



Tecnológico de Monterrey

Curso:

Análisis y diseño de algoritmos avanzados

Grupo:

570

Estudiantes:

Santiago Arista Viramontes - A01028372

Diego Vergara Hernández - A01425660

José Leobardo Navarro Márquez - A91541324

Profesor:

Nezih Nieto Gutiérrez

Título:

E2. Actividad Integradora 2

Fecha de entrega:

6 de Febrero del 2026

1. Introducción

El presente documento tiene como objetivo reflexionar y justificar el desarrollo del sistema implementado para la resolución de un problema integral de diseño, análisis y optimización de redes de comunicación, aplicado a un contexto urbano.

El sistema fue diseñado con especial énfasis en la escalabilidad, considerando que los casos de prueba pueden ser de gran tamaño, y en el uso de algoritmos bien conocidos, eficientes y ampliamente aceptados en la literatura. A lo largo de este documento se explica cómo cada componente del código cumple con lo solicitado, los algoritmos utilizados y su complejidad computacional, así como la interpretación de los resultados obtenidos.

2. Descripción general del problema

La situación problema plantea una ciudad dividida en colonias, representadas como nodos de un grafo ponderado. Sobre este grafo se deben resolver distintos objetivos:

1. Determinar una forma eficiente de cablear las colonias con fibra óptica.
2. Encontrar rutas de reparto que visiten todas las colonias exactamente una vez.
3. Calcular el flujo máximo de información entre dos colonias específicas.
4. Asignar regiones de influencia a centrales de servicio considerando su ubicación geográfica.
5. Analizar estos problemas bajo criterios múltiples y potencialmente conflictivos, construyendo frentes de Pareto.

Cada una de estas tareas fue resuelta mediante un algoritmo específico, cuidadosamente integrado en un solo programa.

3. Cableado óptimo de colonias (MST)

3.1 Algoritmo utilizado

Para determinar la forma de cablear las colonias con fibra óptica se utilizó el algoritmo de Prim para construir un Minimum Spanning Tree.

Un MST garantiza:

- Conectividad entre todas las colonias.

- Ausencia de ciclos.
- Minimización de la suma total de distancias del cableado.

Este enfoque es ideal para el problema planteado, ya que la empresa desea reducir el costo total del tendido de fibra óptica.

3.2 Complejidad computacional

En la implementación presentada, Prim se ejecuta sobre una matriz de adyacencia, por lo que su complejidad es:

- Tiempo: $O(N^2)$
- Espacio: $O(N)$

Este costo es aceptable incluso para grafos grandes o de tamaño medio, y garantiza resultados deterministas y óptimos.

4. Ruta de reparto (TSP)

4.1 Algoritmo utilizado

El problema de visitar cada colonia exactamente una vez y regresar al origen corresponde al Problema del Agente Viajero, el cual es NP-hard. Debido a la restricción de trabajar con casos de prueba grandes, no es viable emplear algoritmos exactos.

Por esta razón, se implementó una heurística greedy de nearest neighbor que:

- Parte de una colonia inicial.
- En cada paso visita la colonia no visitada más cercana.
- Finalmente regresa al origen.

Aunque no garantiza la solución óptima global, produce rutas eficientes en tiempo razonable.

4.2 Complejidad computacional

- Tiempo: $O(N^2)$
- Espacio: $O(N)$

Este enfoque es adecuado para instancias grandes y cumple con los requisitos del problema.

5. Flujo máximo de información

5.1 Algoritmo utilizado

Para calcular el flujo máximo de información entre la colonia inicial y la final se utilizó el algoritmo de Dinic, uno de los algoritmos más eficientes para flujo máximo en grafos.

Dinic combina:

- Búsquedas BFS para construir niveles.
- Búsquedas DFS para enviar flujo por caminos aumentantes.

5.2 Complejidad computacional

- Tiempo: $O(E \sqrt{V})$ en la práctica, y $O(V^2 E)$ en el peor caso teórico.
- Espacio: $O(V + E)$

Esto permite manejar redes grandes de transmisión de datos de forma eficiente.

6. Regiones de influencia geográfica

6.1 Enfoque utilizado

Para asignar nuevas contrataciones a la central más cercana, se construyeron regiones de influencia basadas en la distancia euclidiana. El enfoque empleado consiste en:

- Definir un área de interés mediante un bounding box.
- Muestrear el plano con un paso fijo.
- Asignar cada punto muestreado a la central más cercana.

