LIÇÃO 1 - Para o professor

Esta lição tem por objetivo introduzir frações unitárias a partir de modelos visuais contínuos, tais como "discos", "retângulos", "hexágonos" e "segmentos", fazendo uso de expressões verbais como, por exemplo, "metade de...", "um terço de...", "a terça parte de...", "um quarto de...", para indicar essas frações. A expressão "fração unitária" nomeia cada uma das partes da divisão de uma unidade em partes iguais.

As atividades visam à equipartição de uma unidade. Equipartição entendida como partição em partes iguais, sem que as partes tenham necessariamente a mesma forma. Assim, por exemplo, na equipartição de um retângulo está implícito que as partes têm a mesma área, e não necessariamente a mesma forma nem o mesmo perímetro. O objetivo é levar o aluno a reconhecer diferentes modos de dividir e recompor a unidade. No senso comum, as expressões repartir, partir e dividir são sinônimas e não pressupõem a equipartição. No entanto, é importante lembrar que, no caso da operação de divisão, espera-se que o resultado registre uma equipartição. No futuro, o estudante deverá entender um terço como o resultado da divisão de um por três. Este é o caso da operação, em que a palavra "divisão" abrevia "divisão em partes iguais".

Espera-se que, ao final da lição, os alunos saibam identificar e representar frações unitárias a partir de modelos visuais diversos, fazendo o uso adequado de expressões verbais para nomeá-las. No entanto, o professor não deve apresentar o termo "fração unitária" ao estudante, uma vez que é desnecessário para a aprendizagem pretendida. Fazê-lo pode, inclusive, comprometer o que se pretende com a lição. Não se pretende apresentar aos alunos a linguagem simbólica de frações, que será tratada nos capítulos seguintes.

De maneira geral, as atividades envolvem a abordagem das frações unitárias com objetivos diversos. Por exemplo, diferenciar a divisão da unidade em partes "quaisquer" da divisão da unidade em partes "iguais" (equipartição); reconhecer a necessidade de uma expressão verbal que identifique uma das partes iguais em uma equipartição da unidade; perceber que a unidade pode ser subdividida em uma quantidade igual de partes sem que essa divisão represente uma equipartição; reconhecer que, em uma equipartição, as partes podem não ter a mesma forma; distinguir uma equipartição específica dentre partições diversas ou reconhecer a quarta parte como a metade da metade.

A participação do aluno, criando representações próprias e fazendo uso da linguagem verbal para explicar o seu raciocínio diante da realização das atividades, será fundamental na condução desta seção.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS DA LIÇÃO 1:

O aluno deve ser capaz de:

⋆ Diferenciar uma partição qualquer de uma equipartição (partição em partes iguais) de uma mesma unidade.

⋆ Identificar, a partir de representações visuais diversas, frações unitárias de denominador variando de 2 a 10.

⋆ Utilizar a linguagem verbal que caracteriza as frações unitárias de denominador variando de 2 a 10. (Isto é, "metade de", "um meio", "um terço", "terça parte de", ..., "um décimo", "décima parte de").

⋆ Comparar frações unitárias em exemplos concretos simples (por exemplo, reconhecer que um terço de uma pizza é maior do que um quarto da mesma pizza).

⋆ Recompor a unidade a partir de uma fração unitária dada em modelos contínuos.

⋆ Relacionar uma fração da unidade à quantidade necessária dessas partes para compor a unidade. Assim, por exemplo, é necessário reunir cinco *quintas partes* para recompor a unidade.

Atividade 1

Objetivos específicos: Levar o aluno a

⋆ Diferenciar a partição da unidade em partes "quaisquer" da partição da unidade em partes "iguais". A partição em partes iguais será chamada equipartição.

⋆ Reconhecer a necessidade de uma expressão verbal que identifique uma das partes iguais em uma equipartição da unidade.

⋆ Diferenciar "a partição da unidade em três partes quaisquer" da "partição da unidade em três partes iguais".

⋆ Compreender as expressões "um terço de" e "terça parte de" como formas de identificar uma das partes da equipartição da unidade em três partes.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

⋆ Recomenda-se que a atividade seja desenvolvida em grupos de 3 a 5 alunos.

⋆ Busque conduzir a discussão nos grupos de modo que os estudantes percebam que, para que os amigos recebam a mesma quantidade de chocolate, a partição proposta para a barra de chocolate deve ser em "partes iguais", no sentido de ganharem todos a mesma quantidade de chocolate, não necessariamente pedaços de mesma forma.

⋆ Na discussão, procure destacar que a referência à "partição em três partes iguais" se dá (igualmente) a partir das expressões "um terço" da barra de chocolate ou "a terça parte" da barra de chocolate.

⋆ O item c) admite diversas soluções, algumas estão apresentadas como resposta. No entanto, algumas dessas respostas podem não aparecer naturalmente em sala de aula. Avalie a possibilidade de apresentar e explorar algumas dessas soluções (ou outras que queira) em sala de aula. Por exemplo, apresente uma dessas divisões aos alunos e peça-os que avaliem a equipartição, explicando sua decisão.

- ⋆ O item d), provavelmente, pode não ser respondido corretamente pelos alunos. Se for o caso, as expressões "um terço de" e "a terça parte de" devem ser apresentadas.

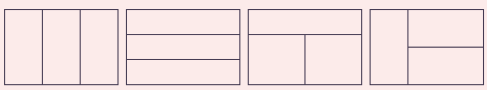
- ⋆ Fique atento às falas dos alunos. Observe que os alunos podem representar e verbalizar as respostas de diferentes modos e que não há uma resposta única para a atividade. Por exemplo, alguns alunos podem precisar de mais tempo do que outros para usar a expressão "um terço" no lugar de "partição em três partes iguais" ou "divisão em três partes iguais". Ou ainda, observarem que há diferentes representações para a equipartição.
- ⋆ Esta atividade pode ser adaptada para alunos com deficiência de visão. Para isso, sugere-se confeccionar os modelos da barra de chocolate inteira e repartida, que estão disponíveis para reprodução no final do livro, em três materiais diferentes. Por exemplo, papel comum e papéis com texturas diferentes, tecido ou material emborrachado.

Resposta da Atividade 1

a) Este item não possui resposta correta, apenas respostas coerentes com a explicação do aluno. Por exemplo, um estudante pode dizer que sim e explicar que o amigo mais velho deve ficar com uma parte maior porque precisa de mais energia. Mas a resposta esperada é que a divisão não parece justa porque as quantidades de chocolate são diferentes. Discuta com os alunos para que entendam a divisão correspondente à resposta esperada.

b) Não, eles receberão quantidades diferentes de chocolate, embora cada um receba um único pedaço do chocolate.

c) Respostas possíveis:



d) Cada parte é *um terço* da barra ou a *terça parte* da barra.

Atividade 2

Objetivos específicos: Levar o aluno a

- ⋆ Perceber que cada unidade (no caso, uma pizza) pode ser subdividida em um mesmo número de partes sem que cada divisão represente uma equipartição.

- ⋆ Distinguir uma equipartição dentre partições diversas.

- ⋆ Diferenciar "a divisão da unidade em quatro partes quaisquer" da "divisão da unidade em quatro partes iguais".

- ⋆ Compreender as expressões "um quarto de" e "quarta parte de" como forma de identificar uma das partes da equipartição em 4 partes.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- ⋆ Recomenda-se que a atividade seja desenvolvida em grupos de 3 a 5 alunos.

- ⋆ As diversas soluções apresentadas pelos diferentes grupos devem ser discutidas com a turma inteira.

- ⋆ É possível que os alunos utilizem expressões variadas para nomear as partes de pizzas em cada divisão. Por exemplo, "a maior quarta parte", "a menor quarta parte", "as quartas partes iguais entre si", "a menor parte", "a maior parte", dentre outras. É importante que a discussão conduza os alunos ao entendimento de que apenas as partes da equipartição podem ser chamadas de "quartos" da pizza, as demais são simplesmente fatias ou pedaços, por exemplo.

- ⋆ Os alunos devem reconhecer que apenas uma das repartições propostas sugere a equipartição, respondendo assim a última questão proposta nesta atividade.

- ⋆ Essa atividade pode ser adaptada para alunos com deficiência visual. Para isso, sugere-se confeccionar os modelos das três pizzas repartidas, que estão disponíveis para reprodução no final do livro, em três materiais diferentes. Por exemplo, papel comum e papéis com texturas diferentes, tecido ou material emborrachado.

Resposta da Atividade 2

a) Sim. Cada grupo repartiu sua pizza em quatro fatias.

b) Não, pois algumas fatias têm quantidades de pizza diferentes das outras.

c) Apenas no grupo 1 as 4 crianças receberam a mesma quantidade de pizza. Cada fatia da pizza do grupo 1 é *um quarto* da pizza ou *a quarta parte* da pizza. Diferentemente das demais pizzas.

Atividade 3

Objetivos específicos: Levar o aluno a

- ⋆ Abordar a equipartição em um modelo linear.

- ⋆ Reconhecer a quarta parte como a metade da metade.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- ⋆ Recomenda-se que esta atividade seja desenvolvida em grupos de quatro alunos.

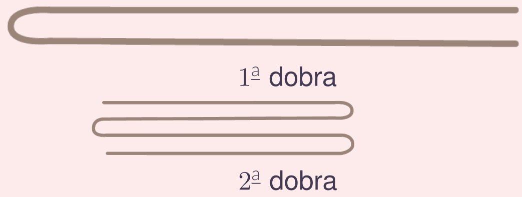
- ⋆ Cada grupo deve receber um pedaço de barbante de, aproximadamente, 1m e quatro enfeites (todos iguais).

