

Adatszerkezetek

03. Tömbök

Vekov Géza

2023. március 15.



Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb
Háromszögmátrix
Ritka tömbök

Tömb AAT

Tömb AAT

Adatszerkezetek

Tömb AAT

Mi a tömb?

Azonos típusú elemek sorszámozott tárolója

- *Homogén*: az elemek azonos típusúak.
- Az elemeket egy index segítségével érjük el
- Az elemek lehetnek
 - Egyszerűek: számok, karakterek
 - Összetettek: struktúrák, osztályok
- *Statikus*

Tömb elemei:

--	--	--	--	--	--

Tömb indexek: 1 2 3 4 5 6

Tömb

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

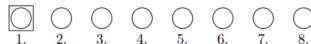
Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök
Rendezett tömb
Háromszögmátrix
Ritka tömbök

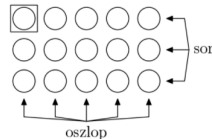
1D

Egydimenziós tömb(*vektor*)



2D

Kétdimenziós tömb(*mátrix*)



Magasabb dimenziók

Léteznek magasabb dimenziójú tömbök is. A dimenziók száma tetszőlegesen nagy lehet, de mindig **véges**.

Tömb AAT : Adatok

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok

Műveletek

Tömbök

folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb

Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix

Ritka tömbök

Eltárolandó adatok

- Megkülönböztetjük:
 - Az elemek típusát (**alaptípus**) - valamennyi elem azonos típusú
 - Az indexek típusától (**indextípus**)

Definíció

- A tömb $\langle index, elem \rangle$ párok halmaza, ahol minden létező indexnek megfelel egy elem.

Szerkezet

- Az index típusa **lineáris**
 - Magasabb dimenzók esetében valamennyi dimenzió mentén meghatározott index lineáris.
- Az index értékei és az adatszerkezet elemei között **a megfeleltetés 1:1**

Tömb AAT : Műveletek

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok

Műveletek

Tömbök

folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb

Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix

Ritka tömbök

Létrehoz: inicializált tömb létrehozása

- Rögzítjük a dimenzióknak a számát (d) és az indextartományokat
- Lefoglaljuk az elemek számára szükséges tárhelyet
- Inicializáljuk a tömböt
- Lehetnek plusz műveletek, amelyek feltöltik a tömböt beolvasott/véletlen/tetszőleges értékekkel

előfeltételek: -

utófeltételek: létrejön az A tömb.

Tömb AAT : Műveletek

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja
Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb
Háromszögmátrix
Ritka tömbök

Elem lekérdezése: visszatéríti az A tömb indexek által adott elemének az értékét

- indexek: i_1, i_2, \dots, i_d
- Az adatelemek elérése közvetlen, az indexek segítségével

előfeltételek: valamennyi indexérték legyen az érvényes indextartományán belül

utófeltételek: téríti az indexeknek megfelelő elemet

Elem értékének megváltoztatása: megváltoztatja az A tömb indexek által adott elemének az értékét

- indexek: i_1, i_2, \dots, i_d
- Az adott indexű elem értékét felülírjuk egy új értékkel

előfeltételek: valamennyi indexérték legyen az érvényes indextartományán belül

utófeltételek: megváltoztatja az indexeknek megfelelő eleme értékét

Tömb AAT : Műveletek

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok

Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb

Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix

Ritka tömbök

Bejárás: az A tömb elemeinek bejárása

- Elemek bizonyos sorrendben való bejárása
- Többdimenziós tömbök esetén többféle bejárési mód létezik
- (pl. Kétdimenziós tömbök esetén: soronkénti, oszloponkénti bejárás)

előfeltételek: -

utófeltételek: elemek kiírása a megadott bejárési sorrendben

Rendezés: az A tömb elemeit elrendezi

- Egydimenziós tömbök esetén értelmezhető
- A rendezés valamilyen reláció alapján történik

előfeltételek: -

utófeltételek: az A tömb elemei rendezettek

Tömb AAT : Műveletek

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök
Rendezett tömb
Háromszögmátrix
Ritka tömbök

Keresés: megvizsgálja, hogy egy adott x érték eleme-e az A tömbnek

előfeltételek: -

utófeltételek: igazat térít vissza, ha eleme, hamisat, ha nem

Megjegyzés

- Igény szerint más műveleteket is lehet specifikálni. Például, egydimenziós tömbnél:
 - beszúrás
 - törlés

Tömb AAT : Műveletek

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok

Műveletek

Tömbök

folytonos
reprézntációja

Egydimenziós
tömb

Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix

Ritka tömbök

Forgatás: az A tömb elemet körkörösén eltolja balra k -val

- Forgatás mértéke k

előfeltételek: -

utófeltételek: az A tömb megváltoztatása az elemek elmozgatásával

Pl.