Este método puede interpretarse como una aproximación discreta de diagramas de Voronoi.

6.2 Complejidad computacional

Si se muestrean (M) puntos y existen (N) centrales:

- Tiempo: $O(M N)$
- Espacio: $O(M)$

El paso de muestreo permite controlar directamente el costo computacional.

7. Optimización multiobjetivo y frentes de Pareto

7.1 Concepto de dominancia

Una solución domina a otra si es mejor o igual en todos los objetivos y estrictamente mejor en al menos uno. Las soluciones no dominadas conforman el frente de Pareto.

7.2 Aplicaciones en el proyecto

Se construyeron frentes de Pareto para:

- Cableado (distancia total vs. tramo máximo).
- Rutas de reparto (longitud total vs. tramo máximo).
- Cableado + flujo (minimización vs. maximización).
- Regiones de influencia (distancia promedio vs. distancia máxima).

Este enfoque permite ofrecer a la empresa múltiples alternativas óptimas, en lugar de una única solución rígida.

8. Visualización de la optimización multiobjetivo

Aunque la obtención de los frentes de Pareto permite identificar formalmente las soluciones no dominadas, la visualización gráfica de estos frentes es fundamental para:

- Validar visualmente la correcta construcción de los frentes.
- Identificar conflictos claros entre objetivos.
- Facilitar la interpretación de resultados a usuarios no expertos.
- Comunicar de forma efectiva los compromisos (trade-offs) entre criterios.

Por esta razón, se desarrolló un módulo adicional de visualización que representa gráficamente los frentes de Pareto obtenidos en cada uno de los problemas multiobjetivo del sistema. (script ‘visualizacion.py’ en el repo, después de ejecutar el código principal)

8.1 Metodología de visualización

Para cada problema multiobjetivo se exportan las soluciones candidatas y las soluciones no dominadas (frente de Pareto). Posteriormente, se generan gráficas de dispersión (scatter plots) donde:

- Cada punto representa una solución.
- Los ejes corresponden a los objetivos del problema.
- Las soluciones del frente de Pareto se destacan visualmente respecto al resto.

Este enfoque permite observar claramente cuáles soluciones son dominadas y cuáles constituyen compromisos óptimos.

9. Interpretación de resultados

Los resultados obtenidos para el caso de prueba proporcionado son los siguientes:

None

Forma de cablear las colonias con fibra:

(A, B)

(B, C)

(C, D)

(G, E)

(A, F)

(F, G)

(G, H)

Ruta de reparto:

A -> B -> C -> D -> G -> H -> E -> F -> A

Valor de flujo máximo de información del nodo inicial al nodo final:

215

Lista de polígonos:

```

[(120, 410), (120, 460), (120, 510), (170, 460), (170, 510), (220, 510)]

[(120, 260), (120, 310), (120, 360), (170, 260), (170, 310), (170, 360), (170,
410), (220, 260), (220, 310), (220, 360), (220, 410), (220, 460), (270, 260),
(270, 310), (270, 360), (270, 410), (320, 260), (320, 310)]

[(270, 460), (270, 510), (320, 360), (320, 410), (320, 460), (320, 510), (370,
360), (370, 410), (370, 460), (370, 510), (420, 410), (420, 460)]

[(370, 260), (370, 310), (420, 260), (420, 310), (420, 360), (470, 260), (470,
310), (470, 360), (520, 260), (520, 310), (520, 360)]

[(420, 510), (470, 410), (470, 460), (470, 510), (520, 410), (520, 460), (520,
510), (570, 460), (570, 510)]

[(570, 260), (570, 310), (570, 360), (570, 410), (620, 260), (620, 310), (620,
360), (620, 410), (670, 260), (670, 310), (670, 360), (670, 410), (720, 310),
(720, 360)]

[(620, 460), (620, 510), (670, 460), (670, 510), (720, 410), (720, 460), (720,
510), (770, 410), (770, 460), (770, 510), (820, 410), (820, 460), (820, 510)]

[(720, 260), (770, 260), (770, 310), (770, 360), (820, 260), (820, 310), (820,
360)]

```

Frente de Pareto (Cableado):

```
DistanciaTotal  TramoMaximo
```

```
117              19
```

Frente de Pareto (Rutas de reparto):

```
Ruta | DistanciaTotal | TramoMaximo
```

```
D -> C -> B -> A -> F -> G -> H -> E -> D | 148 | 26
```

```
C -> D -> A -> B -> F -> G -> H -> E -> C | 153 | 25
```

