

姓名

学号

成绩

1. (16分) 本题有两小题。

(1) (8分) 对一个 c 类分类问题, 假设各类先验概率为 $P(\omega_i), i=1, \dots, c$, 条件概率密度为 $P(\mathbf{x}|\omega_i), i=1, \dots, c$ (这里 \mathbf{x} 表示特征向量), 将第 j 类模式判别为第 i 类的损失为 λ_{ij} 。请写出贝叶斯最小风险决策和最小错误率决策的决策规则;

(2) (8分) 在 2 维特征空间, 两个类别分别有 4 个样本: $X_1=\{(3,4), (3,8), (2,6), (4,6)\}, X_2=\{(3,0), (3,-4), (1,-2), (5,-2)\}$, 假设两个类别的概率密度都为高斯分布 (正态分布) $N(\mu_i, \Sigma_i)$, 请写出两个类别的最大似然估计参数数值 (μ_i, Σ_i) 。进一步, 假设两个类别先验概率相等, 请写出分类决策面的公式。

2. (12分) 表示模式的特征向量 $\mathbf{x} \in R^d$, 对一个 c 类分类问题, 假设各类先验概率相等, 每一类条件概率密度为高斯分布。

(1) (6分) 请写出在下面两种情况下的最小错误率决策判别函数: (a) 类协方差矩阵不等; (b) 所有类协方差矩阵相等。

(2) (6分) 当 $c=2, P(\omega_1)=P(\omega_2)$, 两类概率密度均为高斯分布且 $\Sigma_1=\Sigma_2$, 请写出贝叶斯分类决策面和贝叶斯错误率的公式。

3. (10分) 特征空间中概率密度的非参数估计近似为 $p(\mathbf{x}) = \frac{k/n}{V}$, 其中 V 为 \mathbf{x} 周边邻域的体积, k 为邻域

内样本数, n 为总样本数。基于此定义,

(1) (5分) 请说明 Parzen 窗估计和 k -近邻 (k -NN) 估计的区别。

(2) (5分) 对于 c 个类别, 基于 k -NN 概率密度估计进行贝叶斯分类, 请写出各个类别的后验概率 $p(\omega_i|\mathbf{x})$ 并证明之。

4. (10分) 现有四个来自于两个类别的二维空间中的样本, 其中第一类的两个样本分别为 $(3,2)^T$ 和 $(2,2)^T$, 第二类的两个样本分别为 $(1,0)^T$ 和 $(2,0)^T$ 。这里, 上标 T 表示向量转置。若采用规范化增广样本表示形式, 并假设初始的权向量 $\mathbf{a}=(1,0,0)^T$, 其中向量 \mathbf{a} 的第三维对应于样本的齐次坐标。同时, 假定梯度更新步长 η_k 固定为 1。试利用批处理感知器算法求解线性判别函数 $g(\mathbf{y})=\mathbf{a}^T\mathbf{y}$ 的权向量 \mathbf{a} 。(注: “规范化增广样本表示”是指

对齐次坐标表示的样本进行规范化处理)

5. (共 10 分)

(1) (6 分) 现有八个二维空间中的样本: $\mathbf{x}_1 = (-4, 1)^T$, $\mathbf{x}_2 = (-2, 1)^T$, $\mathbf{x}_3 = (-4, -1)^T$, $\mathbf{x}_4 = (-2, -1)^T$, $\mathbf{x}_5 = (6, 1)^T$, $\mathbf{x}_6 = (4, 1)^T$, $\mathbf{x}_7 = (6, -1)^T$, $\mathbf{x}_8 = (4, -1)^T$ 。这里, 上标 T 表示向量转置。假定初始聚类中心分别为 $(-2, 0)^T$ 和 $(4, 0)^T$, 请采用 K 均值聚类算法对上述八个样本进行聚类, 写出聚类计算过程和聚类结果。

(2) (4 分) 假定一组样本是从一个混合高斯密度函数中随机采样而得到的。请描述: 在对混合高斯密度函数的参数进行估计的过程中, 在哪些条件下可以导出 K 均值聚类算法。

6. (共 15 分)

(1) (9 分) 针对多层前馈神经网络, 请给出误差反向传播算法 (即 BP 算法) 的原理; 结合三层网络给出有关权重更新的公式, 并用文字描述所述公式的含义。

(2) (6 分) 请描述自组织映射网络的构造原理; 针对网络训练, 请给出自组织算法的主要计算步骤。

7. (共 12 分)

(1) (4 分) 简述 LDA (线性判别分析) 的主要思想;

