

简答题

1. PCA原理: 寻找方差较大的方向, 将原始数据向该方向进行投影, 保留方差较大方向的信息, 达到尽可能保留原始数据信息和降维的目的.

PCA学习模型: 寻找投影矩阵 $W \in R^{d \times m}$, 使得 $Y = [y_1, \dots, y_n] = W^T [x_1, \dots, x_n] = W^T X$

PCA算法: ① $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

$$② C = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})^T$$

③ 对 C 进行特征值分解, 取最大的 m 个特征值 $(\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_m)$ 对应的

特征向量 w_1, \dots, w_m , 构成投影矩阵 $W = [w_1, \dots, w_m] \in R^{d \times m}$

④ 对每个数据进行投影: $y_i = W^T x_i \in R^m, i = 1, 2, \dots, n$

2. LDA原理: 寻找投影方向, 使样本投影后的类内样本尽可能靠近, 类间样本点尽可能相互远离, 提升样本表示分类的鉴别能力

LDA学习模型: 寻找投影矩阵 $W \in R^{d \times m}$, 最大化 $J = \frac{W^T S_b W}{W^T S_w W}$, s.t. $W^T W = I$, 其中

S_b 为类间散度矩阵, S_w 为类内散度矩阵

多类LDA: 类间散度矩阵: $S_b = S_w + S_b = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)(x_i - \mu)^T, \mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

类内散度矩阵: $S_w = \sum_{j=1}^c S_{w_j}, S_{w_j} = \sum_{x \in X_j} (x - \mu_j)(x - \mu_j)^T, \mu_j = \frac{1}{n_j} \sum_{x \in X_j} x$

类间散度矩阵: $S_b = \sum_{j=1}^c n_j (\mu_j - \mu)(\mu_j - \mu)^T$

$$\max \frac{\text{tr}(W^T S_b W)}{\text{tr}(W^T S_w W)}, \text{ s.t. } W^T W = I$$

$$\text{或} \max \frac{|W^T S_b W|}{|W^T S_w W|}, \text{ s.t. } W^T W = I$$

3. 流形学习的基本思想: 某些高维数据是一种低维的流形结构嵌入在高维空间中.

流形学习的目标是将数据映射到低维空间同时能够反映高维数据原本的结构特征.

4. (1) 过滤式特征选择：首先定义一个评价函数，用它来度量某个特征与类别标签之间的相关性，选取具有最大相关性的 m 个特征作为结果。

特点：① 特征选择过程与后续学习器无关

② 无法获取最优特征子集

③ 计算量小

(2) 包裹式特征选择：先对数据做特征选择，再用该分类器，特征选择过程与分类器耦合进行，特征选择评价判断依据该分类器的性能。

特点：① 特征选择与分类器耦合，特征评价判断为分类器性能。对给定分类器，选择最有利于提升该分类器的特征子集

② 无法保证获取最优特征子集

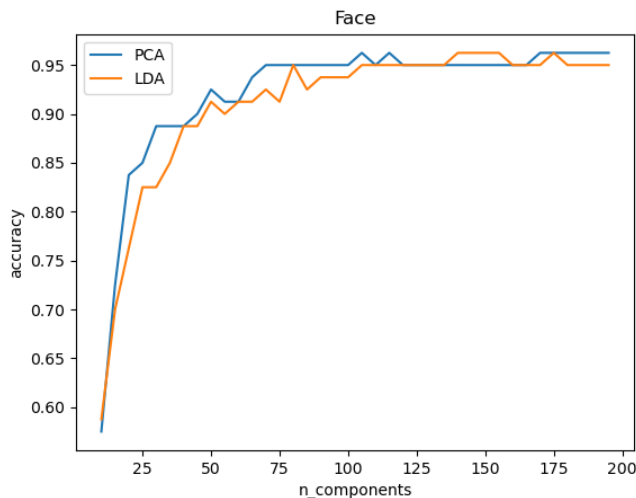
③ 特征选择效果较好，但计算量大

(3) 嵌入式特征选择：在学习投影 W 时，对 W 进行限制，使其不仅满足训练样本误差最小，同时使得 W 中非零元素尽可能少

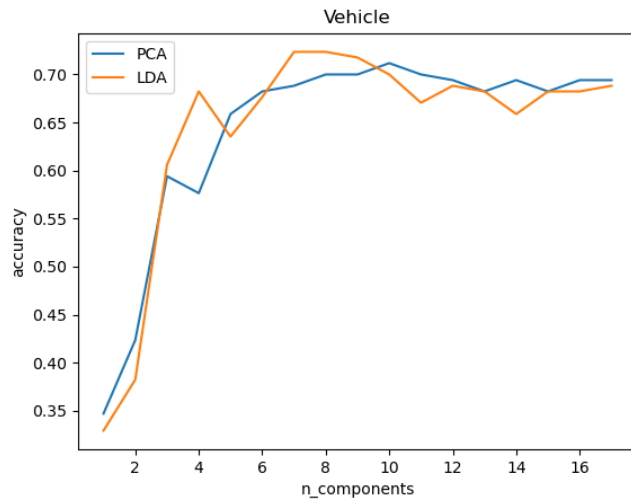
特点：① 特征选择与分类器训练同时进行

编程题

数据集1：



数据集2:



分类器的性能大体上随着维度的增加而提升，维度过小时，信息损失过多导致性能很差，同时对于两个数据集，由于第一个数据集特征维数较多，第二个较少，从而PCA和LDA在数据集1上的性能表现更好。