C4:I4)

Quadro 01.10 - Cálculo do VP de uma Renda Diferida de dois períodos Uniforme e Não Constante							
Época	zero	um	dois	três	quatro	cinco	seis
FXC		0,00	0,00	1.100.000,00	1.000.000,00	900.000,00	1.500.000,00
VP	R$ 2.975.273,31						

Passos a serem seguidos

1º) Preencher as linhas 3 e 4 da coluna C com os nomes e números dados e selecionar C5.
2º) Clicar em *fx* e ao aparecer a janela com três retângulos ignore o primeiro deles.
3º) No segundo retângulo selecione Financeira e no terceiro VPL e não VP.
4º) Dar OK e aparece uma outra janela de Argumentos da Função, também com três retângulos
5º) No primeiro deles - Taxa - colocar 9,50% ou 0,095.
6º) No segundo - Valor 1 - clicar no quadradinho colorido à sua direita: volta o FXC inicial.
7º) No retângulo que apareceu com o FXC inicial, colocar todo o FXC de B4:H4 e dar OK.
8º) Volta a janela Argumentos da Função com o resultado procurado no canto esquerdo inferior.
9º) Dar o Enter e vai aparecer o resultado R$ 2.975.273,31 para VP em C5, já selecionada.

Sistemas de Prestações a Longo Prazo

Seguramente o BNDES e a CEF são os dois órgãos financeiros estatais que realmente ajudam as empresas e a população dentro da realidade do país, seja pelo prazo bastante elástico concedido e acrescido de generosas carências, seja pelos custos financeiros bastante acessíveis: **i)** no financiamento de máquinas, equipamentos e implantação e expansão das empresas – caso do BNDES – Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social e **ii)** CEF – Caixa Econômica Federal que, atuando principalmente na concessão de recursos para a compra da casa própria, o fazem de maneira paternal, com prazos bastante longos que chegam até 25 anos e custos os mais baixos do mercado.

Sistemas de Amortização Simples

Conceitos – Uso – Tipos

No Brasil, os Sistemas de Amortização de empréstimos para a compra da casa própria a médio e longo prazo são capitaneados pela CEF, que adota três modelos principais: Sistema Francês de Amortização ou Sistema de Prestações Constantes – **SPC** (cópia *ipsis literis* das Rendas Uniformes e Constantes na capitalização composta, já revista anteriormente), Sistema de Amortização Constante – **SAC** e Sistema de Amortização Crescente – **SACRE** (uma cópia estilizada do SAC), criado em 1998 pela equipe da Caixa Econômica Federal – **CEF** e hoje, o mais procurado. Todos os três modelos sem correção monetária serão vistos neste Capítulo 1 da apostila e a novidade do recálculo periódico das prestações com o uso da CM da TR – Taxa Referencial, serão vistos na segunda parte da apostila, intitulada Matemática Financeira Avançada, exatamente como a CEF e as Sociedades de Crédito Imobiliário privadas fazem.

Cuidando das operações a Longo Prazo nos financiamentos para instalação e expansão das indústrias está o BNDES – Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social, com os seus programas específicos baseados no SAC, programas esses que atendem integralmente o empresariado nacional, seja nos custos, seja nos prazos. È um dos órgãos financeiros que realmente funcionam neste país, com credibilidade nacional e internacional. Na década de 70 até 90, os principais estados brasileiros tinham também o seu Banco de Desenvolvimento, para servir às mesmas finalidades. Infelizmente, por diversos motivos, atualmente são muito poucos os estados que ainda detém esse importante instrumento. Esse tópico será também visto na segunda parte dessa apostila.

Sistema Francês de Amortização ou Sistema de Prestações Constantes – SPC

O Sistema Francês caracteriza-se pelo fato de o mutuário pagar a sua dívida, periodicamente, por meio das prestações ou termos de uma Renda Imediata ou Postecipada Uniforme e Constante, com os quais reembolsará o mutuante do capital emprestado (principal) e dos respectivos juros.

Duas Observações Importantes

Todo e qualquer Sistema de Amortização através de prestações constantes e uniformes ou não, segue duas premissas básicas:

1ª) Cada prestação é a soma de duas parcelas: a primeira é a de juro e a segunda de amortização. Esta segunda parcela pode ser **ZERO** nas primeiras prestações, quando existe carência ou diferimento dado pelo Sistema de Amortização; se não houver carência ou outra norma em contrário, a parcela de amortização existirá com o seu valor diferente de **ZERO.**

2ª) A parcela de juro existirá sempre, sendo o seu pagamento efetuado nas prestações normais ou incorporado à dívida ou saldo devedor, para ser paga nos períodos em que existirem as prestações com amortizações e **é obtida pelo produto entre a taxa pactuada e o saldo devedor do período anterior.**

Essas duas premissas constituem a base sobre a qual se assentam todos os cálculos de pagamento de dívida, através de prestações.

Conceitos e Fórmulas

Pela definição do Sistema Francês, se pode ver que o valor atual ou presente $\mathbf{A_I} = \mathbf{VP_I}$ das **n** prestações **PMT = T** à taxa **i** de uma Renda Postecipada, se confunde com a dívida $\mathbf{D = D_0}$ contraída no financiamento. Assim, na **Fig. 1.20:**

$\mathbf{VP_I = A_I = PMT \times a_{n\ i}}$ ⇨ **na Renda Imediata** **(25)**

$\mathbf{D = D_0 = T \times a_{n\ i}}$ ⇨ **no Sistema Francês** **(35)**

O valor da prestação será dado por: $\mathbf{T = PMT = PV_I\ (1/a_{n\ i})}$ **(26)**

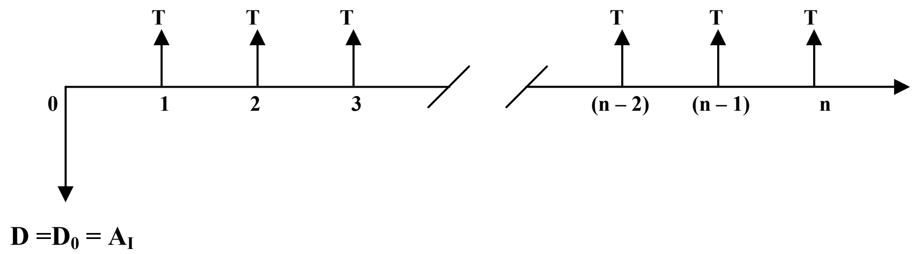


Fig. 1.20

$\mathbf{D = D_0 = A_I = VP_I}$ ⇨ é, obviamente, a Dívida ou o Valor Atual dos **n** pagamentos **T** da Dívida ou também o Valor Presente das **n** prestações **PMT** da Renda, respectivamente.

O Saldo Devedor $\mathbf{D = D_0 = SD}$ é o valor que deverá ser pago ao mutuante (emprestador) devidamente acrescido dos encargos que representam na realidade o ganho do emprestador. A quitação da dívida $\mathbf{D = D_0}$ puro e simples é o pagamento apenas do SD e não significa lucro do emprestador, nem quitação do compromisso do devedor, apenas é o retorno do capital emprestado a quem de direito. Assim, o SD ou D diz respeito tão somente à divida pura ou a parte dela que ainda não foi amortizada, do que se deduz que amortizar é pagar apenas a dívida ou parte dela, significando liquidação ou redução da dívida ou do saldo devedor e nada tendo a ver com encargos.

Acontece que nenhum emprestador (Banco ou qualquer I.F.) empresta recursos para serem quitados separadamente em épocas diferentes, na forma dos juros (encargos) somados à amortização (pagamento do principal). As prestações ou pagamentos periódicos englobam as duas partes (vide 1ª Observação Importante). Destarte, para se liquidar uma dívida antecipadamente numa determinada época, é preciso calcular o saldo devedor nessa época e efetuar o pagamento do valor alcançado pelo SD = D no dia do cálculo. Daí a importância de se conhecer o valor do saldo devedor em um período qualquer, antes do vencimento do empréstimo.

Exemplo – Um empréstimo de R$ 600.000,00 é concedido para ser pago pelo Sistema Francês de Amortização em 6 prestações semestrais à taxa de 20% a.s. Calcular o valor de cada prestação e montar a planilha teórica do financiamento.

a) Cálculo do valor de cada prestação:

$T = 600.000{,}00 \times 1/a_{6\ 20} = 600.000{,}00 \times 0{,}300706$ ⇨ **T = R$ 180.423,45**

Montagem da Planilha e do Quadro Teórico de Financiamento

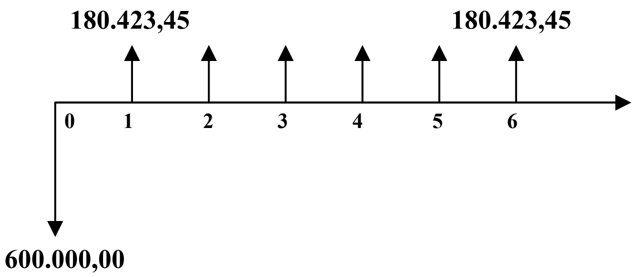


Fig. 1.21

Usando o exemplo anterior, pode-se ver que o empréstimo de R$ 600.000,00 será pago em 6 prestações semestrais de R$ 180.423,45 a juros de 20% a.s. Cada prestação vai conter duas parcelas: uma relativa aos juros e outra relativa à amortização de parte do principal.

Na época **1 (Fig.1.21)**, quando se vai pagar a primeira prestação, o SD = D ainda é o do período anterior (que aqui se confunde com a própria dívida), ou seja, R$ 600.000,00. Chamando de $\mathbf{J_1}$ os juros contidos nessa primeira prestação, tem-se:

$J_1 = 20\% \times 600.000{,}00 = 0{,}20 \times 600.000{,}00$ ⇨ $\mathbf{J_1 = 120.000{,}00}$

Consequentemente, a diferença entre o valor da prestação paga que é constante neste sistema e os juros apurados é levada para amortizar parte do saldo devedor de R$ 600.000,00, ou seja, é a cota de amortização $\mathbf{A_1}$ da primeira prestação.

$A_1 = 180.423{,}45 - 120.000{,}00$ ⇨ $\mathbf{A_1}$ **= R$ 60.423,45** e o novo Saldo Devedor $\mathbf{D_1}$

$D_1 = 600.000{,}00 - 60.423{,}45$ ⇨ $\mathbf{D_1}$ **= R$ 539.576,55**

Na época **2**, tudo se repete. Ao pagar a segunda prestação, o saldo anterior é D_1 = 539.576,55 e é sobre ele que incide a taxa (20%) para se ter os juros dessa prestação.

$J_2 = 020 \times 539.576{,}55$ ⇨ $\mathbf{J_2}$ **= R$ 107.915,31**

$A_2 = 180.423{,}45 - 107.915{,}31 \Rightarrow$ **A_2 = R$ 72.508,14**

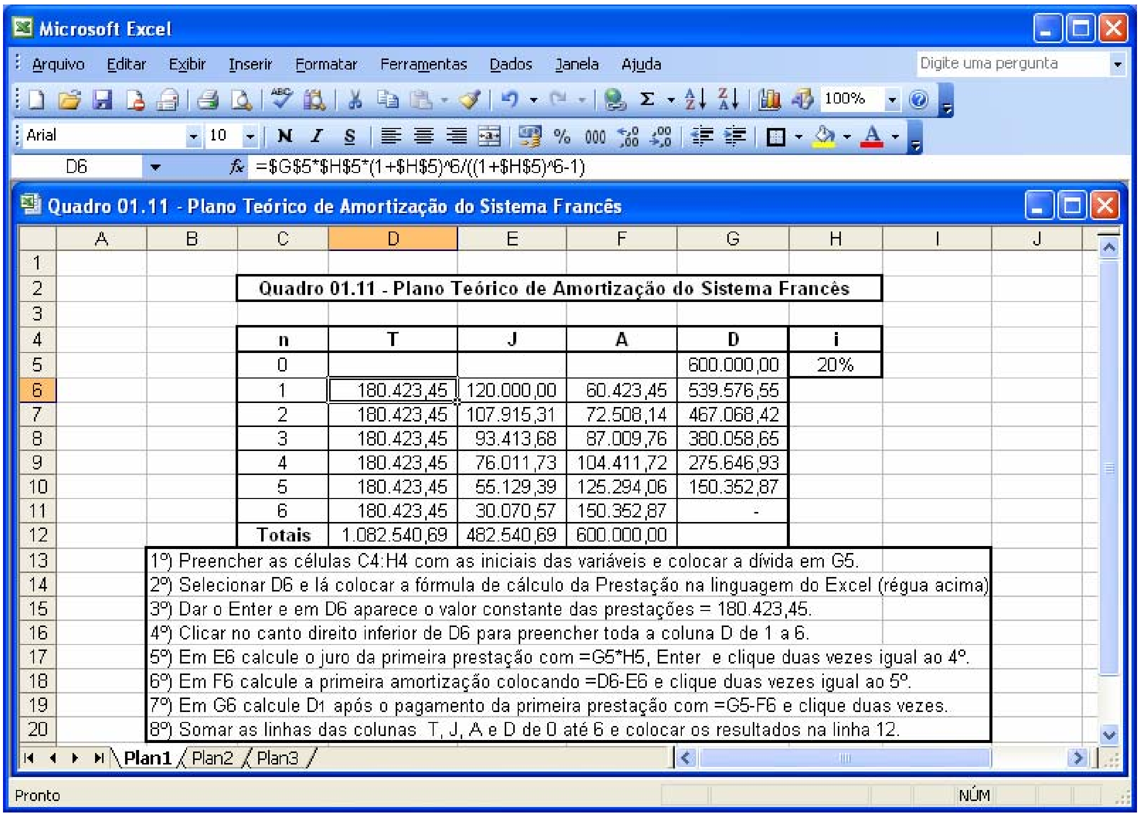
$D_2 = 539.576{,}55 - 72.508{,}14 \Rightarrow$ **D_2 = R$ 467.068,42**