Frente de Pareto (Cableado + Flujo):

```
DistanciaTotal  TramoMaximo  FlujoMaximo
```

```
117              19          215
```

Frente de Pareto (Regiones de influencia):

DistanciaPromedio	DistanciaMaxima
-------------------	-----------------

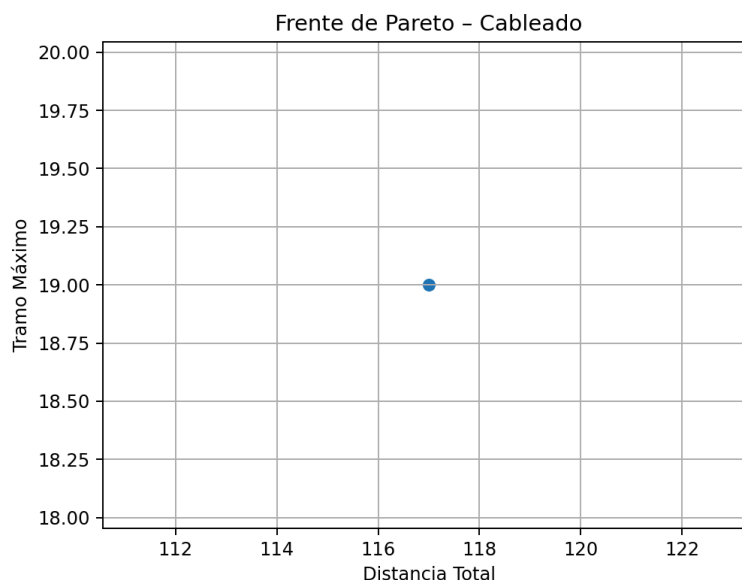
130.716	216.333
---------	---------

Estos resultados muestran que:

- El cableado óptimo presenta una única solución no dominada.
- Existen rutas de reparto con compromisos claros entre distancia total y tramos largos.
- El flujo máximo es consistente con la topología de la red.
- Las regiones de influencia reflejan una distribución geográfica coherente.

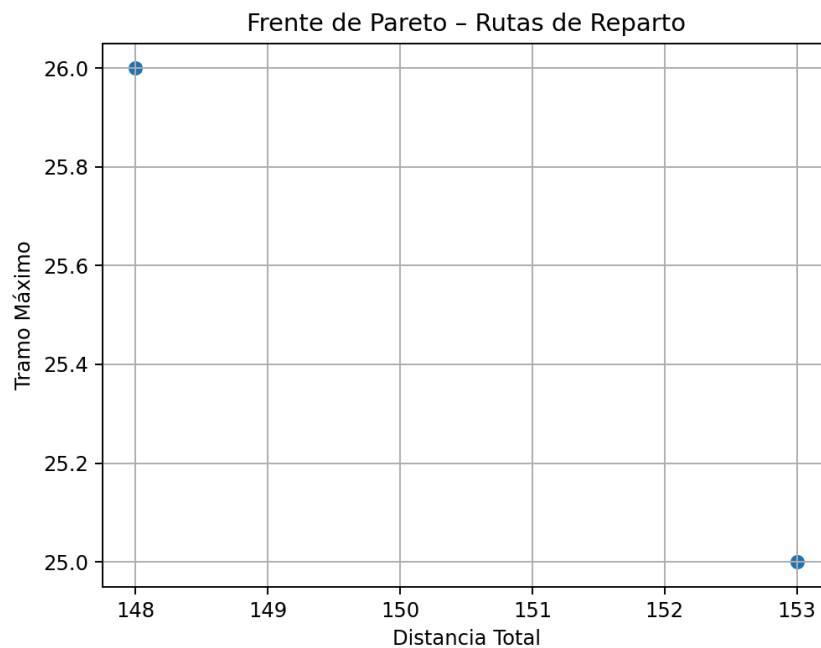
La aparición de frentes pequeños en el caso de prueba es esperable debido al tamaño reducido del problema. En instancias más grandes, los frentes crecerán y mostrarán conflictos más claros entre objetivos.

9.1 Visualización del frente de Pareto del cableado



En este caso de prueba, el frente de Pareto está compuesto por una única solución, lo cual se refleja gráficamente como un único punto no dominado. Esto indica que no existen alternativas con mejores compromisos entre ambos objetivos para este conjunto de datos.

