

Adatszerkezetek

02. Halmaz

Vekov Géza

2023. március 8.



Adatszerkezetek

Vekov Géza

Halmaz

Halmaz AAT

Adatok

Műveletek

Implementálás

Multihalmaz

Multihalmaz AAT

Adatok,
műveletek

Implementálás

Egyebek

Egyebek

Halmaz

Mi a halmaz?

Egy homogén, struktúra nélküli "tároló" különböző értékeknek.

- *Homogén*: az elemek azonos típusúak.
- *Struktúra nélküli*: nincs kapcsolat az elemek között.
- Nincs két azonos értékű elem.

Példák

- betűhalmaz
- számhalmaz
- csoport névsora
- stb.

Halmaz

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Halmaz

Halmaz AAT

Adatok
Műveletek

Implementálás

Multihalmaz

Multihalmaz AAT

Adatok,
műveletek

Implementálás

Egyebek

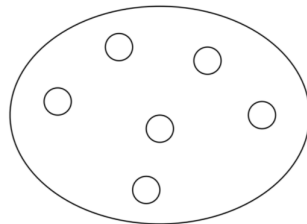
Egyebek

Tulajdonságok

- A matematikai *halmaz* fogalom megjelenése adatszerkezetek szintjén
- **Véges** (ennyiben nem felel meg teljesen a matematikai halmaz fogalmának)

Alapműveletek

- \in - eleme
- \cup - egyesítés
- \cap - metszet
- \setminus - különbség



Adatszerkezetek

Vekov Géza

Halmaz

Halmaz AAT

Adatok

Műveletek

Implementálás

Multihalmaz

Multihalmaz AAT

Adatok,
műveletek

Implementálás

Egyebek

Egyebek

Halmaz AAT

Halmaz AAT : Adatok

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Halmaz

Halmaz AAT

Adatok

Műveletek

Implementálás

Multihalmaz

Multihalmaz AAT

Adatok,
műveletek

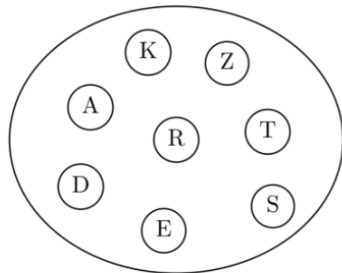
Implementálás

Egyebek

Egyebek

Eltárolandó adatok

- Adott típusú különböző értékű elemek
- Az elemek egy előre meghatározott véges halmazhoz tartoznak
 - Például: Karakterek 'A'..'Z'



Halmaz AAT : Műveletek

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Halmaz

Halmaz AAT

Adatok

Műveletek

Implementálás

Multihalmaz

Multihalmaz AAT

Adatok,

műveletek

Implementálás

Egyebek

Egyebek

Műveletek

Az adatszerkezetekkel elvégzett hagyományos műveletek megvalósíthatóak a halmazműveletek segítségével.

Létrehoz: üres halmaz létrehozása

előfeltételek: -

utófeltételek: létrejön a H üres halmaz.

Létrehoz2: megadott elemekkel rendelkező halmaz létrehozása

előfeltételek: -

utófeltételek: létrejön a H halmaz, melynek elemei a felsorolt elemek

Halmaz AAT : Műveletek

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Halmaz

Halmaz AAT

Adatok
Műveletek

Implementálás

Multihalmaz

Multihalmaz AAT

Adatok,
műveletek

Implementálás

Egyebek

Egyebek

Hozzáad: adott elem bevezetése a halmazba

előfeltételek: -

utófeltételek: amennyiben a halmazban nem szerepelt még, az elem bekerül a H halmazba

Egyesítés: összefűz két halmazt

előfeltételek: -

utófeltételek: visszatéríti a H_1 és H_2 halmaz egyesítésének megfelelő új halmazt