- ⋆ Os quatro enfeites precisam ser confeccionados antes da realização da tarefa. Sugerem-se estrelas, cujos modelos estão disponíveis para reprodução no final do livro. No entanto, segundo a avaliação do professor, os enfeites podem ser outros, desde que sejam os 4 congruentes.

- ⋆ Como sugestão, se possível, solicitar aos alunos que confeccionem os enfeites, por exemplo, associando esta atividade com geometria, com a abordagem de grandezas e medidas, com a disciplina de artes ou envolvendo culturas artesanais populares.
- ⋆ A equipartição do barbante não deve ser obtida a partir da medida do barbante, mas por sucessivas dobras do barbante sobre ele mesmo, como ilustrado na resposta da atividade. Tal discussão também será útil na abordagem de frações equivalentes na Lição 4.
- ⋆ A manipulação e a dobra do barbante devem sustentar a discussão para a identificação da "metade da metade" com a "quarta parte" do barbante. Nesse caso, a identificação se dará pela sobreposição das partes.

Resposta da Atividade 3

Uma maneira de se cortar o barbante é dobrar ao meio e depois dobrar novamente ao meio, obtendo quatro partes iguais, como ilustrado na figura a seguir.



Sobre o Organizando as Ideias

Nesta etapa, espera-se que os alunos compreendam as frações como forma de expressar quantidades. O objetivo é que percebam seu papel para expressar quantidades em situações de equipartição da unidade. Assim, as frações podem ser utilizadas no dia a dia para identificar quantidades do mesmo modo que os números naturais, já conhecidos dos alunos. Por exemplo, como nas expressões: "dois ovos", "duas xícaras de farinha", "um terço de xícara de cacau" e "meio litro de leite".

Objetiva-se a expressão verbal e não a representação simbólica. Espera-se, assim, que os alunos apropriem-se das expressões verbais que identificam as frações unitárias (um meio, um terço, um quarto, ... , um nono e um décimo) antes de serem apresentados formalmente à simbologia matemática (que será objetivo da próxima lição). A referência às frações unitárias com a expressão "um" antes da identificação da parte, como, por exemplo, em "um terço" e em "um sétimo" é uma decisão pedagógica. Claro que é possível se referir a essas frações simplesmente por "terço" e "sétimo", respectivamente. No entanto, nas próximas seções, pretende-se que as frações não unitárias, como "dois terços" e "nove sétimos", por exemplo, sejam entendidas a partir da justaposição das frações unitárias correspondentes, o que é naturalmente amparado pela contagem. Nas expressões verbais relativas às frações unitárias, o "um" antes da identificação da parte está associado à contagem. Dessa forma, a compreensão das frações "um terço" e "dois terços" ou das frações "um sétimo" e "nove sétimos", por exemplo, seguem a mesma construção lógica.

Notas de Aula

Atividade 4

Objetivos específicos: Levar o aluno a:

⋆ Reconhecer que, em uma equipartição, as partes podem não ter a mesma forma.

⋆ Identificar a equivalência entre as partes de uma equipartição a partir de sobreposição ou da comparação pelo reconhecimento da associação a uma mesma fração unitária (no caso, $\frac{1}{4}$).

⋆ Reconhecer a quarta parte como a metade da metade.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

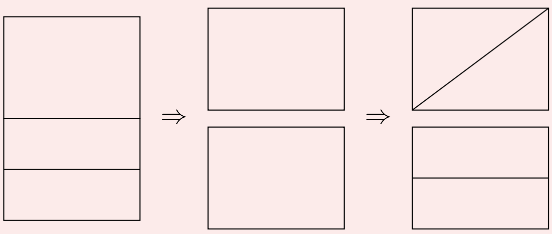
⋆ Recomenda-se que esta atividade seja desenvolvida em grupos de 3 a 5 alunos. Cada grupo deve receber as imagens dos oito retângulos, disponíveis para reprodução no final do livro, e colori-las, cada um com uma cor diferente das demais.

⋆ Em cada grupo, os alunos devem decidir qual (ou quais) das divisões propostas para os retângulos correspondem a uma partição em quartos. É importante observar que todos os retângulos estão divididos em quartos.

⋆ Conduza a discussão de modo a levar os alunos a reconhecer que, em uma equipartição, as partes não precisam ter a mesma forma.

⋆ Se necessário, o professor pode associar cada retângulo a um objeto concreto (por exemplo, uma barra de chocolate ou a um pedaço de bolo). No entanto, nesta atividade, espera-se que os alunos consigam lidar com a figura de um retângulo como representativa de uma unidade genérica.

⋆ Recomenda-se que os alunos recortem as partes de cada um dos retângulos para realizar a comparação por sobreposição. No entanto, essa estratégia não será suficiente para todos os 8 casos. Em alguns casos, a comparação se dará pela identificação da fração unitária correspondente a cada parte. Nesses casos, o aluno deve reconhecer que a quarta parte é equivalente à metade da metade. Por exemplo, como no caso seguir.



Metade do retângulo maior

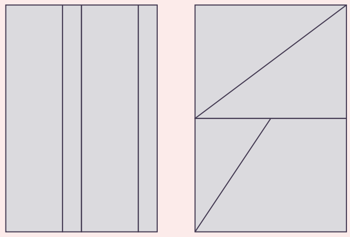
Cada uma das 4 partes é metade da metade ($\frac{1}{4}$)

⋆ Segundo a avaliação do professor, a atividade pode ser realizada em duas etapas. Em um primeiro momento, os alunos recebem as primeiras quatro das oito imagens e realizam a atividade com essas imagens - cuja comparação se dá apenas pela sobreposição. Em seguida, recebem as outras quatro, para concluir a atividade. Para as últimas 4 figuras, será necessário reconhecer a quarta parte como a metade da metade. É importante que o professor, ao final das duas etapas, avalie as escolhas como um todo.

Resposta da Atividade 4

a) Todos os retângulos estão divididos em quartos.

b) Dois desenhos possíveis são:



Notas de Aula

Atividade 5

Objetivos específicos: Levar o aluno a:

- ⋆ Identificar uma mesma fração unitária (no caso, a terça parte) em representações diversas, ou seja, em representações de unidades não necessariamente congruentes.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- ⋆ Recomenda-se que esta atividade seja desenvolvida em grupos de 3 a 5 alunos.
- ⋆ Durante a discussão, os alunos devem ser estimulados a explicar as suas escolhas. A discussão sobre os motivos da identificação, ou não, de cada uma das representações à terça parte da unidade correspondente será fundamental para atingir o objetivo da atividade.
- ⋆ Os alunos devem reconhecer que, independente da unidade considerada, em uma equipartição em 3 partes, cada uma das partes é um terço (ou a terça parte) da unidade.
- ⋆ Aproveite as próprias palavras e os argumentos dos alunos para conduzi-los às conclusões esperadas.
- ⋆ Fique atento aos alunos que selecionarem as figuras que simplesmente possuem alguma associação com o número 3, não correspondendo a terços. Por exemplo, um aluno que associe a **Figura i)** a terços pode ainda não ter compreendido a necessidade da equipartição para a identificação de um terço. Já o aluno que associa **Figura j)** a terços pode estar simplesmente contando as partes em vermelho, sem que tenha reconhecido que a figura deveria estar dividida em 3 partes iguais e não em 5.

Resposta da Atividade 5

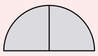
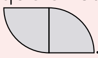
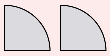
A parte em vermelho representa um terço da figura nos itens c), d), e), f) e h).

Atividade 6

Objetivos específicos: Levar o aluno a:

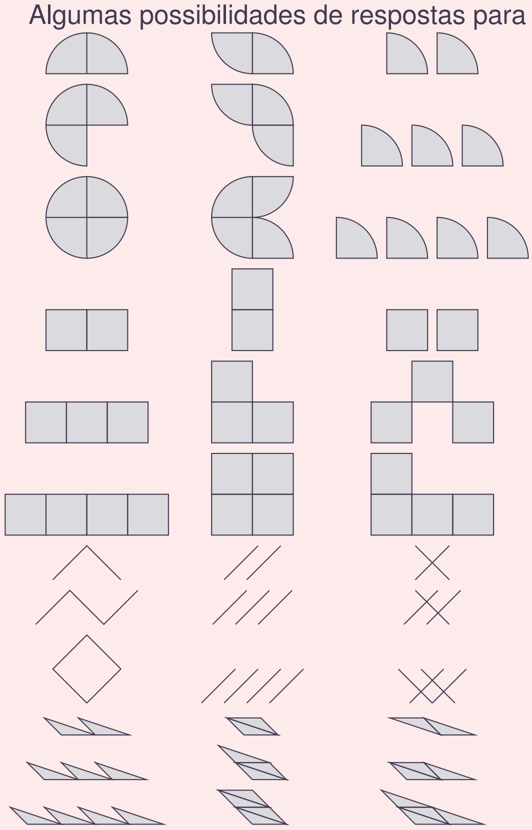
- ⋆ Recompor a unidade a partir de uma fração unitária dada em modelos contínuos.
- ⋆ Relacionar uma fração da unidade à quantidade necessária dessas partes para compor a unidade. Assim, por exemplo, é necessário reunir cinco *quintas partes* para recompor o todo.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- ⋆ Recomenda-se que a atividade seja desenvolvida em grupos de 3 a 5 alunos.
- ⋆ É importante ter em mente que existem várias soluções para cada item. Por exemplo, o primeiro item pode ser corretamente respondido por:  e .
- ⋆ Avalie a possibilidade de discutir com os estudantes respostas que sejam reuniões de partes não justapostas, por exemplo, no primeiro item pode-se ter também  como resposta.
- ⋆ Estimule os alunos a reconhecer (e a fazer) mais do que uma representação para a unidade em cada item.
- ⋆ Estimule os alunos a, a partir da identificação da fração unitária, determinar a quantidade de partes necessárias para recompor a unidade.