Na época **3** tudo volta a acontecer, assim como nas épocas **4, 5 e 6**. É evidente que, na época **6,** o saldo devedor **D_6,** após ter sido paga a sexta prestação, deverá ser **ZERO**. Desta maneira pode-se montar a **Planilha e o Quadro** teórico de financiamento do Sistema Francês, como a seguir:

Planilha 1.1

n	T	J	A	D
0				600.000,00
1	180.423,45	120.000,00	60.423,45	539.576,55
2	180.423,45	107.915,31	72.508,14	467.068,42
3	180.423,45	93.413,68	87.009,76	380.058,65
4	180.423,45	76.011,73	104.411,72	275.646,93
5	180.423,45	55.129,39	125.294,06	150.352,87
6	180.423,45	30.070,57	150.352,87	0,00
TOTAIS	**1.082.540,70**	**482.540,68**	**600.000,00**	

Quadro 01.11


Microsoft Excel

D6 =$G$5*$H$5*(1+$H$5)^6/((1+$H$5)^6-1)

Quadro 01.11 - Plano Teórico de Amortização do Sistema Francês

n	T	J	A	D	i
0				600.000,00	20%
1	180.423,45	120.000,00	60.423,45	539.576,55	
2	180.423,45	107.915,31	72.508,14	467.068,42	
3	180.423,45	93.413,68	87.009,76	380.058,65	
4	180.423,45	76.011,73	104.411,72	275.646,93	
5	180.423,45	55.129,39	125.294,06	150.352,87	
6	180.423,45	30.070,57	150.352,87	-	
Totais	1.082.540,69	482.540,69	600.000,00		

1º) Preencher as células C4:H4 com as iniciais das variáveis e colocar a dívida em G5.
2º) Selecionar D6 e lá colocar a fórmula de cálculo da Prestação na linguagem do Excel (régua acima)
3º) Dar o Enter e em D6 aparece o valor constante das prestações = 180.423,45.
4º) Clicar no canto direito inferior de D6 para preencher toda a coluna D de 1 a 6.
5º) Em E6 calcule o juro da primeira prestação com =G5*H5, Enter e clique duas vezes igual ao 4º.
6º) Em F6 calcule a primeira amortização colocando =D6-E6 e clique duas vezes igual ao 5º.
7º) Em G6 calcule D1 após o pagamento da primeira prestação com =G5-F6 e clique duas vezes.
8º) Somar as linhas das colunas T, J, A e D de 0 até 6 e colocar os resultados na linha 12.

Obs: A Montagem da Planilha 1.1 poderia também ser feita usando a programação específica que a HP – 12C tem e é mostrada a seguir. Todavia, é bom lembrar que em geral os Sistemas de Amortização da casa própria têm prazos muito longos e normalmente as prestações são mensais, o que implica em quadros bastante extensos, como será visto na apostila Matemática Financeira Avançada. Assim, é melhor usar

o programa Excel mostrado no Quadro 01.11 acima. Porém, apenas a título de exercício, vamos ver como se usa o Programa Específico da HP – 12C.

Idem, usando o Programa Específico da HP – 12 C

1. Inicialmente calcula-se o valor de cada prestação T ou PMT do financiamento.

6 n 20 i 600.000,00 CHS PV PMT = T ⇨ **visor = 180.423,45**

2. Pressionando 1 f AMORT ⇨ **visor = 120.000,00 = J_1** = juro da 1ª prestação

X >< Y ⇨ **visor = 60.423,45 = A_1** = amortização da 1ª prestação

RCL PV ⇨ **visor = − 539.576,55 = D_1** = saldo devedor após se pagar a 1ª prestação**, com sinal negativo, pois se trata de saldo devedor.**

3. Pressionando 1 f AMORT ⇨ **visor = 107.915,31 = J_2** = juro da 2ª prestação

X >< Y ⇨ **visor = 72.508,14** ⇨ **A_2 = amortização da 2ª prestação etc.**

Para saber o valor de J ou A contidas na 4ª prestação sem desenvolver a planilha:

6 n 20 i 600.000,00 CHS PV **PMT = T** ⇨ **visor = 180.423,45**

3 f AMORT ⇨ **visor = 321.328,99 = juros acumulados**

RCL PV = **D_3 = − 380.058,65**

J_4 = 20% s/ D_3 = **76.011,73 e A_4** = 180.423,45 − 76.011,73 = **104.411,72**

e também: **D_4 = D_3 − A_4** = − 380.058,65 + 104.411,72 ⇨ **D_4 = 275.646,93**

Observando o **Quadro 01.11 ou a Planilha 1.1**, pode-se ver que, a princípio, se paga muito juro e se amortiza pouco. Com o decorrer dos períodos, vai-se pagando menos juros e, consequentemente, amortizando mais do principal.

Antecipação do Pagamento do Saldo Devedor

É muito comum o mutuário desejar saber o valor do saldo devedor em uma determinada época anterior ao vencimento contratado, para quitar antecipadamente toda ou parte da Divida ou mesmo, saber qual o valor da cota de amortização de uma certa prestação. Elaborar toda a planilha teórica de financiamento para se ter as variáveis desejadas é um trabalho mutilador. Porém, como é justa a pretensão do mutuário, resolve-se o impasse usando a programação da **HP – 12C** dada anteriormente e/ou a aplicação da relação **(26)** e suas variações que atendem às Duas Observações Importantes dadas anteriormente, o que vai permitir encontrar os valores isolados de uma maneira mais fácil. Suponha uma dívida **D** financiada no Sistema Francês em **n, T**, e **i (Fig. 1.22):**

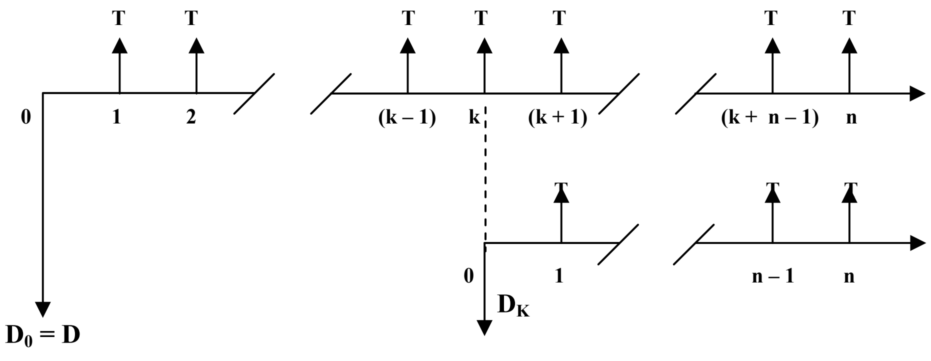


Fig. 1.22

Seja **k** uma época qualquer, em que $\mathbf{0 \leq k \leq n}$

1. Cálculo do saldo devedor após ter sido paga a prestação de ordem **k**.

O Saldo Devedor em uma época **k** qualquer é exatamente a soma das (**n – k**) cotas de amortizações contidas nas prestações restantes, ou seja, é o Valor Atual (na época **k**) das (**n – k**) prestações restante (sem os juros). Estas prestações restantes podem ser vistas como uma nova Renda Imediata de (**n – k**) termos e com a época **zero** coincidindo com a época **k** original. Assim, tem-se:

$$\mathbf{D_K = T\ a_{(n-k)\ i}} \qquad \mathbf{(36)}$$

No exemplo do **Quadro 01.11**, calcular o SD após ter sido paga a **3ª prestação.**

$k = 3 \quad \Rightarrow \quad D_3 = 180.423,45 \times a_{(6-3)\ 20}$

$D_3 = 180.423,45 \times a_{3\ 20}$

$D_3 = 180.423,45 \times 2,106481$

$\mathbf{D_3 = R\$\ 380.058,65}$

2. Cálculo da **cota de juros** contida em uma prestação de ordem **k**.

$$\mathbf{J_K = D_{K-1} \times i} \qquad \mathbf{(37)}$$

em que D_{K-1} é dado pela relação **(36)**

No exemplo dado, calcular o **juro** contido na **3ª prestação**.

$D_{K-1} = T\ a_{(n-k+1)\ i}$

$k = 3 \quad \Rightarrow \quad D_2 = 180.423,45 \times a_{(6-3+1)\ 20}$

$D_2 = 180.423,45 \times a_{4\ 20}$

$D_2 = 180.423,45 \times 2,588735 \quad \Rightarrow \quad D_2 = 467.068,42$

$J_3 = 467.068,42 \times 0,20 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{J_3 = R\$\ 93.413,68}$

3. O Calculo de $\mathbf{A_K}$ é também muito simples:

$A_K = T - J_K \Rightarrow k = 3 \Rightarrow A_3 = 180.423,45 - 93.413,68 \Rightarrow \mathbf{A_3 = R\$\ \ 87.009,76}$

Tabela Price

Conceito e Exemplos

A Tabela Price (Richard Price, economista inglês) é um caso particular do Sistema Francês de Amortização quando a prestação é mensal. É comum **a taxa de juro ser nominal e dada ao ano** e assim deve-se usar a taxa mensal proporcional. O valor de cada termo da renda será:

T = D/ 1/a $_{m\ i}$, onde: T = mensal; D = dívida; m = meses; i = taxa mensal proporcional

O fator mensalidade **1/a $_{m\ i}$** é encontrado na Tabela Price dado em função de alguns valores de **m** e de **i.** Porém, como esse fator é o mesmo que o inverso de **a $_{n\ i}$,** através da **HP –12 C** pode ser mais conveniente determiná-lo como segue:

Para n = 30 e i = 1% a.m. ⇒ a uma taxa anual (nominal) de 12%

30 n 1 i 1 CHS PV PMT ⇨ visor = 0,038748

Tabela Price ⇨ m = 30 e i = 12% a.a. ⇨ 1/a $_{m\ i}$ = 1/a $_{30\ 12}$ = 38,748113 [8]

Exemplos

1º) Qual o valor da prestação mensal necessária para liquidar uma dívida de R$ 100.000,00 em 2 anos a juros de 12% a.a.?

1° Processo: usando a Tabela Price

$$T = D\frac{1}{a_{m\,i}} \Rightarrow T = 100.000,00 \times \frac{1}{a_{24\,12}} \Rightarrow T = 100.000,00 \times \frac{47,07347}{1.000}$$

T = 100 x 47,07347 = 4.707,35 ⇨ **T = R$ 4.707,34**

2° Processo: usando a programação da HP – 12 C

24 n 1 i 1 CHS PV PMT' ⇨ visor = 0,047073

T = PMT = 100.000,00 x 0,047073 ⇨ **T = R$ 4.707,35 ou**

24 n 1 i 100.000,00 CHS PV **PMT** ⇨ **R$ 4.703,35**

A utilização do Sistema Francês e principalmente da Tabela Price é extraordinariamente grande no mundo todo. No Brasil usa-se a Tabela Price nas operações de **CDC/CP** das Financeiras, nas operações de **"Leasing"** das Sociedades de Arrendamento Mercantil, no pagamento dos empréstimos a Médio e Longo Prazo, particularmente no financiamento da casa própria junto à CEF etc.

IOF no Pagamento por Prestações

As operações financeiras realizadas para liquidação através de prestações, como é o caso do CDC, CP e outros, também sofrem a incidência do IOF, além do PIS, COFINS etc. A incidência do IOF é sobre os saldos devedores pelos dias em que eles vigorarem ou sobre as amortizações, também pelos dias de suas vigências, o que dá exatamente no mesmo, como vai ser mostrado. Esse tipo de imposto, como se sabe, é devido exclusivamente ao cliente e incide tão somente sobre o principal do financiamento, não podendo de forma alguma ser cobrado sobre os encargos.

[8] Os coeficientes da Tabela Price costumam vir multiplicados por 1.000 por estética da tabela. Assim, é preciso estar atento e, se for o caso, dividir os resultados encontrados por esse mesmo valor 1.000.

Como já foi comentado no início deste capítulo, para repor as perdas de arrecadação com a extinção da CPMF no final de 2007, o governo federal instituiu o decreto nº 6339/2007 na mesma época, para viger a partir de 02/01/2008, através do qual aumentou o valor do IOF – Imposto sobre Operações Financeiras, não só na alíquota dos tomadores de crédito Pessoas Físicas para 0,0082% ao dia (3% ao ano de 365 dias), enquanto a de Pessoas Jurídicas permaneceu 0,0041% ao dia ou 1,50% ao ano, a que vamos chamar de IOF_1 – como também criou uma nova alíquota fixa IOF_2 = 0,38% [9] a incidir sobre o principal do financiamento, tanto para PF quanto para PJ e independente do prazo da operação. A arrecadação perdida com o fim da CPMF foi tão grande em 2008 com o aumento do IOF_T, que o governo retornou com o valor da alíquota do IOF_1 de PF para 0,0041% a.d., com vigência a partir do início de 2009.