$$a = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$k = 2$$

Forgatás után:

$$a = \{3, 4, 5, 6, 7, 1, 2\}$$

Tömb AAT : Műveletek

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok

Műveletek

Tömbök

folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb

Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix

Ritka tömbök

Forgatás: az A tömb elemet körkörösén eltolja balra k -val

I. változat

- Elforgatjuk balra a tömböt k -szor

Példa:

$$a = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$n = 7, k = 2$$

$$(1) a = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 1\}$$

$$(2) a = \{3, 4, 5, 6, 7, 1, 2\}$$

Futási idő:

Tömb AAT : Műveletek

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok

Műveletek

Tömbök

folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb

Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix

Ritka tömbök

Forgatás: az A tömb elemet körkörösén eltolja balra k -val

I. változat

- Elforgatjuk balra a tömböt k -szor

Példa:

$$a = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$n = 7, k = 2$$

$$(1) a = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 1\}$$

$$(2) a = \{3, 4, 5, 6, 7, 1, 2\}$$

Futási idő: $O(k \cdot n)$

Tömb AAT : Műveletek

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok

Műveletek

Tömbök

folytonos

reprerentációja

Egydimenziós

tömb

Kétdimenziós

tömb

Implementációs

részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix

Ritka tömbök

Forgatás: az A tömb elemet körkörösén eltolja balra k -val

II. változat

- 1 Elmentjük egy segédtömbben az első k elemet
- 2 Eltoljuk a megmaradt elemeket
- 3 A tömb végére bemásoljuk az elmentett elemeket

Példa:

$$a = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$n = 7, k = 2$$

$$(1) \text{ temp} = \{1, 2\}$$

$$(2) a = \{3, 4, 5, 6, 7, 6, 7\}$$

$$(3) a = \{3, 4, 5, 6, 7, 1, 2\}$$

Futási idő:

Tömb AAT : Műveletek

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb
Háromszögmátrix
Ritka tömbök

Forgatás: az A tömb elemet körkörösén eltolja balra k -val

II. változat

- 1 Elmentjük egy segédtömbben az első k elemet
- 2 Eltoljuk a megmaradt elemeket
- 3 A tömb végére bemásoljuk az elmentett elemeket

Példa:

$$a = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$n = 7, k = 2$$

$$(1) \text{ temp} = \{1, 2\}$$

$$(2) a = \{3, 4, 5, 6, 7, 6, 7\}$$

$$(3) a = \{3, 4, 5, 6, 7, 1, 2\}$$

Futási idő: $O(n)$

Tárhely: $O(k)$

Tömb AAT : Műveletek

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb
Háromszögmátrix
Ritka tömbök

Forgatás: az A tömb elemet körkörösén eltolja balra k -val

III. változat

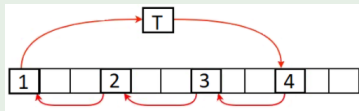
Az **I. változat** kiterjesztése: ahelyett, hogy egyenként forgassuk a tömböt k -szor, próbáljuk meg kevesebb lépésben elvégezni:

- A tömböt k db résztömbre osztjuk:
 - Első résztömb: $1.$, $k+1.$, $2k+1.$,... elemek
 - Második résztömb: $2.$, $k+2.$, $2k+2.$,elemek
 - stb.
- A résztömbök elemeit elforgatjuk balra (eggyel)

Példa:

. $n = 2, k = 13$

Összesen $\ln k o(n, k)$ lépésre lesz szükségünk.



Tömb AAT : Műveletek

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok

Műveletek

Tömbök

folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb

Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix

Ritka tömbök

Forgatás: az A tömb elemet körkörösén eltolja balra k -val

III. változat

Példa:

$$a = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

$$n = 12, k = 3$$

$$(1) a = \{4, 2, 3, 7, 5, 6, 10, 8, 9, 1, 11, 12\}$$

$$(2) a = \{4, 5, 3, 7, 8, 6, 10, 11, 9, 1, 2, 12\}$$

$$(3) a = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 1, 2, 3\}$$

Futási idő:

Tömb AAT : Műveletek

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok

Műveletek

Tömbök

folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb

Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix

Ritka tömbök

Forgatás: az A tömb elemet körkörösén eltolja balra k -val

III. változat

Példa:

$$a = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

$$n = 12, k = 3$$

$$(1) a = \{4, 2, 3, 7, 5, 6, 10, 8, 9, 1, 11, 12\}$$

$$(2) a = \{4, 5, 3, 7, 8, 6, 10, 11, 9, 1, 2, 12\}$$

$$(3) a = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 1, 2, 3\}$$

Futási idő: $O(n)$

Tárhely: $O(1)$

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

**Tömbök
folytonos
reprezentációja**

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb
Háromszögmátrix
Ritka tömbök