Resposta da Atividade 6

Algumas possibilidades de respostas para cada linha da tabela do enunciado estão nas respectivas linhas abaixo.



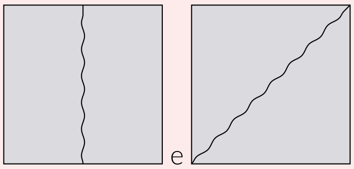
Atividade 7

Objetivos específicos: Levar o aluno a:

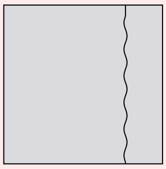
- ⋆ Representar uma fração unitária a partir de uma unidade dada.
- ⋆ Reconhecer (e obter) um quarto como a metade da metade e um oitavo como a metade de um quarto.
- ⋆ Comparar as frações unitárias metade, um quarto e um oitavo de um mesmo quadrado.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- ⋆ Esta é uma atividade que o aluno pode fazer individualmente.
- ⋆ Não se espera que, nesta atividade, os alunos usem a medida para fazer a equipartição de maneira mais precisa. O objetivo é fazer a equipartição livremente e de forma coerente. Assim, por exemplo, podem ser aceitas como respostas:



Já as representações a seguir sugerem que os alunos precisam revisar os conceitos exigidos para a solução da atividade:

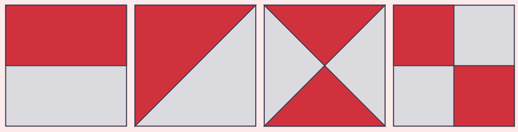


- ⋆ A representação da unidade se dá de forma genérica por um quadrado.
- ⋆ Espera-se que os alunos reconheçam que para obter um quarto da unidade basta tomar a metade da metade. E que, para determinar um oitavo pode dividir um quarto ao meio.
- ⋆ Recomende que os alunos usem dobradura para identificar as frações pedidas. Assim, por exemplo, a fração $\frac{1}{4}$ pode ser obtida por duas dobras do papel.
- ⋆ Discuta com os estudantes que quanto maior o número de partes iguais em que se particiona o quadrado, menor fica cada uma das partes.
- ⋆ Procure apresentar e discutir com a turma mais do que uma solução para cada item.
- ⋆ **As diferentes soluções apresentadas pelos alunos podem enriquecer a discussão**. A comparação entre, por exemplo, a metade do quadrado proveniente da dobradura pela diagonal e o quarto do quadrado proveniente da dobradura a partir de linhas paralelas aos lados (como um sinal de “+”) pode não ser tão natural. Dificuldade semelhante pode ser observada na comparação entre esse mesmo quarto do quadrado e o oitavo do quadrado proveniente de uma sequência de dobraduras paralelas a um dos lados, determinando “faixas paralelas”. Nesses casos, para executar a comparação, é necessário que os alunos reconheçam partes de formatos diferentes que correspondem a uma mesma fração do quadrado como iguais em quantidade. Assim, a comparação entre a metade do quadrado, obtida pela dobradura na diagonal, e o quarto do quadrado, obtido pela dobraduta “em sinal de +”, pode ser amparada pelo reconhecimento de que a metade em questão é igual em quantidade à metade do quadrado obtida por uma única dobra paralela a um dos lados, que é o dobro do quarto do quadrado.

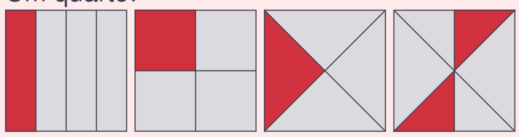
Resposta da Atividade 7

Algumas soluções possíveis, convencionais e outras menos convencionais são:

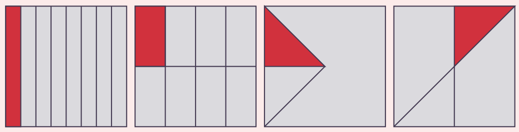
a) Metade:



b) Um quarto:



c) Um oitavo:



d) Dentre as opções apresentadas, a maior fração do quadrado é metade.

Atividade 8

Objetivos específicos: Levar o aluno a:

- ⋆ Representar uma fração unitária (no caso, um meio ou metade) a partir de uma unidade dada.
- ⋆ Estabelecer representações diferentes para a mesma fração unitária e para uma mesma unidade.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

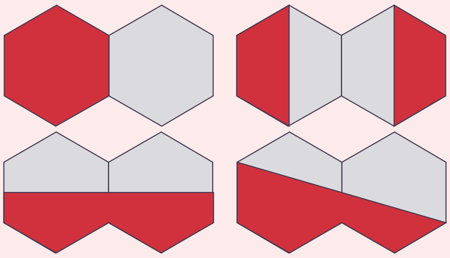
- ⋆ Essa é uma atividade que o aluno pode fazer individualmente.
- ⋆ Como na atividade anterior, não se espera que, nesta atividade, o aluno use a medida para fazer a equipartição de maneira mais precisa. O objetivo é que o aluno faça a equipartição livremente e de forma coerente.
- ⋆ Incentive os alunos a usar dobradura para decidir sobre as diferentes formas de identificar metades na unidade apresentada.

Observe que a representação da unidade se dá de forma genérica, ainda em modelo contínuo, por uma figura não tradicional como retângulos e círculos, que é determinada pela justaposição de dois hexágonos regulares.

⋆ Procure apresentar e discutir com a turma mais do que uma solução para cada item.

Resposta da Atividade 8

Algumas das respostas possíveis para este problema são:



Atividade 9

Objetivos específicos: Levar o aluno a:

⋆ Reconhecer a metade de uma unidade pela reunião de partes menores e em partições diversas.

⋆ Estabelecer representações diferentes para a mesma fração unitária para uma mesma unidade.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

⋆ Esta é uma atividade que o aluno pode fazer individualmente.

⋆ Esta atividade pretende levar o aluno a perceber que a metade de uma unidade pode ser considerada e identificada mesmo sem que se tenha uma divisão em duas partes iguais.

⋆ Como nas atividades anteriores, não se espera que o aluno use a medida para confirmar a metade da unidade. O objetivo é que o aluno identifique a representação da metade (ou não) por sobreposição e justaposição das partes, decompondo e recompondo a figura.

⋆ Cada aluno deve receber as imagens das figuras, disponíveis para reprodução no final do livro para que possa manipular como achar melhor e conduzir a sua decisão.

⋆ Incentive os alunos a argumentar, justificando a sua decisão. Para isso, podem, por exemplo, se apoiar em dobraduras ou em recortes das partes da figura.

⋆ Procure apresentar e discutir com a turma mais do que uma solução para cada item.

Resposta da Atividade 9

As figuras que correspondem à metade da unidade são as de números 1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 11 e 12.

Atividade 10

Objetivos específicos: Levar o aluno a:

⋆ Distinguir frações unitárias a partir de representações em modelos de área circular.

⋆ Comparar frações unitárias a partir de representações em modelos de área circular.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

⋆ Recomenda-se que esta atividade seja desenvolvida em grupos de 3 a 5 alunos. No entanto, cada aluno deve ter o seu próprio material (Círculos de Frações) para realizar a atividade.

⋆ Durante a discussão, os alunos devem ser estimulados a explicar as suas escolhas. A discussão sobre os motivos da identificação, ou não, de cada uma das representações às frações da unidade correspondentes será fundamental para atingir o objetivo da atividade.

⋆ Esta atividade é planejada para ser desenvolvida a partir de material concreto baseado em modelos de área circular. Mais especificamente com um material conhecido como "Círculos de Frações". Para aplicá-la, é necessário reproduzir esse material, que está disponível nas páginas para reprodução.

⋆ Sendo um material concreto, os círculos de frações têm o papel de auxiliar na visualização da representação das frações, mais especificamente, das frações unitárias.

⋆ Na versão utilizada nesta atividade, o círculo corresponde à unidade, ou seja, ao 1 e os setores circulares, diferenciados por cores, correspondem às frações unitárias um meio, um terço, um quarto, um sexto, um sétimo, um oitavo, um nono e um décimo.

⋆ Os Círculos de Frações também podem ser utilizados para trabalhar com as frações unitárias, bem como para abordar outros conceitos e assuntos como, por exemplo, frações em geral, comparação de frações ou as operações com frações (adição e subtração).

⋆ Refira-se ao círculo inteiro (na cor preta) como círculo ou unidade, e não como todo. Refira-se a cada setor circular como fração do círculo, parte do círculo ou, simplesmente, peça da cor x.

⋆ Antes de solicitar aos alunos que realizem a atividade, explore o material ressaltando especialmente o fato de que, reunidas, as peças de uma mesma cor determinam um círculo congruente ao preto.

⋆ Ainda antes de solicitar aos alunos que realizem a atividade, explore também o material com perguntas dirigidas a toda a turma como as seguintes: "Quantas peças azuis cobrem o círculo preto?" ou "Quantas peças verdes cobrem o círculo preto?".

⋆ Faça uso do material concreto para ilustrar e explicar a resposta de cada item e incentive os seus alunos a fazerem o mesmo.

- Espera-se que a explicação para as respostas, nos oito primeiros itens desta questão, seja a partir da contagem dos setores circulares correspondentes às frações envolvidas. Assim, por exemplo, a resposta do item b) pode ser justificada pelo fato de que são necessários 4 partes de círculo na cor vermelha para compor um círculo preto.
- Já para os cinco itens que tratam da comparação, espera-se que os alunos identifiquem os setores que representam as frações envolvidas e procedam a comparação pela sobreposição das peças correspondentes. Assim, por exemplo, a resposta do item l) pode ser justificada pela sobreposição das peças das cores verde e amarelo.
- Aproveite a correção desses últimos itens para explorar, a partir dos Círculos de Frações, a relação entre a quantidade de peças de cada cor e o tamanho das peças, ou seja, a relação inversa entre a quantidade de partes em que círculo (unidade) está dividido e o tamanho de cada parte.