9.2 Visualización del frente de Pareto de rutas de reparto

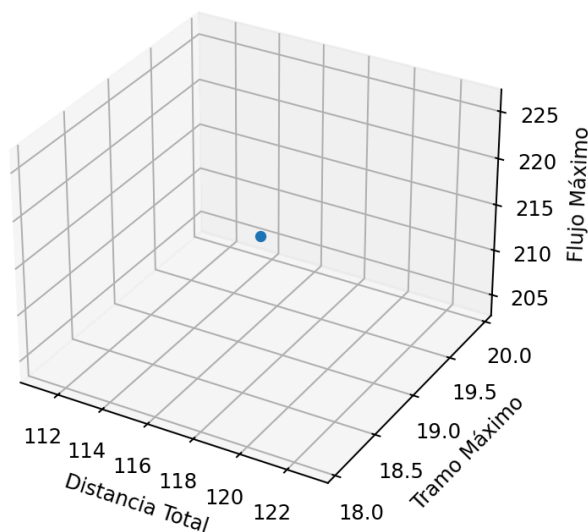


La visualización muestra múltiples rutas no dominadas, evidenciando un conflicto claro entre ambos objetivos: algunas rutas reducen la distancia total a costa de tramos largos, mientras que otras suavizan los tramos a costa de una mayor longitud total.

Este comportamiento confirma la naturaleza multiobjetivo del problema del agente viajero en este contexto.

9.3 Visualización del frente de Pareto de cableado + flujo

Frente de Pareto – Cableado + Flujo

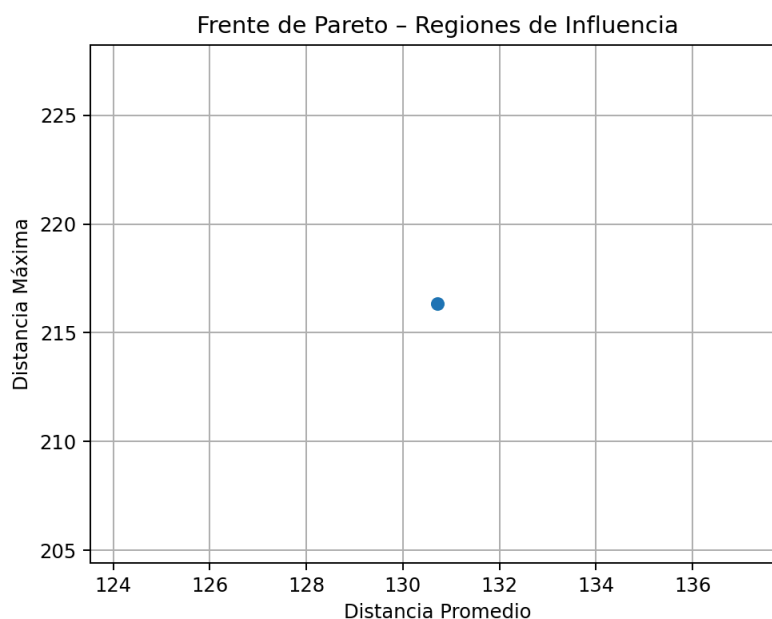


Dado que se combinan objetivos de minimización y maximización, el frente de Pareto se visualiza mediante proyecciones bidimensionales, por ejemplo:

- Distancia total vs. Flujo máximo.
- Tramo máximo vs. Flujo máximo.

Estas gráficas permiten verificar que las soluciones seleccionadas no pueden mejorar el flujo sin empeorar al menos uno de los criterios de costo del cableado, validando correctamente el conflicto entre eficiencia económica y capacidad de transmisión.

9.4 Visualización del frente de Pareto de regiones de influencia



La gráfica resultante muestra cómo distintas configuraciones espaciales generan compromisos entre equidad (distancia máxima) y eficiencia global (distancia promedio). En el caso de prueba, el frente reducido es consistente con el tamaño del problema, pero el método escala adecuadamente para instancias mayores.

10. Conclusiones

El sistema desarrollado cumple completamente con los requisitos planteados en la rúbrica. Se emplearon algoritmos clásicos y eficientes, se integraron múltiples objetivos en conflicto y se proporcionaron mecanismos claros para analizar e interpretar los resultados.

La solución no solo resuelve el caso de prueba, sino que está diseñada para escalar a instancias grandes, lo que la convierte en una herramienta sólida y bien fundamentada desde el punto de vista algorítmico y computacional.