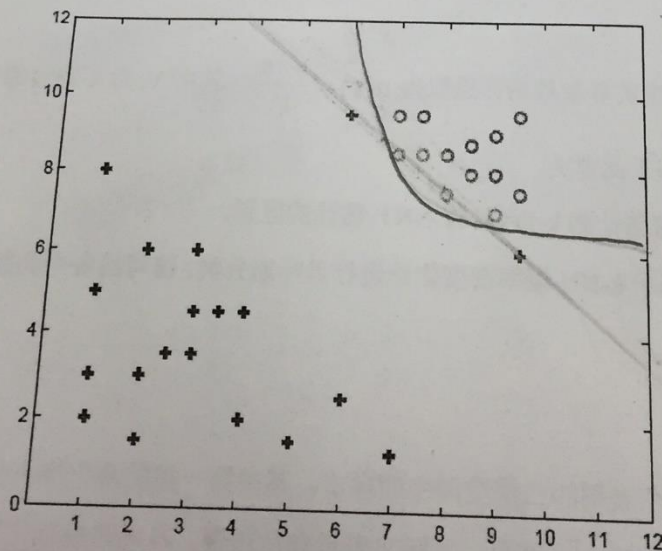
(2) (4 分) 基于上述思想, 给出两类问题的 LDA 目标函数;

(3) (4 分) 最优化上述目标函数, 得到 LDA 结果。

8. (15 分) 解答下面关于支持向量机 (SVM) 的问题, 每小题 3 分。

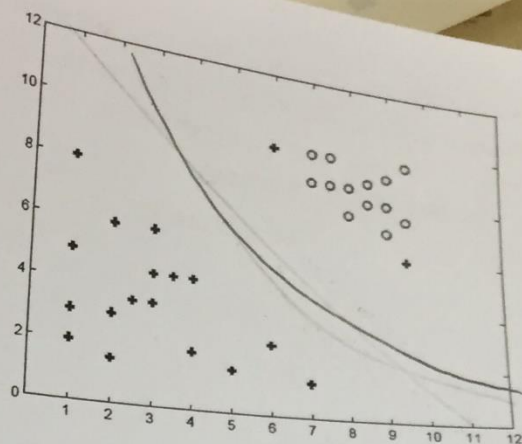
如图给定一批训练数据 (有噪声), 要训练 SVM 分类器 (二分类) 对未来测试数据进行分类。假设判别函数使用二阶多项式核函数。根据 SVM 原理, 软间隔惩罚参数 C 会影响决策边界的位置。在下列各小题中, 定性画出分类决策边界, 并用一两句话说明产生如此边界的理由。

(1) 当参数 C 取值特别大时 (比如 $C \rightarrow \infty$), (在答题纸上) 画出相应的分类决策边界, 并说明理由。

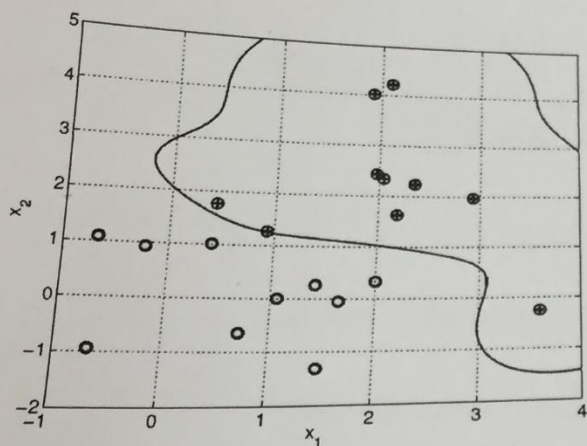


孙力

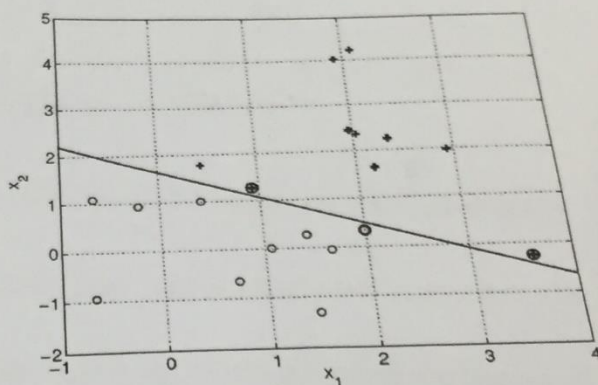
(2) 当参数 C 取值特别小时 (比如 $C \approx 0$), (在答题纸上) 画出相应的分类决策边界, 并说明理由。



