1. $(A|b) = \begin{pmatrix} 0.835 & 0.667 & 0.168 \\ 0.333 & 0.266 & 0.067 \end{pmatrix}$

5位 $\longrightarrow$ $\begin{pmatrix} 0.835 & 0.667 & 0.168 \\ 0 & 0 & 1\times10^{-5} \end{pmatrix}$ $r(A)=1$ $r(A|b)=2$ 不可解

6位 $\longrightarrow$ $\begin{pmatrix} 0.835 & 0.667 & 0.168 \\ 0 & -1\times10^{-6} & 1.2\times10^{-6} \end{pmatrix}$ $r(A)=r(A|b)=2$ 可解

2. (a) $(A|b) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 6 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

$\longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & -2 & -4 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_4 = 1 \\ x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 1 - 2x_2 - x_4 \\ x_3 = 2 - x_4 \end{cases}$

$$x = \begin{pmatrix} 1-2x_2-x_4 \\ x_2 \\ 2-x_4 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(b) $(A|b) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 6 \\ 6 & 3 & 1 & 8 \\ 8 & 4 & 1 & 10 \end{pmatrix}$

$$\longrightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & -3 & -6 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z = 2 \\ z = 2 \end{cases}$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}y \\ y \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$