Tömbök folytonos reprezentációja

Tömbök folytonos reprezentációja

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok

Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb

Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix

Ritka tömbök

Általánosan

- A memória lineáris szerkezetű, ezért a tömbök tárolása is ehhez kell igazodjon.
- Létezik sorfolytonos és oszlopfolytonos reprezentáció
- A leképezést az *AMF* (Array Mapping Function) függvények végzik
- A továbbiakban a sorfolytonos reprezentáció bemutatása következik, ennek megfelelően meg lehet fogalmazni az oszlopfolytonos reprezentációra vonatkozó szabályokat is.

Egydimenziós tömb folytonos reprezentációja

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb

Kétdimenziós
tömb

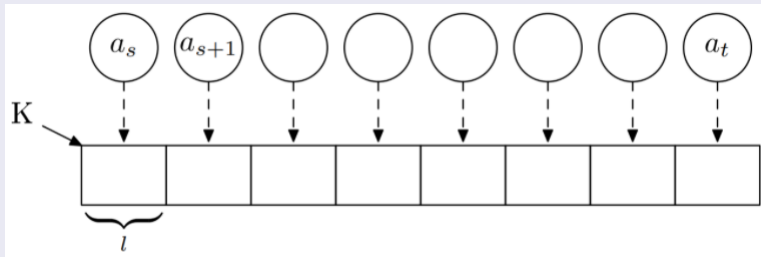
Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb
Háromszögmátrix
Ritka tömbök

Általánosan

Az $A[s..t]$ egydimenziós tömb leképezése:



- A tároláshoz szükséges tárterület mérete: $l \cdot (t - s + 1)$ bájt, ahol l az egy adatelem tárolásához szükséges tárhely mérete.

Egydimenziós tömb folytonos reprezentációja

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb

Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix
Ritka tömbök

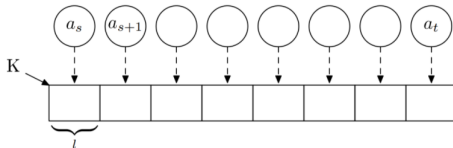
Adott elem címe

- Az $A[s..t]$ egydimenziós tömb i . indexű elemének címe:

$$K + I \cdot (i - s)$$

- Ahol:

- K a tárterület kezdőcíme
- I egy adatelem tárolásához szükséges tárhely mérete



Kétdimenziós tömb folytonos reprezentációja

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb

Kétdimenziós
tömb

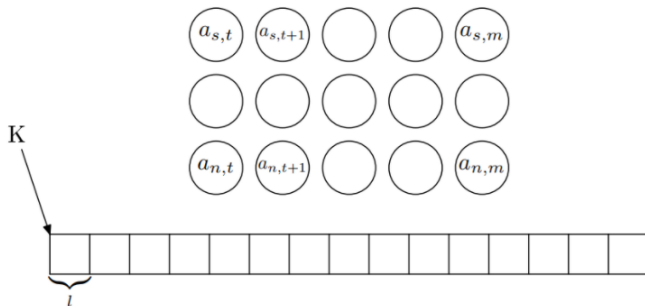
Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb
Háromszögmátrix
Ritka tömbök

Általánosan

Az $A[s..n, t..m]$ kétdimenziós tömb leképezése:



Kétdimenziós tömb folytonos reprezentációja

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb

Kétdimenziós
tömb

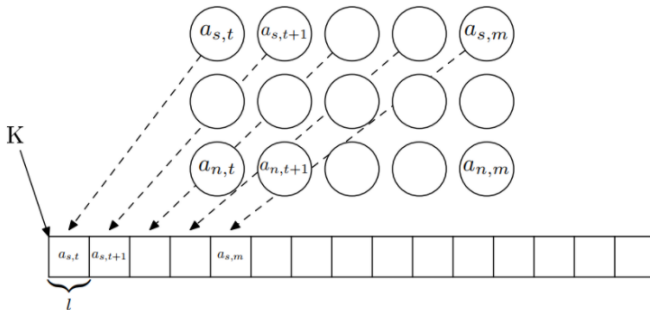
Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb
Háromszögmátrix
Ritka tömbök

Általánosan

Az $A[s..n, t..m]$ kétdimenziós tömb leképezése:



Kétdimenziós tömb folytonos reprezentációja

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb

Kétdimenziós
tömb

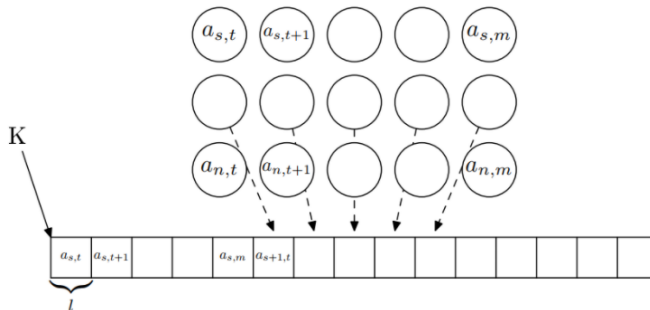
Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb
Háromszögmátrix
Ritka tömbök

Általánosan

Az $A[s..n, t..m]$ kétdimenziós tömb leképezése:



Kétdimenziós tömb folytonos reprezentációja

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb

**Kétdimenziós
tömb**

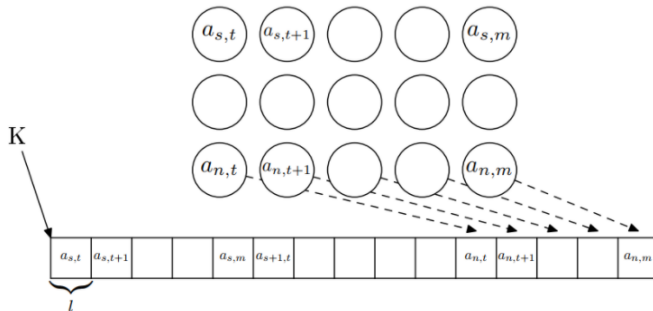
Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb
Háromszögmátrix
Ritka tömbök

Általánosan

Az $A[s..n, t..m]$ kétdimenziós tömb leképezése:



Kétdimenziós tömb folytonos reprezentációja

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb

Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb
Háromszögmátrix
Ritka tömbök

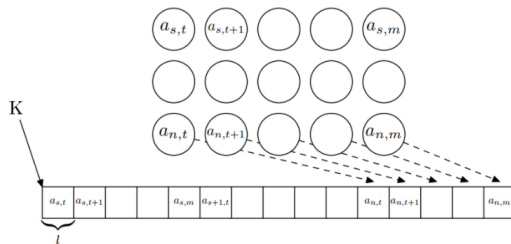
Adott elem címe

- Az $A[s..n, t..m]$ kétdimenziós tömb (i, j) indexű elemének címe:

$$K + l \cdot (i - s) \cdot (m - t + 1) + l \cdot (j - t)$$

- Ahol:

- K a tárterület kezdőcíme
- l egy adatelem tárolásához szükséges tárhely mérete



d-Dimenziós tömb folytonos reprezentációja

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok

Műveletek

Tömbök

folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb

Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix

Ritka tömbök

Adott elem címe

- Feltételezzük, hogy adott a d dimenziós tömb, $s_1, s_2, s_3, \dots, s_d$ indextartományokkal
Ekkor az $a[i_1][i_2][i_3]\dots[i_d]$ elem címét a következő képlet adja:

$$K + l \cdot \sum_{j=1}^d \delta_j i_j$$

- Ahol:

■

$$\delta_j = \begin{cases} 1 & j = d \\ \prod_{k=j+1}^d s_k & 1 \leq j < d \end{cases}$$

- K a tárterület kezdőcíme
- l egy adatelem tárolásához szükséges tárhely mérete

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb
Háromszögmátrix
Ritka tömbök

Implementációs részletek

Implementálás

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb

Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb
Háromszögmátrix
Ritka tömbök

Deklaráció C/C++-ban

```
const int maxdim = 7;  
int V[maxdim];
```

Megjegyzések

- A `const` kulcsszó fontos
- A `sizeof` függvény segítségével lekérdezhető a tömb mérete
(`elemszam = sizeof(V)/sizeof(V[0])`)
- C/C++ alapértelmezetten 0-tól indexel.
- A C++ nem végez a tömb indexeire vonatkozó ellenőrzést .
- Az indexhatár átlépése beláthatatlan hibákhoz vezet.

Implementálás

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok

Műveletek

Tömbök

folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb

Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix

Ritka tömbök

Tömbök inicializálása

```
int V1[5] = {1, 2, 3, 4, 5};
```

```
int V2[5] = {0};      // V2 = {0,0,0,0,0}
```

```
int V3[5] = {1};      // V3 = {1,0,0,0,0}
```

Implementálás

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb

Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix

Ritka tömbök

Dinamikus helyfoglalás

```
int *V, n;  
  
n=5;  
  
V = new int[n]{0};    // V = (int*)calloc(n, sizeof(int));  
...  
delete[] V;           // free(V)
```

Osztályok esetén

- A tárhely foglalása a konstruktor feladata.
- A tárhely felszabadítása a destruktor feladata.