Resposta da Atividade 10

a) Uma peça da cor AZUL é igual a um terço do círculo preto.
b) Uma peça da cor VERMELHA é igual a um quarto do círculo preto.
c) Uma peça da cor AMARELA é igual a um sétimo do círculo preto.
d) Uma peça da cor LARANJA é igual a um nono do círculo preto.
e) Uma peça da cor roxa é igual a UM SEXTO do círculo preto.
f) Uma peça da cor cinza é igual a UM OITAVO do círculo preto.
g) Uma peça da cor branca é igual a UM DÉCIMO do círculo preto.
h) Uma peça da cor rosa é igual à METADE do círculo preto.
i) Um terço do círculo preto é maior do que um sétimo do círculo preto.
j) Um nono do círculo preto é menor do que um quarto do círculo preto.
k) Um sétimo do círculo preto é menor quinto do círculo preto.
l) Um quarto do círculo preto é maior do que um oitavo do círculo preto.
m) Um sexto do círculo preto é maior do que um sétimo do círculo preto

Atividade 11

Objetivos específicos: Levar o aluno a

- Conhecer e compreender as expressões correspondentes as frações unitárias com denominadores de 5 a 10.
- Comparar frações da unidade através da representação visual de frações do círculo.
- Reconhecer a relação inversa entre o número de partes e o tamanho de cada parte.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- Esta atividade pode ser resolvida individualmente, mas é essencial que seja discutida com toda a turma.
- É provável que nem todos os alunos conheçam ou intuam as expressões correspondentes às frações propostas. Nesse caso, cabe ao professor apresentá-las e diferenciá-las.
- Aproveite esta atividade para revisar e discutir o vocabulário que é objetivo nesta seção: *unidade, metade, um meio, um terço, terça parte, um quarto, quarta parte, um quinto, quinta parte, um sexto, sexta parte, um sétimo, sétima parte, um oitavo, oitava parte, um nono, nona parte, um décimo* e *décima parte* .

Resposta da Atividade 11

a) A correspondência adequada é:
  I) A esta afirmação corresponde a figura G).
  II) A esta afirmação corresponde a figura D).

III) A esta afirmação corresponde a figura I).

IV) A esta afirmação corresponde a figura B).

V) A esta afirmação corresponde a figura A).

VI) A esta afirmação corresponde a figura F).

b) As frações um sétimo, um oitavo, um nono e um décimo do círculo são menores que um sexto do círculo. Qualquer uma delas está correta.

c) As frações um meio, um terço, um quarto, um quinto, um sexto, um sétimo e um oitavo do círculo são maiores que um nono do círculo. Qualquer uma delas está correta.

d) As frações um sétimo e um oitavo do círculo são menores que um sexto e maiores que um nono do círculo.

Atividade 12

Objetivos específicos: Levar o aluno a:

- ⋆ Distinguir frações unitárias a partir de representações em modelos diversos, baseados em equipartição ou não.
- ⋆ Comparar frações unitárias a partir de representações em modelos diversos, baseados em equipartição ou não.
- ⋆ Estabelecer a comparação entre as frações "um meio", "um quarto" e "um décimo".
- ⋆ Reconhecer e diferenciar a representação das frações "um meio", "um quarto" e "um décimo" em modelos diversos, baseados em equipartição ou não.
- ⋆ Estabelecer a comparação entre as frações "um meio", "um quarto" e "um décimo".

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- ⋆ Esta é uma atividade que o aluno pode fazer individualmente.
- ⋆ Esta atividade pretende levar o aluno a perceber que a metade de uma unidade pode ser considerada e identificada mesmo sem que se tenha uma divisão em duas partes iguais.
- ⋆ Como nas atividades anteriores, não se espera que os alunos usem a medida para confirmar a metade. O objetivo é que identifiquem a representação da metade (ou não) por sobreposição e justaposição dessas partes, decompondo e recompondo a figura.
- ⋆ Cada aluno deve receber as imagens das figuras, disponíveis para reprodução no final do livro para que possa manipular como achar melhor e conduzir a sua decisão.
- ⋆ Incentive os alunos a argumentar, justificando a sua decisão. Para isso, podem, por exemplo, se apoiar em dobraduras ou no recorte das partes da figura.
- ⋆ Procure apresentar e discutir com a turma mais do que uma solução para cada item

Resposta da Atividade 12

(A) um meio, (B) um décimo, (C) um quarto,
(D) um quarto, (E) um quarto, (F) um meio,
(G) um quarto, (H) um décimo, (I) um quarto,
(J) um décimo, (L) um quarto, (M) um meio

LIÇÃO 2 - Para o professor

Nesta seção, serão estudadas as frações com numeradores diferentes de 1, tanto as próprias (caso em que o numerador é menor do que ou igual ao denominador) como as impróprias (caso em que o numerador é maior do que o denominador). Também serão abordadas a notação simbólica de frações e a comparação entre frações de mesmo denominador.

As frações com numerador diferente de 1 são apresentadas a partir da **justaposição de frações unitárias com mesmo denominador ou simplesmente contando-se essas frações**. Para isso, tem-se a representação pictórica como um apoio importante.

Por exemplo, na atividade 1, as imagens da barra de chocolate amparam a compreensão da fração $\frac{2}{3}$ como a adição por justaposição de duas partes correspondentes à terça parte (ou à fração $\frac{1}{3}$) de uma barra de chocolate.

Nesse sentido, nas primeiras atividades, há um esforço deliberado para que o estudante faça uso da linguagem de frações apresentada na Lição 1 para expressar frações não unitárias. Por exemplo, na atividade 2, sabendo que uma das três fatias iguais em que foi repartida uma torta é um terço da torta, espera-se que o aluno use a linguagem “dois terços” ou “dois um terços” da torta para se referir às outras duas fatias. Dessa forma, “dois terços” são obtidos pela justaposição de duas partes correspondentes a “um terço”. O objetivo é que esse processo se estenda para a compreensão das demais frações não unitárias. Assim, por exemplo, as frações “quatro quintos” e “seis quintos” são entendidas como “quatro um quintos” e “seis um quintos”, respectivamente.

Um cuidado especial recomendado ao professor é com as frações impróprias, introduzidas logo nas primeiras atividades ainda sem notação simbólica. Não é indicado atrasar muito a introdução deste tipo de fração porque o estudante pode fixar-se na ideia de que não há fração maior do que a unidade (por exemplo, a fração $\frac{4}{3}$ pode não fazer sentido para o estudante porque, para ele, não faz sentido dividir uma torta em 3 pedaços e tomar 4). No entanto, decidiu-se omitir do estudante as terminologias “fração própria” e “fração imprópria” por se acreditar que esta linguagem não só é desnecessária para ele como também pode desviar a atenção dos temas que realmente importam.

Apesar de esta lição introduzir a linguagem simbólica de frações,o estudante talvez ainda precise de um unidade concreta explícita para ter um significado para a fração $\frac{a}{b}$: por exemplo, “$\frac{a}{b}$ de uma pizza” ou “$\frac{a}{b}$ de uma barra de chocolate”. Apenas na próxima lição, $\frac{a}{b}$ será tratado como número, requerendo do aluno a abstração que o conceito de número exige.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS DA LIÇÃO 2:

O aluno deve ser capaz de:

- ⋆ Reconhecer frações não unitárias (próprias e impróprias) como a justaposição de partes correspondentes às frações unitárias.
- ⋆ Utilizar as linguagens verbal e simbólica de frações para se referir a uma fração $\frac{a}{b}$.
- ⋆ Reconhecer e nomear os termos de uma fração.
- ⋆ Comparar frações de mesmo denominador.
- ⋆ Reconhecer que uma mesma quantidade pode ser expressa por frações diferentes, dependendo da unidade escolhida.

Atividade 1

Objetivos específicos: Levar o aluno a

- ⋆ Estender o uso de frações para expressar quantidades que correspondam a mais do que uma fração unitária, a partir da justaposição de duas ou mais partes correspondentes às frações unitárias de mesmo denominador.
- ⋆ Reconhecer e usar frações para expressar quantidades que correspondam a mais do que uma fração unitária, em situação de equipartição de mais do que uma unidade (no caso, duas).
- ⋆ Reconhecer a necessidade de apresentar uma expressão verbal que identifique a quantidade correspondente à justaposição de duas ou mais partes correspondentes às frações unitárias de mesmo denominador.
- ⋆ Compreender e usar a expressão "n terços de"como forma de registrar as n partes da equipartição da unidade em três partes (no caso, dois terços).
- ⋆ Identificar a fração "n terços de" em uma situação de equipartição de mais do que uma unidade.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- ⋆ Recomenda-se que a atividade seja desenvolvida em grupos de 3 a 5 alunos.
- ⋆ A escolha de iniciar o assunto com um problema de divisão partitiva, no lugar do contexto parte-todo, se deve a dois motivos: (1) mantém-se a questão motivadora de equipartição iniciada na lição anterior (agora com múltiplas cópias da unidade) e (2) na divisão partitiva, frações cujo numerador é maior do que o denominador (frações impróprias) fazem sentido e aparecem naturalmente, algo que pode não ocorrer no contexto parte-todo (não parece natural nomear uma parte "maior" do que o todo, mas é possível uma quantidade proveniente de frações ser maior do que a unidade).
- ⋆ As diversas soluções apresentadas pelos diferentes grupos devem ser discutidas com a turma inteira.
- ⋆ É possível que os alunos utilizem expressões variadas para nomear as partes dos chocolates em cada divisão e para a quantidade de chocolate que cada irmão recebeu. Por exemplo, "dois dos seis pedaços", "dois pedaços de um terço de chocolate", dentre outras. É importante que a discussão conduza os alunos ao uso de terços: "dois terços", "quatro terços", "seis terços", etc. Observa-se que o uso de "sextos" para nomear as partes não é esperada para as perguntas que envolvem fração "de uma barra" e muito provavelmente indicam uma confusão do aluno em relação ao reconhecimento da unidade. Verifique.
- ⋆ Nesta atividade, é importante que os alunos possam ter cópias de figuras ilustrativas das barras de chocolate para dividir e poder avaliar e decidir as suas respostas. Faça cópias das páginas para reprodução.

