

# RDCSS 2020: Newton 力学考核问题

詹有丘

2020 年 5 月 21 日

提示: 下面所有问题的答案都可以在一行内写完.

**问题 1** 设  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ , 给出  $f$  的导函数  $\mathbf{g}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  的定义. 要求  $\mathrm{d}f(\mathbf{x}) = \mathbf{g}(\mathbf{x}) \cdot \mathrm{d}\mathbf{x}$ .

**问题 2** 实方阵被称为正交矩阵, 若其与自身的转置之积为单位矩阵. 证明正交矩阵的行列式为  $\pm 1$ .

**问题 3** 设  $x(t)$  是微分方程  $x'' = f(x)$  的解. 动能  $T := \frac{1}{2}x'^2$ . 势能  $U := \int_x^{x_0} f(\xi) \mathrm{d}\xi$ . 证明能量  $E := T + U$  守恒 (即与  $t$  无关).