O IOF_1 e IOF_2, como se sabe, são cobrados antecipadamente no início da operação. Sendo o valor do IOF_1 variável em função dos saldos devedores ou amortizações efetuadas ao longo do pagamento das prestações e dos dias em que eles vigoram, o mais fácil e prático para se obter o seu valor é calcular um coeficiente que, multiplicado pelo valor do financiamento fornece o IOF_1 no início da operação, já que o órgão financiador é o responsável pela retenção e recolhimento aos cofres da Receita Federal.

Esse coeficiente, batizado de **fator do IOF_1 = f_1,** obviamente é função do número de dias correspondentes aos respectivos saldos devedores ou às amortizações efetuadas e dado que esses saldos e amortizações dependem em última instância, da taxa de juro cobrada, o **fator do IOF_1 passa a ser função da taxa e dos prazos dos saldos devedores e/ou das amortizações.** Dessa maneira, pode-se elaborar tabelas do **fator do IOF_1 = f_1** para prazos e taxas que se queira e assim, fazendo incidir o **f_1** do **mesmo arcabouço de taxa e prazo** desejados sobre o principal financiado, obteremos o valor do **IOF_1** logo de saída. Mostraremos a seguir, como essa elaboração das tabelas é bastante facilitada ao se usar o programa Excel.

Já o **IOF_2 é o seu próprio fator,** pois ele é fixo e incide sobre o valor do principal financiado. Somando IOF_1 e IOF_2 obteremos o IOF_T, que se o cliente pagar no início do financiamento, o assunto de IOF está encerrado. Porém, é preciso atentar para o fato de que, se o cliente está pagando todo o IOF_T no início, à vista, tudo se passa como se a Financeira tivesse reduzido o valor do principal financiado ao debitar o IOF_T na c/c do cliente para posterior recolhimento à Receita, mas continuando com o mesmo valor das prestações e prazo. Isso, além de implicar num aumento da taxa de juro, pode não atender ao cliente.

Para que o tomador tenha em mãos o valor integral do financiamento de que necessita desembolsando à vista a quantia do IOF_T, é preciso que a Instituição Financeira financie também o IOF_T, aumentando o valor do principal. Ao creditar o principal aumentado na c/c do cliente, o que, mantidos a mesma taxa e prazo originais como é usual, aumenta também o valor das prestações. Como a Financeira irá reter o IOF_T para recolhimento à Receita, isso vai representar para o cliente um aumento na taxa de juro da operação, pois ele estará recebendo uma quantia menor e pagando as novas prestações referentes a um principal maior. Em geral é o que acontece e é por isso que quando se consulta a taxa que as Financeiras estão praticando, a resposta não confere com os valores das prestações, pois elas fornecem as taxas sem o IOF_T

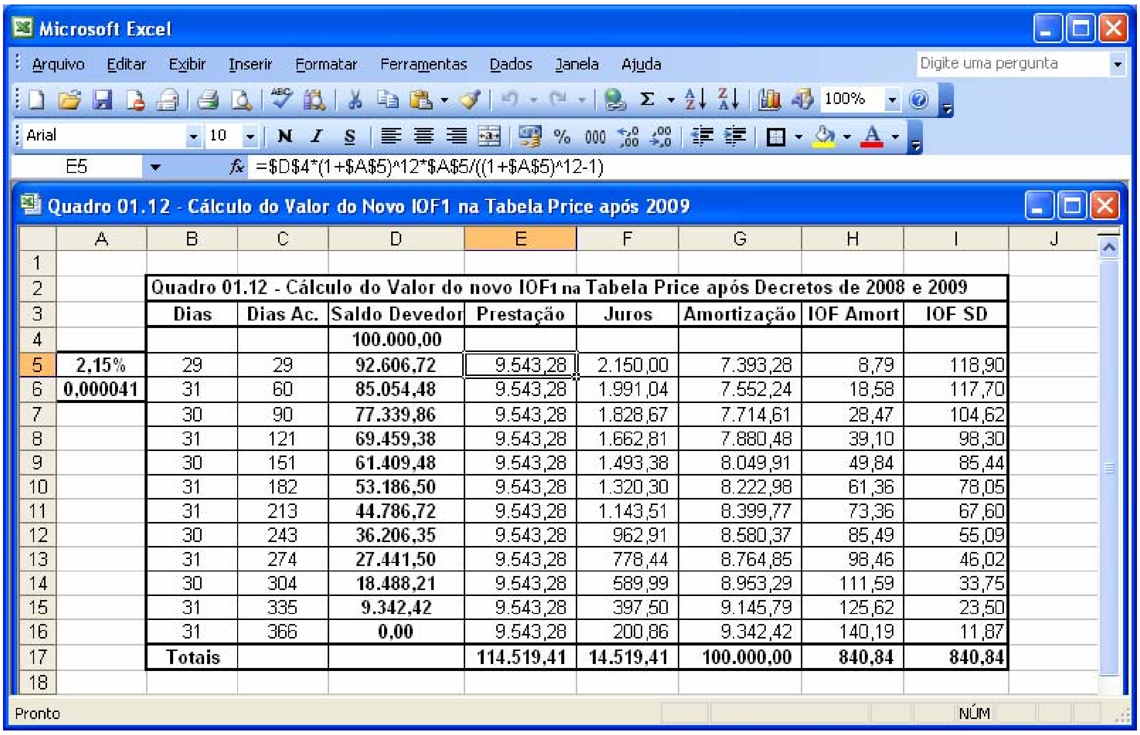
[9] **Qualquer semelhança com o IOF_2 = 0,38% da CPMF que foi encerrada, é "mera coincidência" do Governo Federal.**

Além do mais, isso poderia ser interpretado como um novo financiamento, o que de fato é e assim, se poderia ter que calcular um novo IOF'_T do IOF_T via os mesmos $\mathbf{f_1}$ e $\mathbf{f_2}$, (IOF'_1 + IOF'_2). Adicionando IOF_T e IOF'_T ao principal inicial, a Financeira vai passar a financiar o principal, os dois IOFs iniciais e os dois IOF's dos IOFs iniciais. Isto faria com que o valor das prestações subisse mais um pouco, o mesmo acontecendo com a taxa de juro, pois agora se está financiando um principal maior ainda e se retirando o valor dos dois IOFs.

Cálculo do IOF_T em Operação da Tabela Price após o ano de 2008

Exercício Resolvido – Uma empresa obteve financiamento de uma máquina no valor de R$ 100.000,00 no dia 31/01/2008 através da Tabela Price (CDC) a juros mensais de 2,15%. Sabendo que o prazo total do financiamento é de um ano e que as prestações vencem no último dia de cada mês subseqüente, calcular**: a)** o valor PMT das prestações sem IOF; **b)** o valor do IOF_1 e do seu fator f_1 e do IOF_2; **c)** o valor do IOF_T relativo à soma dos valores dos dois IOFs (IOF_1 + IOF_2), o valor das novas prestações no caso de os IOFs serem financiados nas mesmas condições iniciais e da nova taxa de juro para o cliente, caso ele venha a pagar o IOF_T que foi financiado no início, à vista; **d)** o valor das novas prestações com a inclusão do financiamento do novos IOF_T' (IOF'_1 + IOF'_2) e da nova taxa de juro, com o cliente pagando também o IOF'_T no início; **e)** o total de IOF_T a ser recolhido à Receita Federal, considerando a questão anterior.

Quadro 01.12



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
2		Quadro 01.12 - Cálculo do Valor do novo IOF1 na Tabela Price após Decretos de 2008 e 2009							
3		Dias	Dias Ac.	Saldo Devedor	Prestação	Juros	Amortização	IOF Amort	IOF SD
4				100.000,00					
5	2,15%	29	29	92.606,72	9.543,28	2.150,00	7.393,28	8,79	118,90
6	0,000041	31	60	85.054,48	9.543,28	1.991,04	7.552,24	18,58	117,70
7		30	90	77.339,86	9.543,28	1.828,67	7.714,61	28,47	104,62
8		31	121	69.459,38	9.543,28	1.662,81	7.880,48	39,10	98,30
9		30	151	61.409,48	9.543,28	1.493,38	8.049,91	49,84	85,44
10		31	182	53.186,50	9.543,28	1.320,30	8.222,98	61,36	78,05
11		31	213	44.786,72	9.543,28	1.143,51	8.399,77	73,36	67,60
12		30	243	36.206,35	9.543,28	962,91	8.580,37	85,49	55,09
13		31	274	27.441,50	9.543,28	778,44	8.764,85	98,46	46,02
14		30	304	18.488,21	9.543,28	589,99	8.953,29	111,59	33,75
15		31	335	9.342,42	9.543,28	397,50	9.145,79	125,62	23,50
16		31	366	0,00	9.543,28	200,86	9.342,42	140,19	11,87
17		Totais			114.519,41	14.519,41	100.000,00	840,84	840,84

a) Cálculo da Prestação sem o IOF (HP – 12 C ou Quadro 01.12)

12 n 100.000,00 CHS PV 2,15 i **PMT ⇨ visor = 9.543,28 reais**

b) Cálculo do valor do IOF_1, de seu fator f_1 e do IOF_2

Principal = 100.000,00; Taxa mês = 2,15%; Prazo = 12 meses ; IOF = 0,0041% a.d.

Calculando o IOF_1

Usando amortização: 1ª prestação ⇨ 7.393,28 x 29 x 0,000041 = 8,79
2ª prestação ⇨ 7.552,24 x 60 x 0,000041 = 18,58
3ª prestação ⇨ 7.714,61 x 90 x 0,000041 = 28,47

etc

IOF_1 Total = 840,84

ou

Saldo Devedor: 1ª prestação ⇨ 100.000,00 x 29 x 0,000041 = 118,90
2ª prestação ⇨ 92.606,72 x 31 x 0,000041 = 117,70
3ª prestação ⇨ 83.934,31 x 30 x 0,000041 = 104,62

etc

IOF Total = 840,84

Obs – Reparar que, embora o **IOF_1** de cada prestação nos dois cálculos, tanto pela amortização quanto pelo saldo devedor, não seja igual, **o total do IOF_1 é.**

IOF_1 = 840,84 reais ⇨ Fator do IOF_1= f_1 = 840,84/100.000,00 ⇨ **f_1 = 0,840840%**

Como o fator do IOF_2 = f_2 = 0,38% ⇨ IOF_2 = 0,0038 x 100.000,00 = 380,00 reais

c) Cálculo do IOF_T = (IOF_1 + IOF_2), das novas prestações e da nova taxa de juro

IOF_T = 840,84 + 380,00 ⇨ **IOF_T = 1.220,84 reais**

12 n 101.220,84 CHS PV 2,15 i **PMT** ⇨ **visor = 9.659,79 reais**

12 n 100.000,00 CHS PV 9.659,79 PMT **i** ⇨ **visor = 2,3490% a.m.**

d) Cálculo das novas PMTs e da nova taxa com o financiamento dos dois IOF's:

Novo Principal a ser financiado = 100.000,00 + 1.220,84 + 14,91 = 101.235,75
onde 14,91 = 0,840840% x 1.220,84 + 0,38 x 1.220,84 = 10,270 + 4,64

12 n 101.235,75 CHS PV 2,15 i **PMT** ⇨ **visor = 9.661,22 reais**

12 n 100.000,00 CHS PV 9.661,22 PMT **i** ⇨ **visor = 2,3514% a.m.**

e) Cálculo do IOF_{TOTAL} a ser recolhido à Receita Federal

IOF_{TOTAL} = 1.220,84 + 10,27 + 4,64 ⇨ **IOF_{TOTAL} = 1.235,75reais**

Obs – Se quiséssemos aplicar IOF sobre os IOF's = 14,91, teríamos: IOF"s = 0,840840% x 14,91 = 0,13 reais e 0,38% x 14,91 = 0,06 ou um total de 0,19 reais, uma quantia inexpressiva, porque o IOF vai se reduzindo com muita velocidade. Pode-se ver porque a Receita Federal não faz questão de que se prossiga no cálculo dos IOF's.

Cálculo do Número de Prestações no Financiamento pela Tabela Price executado pelo Programa de Atingir Metas

Exemplo – Um financiamento a juros efetivos de 2% ao mês foi quitado através de certo número de mensalidades postecipadas iguais, Tabela Price, de valor R$ 4.243,17 cada uma. Sabendo-se que o total dos juros pagos no período do financiamento foi de R$ 1.215,84, determinar o número de prestações pagas.

Conforme se viu no **exercício nº 12 da pag. 64** deste Capítulo**,** a calculadora **HP–12 C** não está programada para fazer o cálculo específico de **n** (nº de prestações)

Aplicação – Pelo programa Atingir Metas do Excel, resolver o exercício acima

Solução: Conforme já foi falado e mostrado**,** a calculadora **HP–12 C** não está programada para fazer o cálculo específico de **n** (nº de prestações) de uma Renda Uniforme e Constante, a não ser no caso especial de **n** ser inteiro. Vamos mostrar o programa do Excel de Atingir Metas, que resolve esse tipo de problema.