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb
Háromszögmátrix
Ritka tömbök

Sajátos tömbök

Sajátos tömbök

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb
Háromszögmátrix
Ritka tömbök

- Léteznek olyan tömbök, amik sajátos tulajdonságokkal rendelkeznek.
- Ezen tulajdonságokat kihasználva, hatékonyabban tudjuk implementálni őket.

Rendezett tömb

- a tömb elemei rendezett sorrendben vannak.
- költségesebb a beszúrás meg a törlés.
- hatékonyan tudunk keresni benne.

Rendezett tömb

- Mennyi a műveletek időbonyolultsága a rendezett tömb esetén?

Sajátos tömbök - háromszögmátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb
Háromszögmátrix
Ritka tömbök

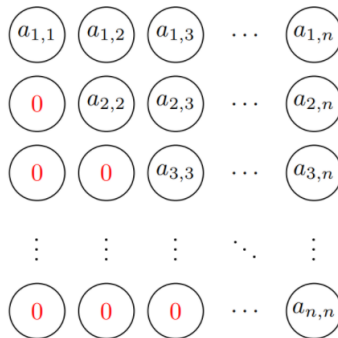
upper/lower triangle matrix

Háromszögmátrix

- Négyzetes (kvadrtikus) mátrixok

Háromszögmátrix

- Ha az összes **főátlója alatti** elem értéke 0, akkor **felső háromszögmátrixról** beszélünk.



Sajátos tömbök - háromszögmátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb
Háromszögmátrix
Ritka tömbök

Háromszögmátrix

■ Négyzetes (kvadrtikus) mátrixok

Háromszögmátrix

- Ha az összes **főátlója fölötti** elem értéke 0, akkor **alsó háromszögmátrixról** beszélünk.

$a_{1,1}$	0	0	...	0
$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	0	...	0
$a_{3,1}$	$a_{3,2}$	$a_{3,3}$...	0
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots
$a_{n,1}$	$a_{n,2}$	$a_{n,3}$...	$a_{n,n}$

Sajátos tömbök - háromszögmátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix
Ritka tömbök

Háromszögmátrix

- Négyzetes (kvadrtikus) mátrixok esetében az értékes elemek száma általánosan n^2 .
- Háromszögmátrix esetén az értékes elemek száma:

$$n + (n - 1) + (n - 2) + \dots + 1 = \frac{n \cdot (n + 1)}{2}$$

- Érdemes **sor- vagy oszlopfolytonos leképzést** használni, így az leképzést tároló egydimenziós tömb mérete

$$\frac{n \cdot (n + 1)}{2}$$

Sajátos tömbök - háromszögmátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

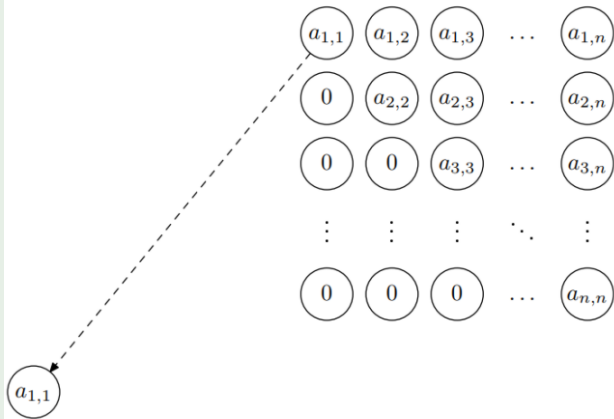
Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix
Ritka tömbök

Felső háromszögmátrix reprezentációja



Sajátos tömbök - háromszögmátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

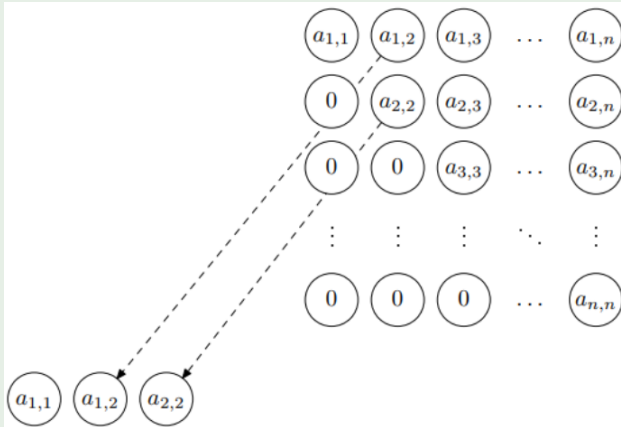
Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix
Ritka tömbök

Felső háromszögmátrix reprezentációja



Sajátos tömbök - háromszögmátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

