



Lição 1

Adição e subtração de frações

EXPLORANDO O ASSUNTO

Atividade 1

Miguel e Alice estão participando de uma campanha da escola para coleta de óleo de cozinha. O objetivo é disponibilizar recipientes para que as pessoas depositem óleo. Depois esses recipientes serão destinados a empresas que usarão o óleo descartado para fazer sabão. Eles conseguiram diferentes recipientes e agora desejam saber qual tem maior capacidade.

Imagem

FIGURA ARTÍSTICA

Para o ilustrador: Incluir imagem de dois recipientes. Um em formato cilíndrico e outro em formato de cone (como sugerido pelas imagens). Ambas as figuras devem ter áreas de base próximas, sendo que a altura da figura em formato de cone deve ser 1,5 vezes a altura da figura em formato cilíndrico.



Recipiente 1: trazido pela Alice



Recipiente 2: trazido pelo Miguel

Eles tiveram a seguinte ideia: encheram os dois recipientes com água para depois verificarem onde havia mais água. Para isso, usaram um copo d'água como unidade de medida.

- O recipiente trazido por Alice foi enchido com 26 copos.
- O recipiente trazido por Miguel foi enchido com 40 copos.

Eles então observaram que a partir de **uma unidade de medida comum** (nesse caso o copo), poderiam não só dizer qual recipiente tinha maior capacidade, mas também o quanto era maior e qual seria a capacidade dos dois recipientes juntos. Usando a ideia de medida de Miguel e Alice, isto é, tomando o copo como unidade de medida, responda:

- Qual recipiente tem maior capacidade?
- Qual é a capacidade dos dois recipientes juntos?
- Quanto se deve retirar do recipiente maior, para ter o mesmo volume de líquido que é possível colocar no recipiente menor?

Atividade 2

A professora Estela quer enfeitar sua sala de aula para uma festa da escola. Para isso ela comprou várias fitas, todas de mesmo tamanho, nas cores vermelho, azul e amarelo.



A professora cortou cada fita vermelha em 3 partes iguais, cada fita azul em 2 partes iguais e cada fita amarela em 4 partes iguais.



a) A que fração da fita original corresponde cada pedaço recortado pela professora Estela?

Em seguida, a professora Estela começou a juntar pedaços recortados das fitas, formando novas fitas coloridas. Ela começou juntando (de forma intercalada) um pedaço azul e dois pedaços amarelos.



Ela verificou que a nova fita formada tinha o mesmo tamanho da fita original. Isso aconteceu por que cada pedaço azul tem o mesmo tamanho de dois pedaços amarelos. Podemos representar o tamanho da nova fita formada pela professora por meio de uma **soma de frações**. Cada pedaço azul corresponde a $\frac{1}{2}$ da fita original. Cada pedaço amarelo corresponde a $\frac{1}{4}$ da fita original, então 2 pedaços

amarelos correspondem a $\frac{2}{4}$ da fita original. Portanto, o tamanho da nova fita é igual a:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{4}.$$

Mas, como $\frac{2}{4}$ é igual a $\frac{1}{2}$ (cada pedaço azul tem o mesmo tamanho de dois pedaços amarelos), então:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}.$$

O resultado dessa soma $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ é igual 2 pedaços de $\frac{1}{2}$, isto é, $\frac{2}{2}$ (que é igual 1). Assim:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1.$$

Neste caso, o resultado 1 corresponde ao tamanho da fita original.

- b) A professora também agrupou pedaços de fita, juntando 1 pedaço amarelo e 1 pedaço azul, como na figura abaixo. Qual fração da fita inicial corresponde esses dois pedaços juntos?

Imagem

FIGURA ARTÍSTICA - Inserir uma caixa com uma professora falando: “Um dos objetivos dessa lição é compreender como é juntar frações quaisquer. Observar, por exemplo, como fica a fração da fita composta por pedaços amarelo e vermelho, onde em que um não tem o dobro do tamanho do outro.”

Atividade 3

Uma barra de chocolate é vendida com as marcações mostradas na figura abaixo.

Imagem

figura artística



Alice comeu a metade dessa barra de chocolate (em bege), quebrou o restante da barra em pedaços, seguindo as marcações e comeu 3 desses pedaços (em azul).