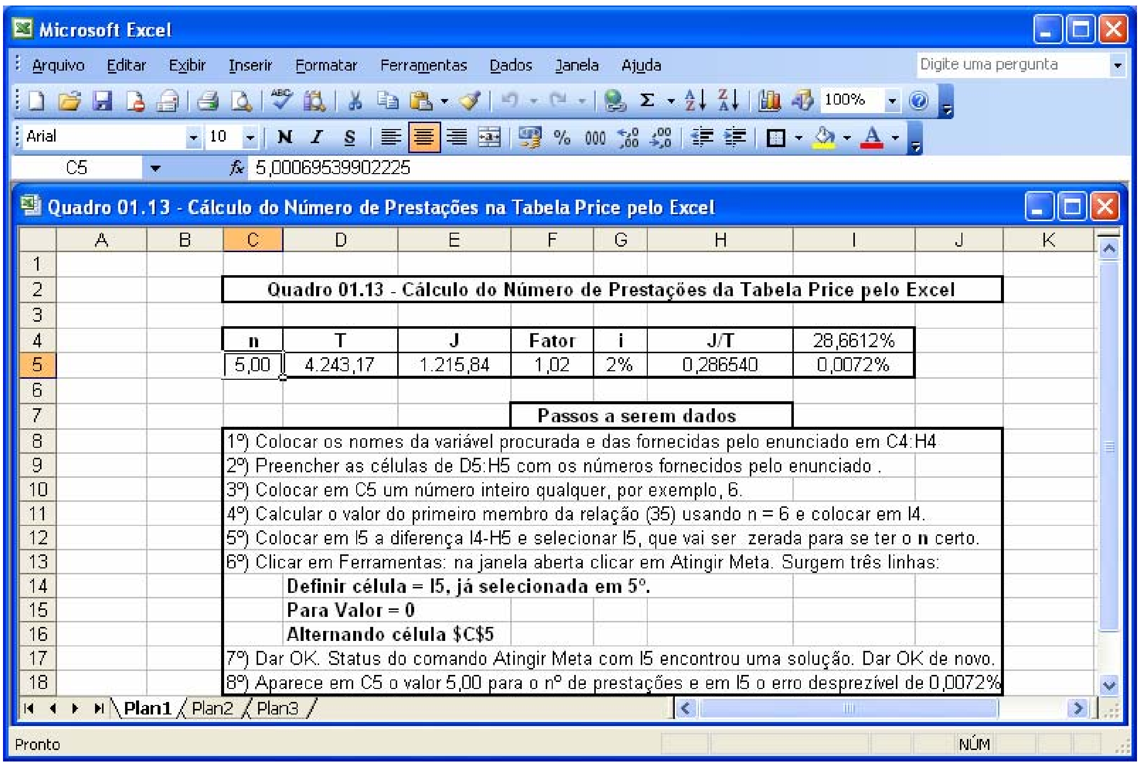
n x PMT = número de prestações multiplicado pelo valor delas é igual ao valor da Dívida acrescido dos juros totais pagos na liquidação do compromisso de financiamento concedido através da Tabela Price – vide exemplo da montagem da planilha Teórica do Sistema já mostrado anteriormente – **Quadro 01.11**.

$$6 \times 180.423,45 = 600.000,00 + 482.540,68$$

$$n \times PMT = J + D \quad \Rightarrow \quad n = J/PMT + D/PMT = J/PMT + (PMT \times a_{n\,i})/PMT$$

$$n = J/PMT + a_{n\,i} = J/PMT + ((1+i)^n - 1)/(i \times (1+i)^n)$$

$$\mathbf{n - ((1{,}02)^n - 1)/(0{,}02 \times (1{,}02)^n = 0{,}286540} \qquad \mathbf{(35)}$$



n	T	J	Fator	i	J/T	28,6612%
5,00	4.243,17	1.215,84	1,02	2%	0,286540	0,0072%

Sistema de Amortização Constante – SAC

Conceito

No **SAC –** Sistema de Amortização Constante, o mutuário paga a dívida contraída também por meio de prestações que englobam juro e amortização, como em todo o sistema de pagamentos periódicos. Nesse caso, porém, o que é constante é a amortização do Saldo Devedor, como o próprio nome do sistema sugere. As prestações têm valor decrescente, uma vez que são o resultado da soma da parcela de juro decrescente, com a parcela constante de amortização.

Exemplo

Considerando os números do primeiro exemplo do Sistema Francês, montar a planilha teórica de financiamento **(Fig. 1.23**)

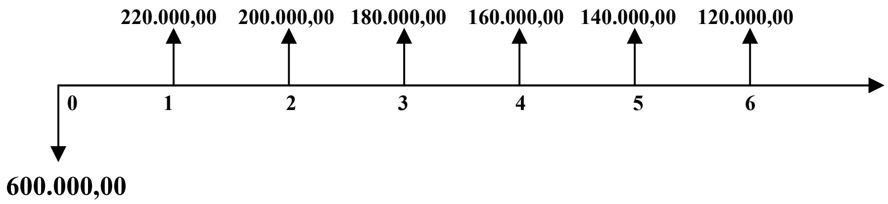


Fig. 1.23

a) Cálculo do valor da parcela A de amortização:

A = D/n ⇨ A = 600.000,00/6 ⇨ **A = R$ 100.000,00**

Cálculo das Variáveis :

$\mathbf{D_1 = D_0 - A}$ ⇨ $D_1 =$ 600.000,00 – 100.000,00 ⇨ $\mathbf{D_1}$ **= R$ 500.000,00**

$\mathbf{J_1 = D_0 \times i}$ ⇨ $J_1 =$ 600.000,00 x 0,20 ⇨ $\mathbf{J_1}$ **= R$ 120.000,00**

$\mathbf{T_1 = A + J_1}$ ⇨ $T_1 =$ 100.000,00 + 120.000,00 ⇨ $\mathbf{T_1}$ **= R$ 220.000,00**

e assim por diante se realiza toda a montagem da Planilha.

Montagem do Quadro Teórico de Financiamento

Quadro 01.14

n	A	D	J	T
0		600.000,00		
1	100.000,00	500.000,00	120.000,00	220.000,00
2	100.000,00	400.000,00	100.000,00	200.000,00
3	100.000,00	300.000,00	80.000,00	180.000,00
4	100.000,00	200.000,00	60.000,00	160.000,00
5	100.000,00	100.000,00	40.000,00	140.000,00
6	100.000,00	0,00	20.000,00	120.000,00
Totais	**600.000,00**		**420.000,00**	**1.020.000,00**

Equivalência entre o SPC e o SAC

Comparando o **Quadro 01.14 do SAC** com o **Quadro 01.11 do Sistema Francês,** se vê que no primeiro se paga menos juros que no segundo. Isso se deve única e exclusivamente ao fato de que, no **SAC**, se desembolsa mais dinheiro no pagamento das primeiras prestações do que no **Sistema Francês** e as primeiras prestações sendo maiores, significa maiores amortizações e no início dos pagamentos, o que é mais importante ainda. Se o mutuário possui recursos para desembolsar mais nas primeiras prestações, aparentemente ele irá pagar menos juro, inclusive se ele dispuser de todo o recurso de precisa, aos olhos de um leigo no assunto ele não vai pagar juro nenhum, se usar o seu disponível. Engano, é necessário se considerar o custo de oportunidade do capital em toda aplicação financeira, que nada mais é do que o montante que se perde ao fazer um investimento em detrimento de outro, ou seja, neste caso, não se fez o financiamento por nenhum Sistema, apenas lançou mão do que já possuía. Aparecendo novo investimento, o nosso capitalista estará impossibilitado de participar, pois já não possui mais a disponibilidade de antes, a menos que contraia uma dívida.

Matematicamente, pode-se verificar que os dois sistemas são equivalentes, assim como qualquer sistema de pagamentos periódicos de prestações iguais ou não, desde que se trate de dívida com os mesmos valores, prazos, taxa de juros e que não haja CM ou outro instrumento que possa alterar o Saldo Devedor de maneira forçada. Para verificar essa verdade, basta aplicar a Equivalência de Capitais, vista anteriormente, aos dois sistemas e a quaisquer outros com as mesmas características, da seguinte forma: escolhe-se uma data de comparação absolutamente qualquer e se leva todos os fluxos e valores principais (dívidas) para esta época na mesma taxa, capitalizando ou descapitalizando conforme a posição de cada um no seu Fluxo de Caixa**.** Então se soma os valores do **PRICE** e também os valores do **SAC**. Uma soma será igual à outra, o que prova a equivalência entre os dois sistemas.

Aplicações Práticas do SAC

O **SAC** tem grande aplicação nos empréstimos de Longo Prazo tanto no Brasil quanto no exterior.

Os programas **Finame** e **BNDES-Automático da Finame – Agência Especial de Financiamento Industrial**, o órgão operacional do **BNDES,** também são baseados no **SAC.** Apenas porque são indexados à **TJLP**, a variação trimestral dessa taxa mascara a visualização do **SAC.** Porém, se os mencionados programas forem feitos da forma simplificada, em **URTJLP**, que inclusive é a maneira mais usada, ficará constatada com facilidade a presença marcante do **SAC.** Os programas da **Finame**, em volume e prazo, são os mais procurados pelos industriais e empresários do país.

Isso tudo sem falar nos programas de financiamento, com ou sem correção monetária, que fazem uso direto do **SAC** e que são utilizados por diversos órgãos financiadores.

Comparação entre o Sistema Francês e o SAC

Olhando os dois exercícios resolvidos logo à frente, mesmo sem desenvolver toda a planilha teórica dos financiamentos, podemos perceber, como foi dito, que no Sistema

SAC se paga **aparentemente menos juros**, porque se amortiza o saldo devedor mais rapidamente através de prestações de maior valor do que no Francês:

J_{48} = 2.340,00 reais ⇨ no SAC

J_{48} = 3.401,91 reais ⇨ no Francês

Nos exercícios n^{os} 1 e 2 resolvidos à frente

D_{47} = 130.000,00 reais ⇨ no SAC

D_{47} = 188.995,07 reais ⇨ no Francês

Nos exercícios n^{os}. 1 e 2 resolvidos à frente

Isto acontece porque no SAC o mutuário começa pagando prestações de maior valor do que no Francês . Por exemplo, nos dois exercícios:

$T_1 = A + J_1 = 20.800,00$ reais ⇨ no SAC

$T_1 = T = 16.435,18$ reais ⇨ no Francês

Ora, se **no SAC** as prestações iniciais são maiores do que **no Sistema Francês (de valor constante),** significa que **lá se está amortizando mais e no princípio** , quando o Saldo Devedor é maior; então é lógico que, **aparentemente, se vai pagar menos juros** com o decorrer das prestações, como já foi mostrado. Pagar maiores prestações é para quem possui maior disponibilidade de recursos naquele momento e isso depende do mutuário, é claro. Seja uma situação extrema, de o mutuário ter todo o dinheiro de que necessita. Nesse caso, ele não vai precisar fazer empréstimo nenhum e sim lançar mão das suas disponibilidades, portanto, **aparentemente, não vai pagar juro**. Ledo engano, porque, **repetindo**, existe o que se chama **"custo de oportunidade"**, que como se sabe, neste caso nada mais é do que, agindo assim, o mutuário em potencial também não vai poder aplicar aquele dinheiro em outro Ativo que possa lhe trazer maior valor ou rentabilidade, simplesmente porque ele já não existe mais. Assim, o capitalista deixa de ganhar juro, o que significa perder ou pagar um prêmio que poderia auferir, caso a aplicação dos recursos fosse utilizada de maneira diferente. Isso é o que se chama custo de oportunidade. [10]

A realidade matemática é essa. Tudo na vida tem um valor diferente, se olhado em épocas diferentes. Com o dinheiro essa verdade ainda é mais visível, pelo próprio princípio em que se baseia a Matemática Financeira: "todo Capital aplicado cresce com o tempo" ou "R$ 1,00 hoje vale mais do que R$ 1,00 amanhã".