Classificações:

- ⋆ Heid et al.: Conceito: identificar e descrever
- ⋆ Nicely, Jr.: Nível 1: reconhecer
- ⋆ UERJ: Observar: identificar e reconhecer

Resposta da Atividade 1

a) Um terço.

b) Sim, pois a divisão foi justa no sentido de cada irmã ter recebido a mesma quantidade de chocolate.

c) Sim, pois cada irmã recebeu dois pedaços que equivalem, cada um, a um terço de uma barra de chocolate.

d) Dois terços de uma barra.

e) Três terços de uma barra, ou seja, uma barra inteira de chocolate.

f) Quatro terços de uma barra, ou seja, uma barra inteira e um terço de chocolate.

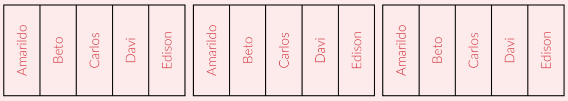
Atividade 2

Objetivos específicos: Levar o aluno a

- ⋆ Estender o uso de frações para expressar quantidades que correspondam a mais do que uma fração unitária a partir da justaposição de duas ou mais frações unitárias de mesmo denominador.
- ⋆ Reconhecer a necessidade de apresentar uma expressão verbal que identifique a quantidade correspondente à justaposição de duas ou mais partes correspondentes às frações unitárias de mesmo denominador.
- ⋆ Reconhecer e usar frações para expressar quantidades que correspondam a mais do que uma fração unitária em situação de equipartição de mais do que uma unidade (no caso, três).
- ⋆ Compreender e usar a expressão “n quintos de” como uma forma de identificar a quantidade equivalente a n partes da equipartição da unidade em quintos, incluindo os casos em que n é maior do que cinco (frações impróprias).
- ⋆ Analisar uma situação de comparação de frações de mesmo denominador.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- ⋆ Recomenda-se que a atividade seja desenvolvida em grupos de 3 a 5 alunos.
- ⋆ As diversas soluções apresentadas pelos diferentes grupos devem ser discutidas com a turma inteira.
- ⋆ Em particular, no Item a), não se espera, nem se recomenda, que a representação feita pelos alunos seja amparada por medida. O objetivo é que façam a equipartição livremente e de forma coerente. Assim, por exemplo, pode ser aceita como resposta a solução indicada na figura a seguir.



- ⋆ Em suas respostas, é possível que os alunos utilizem expressões variadas para nomear as partes das tortas em cada divisão e para as quantidades de torta que cada irmão recebe. Por exemplo, “três dos quinze pedaços”, “três pedaços de um quinto de torta”, dentre outras. É importante que a discussão conduza os alunos ao uso de quintos: “três quintos”, “seis quintos”, “quinze quintos”, etc.
- ⋆ Espera-se que, no final da atividade, o aluno tome conhecimento e reconheça o significado das expressões dois quintos e três quintos, mesmo que não o faça espontaneamente (usando, por exemplo, especificações como “dois pedaços” ou “duas fatias”) e seja necessária a intervenção do professor. **O professor deve fazer e incentivar o uso da terminologia de frações que se quer estabelecer nesta lição.**
- ⋆ Nesta atividade, é importante que os alunos possam ter cópias de figuras ilustrativas da torta para dividir e poder avaliar e decidir suas respostas. Faça cópias das páginas para reprodução.
- ⋆ Nos Itens c) e d), não basta uma resposta “Sim” ou “Não”. É importante estimular os seus alunos a darem uma justificativa.

Classificações:

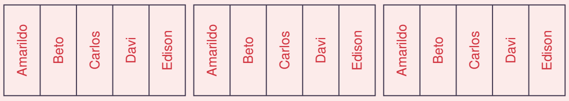
- ⋆ Heid et al.: Conceito: identificar, descrever
- ⋆ Nicely, Jr.: Nível 1: reconhecer
- ⋆ UERJ: Observar: identificar, reconhecer

Itens c) e d)

- ⋆ Heid et al.: Raciocínio: justificar
- ⋆ Nicely, Jr.: Nível 6: justificar
- ⋆ UERJ: Avaliar: julgar

Resposta da Atividade 2

a) Uma resposta possível (entre várias): dividir cada uma das três tortas em 5 partes iguais e, então, com as 15 partes disponíveis, distribuir 3 partes para cada amigo, como mostra a figura a seguir



b) I) Três quintos.

II) Seis quintos (ou uma torta inteira e um quinto de torta).

III) Nove quintos.

IV) Doze quintos (ou duas tortas inteiras e dois quintos de torta).

V) Quinze quintos (ou três tortas inteiras).

c) A quantidade de torta que cada amigo recebeu não pode ser menor do que um quinto de torta pois, se isto acontecesse, a quantidade total de torta recebida pelos cinco amigos seria menor do que cinco quintos de torta, isto é, seria menor do que uma torta inteira, o que não é o caso. Um argumento análogo mostra que a quantidade de torta que cada amigo recebeu não pode ser menor do que dois quintos de torta.

d) A quantidade de torta que cada amigo recebeu não pode ser maior do que três quintos de torta pois, se isto acontecesse, a quantidade total de torta recebida pelos cinco amigos seria maior do que quinze quintos de torta, isto é, seria maior do que três tortas inteiras, o que não é o caso. Um argumento análogo mostra que a quantidade de torta que cada amigo recebeu não pode ser maior do que quatro quintos de torta.

Atividade 3

Objetivos específicos: Levar o aluno a

- ⋆ Estender o uso de frações para expressar quantidades que correspondam a mais do que uma fração unitária, a partir da justaposição de duas ou mais partes correspondentes às frações unitárias de mesmo denominador.
- ⋆ Reconhecer e usar frações para expressar quantidades que correspondam a mais do que uma fração unitária em situações que exijam a partição de mais do que uma unidade (no caso, oito).
- ⋆ Compreender e usar a expressão "n oitavos de" como forma de identificar a quantidade equivalente a n partes da equipartição da unidade em oito partes, incluindo os casos em que n é maior do que oito (frações impróprias).
- ⋆ Reconhecer que uma mesma quantidade pode ser expressa por frações equivalentes de uma mesma unidade (por exemplo, "meia torta" e "quatro oitavos de torta" representam a mesma quantidade de torta).

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- ⋆ Recomenda-se que a atividade seja desenvolvida em grupos de 3 a 5 alunos.
- ⋆ As diversas soluções apresentadas pelos diferentes grupos devem ser discutidas com a turma inteira.
- ⋆ É importante que a discussão conduza os alunos ao uso de oitavos: "quatro oitavos", "dez oitavos" e "uma torta e dois oitavos".
- ⋆ No entanto, cabe ressaltar que não se objetiva o uso da notação de fração mista para representar, por exemplo, "uma torta e dois oitavos".
- ⋆ As respostas esperadas para o Item c) podem surgir na resolução do Item b). Caso isso aconteça, recomenda-se que as frações corretas correspondentes a 4 fatias de torta ($\frac{1}{2}$ de torta, $\frac{2}{4}$ de torta, $\frac{3}{6}$ de torta, etc.) sejam reconhecidas como tal, mas que, conforme solicitado pelo enunciado, a resposta deve ser dada em termos de oitavos.
- ⋆ No Item c), é importante estimular o aluno a dar uma explicação para sua resposta: "por que você pensou em $\frac{1}{2}$ de torta?", "Por que você pensou em $\frac{3}{6}$ de torta?" Etc.

Classificações:

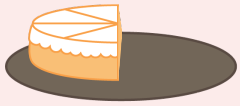
- ⋆ Heid et al.: Conceito: identificar, descrever
- ⋆ Nicely, Jr.: Nível 1: reconhecer
- ⋆ UERJ: Observar: identificar, reconhecer

Resposta da Atividade 3

a) Cada fatia é um oitavo de torta, pois cada torta está dividida em oito partes iguais.

b) Havia para a sobremesa quatro oitavos de torta.

c) Meia torta, pois quatro fatias de torta têm a mesma quantidade de torta que meia torta.



a) Algumas respostas possíveis: dez oitavos de torta; uma torta inteira e dois oitavos de torta; uma torta inteira e um quarto de torta.

Atividade 4

Objetivos específicos: Levar o aluno a

- ⋆ Identificar frações do tipo "n meios", "n terços", ..., "n décimos" em diferentes modelos visuais de frações em situações onde há uma indicação explícita da unidade.
- ⋆ Compreender frações do tipo "n meios", "n terços", ..., "n décimos" como forma de identificar a quantidade equivalente a "n" cópias da fração unitária "$\frac{1}{m}$" (incluindo os casos em que $n \geq m$) em situações onde há uma indicação explícita da unidade.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- ⋆ Esta atividade pode ser resolvida individualmente, mas é essencial que seja discutida com toda a turma.
- ⋆ Observe que, enquanto que nas atividades anteriores cópias múltiplas da unidade já estavam naturalmente disponíveis (as duas barras de chocolate na Atividade 1, as três tortas salgadas na Atividade 2, as várias tortas divididas em oito partes na confeitaria da Atividade 3), nesta atividade, o aluno deve identificar frações a partir de uma única cópia da unidade, sem qualquer subdivisão registrada. Por exemplo, no item d), o aluno deve registrar nove meios de uma estrelinha, sem a subdivisão explicitada. Assim, a atividade oferece uma oportunidade para reforçar a compreensão de frações em um contexto diferente daquele em que a parte correspondente à fração é identificada e totalmente inserida em uma unidade, frequentemente já subdividida. Esse tipo de representação, muito associada ao significado parte/-todo, pode limitar a compreensão de frações impróprias.
- ⋆ Nesta atividade, espera-se que o aluno identifique uma equipartição adequada da unidade que defina a fração unitária $\frac{1}{m}$ da unidade para compor a parte colorida e que, então, tome a quantidade n correta desta fração unitária, mesmo no caso em que $n > m$.