Se considerarmos a barra de chocolate como a unidade indicamos que as quantidades comidas são: $\frac{1}{2}$ por Alice e $\frac{3}{16}$ por Miguel. Os pedaços da barra (quebrados por Miguel de acordo com as marcações na barra) correspondem a uma subdivisão dessa unidade. Observe que ambas as frações da barra de chocolate comidas por Alice e Miguel podem ser obtidas a partir dessa subdivisão: Miguel comeu 3 pedaços e a quantidade comida por Alice corresponde a 8 pedaços.

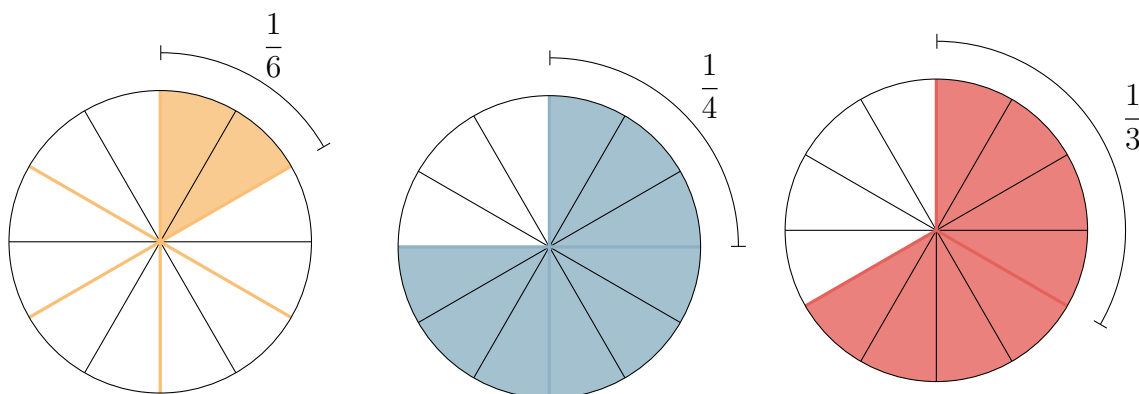
- a) Um pedaço corresponde a que fração da barra de chocolate?
- b) Complete a parte em branco (numerador) para indicar a fração da barra de chocolate que Alice comeu.

$$\frac{1}{2} = \frac{\quad}{16}$$

- c) Que fração da barra de chocolate foi comida por Alice e por Miguel, juntos?
- d) Que fração da barra de chocolate não foi comida?

Atividade 4

Amanda, Bruno e Caio pediram três pizzas do mesmo tamanho, mas com sabores diferentes. Todas as pizzas nessa pizzeria são servidas em **12 fatias** iguais. Amanda comeu $\frac{1}{6}$ de uma pizza, Bruno comeu $\frac{3}{4}$ de outra, e Caio comeu $\frac{2}{3}$ da pizza que pediu.



Fração de pizza consumida
por Amanda $\frac{1}{6}$

Fração de pizza consumida
por Bruno $\frac{3}{4}$

Fração de pizza consumida
por Caio $\frac{2}{3}$

- Que fração de uma pizza cada fatia representa?
- Complete os espaços (numeradores) a seguir registrando outra representação para a fração de uma pizza que cada uma das crianças comeu.
Amanda: $\frac{1}{6} = \frac{\quad}{12}$ Bruno: $\frac{3}{4} = \frac{\quad}{12}$ Caio: $\frac{2}{3} = \frac{\quad}{12}$
- Quem comeu mais pizza? Quem comeu menos pizza?
- Que quantidade de pizza Bruno comeu a mais do que Caio?
- Que quantidade de pizza Amanda e Bruno comeram juntas?
- Que fração de uma pizza Amanda comeu a menos do que Caio?
- Quanto a mais de pizza Bruno consumiu, em relação a Amanda?

ORGANIZANDO AS IDEIAS

No caso de quantidades expressas por meio de frações de uma unidade dada, para comparar, determinar a soma ou determinar a diferença, é necessário uma **subdivisão da unidade** com a qual seja possível expressar ambas as quantidades. Por exemplo:

- Na Atividade 3, a subdivisão da unidade considerada, barra de chocolate permitiu expressar as quantidades de chocolate comidas por Alice e por Miguel a partir da contagem da mesma subdivisão da unidade. A partir dessa estratégia foram determinadas a quantidade de chocolate comidas por Alice e Miguel juntos, bem como a quantidade de chocolate restante.