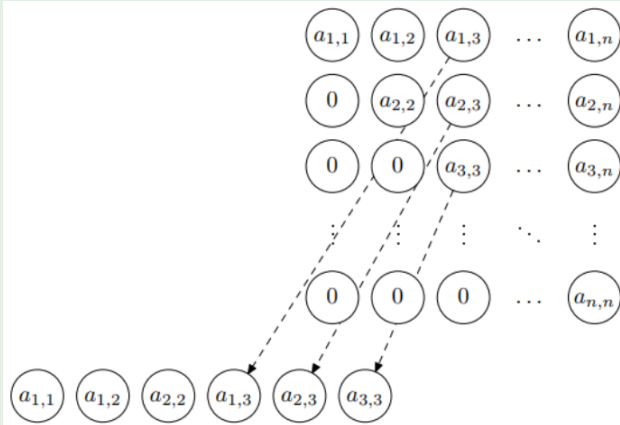
Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix

Ritka tömbök

Felső háromszögmátrix reprezentációja



Sajátos tömbök - háromszögmátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

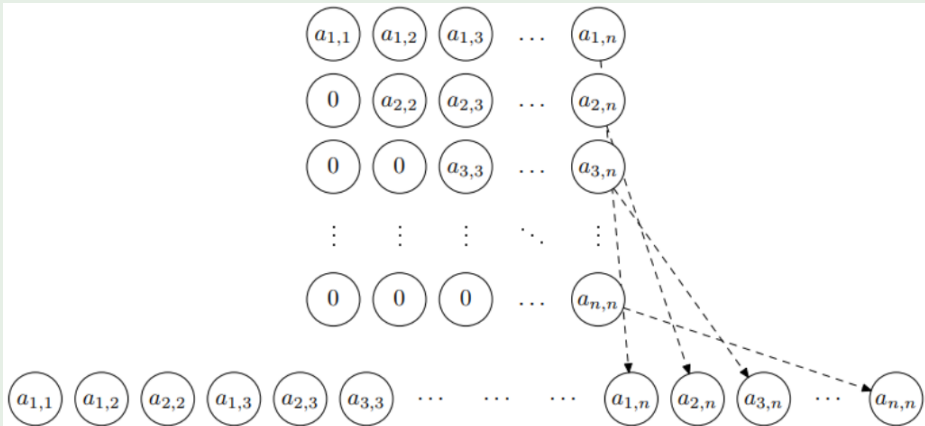
Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix
Ritka tömbök

Felső háromszögmátrix reprezentációja



Sajátos tömbök - háromszögmátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok

Műveletek

Tömbök

folytonos

reprezentációja

Egydimenziós

tömb

Kétdimenziós

tömb

Implementációs

részletek

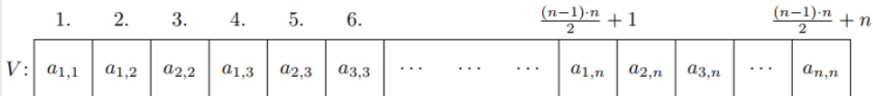
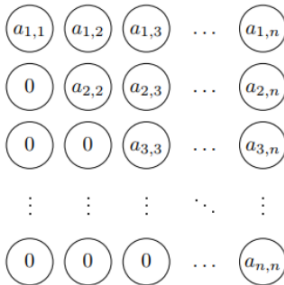
Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix

Ritka tömbök

Felső háromszögmátrix reprezentációja



Sajátos tömbök - háromszögmátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb
Háromszögmátrix
Ritka tömbök

Elemek megfeleltetése - AMF függvény

- Az előző példában a következő képlettel lehet a v vektorból az eredeti mátrix adott (i, j) indexű elemét visszakapni:

$$a_{i,j} = \begin{cases} 0, & \text{ha } i < j \\ V_t, & \text{egyebkent, ahol } t = \frac{j \cdot (j-1)}{2} + i \end{cases}$$

Háromszögmátrix

- Az előző példa **oszlopfolytonos** leképzést mutat be.
- Létezik **sorfolytonos** leképzés is.

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok

Műveletek

Tömbök

folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb

Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix

Ritka tömbök

Kérdés

Hol hasznosak a háromszögmátrixok?

`www.menti.com` - 7939 9663

Sajátos tömbök - ritka mátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök
Rendezett tömb
Háromszögmátrix
Ritka tömbök

sparse matrix

Ritka mátrix - ritka tömb

- A ritka mátrixok olyan (általában *nagyméretű*) mátrixok, amelyekben **a legtöbb elem egy bizonyos értékkel egyenlő** (legtöbb esetben 0).

