作业三

1. 试说明所有 $n \times n$ 的实数矩阵构成的集合为一个线性空间。另外判断下列哪些是该空间的子空间，并给出理由。

(1) 所有对称矩阵；(2) 所有反对称矩阵；(3) 所有可逆矩阵；(4) 所有上三角矩阵；(5) 所有下三角矩阵；(6) 满足：$trace(\mathbf{A}) = 0$ 的所有矩阵。

2.$\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 分别为 $m \times n$ 和 $n \times p$ 的矩阵，简要说明下面结论成立：

(1) $R(\mathbf{AB}) \subseteq R(\mathbf{A})$

(2) $N(\mathbf{B}) \subseteq N(\mathbf{AB})$

3. 已知集合：

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

试判断该集合是否线性无关。