- Na Atividade 4, a unidade é uma pizza e a fatia de pizza é uma subdivisão dessa unidade. Neste caso, pôde-se expressar todas as frações de pizza consumidas por Amanda, Bruno e Caio a partir contagem dessas fatias (subdivisões da unidade). Relembrando:

$$\frac{1}{6} = \frac{2}{12} \quad \frac{3}{4} = \frac{9}{12} \quad \frac{2}{3} = \frac{8}{12}.$$

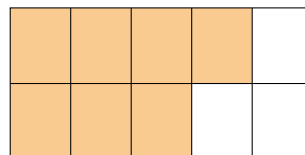
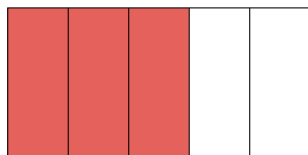
Como os exemplos acima ilustram, a escolha adequada de uma subdivisão da unidade que permita representar as frações dadas com um mesmo denominador foi a estratégia usada para calcular a adição e a subtração dessas frações. É exatamente essa estratégia que usaremos para calcular adição e subtração de frações em geral.

$$\frac{1}{6} + \frac{3}{4} = \frac{2}{12} + \frac{9}{12} = \frac{11}{12}.$$

MÃO NA MASSA

Atividade 5

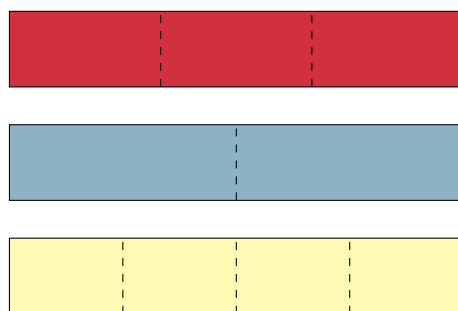
Tendo como unidade um mesmo retângulo, as representações das frações $\frac{3}{5}$ e $\frac{7}{10}$ estão ilustradas nas figuras a seguir.



- Determine uma subdivisão da unidade que permita expressar essas quantidades por frações com um mesmo denominador. Represente, usando essas figuras, essa subdivisão.
- Escreva frações iguais a $\frac{3}{5}$ e a $\frac{7}{10}$ a partir dessa subdivisão.
- Existe alguma outra subdivisão, diferente da que você usou para responder os itens a) e b), com a qual também seja possível responder ao item b)? Se sim, qual?
- Juntas, as regiões destacadas em vermelho e em bege determinam um região total maior, menor ou igual a um retângulo? Explique

Atividade 6

Aqui retomamos a Atividade 2, na qual a professora Estela comprou e dividiu fitas de mesmo tamanho: a vermelha em três pedaços; a azul em dois pedaços e a amarela em quatro pedaços.



- Agora, a professora Estela juntou um pedaço da fita vermelha com um pedaço da fita azul. Essa nova fita formada tem tamanho maior ou menor ou igual ao tamanho original das fitas? A que fração de uma fita original corresponde a nova fita vermelha e azul? Qual é a diferença entre os tamanhos de uma fita original e da fita vermelha e azul?
- A professora formou então mais uma fita colorida, agora juntando (de forma intercalada) dois pedaços vermelhos e três pedaços amarelos. Essa nova fita vermelha e amarela é maior ou menor do que uma fita original? A que fração de uma fita original corresponde a nova fita vermelha e azul? Qual é a diferença entre os tamanhos da fita original e da fita vermelha e amarela?

Atividade 7

Em cada um dos itens a seguir, escreva frações iguais às frações dadas que tenham mesmo denominador. Para cada par de frações, destaque a subdivisão escolhida da unidade para determinar o denominador comum e represente essa subdivisão por meio de um desenho.

a) $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{9}$

b) $\frac{3}{10}$ e $\frac{4}{5}$

c) 1 e $\frac{3}{7}$

d) $\frac{3}{5}$ e $\frac{8}{3}$

e) $\frac{7}{8}$ e $\frac{13}{12}$

f) $\frac{7}{4}$ e 5

Atividade 8

Faça as contas a seguir. Represente cada uma das subdivisões usadas para fazer as contas por meio de um desenho.

