

7. Határozzuk meg az $A(1, 2, 3)$, $B(-2, 1, 4)$ pontokon átmenő egyenesnek a koordináta-síkokkal való metszéspontjait.

E:

$$\left. \begin{array}{l} A(1, 2, 3) \\ B(-2, 1, 4) \end{array} \right| \Rightarrow AB: \frac{x-1}{-2-1} = \frac{y-2}{1-2} = \frac{z-3}{4-3}$$

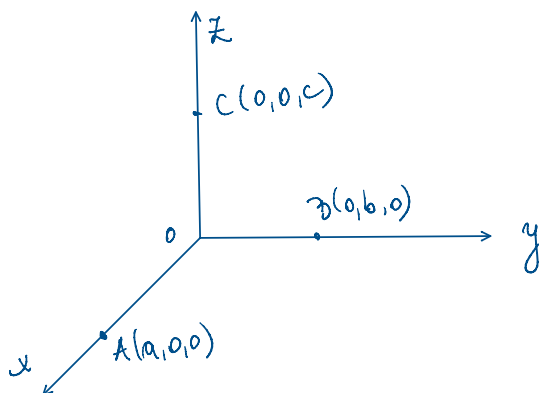
$$AB: \frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$$

$$\text{koordinátasíkok: } \begin{cases} (xOy): z=0 \\ (xOz): y=0 \\ (yOz): x=0 \end{cases}$$

Vigyázat! A házi feladatokban sok helyen szerepel, hogy az $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$ egyenlet az Ox tengely egyenlete

Ez hibás!!!

Az Ox tengelyen lévő pontok jellemzője: $y=z=0$,
tehát az Ox pontjai: $(a, 0, 0)$ alakúak, $a \in \mathbb{R}$, nem pedig $(0, y, z)$ alakúak!!



Hasonlóan:

• Oy tengely pontjai: $(0, b, 0)$, $b \in \mathbb{R}$ alakúak

• Oz : $(0, 0, c)$, $c \in \mathbb{R}$ alakúak.

A $\boxed{z=0}$ egyenlet az (xOy) sík pontjait jellemzi.
 $\boxed{x=0}$ ————— (yOz) —————
 $\boxed{y=0}$ ————— (xOz) —————

Tehát, ha az AB egyenes koordináta-síkokkal való metszéspontjait keressük, akkor:

$$\bullet AB \cap (xoy) : \begin{cases} \frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1} \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} \frac{x-1}{-3} &= \frac{0-3}{1} \Rightarrow x-1=9 \\ x &= 10 \\ \frac{y-2}{-1} &= \frac{0-3}{1} \Rightarrow y-2=3 \\ y &= 5 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{AB \cap (xoy) = M(10, 5, 0)}$$

$$\bullet AB \cap (yoz) : \begin{cases} \frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1} \\ x=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} \frac{-1}{-3} &= \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1} \\ \Downarrow \\ y-2 &= \frac{-1}{3} \Rightarrow y = \frac{-1}{3} + 2 = \frac{5}{3} \\ z-3 &= \frac{-1}{3} \Rightarrow z = \frac{10}{3} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{AB \cap (yoz) = N(0, \frac{5}{3}, \frac{10}{3})}$$

$$\bullet AB \cap (xoz) : \begin{cases} \frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1} \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} \frac{x-1}{-3} &= 2 = \frac{z-3}{1} \\ \Downarrow \\ x &= -5 \\ z &= 5 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{AB \cap (xoz) = P(-5, 0, 5)}$$

Megjegyzés: A házi feladatban sok esetben ez szerepel:

$$\left. \begin{aligned} AB \cap \textcircled{Ox} &= N(0, \frac{5}{3}, \frac{10}{3}) \\ AB \cap \textcircled{Oy} &= P(-5, 0, 5) \\ AB \cap \textcircled{Oz} &= M(10, 5, 0) \end{aligned} \right\} \text{! HIBA'S!}$$

DE! Szerintetek hogyan nézhet ki az az AB egyenes, amely metszi mindhárom koordináta-tengelyt egymástól különböző pontokban?? Van ilyen?