Classificações:

- ⋆ Heid et al.: Conceito: identificar
- ⋆ Nicely, Jr.: Nível 1: reconhecer
- ⋆ UERJ: Observar: identificar, nomear

Resposta da Atividade 4

a) dois terços.

b) dois meios.

c) dois quintos.

d) nove meios.

e) oito sextos.

Sobre o Organizando as ideias

Nesta etapa, espera-se que os alunos compreendam as frações $\frac{a}{b}$ como adição por justaposição de a frações $\frac{1}{b}$ da unidade. Observe que esse entendimento é construído a partir de modelos contínuos e amparado por situações concretas. Assim, como explicado na introdução desta seção, por exemplo, "dois terços" de uma unidade dada são obtidos pela justaposição de duas partes correspondentes a "um terço" da mesma unidade.

Esse entendimento terá reflexos na forma como são lidas as frações $\frac{a}{b}$. Não se espera, nem se recomenda, que seja sugerida aos alunos a leitura de $\frac{a}{b}$ como "*a sobre b*" nem como "*a dividido por b*". Nesta etapa, espera-se que os alunos leiam essas frações, por exemplo, como "dois terços" ou "dois um terços" da unidade. As outras formas de leitura serão tratadas em seções posteriores.

Nesse contexto, é importante também discutir com os alunos as frações que representam números naturais. Por exemplo, na atividade 2, a fração $\frac{3}{3}$ da torta é uma torta inteira e a fração $\frac{6}{3}$ da torta são duas tortas.

Por fim, observa-se que a notação de fração pode não parecer natural para os alunos, porque é um símbolo composto por dois números de significados diferentes, um sobre o outro. Isso contraria a escrita usual dos números naturais. Alguns povos antigos tiveram representações diferentes para estes números. Contudo, é importante lembrar que hoje essa é a notação mundialmente aceita, devendo, portanto, ser bem compreendida.

Notas de Aula

Atividade 5

Objetivos específicos: Levar o aluno a

- ⋆ Comparar diversas maneiras de se representar uma fração (por extenso, simbolicamente e graficamente).
- ⋆ Discutir aspectos dessas representações.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

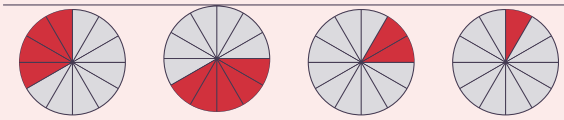
- ⋆ Essa é uma atividade que o aluno pode fazer individualmente.
- ⋆ É possível que os alunos utilizem frações equivalentes como resposta para um mesmo item. Por exemplo, as frações $\frac{4}{12}$, $\frac{2}{6}$ e $\frac{1}{3}$descrevem corretamente a quantidade de pizza consumida por Pedro. Nestes casos, dê oportunidade para que cada aluno explique como chegou à sua resposta pois, procedendo desta maneira, mesmo de forma pontual, os alunos perceberão que uma mesma quantidade pode ser descrita por frações com nomes diferentes, o que vai motivar o assunto "frações equivalentes" que será tratado na Lição 4.
- ⋆ Esta atividade procura mostrar uma das qualidades da notação simbólica matemática: expressar um conceito com economia de escrita. Ela permite encapsular detalhes, simplificar procedimentos, abstrair e generalizar conceitos. Assim, é muito importante fazer com que seus alunos se familiarizem com a notação simbólica matemática para frações: ela será fundamental nas lições sobre operações com frações, por exemplo.

Classificações:

- ⋆ Heid et al.: Produto: gerar
- ⋆ Nicely, Jr.: Nível 5: converter (simbolizar)
- ⋆ UERJ: Interpretar: discriminar

Resposta da Atividade 5

Pedro	Isabella	Bernardo	Manuela



quatro doze avos	cinco doze avos	dois doze avos	um doze avos
$\frac{4}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{1}{12}$

a) A que usa a notação simbólica matemática.

b) As respostas podem variar de pessoa para pessoa. No entanto, a justificativa deve ser coerente com a resposta. Discuta com a turma as diferentes respostas.

Atividade 6

Objetivo específico: Levar o aluno a

- ⋆ Comparar frações com relação a uma fração de referência (no caso, a fração $\frac{1}{2}$) usando modelos contínuos (de área).

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- ⋆ Essa é uma atividade que o aluno pode fazer individualmente.
- ⋆ Incentive seus alunos a darem justificativas para suas respostas, mesmo que informais.

Classificações:

- ⋆ Heid et al.: Conceito: identificar
- ⋆ Nicely, Jr.: Nível 3: comparar
- ⋆ UERJ: Observar: identificar e reconhecer; Ordenar

Resposta da Atividade 6

a) A parte pintada é igual a $\frac{1}{2}$ da figura.

b) A parte pintada é igual a $\frac{4}{10}$ e é menor do que $\frac{1}{2}$ da figura.

c) A parte pintada é igual a $\frac{6}{10}$ e é maior do que $\frac{1}{2}$ da figura.

Atividade 7

Objetivo específico: Levar o aluno a

- ⋆ Comparar frações unitárias a partir de representações usando modelos circulares.
- ⋆ Mais especificamente, comparar um quarto e um oitavo.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- ⋆ Esta atividade pode ser resolvida individualmente, mas é essencial que seja discutida com toda a turma.
- ⋆ Em particular, incentive os alunos a argumentar, justificando a sua resposta.
- ⋆ Conduza a discussão de modo a conseguirem reconhecer a relação inversa entre denominador (número de partes) e o tamanho de cada parte: quanto maior o denominador, menor a fração.

Classificações::

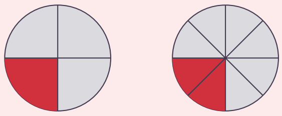
- ⋆ Heid et al.: Conceito: gerar
- ⋆ Nicely, Jr.: Nível 3: comparar
- ⋆ UERJ: Observar: Observar: identificar e reconhecer; Ordenar

Resposta da Atividade 7

a) $\frac{1}{4}$.

b) $\frac{1}{8}$.

c) Uma fatia da primeira pizza é maior do que uma fatia da segunda pizza: precisamente, o dobro da quantidade. Isto acontece porque são necessárias duas fatias da segunda pizza para ter-se a mesma quantidade de pizza que uma fatia da primeira pizza, como mostra o desenho a seguir.



Atividade 8

Objetivos específicos: Levar o aluno a :

- ⋆ Reconhecer que uma mesma quantidade pode ser expressa por frações diferentes dependendo da unidade escolhida.
- ⋆ Utilizar linguagem simbólica para se referir a uma fração $\frac{a}{b}$.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- ⋆ Recomenda-se que a atividade seja desenvolvida em grupos de 3 a 5 alunos.
- ⋆ As diversas soluções apresentadas pelos diferentes grupos devem ser discutidas com a turma inteira. É possível que os alunos utilizem frações equivalentes como resposta para um mesmo item. Por exemplo, no item f), as frações $\frac{3}{6}$ e $\frac{1}{2}$ são respostas corretas. Nesses casos, dê a oportunidade para que cada aluno explique como chegou a sua resposta. Dessa maneira, mesmo que de forma pontual, os alunos perceberão que uma mesma quantidade pode ser descrita por frações com nomes diferentes, o que pode prepará-los para o assunto de frações equivalentes que será tratado na Lição 4.
- ⋆ No final da atividade, é importante enfatizar para os alunos a propriedade matemática que esta atividade quer destacar, ou seja, que uma mesma quantidade pode ser descrita por frações diferentes com unidades diferentes. Observe para eles que, no contexto "frações de", é fundamental saber a que o "de" se refere, isto é, qual é a unidade que está sendo considerada.

Classificações:

- ⋆ Heid et al.: Conceito: identificar; Produto: gerar
- ⋆ Nicely, Jr.: Nível 1: reconhecer; Nível 5: converter (simbolizar)
- ⋆ UERJ: Interpretar: discriminar

Resposta da Atividade 8

a) $\frac{1}{2}$.
b) $\frac{1}{4}$.
c) $\frac{1}{6}$.
d) $\frac{3}{2}$.
e) $\frac{3}{4}$.
f) $\frac{1}{2}$.
g) $\frac{5}{2}$.
h) $\frac{5}{4}$.
i) $\frac{5}{6}$.
j) 3.
l) $\frac{3}{2}$.
m) 1.

Atividade 9

Objetivos específicos: Levar o aluno a

⋆ Representar frações não unitárias descritas com notação simbólica matemática em diversos modelos de área, incluindo casos em que as subdivisões apresentadas não coincidem com o denominador da fração dada.

⋆ Identificar a fração complementar de uma fração própria da unidade usando notação simbólica.

⋆ Reconhecer (e gerar) oitavos como metades de quartos, sextos como metades de terços e décimos como metades de quintos. Preparando-se assim para a discussão sobre equivalência de frações que será feita na Lição 4.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

⋆ Essa é uma atividade que o aluno pode fazer individualmente.