Megjegyzések

- Nem csak a kétdimenziós ritka tömb értelmezhető.
- Helytakarékosság szempontjából hasznos ábrázolás.
- Vannak hatékonysági vonzatai is.

1	2	0	0	0	6
0	4	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	2

Sajátos tömbök - ritka mátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb
Háromszögmátrix
Ritka tömbök

Műveletek

Ugyanazok a műveletek értelmezettek, mint a hagyományos tömbök esetén:

- Létrehozás
- Elem elérése
- Elem értékének megváltoztatása
- Bejárás
 - Soronkénti bejárás
 - Oszloponkénti bejárás
- stb.

Sajátos tömbök - ritka mátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok

Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb

Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix

Ritka tömbök

Leírás

- Helytakarékosági okokból elég csak az "értékes" elemeket (legtöbb esetben 0) eltárolni.
- Kétdimenziós tömb helyett egy tömörített egydimenziós tömbben tároljuk az elemeket.
 - Lehet rögzített sorszámú kétdimenziós tömbben is tárolni.

3 soros reprezentáció

Sajátos tömbök - ritka mátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb
Háromszögmátrix
Ritka tömbök

3 soros reprezentáció

- A sűrített tömb elemei:
< **sor, oszlop, érték** >

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	0	0	0	6
2	0	4	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	2

SOR = (1, 1, 1, 2, 5)
OSZLOP = (1, 2, 6, 2, 6)
ÉRTÉK = (1, 2, 6, 4, 2)

Sajátos tömbök - ritka mátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb
Háromszögmátrix
Ritka tömbök

3 soros reprezentáció - Hátrány?

Sajátos tömbök - ritka mátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok

Műveletek

Tömbök

folytonos

reprerentációja

Egydimenziós
tömb

Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix

Ritka tömbök

3 soros reprezentáció - Hátrány?

- A 3 soros reprezentáció nem segíti a ritka mátrix oszlopfolytonos feldolgozását.

Sajátos tömbök - ritka mátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok

Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb

Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix

Ritka tömbök

4 soros reprezentáció

- Bevezetünk egy negyedik vektort, melynek elemei az aktuális ritka elem oszlopában található következő ritka elem indexe.
- A sűrített tömb elemei:
< **sor, oszlop, érték, kövindex** >

Sajátos tömbök - ritka mátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix
Ritka tömbök

4 soros reprezentáció

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	0	0	0	6
2	0	4	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	2

SOR = (1, 1, 1, 2, 5)
OSZLOP = (1, 2, 6, 2, 6)
ÉRTÉK = (1, 2, 6, 4, 2)
KÖVINDEK = (0)

Sajátos tömbök - ritka mátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix

Ritka tömbök

4 soros reprezentáció

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	0	0	0	6
2	0	4	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	2

SOR = (1, 1, 1, 2, 5)
OSZLOP = (1, 2, 6, 2, 6)
ÉRTÉK = (1, 2, 6, 4, 2)
KÖVINDEK = (0, 4)

Sajátos tömbök - ritka mátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix

Ritka tömbök

4 soros reprezentáció

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	0	0	0	6
2	0	4	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	2

SOR = (1, 1, 1, 2, 5)
OSZLOP = (1, 2, 6, 2, 6)
ÉRTÉK = (1, 2, 6, 4, 2)
KÖVINDEK = (0, 4, 5)

Sajátos tömbök - ritka mátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix
Ritka tömbök

4 soros reprezentáció

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	0	0	0	6
2	0	4	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	2

1 2 3 4 5
SOR = (1, 1, 1, 2, 5)
OSZLOP = (1, 2, 6, 2, 6)
ÉRTÉK = (1, 2, 6, 4, 2)
KÖVINDEK = (0, 4, 5, 0)

Sajátos tömbök - ritka mátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix
Ritka tömbök

4 soros reprezentáció

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	0	0	0	6
2	0	4	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	2

1 2 3 4 5
SOR = (1, 1, 1, 2, 5)
OSZLOP = (1, 2, 6, 2, 6)
ÉRTÉK = (1, 2, 6, 4, 2)
KÖVINDEK = (0, 4, 5, 0, 0)

Sajátos tömbök - ritka mátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok

Műveletek

Tömbök

folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb

Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix

Ritka tömbök

4+2 soros reprezentáció

- Ahhoz, hogy ne kelljen keresnünk az egyes sorok és oszlopok első ritka elemét, a 4 soros reprezentációt kiegészíthetjük még két vektorral:
 - **sorvektor:**
az i . elem az i . sor első ritka elemének az indexét adja meg
 - **oszlopvektor:**
az i . elem az i . oszlop első ritka elemének az indexét adja meg

Sajátos tömbök - ritka mátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Háromszögmátrix
Ritka tömbök