Exercícios Resolvidos e Propostos

1. Um empréstimo de R$ 600.000,00 foi concedido para ser pago em 60 prestações mensais a juros de 1,80 % a.m. através do Sistema Francês. Calcular:

---

[10] **PINDYCK Robert & RUBINFELD Daniel, na obra conjunta "MICROECONOMIA" – 5ª Edição – Pearson Education Prentice Hall - 2002 , definem Custos de Oportunidade como sendo "Custos associados às oportunidades perdidas quando os recursos não são utilizados de forma a produzir o maior retorno possível"**

a) O valor de cada prestação
b) O saldo devedor após ter sido paga a 47ª prestação
c) As parcelas de juro e de amortização contidas na 48ª prestação

a) Valor das prestações PMT

$PMT = PV/a_{n\ i}$ ⇨ $PMT = 600.000,00/a_{60\ 1,80}$ ⇨ $PMT = 600.000,00 \times 0,027392$

PMT = 16.435,18 reais ou

60 n 1,80 i 600.000,00 CHS PV PMT ⇨ visor = 16.435,17984

PMT = 16.435,18 reais

b) Saldo Devedor D_{47}

$D_{47} = PV'$ das 13 = (60 – 47) prestações que ainda não foram pagas

$D_{47} = PMT \ . \ a_{13\ 1,80}$

$D_{47} = 16.435,18 \times 11,499422$ ⇨ **D_{47} = 188.995,07 reais** ou

13 n 1,80 i 16.435,18 CHS PMT $PV' = D_{47}$ ⇨ visor = 188.995,0690

D_{47} = 188.995,07 reais

c) Cálculo do juro e da amortização contidos na prestação de ordem 48

$T_{48} = T = J_{48} + A_{48}$ ⇨ $J_{48} = D_{47} \ . \ i$ ⇨ $J_{48} = 0,018 \times 188.995,07$

J_{48} = 3.401,91 reais

$A_{48} = T - J_{48}$

$A_{48} = 16.435,18 - 3.401,91$ ⇨ **A_{48} = 13.033,27 reais**

---

2. Mesmo exercício anterior, mas com o empréstimo realizado através do SAC.

a) Cálculo da Amortização Constante A

$A = A_1 = A_2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = A_{30} = D_0 / 60$

$A = 600.000,00 / 60$ ⇨ **A = 10.000,00 reais**

b) Cálculo do Saldo Devedor

D_0 = 600.000,00 reais

D_1 $= D_0 - (1 \times A) = 600.000,00 - (1 \times 10.000,00)$ = **590.000,00 reais**

D_2 $= D_0 - (2 \times 10.000,00) = 600.000,00 - (2 \times 10.000,00)$ = **580.000,00 reais**

D_3 $= D_0 - (3 \times 10.000,00) = 600.000,00 - (3 \times 10.000,00)$ = **570.000,00 reais**

e assim por diante

Então se pode ver que o Saldo Devedor se comporta como uma **Progressão Aritmética PA decrescente**, de razão igual ao valor da Amortização, o primeiro termo igual ao empréstimo e o número de termos igual ao número de amortizações.

c) Cálculo dos Juros

$J_1 = i \times D_0 = 0{,}018 \times 600.000{,}00 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{J_1 = 10.800{,}00 \ \ reais}$

$J_2 = 0{,}018 \times D_1 = 0{,}018 \ (D_0 - 1 \times A)$

$J_2 = 0{,}018 \ (600.000{,}00 - 2 \times 10.000{,}00)$

$J_2 = 0{,}018 \times 580.000{,}00 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{J_2 = 10.620{,}00 \ \ reais}$

$J_3 = 0{,}018 \ (600.000{,}00 - 2 \times 10.000{,}00)$

$J_3 = 0{,}018 \ x \ 580.000{,}00 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{J_3 = 10.440{,}00 \ \ reais}$

e assim sucessivamente

Por serem desta maneira, as parcelas de juro formam também uma PA decrescente, de razão igual ao produto da taxa de juros pelo valor da Amortização, o primeiro termo dado pelo produto da taxa de juros com o valor do empréstimo e o número de termos igual ao número de prestações. Assim o Termo Geral J_n toma a seguinte forma:

$a_n = a_1 + (n - 1) r \Rightarrow$ na **PA**, ou como a razão é negativa **(PA decrescente):**

$a_n = a_1 + (1 - n) r$

$\mathbf{J_n = D_0 \ . \ i + (1 - n) \ (A \ . \ i)}$

Aplicação: calcular a parcela de juro da trigésima prestação do exercício

$J_{30} = 600.000{,}00 \times 0{,}018 + (1 - 30) \ (10.000{,}00 \times 0{,}018)$

$J_{30} = 10.800{,}00 + (-29) \times 180$

$\mathbf{J_{30} = 5.580{,}00 \ \ reais}$

Querendo o juro contido na 60^a (última) prestação , tem-se:

$J_{60} = 10.800{,}00 + (1 - 60) \ . \ 180{,}00$

$J_{60} = 10.800{,}00 - 10.620{,}00$

$\mathbf{J_{60} = 180{,}00}$ **reais**, isto é, o juro da última prestação é igual à razão da PA ou o produto da taxa de juros pelo valor da Amortização.

Voltando ao problema:

a) A prestação $\mathbf{T_n}$ sendo a soma da parcela de Amortização (constante) com a de juro (decrescente em PA) só pode ser também uma PA decrescente e de mesma razão que a do juro e com o número de termos igual ao número de prestações.

$T_1 = A + J_1$

$T_1 = 10.000,00 + 10.800,00 \Rightarrow$ **T_1 = 20.800,00 reais etc.**

b) Cálculo do D_{47}

$D_{47} = 600.000,00 - (47 \times 10.000,00)$

$D_{47} = 600.000,00 - 470.000,00 \Rightarrow$ **D_{47} = 130.000,00 reais**

c) Cálculo da Amortização e do juro da 48ª prestação

A_{48} = A = 10.000,00 reais

$J_{48} = 10.800,00 + (1 - 48) . 180$

$J_{48} = 10.800,00 - 8.460,00 \Rightarrow$ **J_{48} = 2.340,00 reais**

Querendo saber: **T_{48} = 12.340,00** pois $T_{48} = A_{48} + J_{48} = 10.000,00 + 2.340,00$

---

3. Um apartamento de valor R$ 500.000,00 está sendo negociado com entrada de 16% e o Saldo Devedor financiado em 10 anos através de prestações mensais a juros de 1% a.m. Em que momento do financiamento os valores das prestações seriam iguais, se fizéssemos os cálculos pelo SAC e pela Tabela Price ?
Resp. n = 48,834857 meses ⇨ um pouco antes da 49ª prestação

---

4. Uma Dívida foi contraída devendo ser paga em 6 prestações anuais e a juros efetivos de 48 % a.a. através do Sistema Francês de Amortização . Quando o Saldo Devedor será igual à metade da Dívida ?
Resp. k = 4,46 anos ou aproximadamente no fim do 1º semestre após a 4ª prestação .

Sistema de Amortização Crescente – SACRE

Conceito

O **SACRE** é um sistema de amortização de empréstimos de longo prazo criado pela Caixa Econômica Federal – CEF em 1998, para ser usado com juros e correção monetária das TR – Taxa Referencial, introduzindo a novidade do recálculo periódico das prestações mensais, fixas pelo período de 12 meses, por exemplo e evitando Saldos Devedores significativos e crescentes ao final dos pagamentos mensais pelos mesmos períodos, frente à correção mensal do Saldo Devedor ao longo de todo o programa.

A verdade é que não se pode pretender pagar uma dívida com o Saldo Devedor corrigido mensalmente pela CM integral e as prestações, mesmo que também mensais, mas sem correção ou com correção menor. No fim, o sistema de financiamento não fecha, como não fechou no passado. Todas as prestações estavam pagas e o mutuário ainda tinha um enorme Saldo Devedor a pagar. Estava criado o que se chamou de FCVS – Fundo das Compensações das Variações Salariais, gerando um passivo a descoberto de grandes proporções que o governo federal teve que assumir para liberar os mutuários, pois foi ele o maior culpado no processo. A assunção foi através da CEF que só não quebrou porque era órgão estatal federal, mas ficou sem poder fechar balanço durante três anos consecutivos, por se encontrar com as reservas em vermelho: 1994,1995 e 1996.

O SACRE é hoje o sistema mais usado para o financiamento de LP na aquisição da casa própria, dadas as suas vantagens, mais psicológicas que materiais e será visto a seguir, exatamente como a CEF trabalha, através de um exemplo realizado em conjunto com o Sistema Price, para efeito de "marketing" comparativo entre ambos, realizado pela própria CEF.

Sistemas de Financiamento do BNDES

Objetivos e Programas

Constituído pelo BNDES - Banco Nacional do Desenvolvimento Econômico e Social e pelas suas subsidiárias, FINAME - Agência Especial de Financiamento Industrial e BNDESPAR - BNDES Participações S/A, o sistema tem como objetivo financiar projetos e investimentos nas aquisições de máquinas e equipamentos nacionais e importados sem similar nacional, obras civis incluindo montagens e instalações, móveis e utensílios não isoladamente, estudos e projetos de engenharia, despesas pré-operacionais, gastos com treinamento de pessoal, capital de giro associado e outros mais, destinados a empresas sediadas no país, desde que tais projetos sigam a lista de critérios do sistema e também prestar auxílio na privatização das empresas estatais.

Contando com uma rede credenciada de agentes financeiros, públicos e privados, onde constam os Bancos de Investimento, Bancos Comerciais, Bancos de Desenvolvimento, e Bancos Múltiplos, os pleitos se iniciam através de uma consulta prévia, em que são especificados os dados cadastrais das empresas solicitantes para fins de enquadramento operacional. Dependendo do programa pretendido, os interessados devem procurar os roteiros de informações para enquadramento junto à Área de Planejamento do BNDES ou o agente financeiro credenciado de sua preferência.

Os setores básicos de atividade contemplados com variadas linhas de empréstimo, são os de Indústria, Infra-Estrutura, Comércio e Serviços e Agropecuária, sendo que o objetivo de todos os projetos deverá beneficiar um ou mais dos itens: implantação, expansão, modernização, capacitação tecnológica, melhoria de qualidade e o conseqüente aumento de produtividade, reestruturação, racionalização empresarial, exportação de máquinas e equipamentos etc.

As participações, facilitações, condições, às vezes taxas de juro e outras condescendências sobre os financiamentos, dependem muito da capacidade de pagamento dos beneficiários, obviamente que depois de atendidos os critérios de porte dos pretendentes, que interferem nos percentuais dos valores e nos destinos dos recursos.

Programas

Existe uma variedade muito grande de programas de financiamento oferecidos pelo BNDES, todos altamente vantajosos para os empresários, grandes e pequenos No estudo que se vai fazer através da continuação do curso de matemática, sob o título de Matemática Financeira Avançada, serão abordados os mais procurados, FINEM, BNDES Automático e FINAME.

Capítulo 2

PROJEÇÃO DAS TAXAS FUTURAS DE JURO

Contrato Futuro de Taxa Média de DI – 1 Dia

Conceito

O Custo do dinheiro no presente e, principalmente a sua projeção para o futuro, constituem elemento fundamental para qualquer tomada de decisão no sentido de investir, emprestar, poupar, captar recursos e demais atividades pertinentes aos mercados em geral. Tudo isso depende em última instância da taxa de juro, que sendo uma variável extremamente sensível aos diversos segmentos presentes na vida de uma nação – inflação, políticas monetárias, fiscais e tributárias, regime de governo, perspectivas e metas econômicas etc – tem a sua importância transcendental inteiramente reconhecida. Inclusive, a Matemática Financeira, por ser intimamente dependente do conhecimento ou melhor, das projeções das futuras taxas de juro, deixa de ser uma ciência exata, diferenciando-se assim da Matemática Pura.

A introdução no Brasil dos Mercados Futuros das Taxas de Juro se deu baseada em Ativos Financeiros públicos e privados, com a criação da BBF no Rio de Janeiro – RJ em 1985 e com a sua posterior consolidação em 1991, através do Contrato Futuro de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia (DI – 1 Dia), lançado pela BM&F em S. Paulo - SP.

A idéia básica era e é, que tais mercados proporcionassem condições aos "players" de efetivamente transferir risco, ao manter uma posição no mercado físico dos Ativos negociados, já que o custo do dinheiro, como outra *commodity* qualquer (café, soja, ouro etc) é influenciado pela lei da oferta e procura. Assim as taxas futuras de juros refletem a interação entre oferta e demanda, inclusive para quê. Daí sua extrema volatilidade, o grande risco embutido nos seus movimentos e o fabuloso potencial de proteção e ganho apresentados por sua negociação nos Mercados Futuros.

Assim, o Contrato Futuro de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia (DI – 1 Dia) é concebido para melhor oferecer cobertura específica ao risco de oscilação da taxa de juro e o "ovo de Colombo" dessa operação é que ela prescinde de um Ativo referencial, não existindo no seu vencimento a entrega física de título. Simplesmente se compra ou se vende taxa de juro, proporcionando variadas estratégias, arbitragens e "hedge", como pode ser visto no livro do Prof. Bessada [11], em que se baseou este capítulo. Os Contratos, negociados na BM&F-SP, são referenciados nas respectivas taxas médias diárias calculadas pela CETIP.

---

[11] **Bessada de Lyon, Octavio Manuel – Barbedo, Cláudio Henrique e Araújo, Gustavo Silva – "O Mercado de Derivativos no Brasil" – Rio de Janeiro - RJ – Ed. Record- 2005 – pag. 65**

Estas taxas refletem o custo médio praticado pelas Instituições Financeiras em suas trocas de disponibilidade por 1 (um) dia útil (DI – 1 dia) e esses Contratos, referenciados na acumulação destas taxas do dia da operação ao último dia de negociações, são cotados sob a forma de PU (Preço Unitário). A flutuação do PU reflete a variação na taxa de juros esperada para um período futuro.

Especificações do Contrato Futuro

(Reprodução do Contrato Futuro vigente a partir de 13/11/2001, de acordo com o ofício circular 133/2001 – DG)

1. **Definições**
   Preço unitário (PU) **:** o valor, em pontos, correspondente a 100.000, descontado pela taxa de juros descrita no item 2.
   Taxa de DI **:** Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia (DI) calculada pela Central de Custódia e de Liquidação Financeira de Títulos (Cetip), expressa em taxa efetiva anual, base 252 dias úteis.

   Preço de ajuste (PA) **:** preço de fechamento, expresso em PU, apurado e/ ou arbitrado diariamente pela BM&F, a seu critério, para cada um dos vencimentos autorizados, para efeito de atualização do valor das posições em aberto e apuração do valor de ajustes diários e de liquidação das operações "day trade".
   Saques-reserva **:** dia útil para fins de operações praticadas no mercado financeiro, conforme estabelecido pelo Conselho Monetário Nacional.

2. **Objetivo de negociação**
   A taxa de juros efetiva até o vencimento do contrato, definida para esse efeito pela acumulação das taxas diárias de DI no período compreendido entre a data de negociação, inclusive, e o último dia de negociação do contrato, inclusive.
3. **Cotação**
   Taxa de juros efetiva anual, base 252 dias úteis, com até três casas decimais.