⋆ Observe que os três últimos itens constituem uma extensão natural da Atividade 7 da Lição 1.

⋆ Não se espera, nem se recomenda, que, para os três últimos itens desta atividade, os alunos usem alguma medida para fazer, de forma precisa, a partição de quartos e quintos em oitavos e décimos, respectivamente. O objetivo é que façam a partição livremente e de forma coerente.

⋆ Alunos diferentes podem pintar as partes de formas diferentes: estas, por exemplo, não precisam ser contíguas.

⋆ Procure apresentar e discutir com a turma mais do que uma solução para cada item, reforçando assim as ideias propostas nas Atividades 7 e 8 da Lição 1.

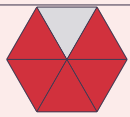
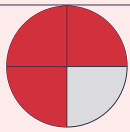
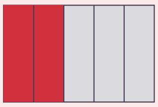
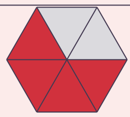
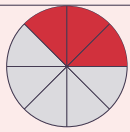
Classificações:

⋆ Heid et al.: Conceito: elaborar/identificar; Produto: gerar

⋆ Nicely, Jr.: Nível 5: converter (simbolizar), gerar

⋆ UERJ: Interpretar: discriminar, compor e decompor

Resposta da Atividade 9

pintada	figura	sem pintar
$\frac{5}{6}$		$\frac{1}{6}$
$\frac{3}{4}$		$\frac{1}{4}$
$\frac{2}{5}$		$\frac{3}{5}$
$\frac{2}{3}$		$\frac{1}{3}$
$\frac{3}{8}$		$\frac{5}{8}$
$\frac{9}{10}$		$\frac{1}{10}$

Atividade 10

Objetivos específicos: Levar o aluno a

- ⋆ Representar com notação simbólica matemática frações não unitárias em modelos tridimensionais no contexto de volume.
- ⋆ Analisar e resolver um problema no contexto da justaposição e contagem de partes correspondentes a frações unitárias com mesmo denominador.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- ⋆ Essa é uma atividade que o aluno pode fazer individualmente.
- ⋆ As diversas soluções apresentadas pelos diferentes grupos devem ser discutidas com a turma inteira. É possível que os alunos utilizem frações equivalentes como resposta para um mesmo item. Por exemplo, para o copo (3), as frações $\frac{4}{8}$, $\frac{2}{4}$ e $\frac{1}{2}$ são respostas corretas. Nesses casos, dê a oportunidade para que cada aluno explique como chegou à sua resposta. Procedendo desta maneira, mesmo que de forma pontual, os alunos perceberão que uma mesma quantidade pode ser descrita por frações com nomes diferentes, um preparo para o assunto "frações equivalentes" que será tratado na Lição 4.

Classificações:

- ⋆ Heid et al.: Conceito: elaborar/identificar; Produto: gerar; Raciocínio: justificar
- ⋆ Nicely, Jr.: Nível 6: analisar/justificar
- ⋆ UERJ: Interpretar: discriminar, compor e decompor; Analisar: transferir conhecimentos

Resposta da Atividade 10

a) (1): $\frac{3}{8}$. (2): $\frac{2}{8}$. (3): $\frac{4}{8}$.

b) $\frac{9}{8}$.

c) Não é possível armazenar a água dos três copos em um único copo sem que o mesmo transborde, pois se a água do primeiro copo ocupa 3 oitavos de sua capacidade, a água do segundo copo ocupa 2 oitavos de sua capacidade e a água do terceiro copo ocupa 4 oitavos de sua capacidade, a água dos três copos, juntos, ocupa $3+2+4=9$ oitavos da capacidade do copo e qualquer copo só consegue armazenar no máximo 8 oitavos de sua capacidade.

Atividade 11

Objetivos específicos: Levar o aluno a

⋆ Recompor a unidade a partir de uma fração dada em modelo contínuo e em linguagem simbólica, incluindo o caso de frações impróprias.

⋆ Relacionar a fração correspondente à parte apresentada à quantidade necessária dessas partes para compor a unidade. Assim, por exemplo, para compor a unidade a partir de $\frac{2}{3}$ da unidade, basta repartir esta fração em 2 partes iguais (para recuperar a fração unitária $\frac{1}{3}$) e, então, justapor 3 cópias de uma destas partes.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

⋆ Recomenda-se que a atividade seja desenvolvida em grupos de 3 a 5 alunos.

⋆ A exemplo da Atividade 6 da Lição 1, é importante ter em mente que existem várias soluções para cada item.

⋆ Estimule os alunos a reconhecer (e a fazer) mais do que uma representação para a unidade em cada item.

⋆ Caso seja necessário fazer alguma partição, não se espera nem se recomenda que os alunos usem alguma medida. Uma partição feita de forma livre e coerente será suficiente.

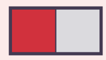
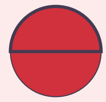
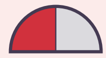
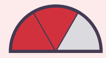
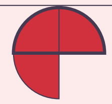
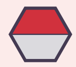
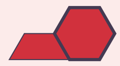
Classificações:

⋆ Heid et al.: Produto: gerar

⋆ Nicely, Jr.: Nível 5: relacionar

⋆ UERJ: Interpretar: compor e decompor

Resposta da Atividade 11

Fração	Figura da fração	Uma unidade possível
$\frac{1}{2}$		
$\frac{4}{2}$		
$\frac{3}{2}$		
$\frac{2}{3}$		
$\frac{1}{2}$		
$\frac{4}{2}$		
$\frac{3}{2}$		
$\frac{2}{3}$		
$\frac{1}{2}$		
$\frac{4}{2}$		
$\frac{3}{2}$		
$\frac{2}{3}$		
$\frac{1}{2}$		
$\frac{4}{2}$		
$\frac{3}{2}$		
$\frac{2}{3}$		

Atividade 12

Objetivo específico: Levar o aluno a

⋆ Marcar em uma semirreta pontos cujas distâncias até um ponto de referência são frações do comprimento de um segmento dado.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

⋆ Esta é uma atividade que pode ser realizada individualmente.

⋆ Esta é uma atividade preparatória para a representação de frações na reta numérica, assunto da próxima lição.

⋆ Observe que, nesta atividade, as distâncias estão associadas aos segmentos determinados pelos percursos dos carrinhos na pista, e correspondem a frações da distância percorrida pelo carrinho de Lucas, que assume papel de unidade.

⋆ Não se espera, nem se recomenda, que as marcações feitas pelos alunos na pista sejam amparadas pela medida mas, sim, que sejam feitas de forma livre e coerente. Contudo, é preciso ficar atento para que as marcações dos carrinhos de Heitor e de Lorenzo coincidam (pois $\frac{3}{2} = \frac{6}{4}$). A mesma observação se aplica aos carrinhos de Rafael e de Samuel (pois $\frac{4}{2} = \frac{6}{3}$).

⋆ Aqui, a definição de frações não unitárias como justaposições de frações unitárias pode ser usada para justificar o porquê, por exemplo, de os carrinhos de Rafael e de Samuel terem parado na mesma posição.

⋆ Assim, espera-se que a distância percorrida pelo carrinho de Matheus (item a) seja associada à metade do segmento que identifica a distância percorrida pelo carrinho de Lucas, que corresponde à unidade e está destacado em vermelho na imagem. Já a distância percorrida pelo carrinho de Heitor (item b) deve ser associada à justaposição de 3 segmentos correspondentes à distância percorrida pelo carrinho de Matheus. Espera-se que as demais distâncias sejam obtidas de forma semelhante. Cabe destacar, no entanto, que para determinar as distâncias percorridas pelos carrinhos de Lorenzo e de Samuel, será necessário determinar $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{3}$ da unidade, respectivamente.

⋆ De forma geral, se d é a distância percorrida pelo carrinho de Lucas, então a partição em 2 partes iguais de um segmento u cujo comprimento é d determina dois segmentos congruentes s e s' que correspondem à $\frac{1}{2}$ de u e cujos comprimentos são, portanto, iguais a $\frac{1}{2}$ de d. A justaposição de 2 cópias de s ($\frac{2}{2}$ de u) tem comprimento d e, sendo assim, a justaposição de 4 cópias de s ($\frac{4}{2}$ de u) tem comprimento $2d$. Do mesmo modo, se t é um segmento que corresponde à $\frac{1}{3}$ de u, então a justaposição de 3 cópias de t ($\frac{3}{3}$ de u) tem comprimento d e, em consequência, a justaposição de 6 cópias de 6 ($\frac{6}{2}$ de u) tem comprimento $2d$. Assim, os carrinhos de Rafael e de Samuel percorreram a mesma distância ($2d$) e, como eles saíram do mesmo ponto de largada, suas posições finais são iguais.

Classificações:

⋆ Heid et al.: Produto: gerar

⋆ Nicely, Jr.: Nível 5: relacionar

⋆ UERJ: Interpretar: compor e decompor

Para a pergunta sobre as posições dos carrinhos de Rafael e Samuel:

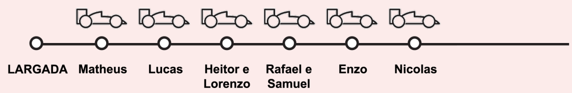
⋆ Heid et al.: Racioncínio: justificar

⋆ Nicely, Jr.: Nível 6: explicar

⋆ UERJ: Interpretar: explicar, compor e decompor

Resposta da Atividade 12

Observe que os carrinhos de Rafael e Samuel pararam no mesmo lugar!



Atividade 13

Objetivo específico: Levar o aluno a:

- Perceber que uma mesma fração (no caso, $\frac{1}{2}$) de unidades diferentes pode resultar em quantidades diferentes.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- Esta é uma atividade que o aluno pode fazer individualmente, mas é essencial que seja discutida com toda a turma.

