

Лабораторная работа №5

Морозова Ульяна

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Целью работы является изучение алгоритмов проверки чисел на простоту и реализация их на языке Julia.

Тест Ферма — вероятностный тест для проверки простоты натурального числа n , основанный на малой теореме Ферма. Даёт ответ о составности числа либо его несоставности лишь с некоторой вероятностью.

```
function fermat_test(n, k=10)
    println("Тестируем число $n с k = $k")

    if n <= 1
        # println("$n не является простым (n <= 1)")
        return false
    elseif n == 2 || n == 3
        # println("$n является простым числом")
        return true
    elseif n % 2 == 0
        # println("$n составное (четное число)")
        return false
    end
end
```

Тест Ферма для различных чисел:

=====

Тестируем число 7 с $k = 5$

7: вероятно простое

Тестируем число 11 с $k = 5$

12: составное

Тестируем число 14 с $k = 5$

14: составное

Тестируем число 15 с $k = 5$

15: составное

Тестируем число 35 с $k = 5$

35: составное

Тестируем число 548 с $k = 5$

548: составное

Тест Соловея — Штрассена — вероятностный тест простоты, открытый в 1970-х годах Робертом Мартином Соловеем совместно с Фолькером Штрассеном. Тест опирается на малую теорему Ферма и свойства символа Якоби.

```
function jacobi_symbol(a, n)

    if n % 2 == 0 || n <= 0
        throw(ArgumentError("n должно быть нечетным положительным целым"))
    end

    # Приводим a по модулю n
    a = a % n
    result = 1

    while a != 0
        # Убираем множители 2
        while a % 2 == 0
            a ÷= 2
        end
    end
end
```

Тест Соловея-Штрассена для различных чисел:

=====

7: вероятно простое

11: вероятно простое

13: вероятно простое

17: вероятно простое

19: вероятно простое

9: составное

10: составное

12: составное

14: составное

15: составное

35: составное

548: составное

Тест Миллера — Рабина на простоту — вероятностный полиномиальный тест, который позволяет эффективно определить, является ли данное число составным. Однако с его помощью строго доказать простоту числа нельзя.

```
function miller_rabin_test(n, k=10)
```

```
  # Обработка особых случаев
```

```
  if n <= 1
```

```
    return false
```

```
  elseif n == 2 || n == 3
```

```
    return true
```

```
  elseif n % 2 == 0
```

```
    return false
```

```
  end
```

```
  # Представляем n-1 в виде d * 2^s
```

```
  d = n - 1
```

```
  s = 0
```

Тестирование простого алгоритма Миллера-Рабина

=====

1009: простое

1013: простое

10007: простое

10009: простое

1001: составное

1027: составное

10005: составное

10011: составное

Мы изучили работу алгоритмов, а также реализовали их на языке Julia.