a) $\frac{1}{3} - \frac{2}{9}$

b) $\frac{3}{10} + \frac{4}{5}$

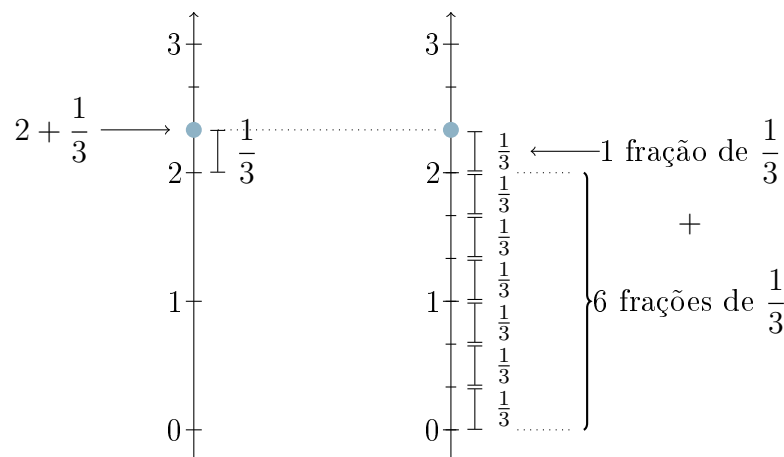
c) $1 - \frac{3}{7}$

Atividade 9

Miguel deseja calcular a soma $2 + \frac{1}{3}$. Para isso, marcou na reta numérica ponto determinado pela justaposição do segmento correspondente a 2 unidades com um segmento igual a $\frac{1}{3}$ da unidade, como na figura abaixo.

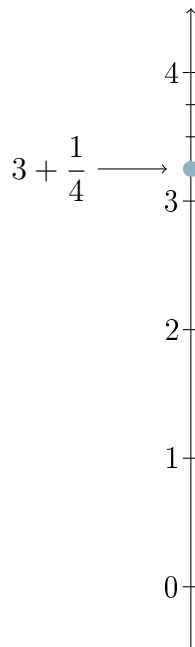
Miguel relacionou essa estratégia com o seguinte cálculo:

$$2 + \frac{1}{3} = \frac{6}{3} + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

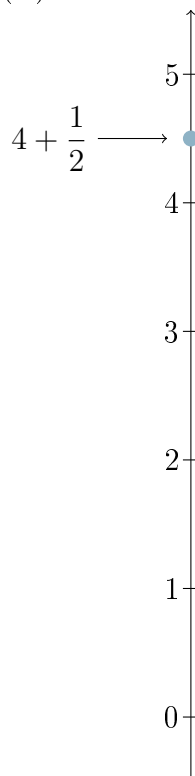


- a) Em cada item a seguir, a partir da imagem repita o procedimento feito por Miguel e realize os cálculos.

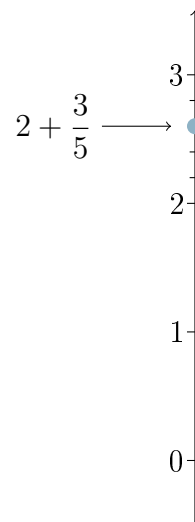
(A)



(B)



(C)



b) Que valor é obtido se juntarmos 7 inteiros com dois terços?

Atividade 10

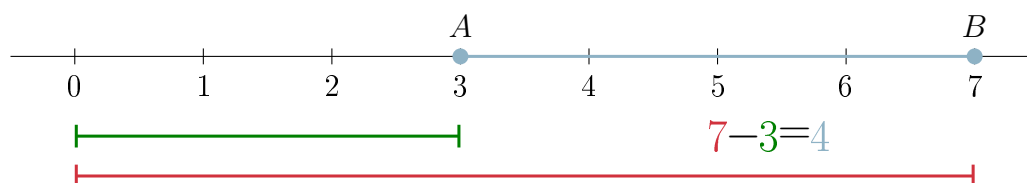
Quanto se deve acrescentar a $\frac{3}{8}$ para que se obtenha $\frac{27}{8}$?

Atividade 11

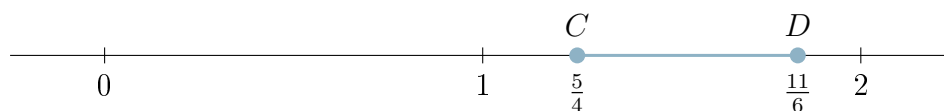
Qual o maior número, $\frac{19}{7}$ ou 2? Quanto se deve acrescentar ao menor número para chegar ao maior?