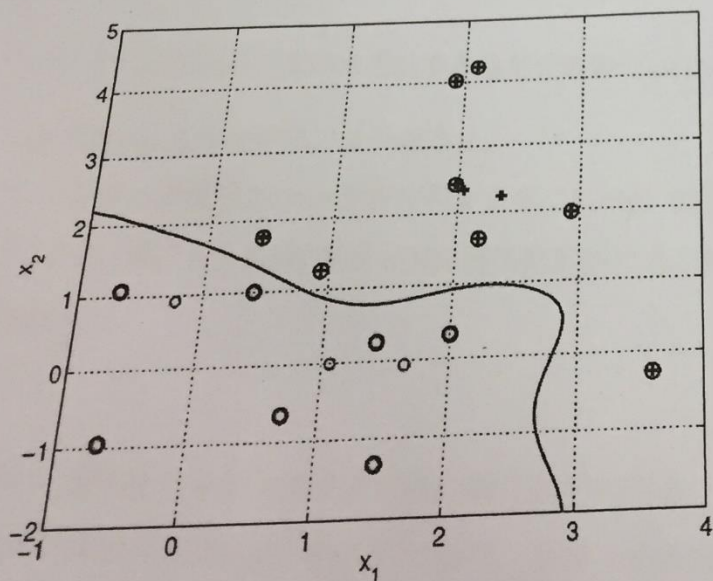
(3) 对于 (1) 和 (2) 中的两种情形, 你认为哪一种会在测试数据上表现出较好的性能, 为什么?



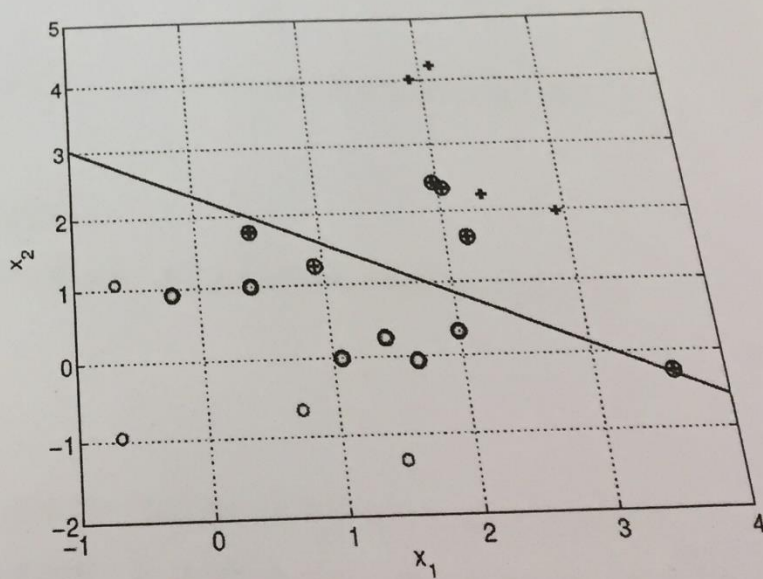
(a)



(b)



(c)



(d)

学 号：
姓 名：
考试科目：

上图 (a-d) 画出了使用相应参数和模型设置的 SVM 决策边界 (二分类问题, 圆圈为正样本, 十字为负样本, 被加粗了的圆圈和十字为支持向量 support vectors), 这些设置包括不同的核函数(kernel)、不同的松弛变量(slack variable) 和是否使用偏置项 (bias/offset)。若干用以产生这些边界的数学模型也一并给出。请给每个数学模型找到其正确的决策边界匹配, 将选项填入相应的空白处, 并说明理由。

(4) 下述模型与图_____匹配 (从 “a, b, c, d” 中选择), 给出原因。

$$\begin{aligned} \min & \frac{1}{2} \|w\|_2^2 + C \sum_{i=1}^m \xi_i \\ \text{s.t. } & \xi_i \geq 0, y_i(w^T x_i + b) \geq 1 - \xi_i, i = 1, 2, \dots, m \\ & \text{where } C = 0.1 \end{aligned}$$

(5) 下述模型与图_____匹配 (从 “a, b, c, d” 中选择), 给出原因。

$$\begin{aligned} \max & \sum_{i=1}^m \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j} \alpha_i \alpha_j y_i y_j K(x_i, x_j) \\ \text{s.t. } & 0.1 \geq \alpha_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, m, \\ & \text{where } K(x_i, x_j) = \exp(-\|x_i - x_j\|^2) \end{aligned}$$