Metszet: metszi a H_1 és H_2 halmazokat

előfeltételek: -

utófeltételek: visszatéríti a H_1 és H_2 halmaz metszetének megfelelő új halmazt

Halmaz AAT : Műveletek

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Halmaz

Halmaz AAT

Adatok
Műveletek

Implementálás

Multihalmaz

Multihalmaz AAT

Adatok,
műveletek

Implementálás

Egyebek

Egyebek

Töröl: adott elem törlése a halmazból

előfeltételek: -

utófeltételek: amennyiben eleme a halmaznak, az elem kikerül a H halmazól

Különbség: kivonja a H_1 halmazból a H_2 halmazt

előfeltételek: -

utófeltételek: visszatéríti a H_1 és H_2 halmaz kivonásának megfelelő új halmazt

Eleme-e: megvizsgálja, hogy egy adott x eleme-e a H halmaznak

előfeltételek: -

utófeltételek: igazat térít vissza, ha eleme, hamisat, ha nem

Halmaz AAT : Műveletek

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Halmaz

Halmaz AAT

Adatok

Műveletek

Implementálás

Multihalmaz

Multihalmaz AAT

Adatok,
műveletek

Implementálás

Egyebek

Egyebek

Megjegyzés

- A *Bővít* művelethez felhasználhatjuk az *Egyesít* műveletet
- A *Töröl* művelethez felhasználhatjuk az *Kivon* műveletet
 - Például: Karakterek 'A'..'Z'

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Halmaz

Halmaz AAT

Adatok

Műveletek

Implementálás

Multihalmaz

Multihalmaz AAT

Adatok,

műveletek

Implementálás

Egyebek

Egyebek

Implementálás

Halmaz AAT : ábrázolás

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Halmaz

Halmaz AAT

Adatok

Műveletek

Implementálás

Multihalmaz

Multihalmaz AAT

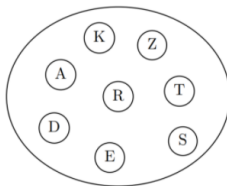
Adatok,

műveletek

Implementálás

Egyebek

Egyebek



Reprezentáció

■ Karakterisztikus tömb segítségével

- A halmaz lehetséges elemeit sorba rendezzük, s mindegyikhez hozzárendelünk egy-egy *bit méretű* tárterületet

Halmaz AAT : ábrázolás

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Halmaz

Halmaz AAT

Adatok
Műveletek

Implementálás

Multihalmaz

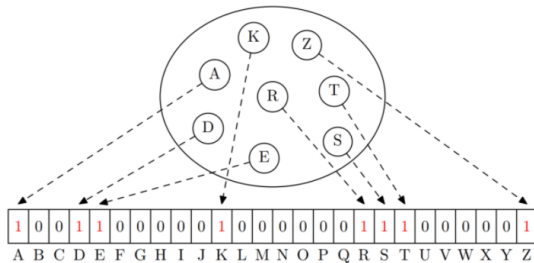
Multihalmaz AAT

Adatok,
műveletek

Implementálás

Egyebek

Egyebek



Reprezentáció

■ Karakterisztikus tömb segítségével

- A halmaz lehetséges elemeit sorba rendezzük, s mindegyikhez hozzárendelünk egy-egy *bit méretű* tárterületet
- Az adott értékű elemhez tartozó bit fogja jelezni, hogy az adatelem benne van-e a halmazban (1) vagy sem (0).

Halmaz AAT : implementálás

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Halmaz

Halmaz AAT

Adatok

Műveletek

Implementálás

Multihalmaz

Multihalmaz AAT

Adatok,

műveletek

Implementálás

Egyebek

Egyebek

Műveletek

A halmaz alpműveleteinek megvalósítása visszavezethető egyszerű bitműveletekre:

$$\text{Egyesítés}(A, B): \quad x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B$$

$$\text{Metszet}(A, B): \quad x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B$$

$$\text{Különbség}(A, B): \quad x \in A \setminus B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \notin B$$

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Halmaz

Halmaz AAT

Adatok

Műveletek

Implementálás

Multihalmaz

Multihalmaz AAT

Adatok,
műveletek

Implementálás

Egyebek

Egyebek

Multihalmaz

Tulajdonságok

- Abban különbözik a halmaztól, hogy megengedi az adatelemek ismétlődését
 - Több azonos értékű elem is előfordulhat benne

Alapműveletek

- \in - eleme
- \cup - egyesítés
- \cap - metszet
- \setminus - különbség

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Halmaz

Halmaz AAT

Adatok
Műveletek

Implementálás

Multihalmaz

Multihalmaz AAT

Adatok,
műveletek

Implementálás

Egyebek

Egyebek

Multihalmaz AAT

Multihalmaz AAT : Adatok, műveletek

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Halmaz

Halmaz AAT

Adatok
Műveletek

Implementálás

Multihalmaz

Multihalmaz AAT

Adatok,
műveletek

Implementálás

Egyebek

Egyebek

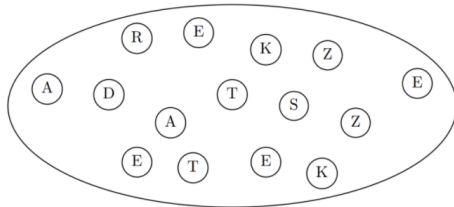
(más néven: zsák, angolul: Bag, MultiSet)

Eltárolandó adatok

- Adott típusú (nem feltétlenül különböző értékű) elemek
- Az elemek egy előre meghatározott véges halmazhoz tartoznak
 - Például: Karakterek 'A'..'Z'

Műveletek

- A műveletek megegyeznek a halmaz specifikációjában megadott műveletekkel.