Atividade 12

Observando a reta, Miguel conseguiu determinar o tamanho do segmento entre os dois pontos $A = 3$ e $B = 7$ marcados da seguinte forma:



Miguel calculou o tamanho do segmento azul fazendo a diferença entre o tamanho do segmento vermelho e o tamanho do segmento verde. Assim, concluiu que o tamanho do segmento AB é igual a 4. Usando um raciocínio parecido, e considerando $C = \frac{5}{4}$ e $D = \frac{11}{6}$, ajude Miguel a realizar as tarefas a seguir.



- Escreva C e D a partir de uma mesma subdivisão da unidade (isto é, com o mesmo denominador).
- Determine seis frações que correspondam a pontos entre C e D.
Discuta com seus colegas se é possível determinar mais que seis valores e, se for possível, qual seria a estratégia para fazer isso.
- Calcule o tamanho do segmento CD .
- Determine uma fração que somada a $\frac{5}{4}$ dê um resultado menor que $\frac{11}{6}$. Justifique a sua resposta usando a reta.

$$\frac{5}{4} + \text{---} = \frac{11}{6}.$$

- Encontre mais três frações possíveis para completar a expressão do item anterior.
- Determine duas frações possíveis que quando somadas a $\frac{5}{4}$ tenham como resultado $\frac{11}{6}$. Justifique a sua resposta usando a reta.

$$\frac{5}{4} + \text{---} + \text{---} = \frac{11}{6}.$$

Atividade 13

A família de Miguel reservou um determinado espaço retangular para fazer um canteiro em seu quintal. A família quer que o canteiro tenha rosas e verduras frescas. O pai de Miguel disse que precisa de $\frac{2}{3}$ do espaço inicialmente reservado, para cultivar rosas. A mãe disse que necessita de $\frac{1}{2}$ desse espaço, para plantar as verduras. Quando Miguel ouviu o diálogo dos pais, pensou nas seguintes questões:

- Quem precisa de mais espaço, seu pai ou sua mãe?
- O espaço reservado inicialmente para o canteiro é suficiente para comportar os espaços de que o pai e a mãe de Miguel precisam?
- Caso o espaço seja suficiente, que fração do mesmo ficaria sem uso?
- Caso o espaço não seja suficiente, que fração do canteiro reservado inicialmente deverá ser acrescentada para que a família consiga fazer as plantações que deseja?

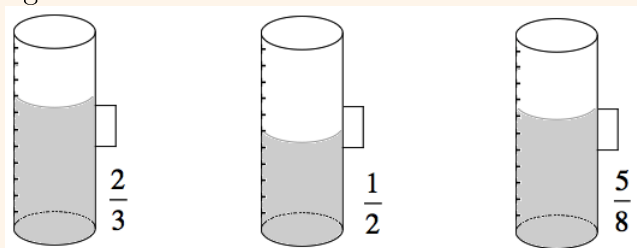
Faça um desenho que ajude a explicar as suas respostas para as questões de Miguel. Não deixe de indicar a subdivisão da unidade que você empregou.

Atividade 14

Há três recipientes cilíndricos, de mesmo tamanho, contendo água. No primeiro recipiente, a água ocupa dois terços de sua capacidade. No segundo, a água ocupa metade de sua capacidade. No terceiro, a água ocupa cinco oitavos de sua capacidade.

Imagem

figura artística



É possível redistribuir a água de todos os recipientes em somente dois deles?

QUEBRANDO A CUCA

Atividade 15

Diga se as afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas. Para as verdadeiras, explique com as suas palavras por que acha que são verdadeiras. Para as falsas, dê um exemplo que justifique a sua avaliação.

- a) A soma de um número inteiro com uma fração não inteira é, necessariamente, um número inteiro.
- b) A diferença entre um número inteiro e uma fração não inteira é, necessariamente, um número inteiro.
- c) A soma de uma fração não inteira com um número inteiro é, necessariamente, uma fração não inteira.
- d) A diferença entre uma fração não inteira e uma fração não inteira é, necessariamente, uma fração não inteira.
- e) A diferença entre uma fração não inteira e uma fração não inteira pode ser uma fração não inteira.