4. **Variação mínima de apregoação**
   0,001 ponto de taxa.

5. **Oscilação máxima diária**
   Conforme estabelecida pela BM&F.

6. **Unidade de negociação (tamanho do contrato)**
   PU multiplicado pelo valor em reais de cada ponto, estabelecido pela BM&F.

7. **Meses de vencimento**
   Os quatro primeiros meses subseqüentes ao mês em que a operação for realizada e, a partir daí, os meses que se caracterizarem como de início de trimestre.

8. **Número de vencimentos em aberto**
   Conforme autorização da BM&F.

9. **Data de vencimento**
   Primeiro dia útil do mês de vencimento.

10. **Último dia de negociação**
    Dia útil anterior à data de vencimento.

11. **Day trade**
    São admitidas *day trade* (compra e venda, no mesmo dia, da mesma quantidade de contratos para a mesma data de vencimento), que serão compensadas, desde que realizadas em nome do mesmo

cliente, intermediadas pela mesma Corretora de Mercadorias e registradas pelo mesmo Membro de Compensação ou realizadas pelo mesmo Operador Especial e registradas pelo Membro de Compensação. A liquidação financeira dessas operações será realizada no dia útil subseqüente, sendo os valores apurados de acordo com o item 12(b.1).

11. Ajuste diário

Para efeito de apuração do valor relativo ao ajuste diário das posições em aberto, serão obedecidos os critérios a seguir.

a) Inversão da natureza das posições

As operações de compra e de venda, originalmente contratadas em taxa, serão transformadas em operações de venda e de compra, respectivamente, em PU.

b) Apuração do ajuste diário

As posições em aberto ao final de cada pregão, depois de transformadas em PU, serão ajustadas com base no preço de ajuste do dia, estabelecido conforme regras da Bolsa, com movimentação financeira (pagamento dos débitos e recebimento do ganhos) no dia útil subseqüente (D+1).

O ajuste diário será calculado até a data de vencimento, inclusive, de acordo com as seguintes fórmulas **:**

b.1) ajuste das operações realizadas no dia

$$AD_t = (PA_t - PO) \times M \times N$$

b.2) ajuste das posições em aberto no dia anterior

$$AD_t = [PA_t - (PA_{t-1} \times FC_t)] \times M \times N \qquad \text{onde:}$$

D_t = valor do ajuste diário, em reais, referente à data “t”;
PA_t = preço de ajuste do contrato na data “t”, para o vencimento respectivo;
PO = preço da operação, em PU, calculado da seguinte forma, após o fechamento do negocio:

$$PO = \frac{100.000}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^{n/252}}$$

onde **:**
i = taxa de juros negociada;
n = número de saques-reserva, compreendido entre a data de negociação, inclusive, e a data de vencimento do contrato, exclusive;

M = valor em reais de cada ponto de PU, estabelecido pela BM&F;
N = número de contratos;
PA_{t-1} = preço de ajuste do contrato na data “t-1”, para o vencimento respectivo;
FC_t = fator de correção do dia “t”, definido pelas seguintes fórmulas;

i) quando houver um saque-reserva entre o último pregão e o dia do ajuste

$$FC_t = \left(1 + \frac{DI_{t-1}}{100}\right)^{1/252}$$

ii) quando houver mais de um saque-reserva entre o último pregão e o dia do ajuste

$$FC_t = \prod_{J=1}^{n} \left(1 + \frac{DI_j}{100}\right)^{1/252} \qquad \text{onde:}$$

DI_{t-1} = taxa de DI, referente ao dia útil anterior ao dia a que o ajuste se refere, com até seis casas decimais. Na hipótese de haver mais de uma taxa de DI divulgada para o intervalo entre dois pregões consecutivos, essa taxa representará a acumulação de todas as taxas divulgadas.

Na data de vencimento do contrato, o preço de ajuste será 100.000.

Se, em determinado dia, a taxa de DI divulgada pela Cetip se referir a um período (número de dias) distinto daquele a ser considerado na correção do preço de ajuste, a BM&F poderá arbitrar uma taxa, a seu critério, para aquele dia específico.

O valor do ajuste diário (AD_j), se positivo, será creditado ao comprador da posição PU (vendedor original em taxa) e debitado ao vendedor da posição em PU (comprador original em taxa). Caso o valor seja negativo, será debitado ao comprador da posição PU e creditado ao vendedor da posição em PU.

13. Condições de liquidação no movimento

Na data de vencimento, as posições em aberto, após o último ajuste, serão liquidadas financeiramente pela Bolsa, mediante o registro de operação de natureza inversa (compra ou venda) à da posição, na mesma quantidade de contratos, pela cotação (preço unitário) de 100.000 pontos.

Os resultados financeiros da liquidação serão movimentados no dia útil subseqüente à data de vencimento.

- **Condições especiais**

  Se, por qualquer motivo, a CETIP atrasar a divulgação da taxa de DI definida no item 1 ou deixar de divulgá-la, por um ou mais dias, a BM&F poderá, a seu critério **:**

  a) prorrogar a liquidação deste contrato, até a divulgação oficial pela CETIP; ou

  b) encerrar as posições em aberto pelo último preço de ajuste disponível.

  A BM&F poderá ainda, em qualquer caso, arbitrar um preço de liquidação para este contrato se, a seu critério, julgar não serem representativos tanto a taxa divulgada pela CETIP quanto o último preço de ajuste disponível.

14. Margem de garantia

Será exigida margem de garantia de todos os concomitantes em posição em aberto, cujo valor será atualizado diariamente pela Bolsa, de acordo com os critérios de apuração de margem para contratos futuros.

15. Ativos aceitos como margem

Dinheiro, ouro, cotas do Fundo dos Intermediários Financeiros (FIF) e, mediante autorização prévia da Bolsa, títulos públicos federais, títulos privados, cartas de fiança, ações e cotas de fundos fechados de investimento em ações.

16. Custos operacionais

- **Taxa operacional básica**

  Operação normal **:** 3%; *day trade* 1,5%

  A taxa operacional básica por contrato negociado, sujeita a valor mínimo estabelecido pela bolsa, incide sobre a seguinte base de cálculo **:**

  $$BC = [\ 100.000 - (PA_{t-1} \times FC_t)\ ] \times M$$

  Onde **:**

  BC = base de cálculo.

  Para os contratos liquidados financeiramente na data de vencimento, o valor da taxa operacional será idêntico ao do último dia de negociação.

- **Taxa de liquidação no vencimento**

  Valor da taxa operacional básica do último dia de negociação.

- **Taxa da Bolsa (emolumentos e fundos)**

  1% da taxa operacional básica. A Bolsa poderá estabelecer um vencimento que limite superiormente a base de cálculo da taxa operacional básica, para efeito de cálculo de emolumentos e fundos.

- **Taxa de registro**

  Valor fixo estabelecido pela Bolsa

Os cultos operacionais são devidos no dia útil seguinte ao de realização da operação.

Os Sócios Efetivos pagarão no máximo 75% da taxa operacional básica e da taxa de liquidação no vencimento e 75% dos demais Custos operacionais (taxas de registro e da Bolsa).

Os investidores institucionais pagarão 75% das taxas da Bolsa.

17. Hedgers

São considerados hedgers, para efeito deste contrato, as instituições financeiras e os investidores institucionais.

18. Normas complementares

Fazem parte integrante deste contrato, no que couber, a legislação em vigor, as normas e os procedimentos da BM&F, definidos em seus Estudos Sociais, Regulamento de Operações e Ofícios Circulares, observadas, adicionalmente, as regras específicas das autoridades governamentais que possam afetar os termos nela contidos.

Alterações no número de saques-reserva previsto para uma série em negociação, em face do disposto na Resolução 2516, de 29 de junho de 1998, são de responsabilidade exclusiva das partes contratantes originais, ou seja, não são de responsabilidade da BM&F.

Na hipótese de situações não previstas nesse contrato, bem como de medidas governamentais ou de qualquer outro fato, que impactem a informação, a maneira de apuração ou a divulgação de suas variáveis, ou que impliquem, inclusive, sua descontinuidade, a BM&F tomará as medidas que julgar necessárias, a seu critério, visando a liquidação do contrato ou sua continuidade em bases equivalentes.

Precificação das LTN

No sub-ítem logo à frente, vai ser mostrado através de exercícios, o uso do conhecimento das futuras taxas de juros ou, pelo menos, das suas projeções, realizadas por um instrumento que se utiliza da média ponderada das estimativas das taxas dos investidores , especuladores e infelizmente também dos manipuladores de plantão **:** o Contrato Futuro de Taxa Média de DI – 1 dia , cujo conteúdo foi apresentado .

Exercícios Resolvidos

1. Precificar uma LTN (o seu PU_0) de emissão 12/07/02 e vencimento em 26/12/02 (117 dias úteis), sabendo que o DI – 1 dia de janeiro/03 (02/01/03) às 12 :00hs de 12/07/02 era cotado na BM&F a 22,44% a.a. **Fig. 1. 8)**

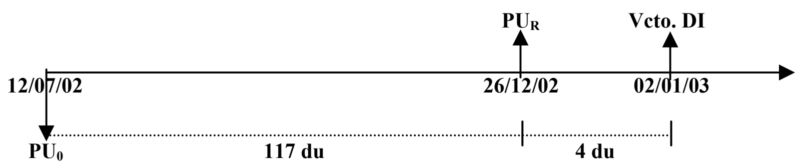


Fig. 2.1

a) Cálculo do fator efetivo projetado pelo mercado de DI:

$$F_{DI} = \left(1 + \frac{22,44}{100}\right)^{117/252} = 1,098554$$

b) Cálculo da cotação C [12]

$C = 1/F_{DI} = 0,910287 \Rightarrow C = 91,0287\%$ (4 casas)

c) Cálculo do $PU_0 \Rightarrow PU_0 = C \times 1.000,00 \Rightarrow$ **PU_0 = 910,287000 reais (6 casas)**

[12] **A cotação C nada mais é do que o inverso do fator de deságio F_{DI} dado pelo DI na BM&F e multiplicado por 100 para poder ser grafado em percentual Também se pode dividir o PU_R (PU de resgate) pelo F_{DI} de determinado dia da vida útil do papel, para calcular o PU de negociação nesse dia. É o que chamam de desagiar o título. A cotação, calculada de uma forma um pouco diferente, mas sempre em função da TIR que se deseja auferir, é muito usada para o cálculo do PU dos títulos públicos pós fixados.**

2. Ainda no mesmo dia 12/07/2002 uma IF interessada em precificar uma LTN com vencimento para 19/02/2003 (155 du), verificou que o vencimento do DI – 1 dia mais longo que estava sendo negociado na BM&F naquele dia, era o de janeiro de 2003, à taxa de 22,44%a.a. e prazo de 121 du.**(Fig. 2.2).**

Para cobrir o *gap* de 34 dias úteis entre o vencimento do DI – 1 dia e o resgate do título havia um outro ativo (*Swap*) com vencimento para 01/04/2003 (182 du) que estava sendo negociado à taxa de 24,40% a.a. Sendo o prazo entre os dois ativos cotados na BM&F de 61 du, precificar esta LTN.

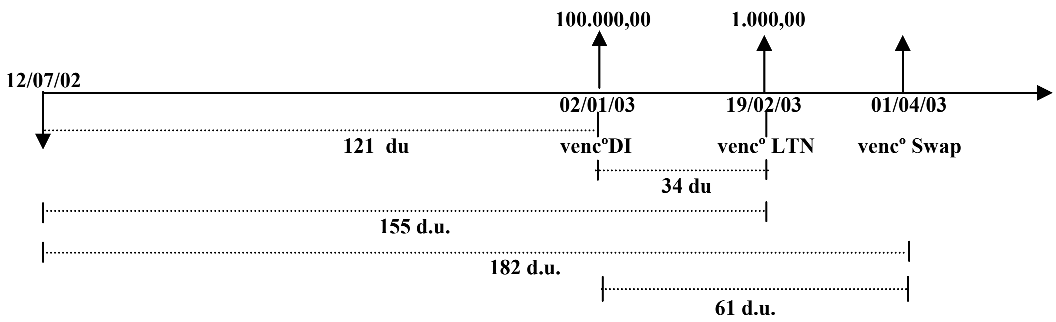


Fig. 2.2

a) Cálculo dos Fatores:

Fator efetivo estimado pelo mercado futuro de DI: $\mathbf{F_{DI}}$

$$F_{DI} = \left(1 + \frac{22,44}{100}\right)^{121/252} = 1,1021$$

Fator efetivo estimado pelo "*Swap*": $\mathbf{F_{SW}}$

$$F_{SW} = \left(1 + \frac{24,40}{100}\right)^{182/252} = 1,1708$$

b) Cálculo da Taxa Marginal (entre 02/01/03 e 01/04/03): $\mathbf{T_{MG}}$

$$T_{MG} = \left[\left(\frac{F_{SW}}{F_{DI}}\right)^{252/61} - 1\right] \times 100$$

$$T_{MG} = \left\{\left(\frac{1,1708}{1,1021}\right)^{252/61} - 1\right\} \times 100 = 28,38\%\ a.a.$$

Conceitualmente, esta é a taxa a termo entre 02/01/03 e 01/04/03, prevista pelos praticantes do mercado, a partir dos resultados dos instrumentos negociados nos mercados derivativos (DI e "Swap").

c) Cálculo da taxa do deságio:

Assim, para precificar a taxa para esta LTN (a menos do prêmio de risco), em 12/07/02, a partir dos instrumentos considerados (e os únicos com liquidez na data), de acordo com o método *flat forward*, é igual a:

$$T = \left\{ \left[\left(1 + \frac{22{,}44}{100}\right)^{121/252} \times \left(1 + \frac{28{,}38}{100}\right)^{34/252} \right]^{252/155} - 1 \right\} 100 \ = \ 23{,}718982\% \ \cong 23{,}72 \text{ a.a.}$$

d) Cálculo do PU da LTN:

$$PU = \frac{1.000{,}00}{\left(1 + \frac{23{,}72}{100}\right)^{155/252}} \Rightarrow \mathbf{PU = 877{,}292218 \text{ reais}} \rightarrow \text{com 6 casas decimais}$$

Capítulo 3

OPERAÇÕES DE CURTÍSSIMO PRAZO

Hot Money

Conceitos

O **"Hot Money"** é o empréstimo que as grandes Empresas bem posicionadas no mercado e algumas pequenas e médias reconhecidamente sólidas e bem equilibradas, tomam junto à Rede Bancária para cobrir momentâneos desequilíbrios de caixa por períodos muito curtos variando de 1 a 4 dias úteis no máximo e, portanto, usando taxa *over* mensal ou anual. É uma operação típica de Bancos Comerciais e de Investimento.