Adatszerkezetek

Vekov Géza

Halmaz

Halmaz AAT

Adatok

Műveletek

Implementálás

Multihalmaz

Multihalmaz AAT

Adatok,

műveletek

Implementálás

Egyebek

Egyebek

Implementálás

Multihalmaz AAT : ábrázolás

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Halmaz

Halmaz AAT

Adatok
Műveletek

Implementálás

Multihalmaz

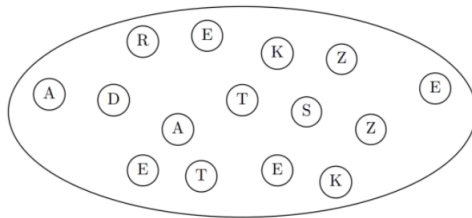
Multihalmaz AAT

Adatok,
műveletek

Implementálás

Egyebek

Egyebek



Reprezentáció

■ Karakterisztikus tömb segítségével

- A halmaz lehetséges elemeit sorba rendezzük, s mindegyikhez hozzárendelünk egy-egy tárterületet (általában 1 bájtot)

Multihalmaz AAT : ábrázolás

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Halmaz

Halmaz AAT

Adatok
Műveletek

Implementálás

Multihalmaz

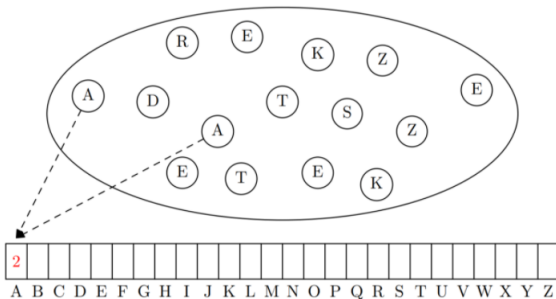
Multihalmaz AAT

Adatok,
műveletek

Implementálás

Egyebek

Egyebek



Reprezentáció

■ Karakterisztikus tömb segítségével

- A halmaz lehetséges elemeit sorba rendezzük, s mindegyikhez hozzárendelünk egy-egy tárterületet (általában 1 bájtot)

Multihalmaz AAT : ábrázolás

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Halmaz

Halmaz AAT

Adatok
Műveletek

Implementálás

Multihalmaz

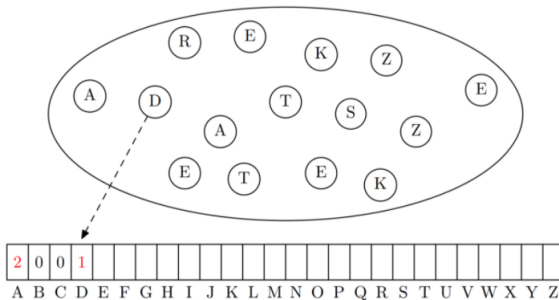
Multihalmaz AAT

Adatok,
műveletek

Implementálás

Egyebek

Egyebek



Reprezentáció

■ Karakterisztikus tömb segítségével

- A halmaz lehetséges elemeit sorba rendezzük, s mindegyikhez hozzárendelünk egy-egy tárterületet (általában 1 bájtot)

Multihalmaz AAT : ábrázolás

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Halmaz

Halmaz AAT

Adatok
Műveletek

Implementálás

Multihalmaz

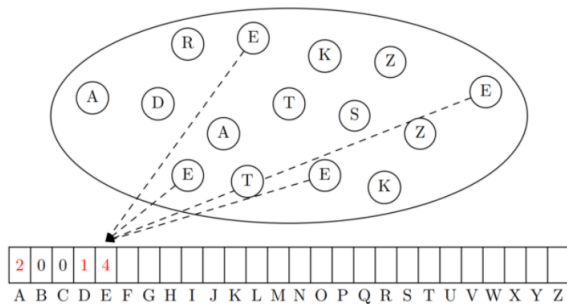
Multihalmaz AAT

Adatok,
műveletek

Implementálás

Egyebek

Egyebek



Reprezentáció

■ Karakterisztikus tömb segítségével

- A halmaz lehetséges elemeit sorba rendezzük, s mindegyikhez hozzárendelünk egy-egy tárterületet (általában 1 bájtot)

