

# L'INTERPOLATION EN MATHÉMATIQUE AVEC LAGRANGE ET BÉZIER

L'essor des outils mathématiques d'interpolation dans notre monde actuel est indéniable et essentiel. L'interpolation permet de déterminer des valeurs intermédiaires entre des points connus, une capacité cruciale dans divers domaines allant de la finance à l'ingénierie.

L'interpolation de Lagrange est utile pour sa capacité à générer des polynômes qui passent exactement par un ensemble de points donnés, offrant ainsi des solutions précises. De plus, les courbes de Bézier, largement utilisées dans le design graphique et la modélisation 3D, permettent de créer des courbes lisses et contrôlables, essentielles pour des applications telles que l'animation numérique.

## (POSITIONEMENT THÉMATIQUE )

- Informatique Pratique
- Analyse
- Topologie & géométrie

## (mots clés)

- |                 |                 |
|-----------------|-----------------|
| - interpolation | - interpolation |
| -courbes        | - curves        |
| -modélisation   | - modelling     |

## (Bibliographie commentée)

L'interpolation de Lagrange est une méthode mathématique développée par le mathématicien et astronome français Joseph-Louis Lagrange au XVIII<sup>e</sup> siècle[1]. L'interpolation de Lagrange est appréciée pour sa simplicité et sa précision. Elle permet de construire un polynôme unique qui passe par tous souhaités et choisis au préalable, offrant ainsi une solution exacte pour les problèmes d'interpolation. Elle est utilisée en ingénierie pour modéliser des systèmes complexes, en finance pour interpoler des courbes de rendement, et en météorologie pour prédire des valeurs climatiques. Cependant, l'interpolation de Lagrange présente des faiblesses, notamment le phénomène de Runge[2]. Ce phénomène se manifeste par des oscillations indésirables du polynôme interpolant, surtout aux extrémités de l'intervalle d'interpolation. Cela peut entraîner des erreurs importantes et rendre les résultats inutilisables dans certains cas. Pour atténuer ce problème, des techniques alternatives comme l'interpolation spline ou l'interpolation par des polynômes de degré plus bas sont souvent préférées.

Les courbes de Bézier ont été développées par l'ingénieur français Pierre Bézier dans les années 1960. Les courbes de Bézier ont révolutionné la conception assistée par ordinateur et ont trouvé des applications dans de nombreux domaines[3]. Elles sont utilisées dans l'industrie automobile pour concevoir des carrosseries, dans l'animation pour créer des mouvements fluides, et dans le design graphique pour dessiner des formes complexes. Leur capacité à produire des courbes lisses et contrôlables a permis de réaliser des designs innovants et esthétiquement plaisants[4].

### **(Problématique)**

Comment, de l'interpolation de Lagrange aux courbes de Béziens, l'interpolation est-elle un outil naturel aux applications multiples ?

### **(Objectif du TIPE)**

Présenter 2 types d'interpolation qui sont assez différentes tant dans leurs aspects mathématiques que dans leur utilisation, mais qui sont tout de même très naturel et intuitif. Montrer aussi les failles de l'interpolation de Lagrange grâce au phénomène de Runge puis étudier ensuite les courbes de Bézier théoriquement puis en proposant l'étude d'un cas pratique avec la modélisation informatique des lettres (qui sont parfois des courbes de Béziens).

### **(Références bibliographiques)**

- 1) Livre maths MPSI Dunod  
<https://www.dunod.com/prepas-concours/maths-mpsi-mp2i-tout-en-un-1>
- 2) Abdessamad Kamouss ENSAM Casablanca 2021-2022 « Interpolation Polynomiale »  
<https://fr.scribd.com/document/568245025/03-Interpolation-polynomiale-By-Mr-KAMMOUS>
- 3) Bourke P., "Bezier Surface",
- 4) Demengel G., Pouget J.-P., "Modèles de Bézier, des B-Splines et des NURBS", Ellipses, 1998

### **DOT :**

Juillet 2024 : délimitation claire du sujet

Aout 2024 : étude mathématique de l'interpolation de Lagrange et du phénomène de Runge

Septembre 2024 : modélisation informatique du phénomène de Runge

Octobre 2024 : étude mathématique des courbes de Bézier et de leur impact sur la société

Novembre 2024 : modélisation informatique de ces courbes

Décembre 2024 : recherche et étude d'un cas précis d'utilisation de ces courbes