Como o prazo é muito pequeno, aos Bancos interessa fazer a operação apenas com os seus clientes preferenciais ou *triple As* e em volumes significativos, uma vez que os ganhos são proporcionalmente baixos, não só em função do mencionado pequeno prazo como também porque as boas e sólidas empresas não são de pagar altos *spreads* e o risco para o emprestador é praticamente o mesmo, independentemente do prazo da operação.

Em geral não existem garantias colaterais no empréstimo, dado o nível dos tomadores e o pequeno prazo da operação, usando-se somente Nota Promissória e mesmo assim, o que acontece na verdade é uma disputa entre os bancos para conceder o *Hot Money* para as empresas mais cotadas.

Tributação

Todos os empréstimos no sistema financeiro estão sujeitos ao Imposto sobre Operações Financeiras IOF, devido integralmente quando da entrega dos recursos ao tomador e incidente apenas sobre o principal emprestado, não podendo, portanto, ser aplicado sobre os valores relativos ao desconto bancário ou racional, a comissões ou a outras despesas que os bancos possam cobrar. È o mesmo imposto visto no Desconto Bancário e Capital de Giro, na forma de cobrança, IOF_1 e IOF_2 efetuada no dia do início da operação para posterior recolhimento à Receita Federal.

A IF, auferindo uma Receita Líquida (receita bruta deduzida dos custos que a Receita Federal permite sejam abatidas) chamada de *spread*, sofre a cobrança do PIS (0,65%) e da COFINS (4%) sobre esse *spread*. Porém, devido à receita proporcionalmente "baixa" em relação ao volume da operação, é comum a IF imputar essa despesa para o cliente usando o percentual invertido, como vai ser visto mais à frente.

Para ilustrar, alguns casos reais mais usados no mercado vão ser mostrados a seguir, sempre fazendo uso da máquina HP-12 C e/ou do Excel e lembrando que os cálculos deverão ficar no visor das máquinas ou colocados nas suas memórias até o encerramento do exercício, devido à armazenagem e ao arredondamento que elas fazem automaticamente. Assim, o que se está vendo no visor nem sempre é exatamente o que está sendo usado pelas calculadoras para a efetivação de determinado cálculo. Como os valores da negociação em geral são grandes, dá diferença, às vezes significativa.

Exercícios Resolvidos e Propostos

1. A Indústria Rafa S/A está fazendo um empréstimo de curtíssimo prazo de R$ 40.000.000,00 com o Banco Gama S/A à taxa efetiva mensal de 3,20% , líquida de despesas dedutíveis, de 11/03/2009 (4ª feira) para 16/03/2008 (2ª feira). Sabendo que o mês de março/2009 tem 22 dias úteis, calcular os valores da Receita Líquida do Banco e do PIS e da COFINS, que foram imputados ao cliente. **Não usar IOF.**

Cálculo da Receita Líquida RL do Banco, através do uso da taxa líquida mensal fornecida de 3,20% ⇨ A Receita é líquida porque o PIS e a COFINS devidos ao Banco foram pagos pelo cliente numa imposição do Banco.

A operação é para 3 du em 5 dc. Vai-se trabalhar apenas com os dias úteis (3 du), porque nesse tipo de operação de prazo muito curto, se forem considerados também os dias não úteis (sábado e domingo no caso), o custo para o cliente ficará muito alto e pode inviabilizar a negociação, além de não ser justo. A Receita Líquida é uma das incógnitas pedidas e ela é a base sobre a qual são cobrados o PIS e a COFINS.

$f_3 = (1{,}032)^{(3/22)} = 1{,}004305$ ⇨ $t_3 = f_3 - 1 = 0{,}004305$ ⇨ taxa decimal do período

Receita Líquida do Banco = $0{,}004305 \times 40.000.000{,}00$

RL = R$ 172.180,44 ⇨ PIS e COFINS foram pagos pelo cliente no final da operação

Cálculo do PIS e COFINS imputados ao Cliente

$\text{PIS} = 0{,}0065 \times \dfrac{172.180{,}44}{1 - 0{,}0065}$ ⇨ **PIS = 1.126,50 reais** ou

$\text{PIS} = 0{,}65\,\% \times 0{,}004305 \times \dfrac{40.000.000{,}00}{0{,}9935}$ ⇨ **PIS = 1.126,50 reais**

$\text{COFINS} = 0{,}04 \times \dfrac{172.180{,}44}{1 - 0{,}04}$ ⇨ **COFINS = 7.174,18 reais** ou

$\text{COFINS} = 4\% \times 0{,}004305 \times \dfrac{40.000.000{,}00}{0{,}96}$ ⇨ **COFINS = 7.174,18 reais**

---

2. O Banco Ipsilon S/A concedeu um *hot money* à Cia XYZ de Petróleo S/A no valor de R$ 60.000.000,00 do dia 24/03/2009 (3ª feira) até o dia 27/03/2009 (6ª feira), à taxa *over* mensal líquida para o Banco de 3,20%. Calcular os valores do PIS e da COFINS imputados à Cia de Petróleo pelo Banco e a Receita Líquida do Banco na operação. **Não usar IOF.**

Este exercício é praticamente igual ao anterior, com a única diferença residindo no tipo de taxa, que aqui é taxa *over* mensal também líquida e não a efetiva mensal. Assim:

$t_3 = \left[1 + (3{,}20/3.000)\right]^3 - 1 = 0{,}003203$ ⇨ taxa do período na forma decimal

a) Cálculo do PIS e COFINS pagos pelo cliente

$PIS = 0{,}65\,\% \times \dfrac{0{,}003203}{0{,}9935} \times 60.000.000{,}00$ ⇨ **PIS = 1.257,51 reais**

$COFINS = 4\,\% \times \dfrac{0{,}003203}{0{,}96} \times 60.000.000{,}00$ ⇨ **COFINS = 8.008,54 reais**

b) Cálculo da Receita Líquida do Banco

$RL = 0{,}003203 \times 60.000.000{,}00$ ⇨ **RL = 192.204,96 reais**

---

3. A Construtora Pioneira S/A fez uma operação de curtíssimo prazo com o Banco Eta S/A no valor de R$ 20.000.000,00 à taxa "over" ativa de 5% a.m. Sabendo-se que na captação dos recursos necessários para o empréstimo o banco pagou 1,30% a.m. de taxa "over" (operação passiva) e que o período foi de 27/03/2009 (6ª feira) a 31/03/2009 (3ª feira), calcular os valores do PIS e da COFINS imputados pelo Banco à construtora e a despesa total da construtora, incluindo o IOF.

Como se pode ver trata-se de uma operação com 2 du e 4 dc (usado para o IOF).

a) PIS e COFINS

1°) Usando Juros Simples para se obter a taxa líquida ou *spread* do Banco:

$5\,\% - 1{,}30\,\% = 3{,}70\,\%$ a m ⇨ Taxa Líquida do Banco

Spread do Banco $= \left[\left[1 + \dfrac{3{,}70}{3.000}\right]^2 - 1\right] . 20.000.000{,}00$

$RL = 0{,}002468 \times 20.000.000{,}00$ ⇨ **RL = Sp do Banco = 49.363,74 reais**

$PIS = 0{,}65\,\% \times \dfrac{49.363{,}74}{0{,}9935}$ ⇨ **PIS = 322,96 reais**

$COFINS = 4\,\% \times \dfrac{49.363{,}74}{0{,}96}$ ⇨ **COFINS = 2.056,82 reais**

2º) Usando Juros Compostos para obtenção da taxa líquida do spread:

$$Sp\ Banco = \left[\left[\frac{(1 + 5/3.000)^2}{(1 + 1{,}30/3.000)^2}\right] - 1\right] \times 20.000.000{,}00 = 49.342{,}38$$

$Sp\ Banco = 0{,}002467 \times 20.000.000{,}00$ ⇨ **Sp Banco = 49.342,38 reais**

$PIS = 0{,}65\% \times \dfrac{49.342{,}38}{0{,}9935} = 322{,}82$ reais

$$COFINS = 4\% \times \frac{49.342,38}{0,94} = 2.055,93 \text{ reais}$$

Obs - Como a diferença dos cálculos é muito pequena, usa-se qualquer regime.

b) Despesa Total da Construtora

$$Custo = \left((1 + 5/3000)^2 - 1 + 0,000041 \times 4 + 0,0038\right) \times 20.000.000,00 + PIS + COFINS$$

Custos Totais ⇨ CB + IOF_1 + IOF_2 + PIS + COFINS onde CB = Custo Bancário

1º Custo = 66.722,24 + 3.280,00 + 76.000,00 + 322,96 + 2.056,82 ⇨ **R$ 148.381,88**

2º Custo = 66.722,24 + 3.280,00 + 76.000,00 + 322,82 + 2.055,93 ⇨ **R$148.380,99**

---

4. Um capital de giro de R$ 50.000.000,00 foi concedido a uma empresa do ramo de siderurgia à taxa anual de 56,45% por três dias consecutivos. Sabendo que o custo do dinheiro para o Banco que fez o empréstimo foi de 12,68% a.a., calcular a receita líquida do banco e o custo total da siderúrgica.

Como se trata de 3 dias consecutivos, deve-se entender por 3 du = 3 dc.

1º) Usando Juros Simples, mas depois de calculados os fatores do prazo de 3 dias por Juros Compostos, porque as taxas dadas foram anuais e se não for assim a diferença vai ficar muito grande e fora de propósito.

$$TL_3 = (1,5645)^{(3/252)} - (1,1268)^{(3/252)} = 1,005342 - 1,001422 = 0,003920$$

$$RL = 0,003920 \times 50.000.000,00 \quad ⇨ \quad \mathbf{RL = R\$\ 196.008,40}$$

$$PIS = 0,65\ \% \times \frac{196.008,40}{0,9935} = 1.282,39 \text{ reais}$$

$$COFINS = 4\ \% \times \frac{196.008,40}{0,96} = 8.167,01 \text{ reais}$$

Custo Total ⇨ CB + IOF_1 + IOF_2 + PIS + COFINS

$$CT = \left((1,5645)^{(3/252)} - 1 + 0,000041 \times 3 + 0,0038\right) \times 50.000.000,00 + PIS + COFINS$$

$$\text{Custo Total} = (0,005342 + 0,000123 + 0,0038) \times 50.000.000,00 + 1.282,39 + 8.167,01$$

$$\text{Custo Total} = 0,009265 \times 50.000.000,00 + 1.282,39 + 8.167,01$$

$$\text{Custo Total} = 463.269,50 + 9.449,40$$

1º Custo Total = R$ 472.718,90

2º) Usando Juros Compostos através da divisão dos fatores

$$TL_3 = \left[\frac{1,5645}{1,1268}\right]^{(3/252)} - 1 = 1,003915 - 1 = 0,003915$$

RL = R$ 195.730,05 reais

$$PIS = 0{,}65\,\% \times \frac{195.730{,}05}{0{,}9935} = 1.280{,}57 \text{ reais}$$

$$COFINS = 4\% \times \frac{195.730{,}05}{0{,}96} = 8.155{,}42 \text{ reais}$$

Custos Totais ⇨ $CB + IOF_1 + IOF_2 + PIS + COFINS$

$$\text{Custo Total} = (0{,}005342 + 0{,}000123 + 0{,}0038) \times 50.000.000{,}00 + PIS + COFINS$$

$$\text{Custo Total} = 463.269{,}50 + 9.435{,}99$$

2° Custo Total = R$ 472.705,49

---

5. O Banco Zeta S/A concedeu um "hot money" de R$ 20.000.000,00 a um cliente do dia 31/03/2009 (3ª feira) até 03/04/2009 (6ª feira) à taxa anual de 54,65 %. Se o custo de captação do banco foi de 18,16% ao ano, calcular **a** e **b** abaixo, sabendo que o banco imputou o PIS e a COFINS ao cliente.

a) O Custo Total da operação para o cliente

b) A Receita Líquida do Banco

Resp. a) R$ 185.632,11 b) R$ 64.180,10

---

6. A CIA de Armamentos S/A tomou um empréstimo de curtíssimo prazo junto ao seu principal banqueiro no valor de R$ 30.000.000,00 de 18/06/2009 (5ª feira) até 23/06/2009 à taxa mensal efetiva de 3,30 %. Se o custo do "funding" para o Banco na ocasião estava por volta de 1,10 % de taxa efetiva mês e sabendo que junho/2009 tem 20 dias úteis, quais foram os valores de **a, b** e **c** abaixo**,** se o banco pagou o PIS e a COFINS do seu caixa?

a) A Receita Líquida do banco sem computar o PIS e a COFINS.

b) A Despesa Total do cliente na operação.

c) Os valores do PIS e da COFINS que vão sair da Receita Líquida do Banco.