Multihalmaz AAT : ábrázolás

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Halmaz

Halmaz AAT

Adatok
Műveletek

Implementálás

Multihalmaz

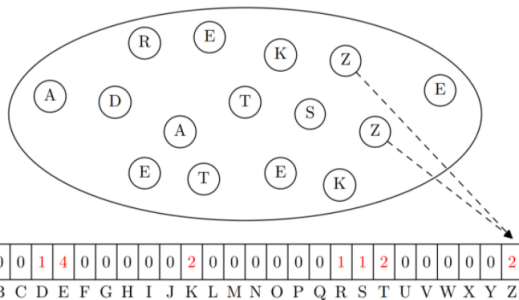
Multihalmaz AAT

Adatok,
műveletek

Implementálás

Egyebek

Egyebek



Reprezentáció

■ Karakterisztikus tömb segítségével

- A halmaz lehetséges elemeit sorba rendezzük, s mindegyikhez hozzárendelünk egy-egy tárterületet (általában 1 bájtot)

Multihalmaz AAT : implementálás

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Halmaz

Halmaz AAT

Adatok

Műveletek

Implementálás

Multihalmaz

Multihalmaz AAT

Adatok,

műveletek

Implementálás

Egyebek

Egyebek

Műveletek

A Multihalmaz alapműveleteinek megvalósítása is visszavezethető egyszerű bitműveletekre:

$$\text{Egyesítés}(A, B): \quad x \in A \cup B\text{-ben} \Leftrightarrow x \in A\text{-ban} + x \in B\text{-ben}$$

$$\text{Metszet}(A, B): \quad x \in A \cap B\text{-ben} \Leftrightarrow \min(x \in A\text{-ban}, x \in B\text{-ben})$$

$$\text{Különbség}(A, B): \quad x \in A \setminus B\text{-ben} \Leftrightarrow \max(0, x \in A\text{-ban} - x \in B\text{-ben})$$

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Halmaz

Halmaz AAT

Adatok

Műveletek

Implementálás

Multihalmaz

Multihalmaz AAT

Adatok,

műveletek

Implementálás

Egyebek

Egyebek

Egyebek

Megjegyzés

- Legtöbbször a tárolandó elemek egy nem véges halmazhoz tartoznak.
- **Hogyan implementálunk nem véges halmazokat?**

Megjegyzés

- Legtöbbször a tárolandó elemek egy nem véges halmazhoz tartoznak.
- **Hogyan implementálunk nem véges halmazokat?**
- Tömbök / listák segítségével
 - Nehézség: számon kell tartani a különböző elemek előfordulásainak számát
 - Költséges műveletek

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Halmaz

Halmaz AAT

Adatok

Műveletek

Implementálás

Multihalmaz

Multihalmaz AAT

Adatok,
műveletek

Implementálás

Egyebek

Egyebek

Egyebek

Implementációk

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Halmaz

Halmaz AAT

Adatok
Műveletek

Implementálás

Multihalmaz

Multihalmaz AAT

Adatok,
műveletek

Implementálás

Egyebek

Egyebek

Implementációk: C++ / Java (Apache Commons Collections)

Rendezett halmazok

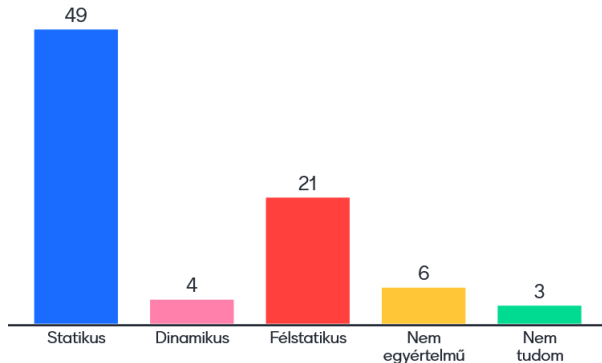
- `std::set`, `std::multiset` / `SortedSet`, `OrderedBag`, `TreeBag`
 - bináris keresőfán alapul

Nem rendezett hamazok

- `std::unordered_set`, `std::unordered_multiset` / `Set`, `HashBag`
 - hasítótáblán alapul

Kérdés

Statikus, dinamikus vagy félstatikus AAT a halmaz?



Adatszerkezetek

Vekov Géza

Halmaz

Halmaz AAT

Adatok
Műveletek

Implementálás

Multihalmaz

Multihalmaz AAT

Adatok,
műveletek

Implementálás

Egyebek

Egyebek

Kérdések?

Kérdések? 😊