4+2 soros reprezentáció

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	0	0	0	6
2	0	4	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	2

$$\begin{array}{rcl} & & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \text{SOR} & = & (\textcolor{red}{1}, 1, 1, 2, 5) \\ \text{OSZLOP} & = & (1, 2, 6, 2, 6) \\ \text{ÉRTÉK} & = & (1, 2, 6, 4, 2) \\ \text{KÖVINDEK} & = & (0, 4, 5, 0, 0) \\ & & \text{S} = (\textcolor{red}{1} \quad \quad \quad) \end{array}$$

Sajátos tömbök - ritka mátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix

Ritka tömbök

4+2 soros reprezentáció

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	0	0	0	6
2	0	4	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	2

	1	2	3	4	5
SOR	1	1	1	2	5
OSZLOP	1	2	6	2	6
ÉRTÉK	1	2	6	4	2
KÖVINDEX	0	4	5	0	0
S	1	4			

Sajátos tömbök - ritka mátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok

Műveletek

Tömbök

folytatos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb

Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix

Ritka tömbök

4+2 soros reprezentáció

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	0	0	0	6
2	0	4	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	2

	1	2	3	4	5
SOR	1	1	1	2	5
OSZLOP	1	2	6	2	6
ÉRTÉK	1	2	6	4	2
KÖVINDEK	0	4	5	0	0
S	1	4	0	0	

Sajátos tömbök - ritka mátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Háromszögmátrix
Ritka tömbök

4+2 soros reprezentáció

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	0	0	0	6
2	0	4	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	2

	1	2	3	4	5
SOR =	(1, 1, 1, 2, 5)				
OSZLOP =	(1, 2, 6, 2, 6)				
ÉRTÉK =	(1, 2, 6, 4, 2)				
KÖVINDEK =	(0, 4, 5, 0, 0)				
S =	(1, 4, 0, 0, 5)				

Sajátos tömbök - ritka mátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok

Műveletek

Tömbök

folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb

Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix

Ritka tömbök

4+2 soros reprezentáció

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	0	0	0	6
2	0	4	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	2

$\text{SOR} = (1, 1, 1, 2, 5)$
 $\text{OSZLOP} = (1, 2, 6, 2, 6)$
 $\text{ÉRTÉK} = (1, 2, 6, 4, 2)$
 $\text{KÖVINDEX} = (0, 4, 5, 0, 0)$
 $\text{S} = (1, 4, 0, 0, 5)$
 $\text{O} = (1, \quad \quad \quad)$

Sajátos tömbök - ritka mátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok

Műveletek

Tömbök

folytatos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb

Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix

Ritka tömbök

4+2 soros reprezentáció

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	0	0	0	6
2	0	4	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	2

1 2 3 4 5
SOR = (1, 1, 1, 2, 5)
OSZLOP = (1, 2, 6, 2, 6)
ÉRTÉK = (1, 2, 6, 4, 2)
KÖVINDEX = (0, 4, 5, 0, 0)
S = (1, 4, 0, 0, 5)
O = (1, 2, , ,)

Sajátos tömbök - ritka mátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb
Háromszögmátrix
Ritka tömbök

4+2 soros reprezentáció

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	0	0	0	6
2	0	4	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	2

1 2 3 4 5
SOR = (1, 1, 1, 2, 5)
OSZLOP = (1, 2, 6, 2, 6)
ÉRTÉK = (1, 2, 6, 4, 2)
KÖVINDEX = (0, 4, 5, 0, 0)
S = (1, 4, 0, 0, 5)
O = (1, 2, 0, 0, 0)

Sajátos tömbök - ritka mátrix

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb
Háromszögmátrix
Ritka tömbök

4+2 soros reprezentáció

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	0	0	0	6
2	0	4	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	2

1 2 3 4 5
SOR = (1, 1, 1, 2, 5)
OSZLOP = (1, 2, 6, 2, 6)
ÉRTÉK = (1, 2, 6, 4, 2)
KÖVINDEK = (0, 4, 5, 0, 0)
S = (1, 4, 0, 0, 5)
O = (1, 2, 0, 0, 0, 3)

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb
Háromszögmátrix
Ritka tömbök

Kérdés

Hol alkalmazzák a ritka mátrixok ismertetett ábrázolását?

`www.menti.com` - 7939 9663

Adatszerkezetek

Vekov Géza

Tömb AAT

Adatok
Műveletek

Tömbök
folytonos
reprezentációja

Egydimenziós
tömb
Kétdimenziós
tömb

Implementációs
részletek

Sajátos tömbök

Rendezett tömb

Háromszögmátrix

Ritka tömbök

Kérdések

Kérdések? 😊