Resp. a) R$ 98.086,71 b) R$ 266.608,71 c) R$ 637,56 e) R$ 3.923,47

Capítulo 4

OPERAÇÕES DE CURTO PRAZO

DESCONTO SIMPLES E CAPITAL DE GIRO

Estes tópicos já foram dados no Capítulo 1, respectivamente nas páginas 14 e 23.

Capítulo 5

OPERAÇÕES DE MÉDIO PRAZO

CRÉDITO DIRETO AO CONSUMIDOR – CDC E CRÉDITO PESSOAL – CP

Generalidades

De maneira geral, o povo da classe média não dispõe de dinheiro à vista para comprar as mercadorias de que necessita ou que gostaria de ter, precisando, portanto, de quem o financie para poder efetuar suas aquisições. Havendo quem o financie e em prestações (CDC ou CP), a maior parte desse pessoal vai se endividar ao extremo, às vezes até além disso. A taxa de juro cobrada pelos financiadores não importa tanto; o que leva o comprador a consumir é o valor das prestações caber no seu orçamento mensal, dado que os pagamentos são mensais. As operações de CDC/CP são realizadas exatamente como as de uma renda uniforme e constante na capitalização composta e nos três primeiros tipos: postecipadas, antecipadas e diferidas, onde as mais usadas são as primeiras, isto é, a Tabela Price.

CDC/CP com Rendas Postecipadas

É o caso mais comum. Vamos mostrar exatamente como as Financeiras financiam os clientes das diversas lojas em geral ou lojas de departamento, inclusive com a inclusão do IOF_T. É sempre bom lembrar que o uso da HP –12C ou do Excel obedece a convenção internacional dos sinais mostrada no Capítulo 1, quando foi conceituado o “Cash Flow” ou Fluxo de Caixa.

Exemplo 1 – Uma geladeira com valor à vista de R$ 1.800,00 é oferecida nas Casas Alagoas, através do crediário de uma Financeira em 10 prestações mensais à taxa de 2,50% ao mês. Calcular o valor das prestações, primeiro sem o IOF_T e depois com IOF_T.

1º) Sem o IOF_T:

Usando a HP – 12C:

10 n 2,50 i 1.800,00 CHS PV PMT = 205,665774 ⇨ **R$ 205,67**

2º) Sem o IOF_T, os IOF_1 e IOF_2, o IOF_T e o Fator do IOF_T

Usando o Excel:

Quadro 05.1

Cópia de Quadro 05.1 - Cálculo das Prestações do CDC sem IOFs, os IOFs e o Fator do IOFT

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Quadro 05.1 - Cálculo das Prestações do CDC sem os IOFs, dos IOFs, do IOFT e do Fator do IOFT após 2009								
2		Dias Acum.	Dias	Saldo Devedor	Prestação	Juros	Amortiz.	IOF s/ Amortiz.	IOF s/ SD
3					sem IOF				
4	2,50%	0	0	1.800,00					
5	0,000041	30	30	1.639,33	205,67	45,00	160,67	0,20	2,21
6	0,0038	60	30	1.474,65	205,67	40,98	164,68	0,41	2,02
7		90	30	1.305,85	205,67	36,87	168,80	0,62	1,81
8		120	30	1.132,83	205,67	32,65	173,02	0,85	1,61
9		150	30	955,49	205,67	28,32	177,34	1,09	1,39
10		180	30	773,71	205,67	23,89	181,78	1,34	1,18
11		210	30	587,39	205,67	19,34	186,32	1,60	0,95
12		240	30	396,41	205,67	14,68	190,98	1,88	0,72
13		270	30	200,65	205,67	9,91	195,76	2,17	0,49
14		300	30	0,00	205,67	5,02	200,65	2,47	0,25
15		Totais			2.056,66	256,66	1.800,00	12,63	12,63
16									
17		IOF_1 = 12,63			IOF_2 =	6,84			IOFT = 19,47
18									
19		Cálculo do Fator do IOF_T =			0,010817				

Acontece que os vendedores das lojas não possuem e não saberiam lidar com uma HP–12C. Há também o IOF_T, que é cobrado à vista e incluído no financiamento ao cliente quando da concessão do crédito, para ele pagar o bem à vista. Quem faz o cadastro do cliente e também os cálculos das prestações na hora, é o vendedor da loja, previamente instruído pela Financeira dentro das normas da instituição. Como as normas são simples de seguir, não há problema com o cadastro; mas o cálculo das prestações é sofisticado para o nível dos vendedores, que possuem apenas uma simples máquina de calcular e que só faz as quatro operações, não sendo, portanto, suficiente.

Dessa forma, as Financeiras fornecem uma tabela de coeficientes em função do número de prestações sempre mensais e da taxa de juros já agravada pelo IOF_T que o cliente vai pagar e assim, o cálculo do valor das prestações, que é igual num mesmo financiamento, é feito pela simples multiplicação do coeficiente apropriado pelo valor à vista do produto que está sendo comprado. A taxa de juro é assunto da Financeira e é comum os vendedores nem saberem qual é o seu valor.

Coeficientes das Financeiras já com o IOF_T

Usemos os valores para o IOF_T e seu Fator encontrados no **Quadro 05.1** (pag. anterior), uma vez que se trata do mesmo **Exemplo 1.**

Calculado o Fator do IOF_T = 19,47/1.800,00 = 0,010817 para determinado arcabouço de financiamento (taxa do empréstimo e número de prestações do cálculo do quadro a seguir), multiplica-se esse fator pelo principal que vai ser financiado (0,010817 x 1.800,00) e se obtém previamente o IOF_T = 19,47 da operação de crédito acima ou de qualquer outra operação de mesmos prazo e taxa, logo depois de fechado o empréstimo.

Em seguida adiciona-se o IOF_T ao principal do financiamento e se calcula o total que, na realidade, vai ser financiado de 1.819,47, pois o IOF_T = 19,47 é pago no início da operação e o cliente quer receber a importância do empréstimo de R$ 1.800,00 líquida do imposto, para poder pagar o bem à vista.

Então, no exemplo, o total a ser financiado por 10 meses a 2,50% a.m. passa a R$ 1.819,47 com o financiamento também do IOF_T = 19,47. Nestas condições, a prestação vai subir um pouco:

10 n   2,50 i   1.819,47 CHS PV   PMT = 207,89 ⇨ **R$ 207,89**

e como o cliente só vai usar R$ 1.800,00, a taxa sofre também um pequeno aumento:

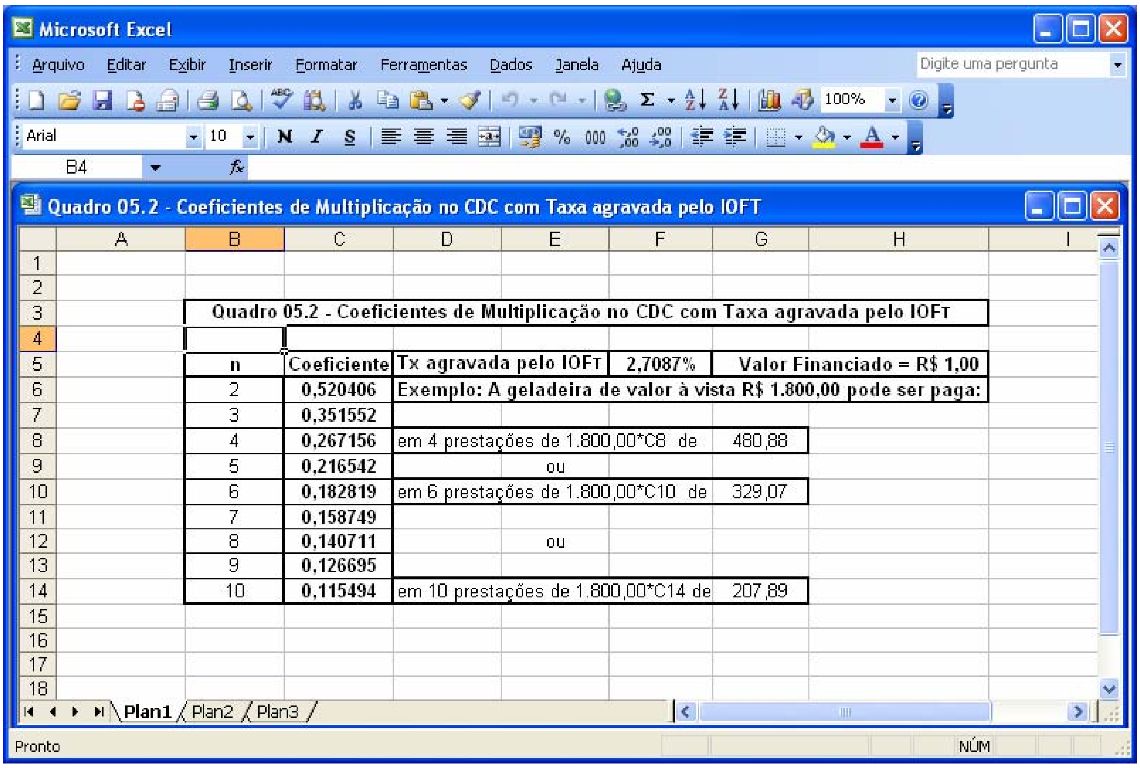
10 n   1.800,00 CHS PV   207,89 PMT   i = 2,708710 % ⇨ **i = 2,708710 %a.m.**

ATENÇÃO: Esta taxa agravada pelo financiamento do IOF_T é usada para se calcular os coeficientes das Tabelas das Financeiras, mostrado logo à frente e por isso ela é tão importante.

A Tabela 1 apresenta os coeficientes de multiplicação usados pelos vendedores das lojas para se obter o valor definitivo das prestações já acrescido do IOF_T em função do número delas e do valor à vista do produto. Isso viabiliza enormemente o trabalho das lojas na concessão do CDC e para facilitar, vamos usar o mesmo exemplo da geladeira com preço à vista de R$ 1.800,00.

Tabela Financeira Completa do Crediário já com IOF_T

Quadro 05.2 – Tabela 1



Quadro 05.2 - Coeficientes de Multiplicação no CDC com Taxa agravada pelo IOFT

n	Coeficiente	Tx agravada pelo IOFT	2,7087%	Valor Financiado = R$ 1,00
2	0,520406	Exemplo: A geladeira de valor à vista R$ 1.800,00 pode ser paga:		
3	0,351552			
4	0,267156	em 4 prestações de 1.800,00*C8 de		480,88
5	0,216542	ou		
6	0,182819	em 6 prestações de 1.800,00*C10 de		329,07
7	0,158749			
8	0,140711	ou		
9	0,126695			
10	0,115494	em 10 prestações de 1.800,00*C14 de		207,89

Procedimentos análogos são feitos com os CDCs Antecipados e Diferidos e assim se pode ver todos os tipos dessas operações de enorme uso no Brasil, mostrando com que facilidade elas são realizadas.

O Banco Central obriga os lojistas a veicular nos periódicos e a colocar nas próprias lojas, em cima dos bens de maior valor, os detalhes sobre o assunto do tipo a seguir:

Geladeira de 2 portas e tantos litros por R$ 1.800,00 à vista ou (0 + 10) de R$ 207,89 com taxa mensal de 2,71% Valor pago no total = R$ 2.078,90 sendo R$ 278,90 de juros

significando que não existe entrada. Caso contrário, (1 + 9) de R$ 202,40, i. e, valor obtido ao usar a Tabela de coeficientes para CDC com entrada de mesmo valor das prestações. É o caso dos CDCs antecipados, quando se usa a teoria das Rendas Antecipadas.

Como se pode ver, a dificuldade em fazer as tabelas dos coeficientes que multiplicados pelo principal financiado fornecem o valor das prestações em quaisquer empréstimos a serem liquidados por parcelas periódicas, está em se calcular o IOF_T antecipadamente para recolhimento à Receita Federal. Porém, usando os Fatores do IOF_T para os arcabouços mais utilizados, a operação fica bastante simplificada e é o que fazem as Financeiras.

Capítulo 6

OPERAÇÕES DE LONGO PRAZO

SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO SIMPLES E O FINANCIAMENTO DO BNDES

A Introdução desses tópicos foi dada no Capítulo 1, respectivamente nas páginas 67 e 86. Na apostila de Matemática Financeira Avançada, os Sistemas de Amortizações serão abordados com CM e Recálculo Periódico, como fazem as instituições que operam no mercado. Os Financiamentos do BNDES também serão vistos exatamente como o Banco trabalha com as indústrias e o comércio, isto é, usando a URTJLP como moeda.