- No final da atividade, é importante enfatizar para seus alunos a propriedade matemática que esta atividade quer destacar, ou seja, que uma mesma fração de unidades diferentes pode resultar em quantidades diferentes. Observe para eles que, no contexto “frações de”, é fundamental saber a que o “de” se refere, isto é, qual é a unidade que está sendo considerada. Neste sentido, esta atividade está fortemente relacionada com a Atividade 8.

Classificações:

- Heid et al.: Raciocínio: corroborar

- Nicely, Jr.: Nível 6: justificar

- UERJ: Analisar: levantar hipóteses

Resposta da Atividade 13

José está certo se a pizza da qual comeu metade for maior do que a pizza da qual Ella comeu metade, como ilustra a figura a seguir.

Atividade 14

Objetivo específico: Levar o aluno a

- Analisar uma situação envolvendo frações em representação por meio de figuras cujas repartição não identifica explicitamente o denominador da fração.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- Esta é uma atividade que o aluno pode fazer individualmente, mas é essencial que seja discutida com toda a turma.

- No final da atividade, é importante enfatizar para seus alunos a questão matemática que esta atividade quer destacar, ou seja, que o fato de uma figura estar divida em 5 partes e 3 delas estarem pintadas de vermelho, **não necessariamente implica** que a região pintada é $\frac{3}{5}$ da figura.

- O tipo de situação descrita na atividade é um equívoco comum entre os alunos, isto é, eles equivocadamente contam partes sem o cuidado de verificar se as partes nas quais a unidade está dividida correspondem a uma mesma quantidade.

Classificações:

- Heid et al.: Raciocínio: corroborar

- Nicely, Jr.: Nível 9: avaliar

- UERJ: Avaliar: julgar

Resposta da Atividade 14

Miguel está equivocado: a região pintada da figura **não** corresponde a $\frac{3}{5}$ da figura porque a figura não está dividida em 5 partes iguais, ou seja, a figura não está equiparticionada em 5 partes para que as 3 partes pintadas correspondam a $\frac{3}{5}$ da mesma. Outra justificativa possível é: partindo-se a parte pintada em 3 partes iguais e justapondo-se 5 cópias de uma destas partes, pode-se recompor a figura apenas parcialmente.

Atividade 15

Objetivo específico: Levar o aluno a

- Perceber que, se uma unidade foi equiparticionada em $n + m$ partes iguais, das quais n foram pintadas, então $\frac{n}{m}$ **não especifica** a fração da unidade que foi pintada.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- Esta é uma atividade que o aluno pode fazer individualmente, mas é essencial que seja discutida com toda a turma.

- O tipo de situação descrita na atividade destaca um equívoco comum entre os alunos. Assim, esta atividade é uma oportunidade para reforçar os papéis do denominador e do numerador na notação simbólica matemática para frações: o denominador especifica o número de partes iguais em que a unidade foi dividida e o numerador especifica o número de cópias que foram tomadas de uma destas partes.

Classificações:

- Heid et al.: Raciocínio: corroborar

- Nicely, Jr.: Nível 9: avaliar

- UERJ: Avaliar: julgar

Resposta da Atividade 15

A parte pintada de vermelho **não** corresponde a $\frac{3}{4}$ da figura. Ela corresponde a $\frac{3}{7}$ da figura. De fato: a figura foi dividida em 7 partes iguais das quais 3 foram pintadas.

Atividade 16

Objetivo específico: Levar o aluno a

- ⋆ Perceber a importância da explicitação unidade na representação de quantidades.

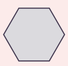
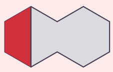
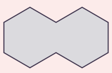
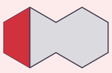
Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

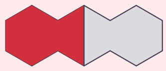
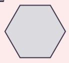
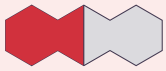
- ⋆ Esta é uma atividade que o aluno pode fazer individualmente, mas é essencial que seja discutida com toda a turma.
- ⋆ Recomenda-se que os itens da atividade sejam feitos e corrigidos um a um, de forma a permitir que um aluno que tenha errado um item possa acertar o seguinte.
- ⋆ O fato de a unidade não estar explicitada, torna ambígua a questão. É importante que os alunos percebam que, por exemplo, no item a), se a unidade considerada for um dos hexágonos, a fração correspondente à região em vermelho é $\frac{1}{2}$. No entanto, se forem os dois hexágonos, é $\frac{1}{4}$.
- ⋆ No final de cada item da atividade, é importante enfatizar para seus alunos a propriedade matemática que esta atividade quer destacar, ou seja, que uma mesma quantidade pode ser expressa por frações diferentes dependendo da unidade escolhida. Observe para eles que, no contexto "frações de", é fundamental saber a que o "de" se refere, isto é, qual é a unidade que está sendo considerada. Neste sentido, esta atividade está fortemente relacionada com as Atividades 8 e 13. Ela também é uma preparação para a Atividade 17, em que a mesma questão é posta, mas agora com um modelo mais comumente usado e, portanto, mais resistente à reflexão que se deseja estabelecer.

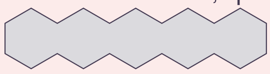
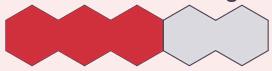
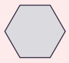
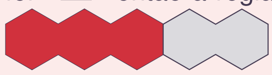
Classificações:

- ⋆ Heid et al.: Raciocínio: corroborar
- ⋆ Nicely, Jr.: Nível 9: avaliar
- ⋆ UERJ: Avaliar: julgar

Resposta da Atividade 16

a) A região em vermelho pode representar $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{4}$ dependendo da unidade, que não foi explicitada no enunciado. Se, por exemplo, a unidade for  então a região pintada de vermelho em  é $\frac{1}{2}$ desta unidade. Por outro lado, se a unidade for  então a região pintada de vermelho em  é $\frac{1}{4}$ desta unidade.

b) A região em vermelho pode representar $\frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{2}$ dependendo da unidade, que não foi explicitada no enunciado. Se, por exemplo, a unidade for  então a região pintada de vermelho em  é $\frac{1}{2}$ desta unidade. Por outro lado, se a unidade for  então a região pintada de vermelho em  é $\frac{3}{2}$ desta unidade.

c) A região em vermelho pode representar $\frac{3}{5}$ ou 3 dependendo da unidade, que não foi explicitada no enunciado. Se, por exemplo, a unidade for  então a região pintada de vermelho em  é $\frac{3}{5}$ desta unidade. Por outro lado, se a unidade for  então a região pintada de vermelho em  é 3 desta unidade.

Atividade 17

Objetivo específico: Levar o aluno a

- ⋆ Perceber a importância da unidade na representação de quantidades.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

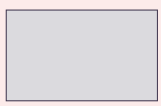
- ⋆ Esta é uma atividade que o aluno pode fazer individualmente, mas é essencial que seja discutida com toda a turma.
- ⋆ No final da atividade, é importante enfatizar para seus alunos a propriedade matemática que esta atividade quer destacar, ou seja, que uma mesma quantidade pode ser expressa por frações diferentes dependendo da unidade escolhida. Observe para eles que, no contexto "frações de", é fundamental saber a que o "de" se refere, isto é, qual é a unidade que está sendo considerada. Neste sentido, esta atividade está fortemente relacionada com as Atividades 8 e 13.

Classificações:

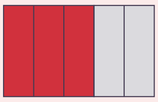
- ⋆ Heid et al.: Raciocínio: corroborar
- ⋆ Nicely, Jr.: Nível 9: avaliar
- ⋆ UERJ: Avaliar: julgar

Resposta da Atividade 17

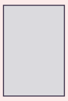
As afirmações de Júlia, David e Laura estão incompletas, pois ao especificarem as frações $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{2}$ e $\frac{3}{1}$, eles não informaram a **unidade** à qual estas frações se referem. Desta maneira, não é possível decidir quem está certo. De fato, dependendo da escolha da unidade, cada um deles pode estar certo e os demais errados. Por exemplo, se a unidade for



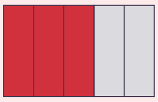
então a parte pintada de vermelho em



de fato corresponde a $\frac{3}{5}$ desta unidade, de modo que, nesta situação, Júlia está certa e David e Laura estão errados. Contudo, se a unidade for

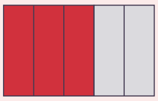


então a parte pintada de vermelho em



corresponde a $\frac{3}{2}$ desta unidade, de modo que, nesta situação, David está certo e Júlia e Laura estão errados. Finalmente, se a unidade for

então a parte pintada de vermelho em



corresponde a 3 desta unidade e, neste caso, Laura está certa e David e Júlia estão errados.

Atividade 18

Objetivo específico: Levar o aluno a

- ⋆ Relembrar divisão com resto (ou divisão euclidiana).
- ⋆ Selecionar, dentro de uma situação plausível do dia a dia, dados relevantes para resolver um problema.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- ⋆ A atividade deve ser conduzida de forma a chegar-se na divisão euclidiana. Ou seja, o aluno pode começar montando as pizzas. Recomenda-se que os alunos tenham à mão o material concreto: fatias de pizza cortadas em papel ou em E.V.A..
- ⋆ É possível que os alunos resolvam o item a) a partir da divisão euclidiana, efetuando a divisão de 38 por 8: $38 = 4 \times 8 + 6$. Se esse for o caso, recomenda-se que o professor, destaque a informação associada a cada um dos números na expressão. Em particular, o “resto”, que identifica uma quantidade menor do que uma pizza (resto 6 indica 6 fatias, que é menor do que uma pizza, uma vez que cada pizza tem 8 fatias).
- ⋆ Para responder ao item b), o aluno deve reconhecer que cada fatia é igual a $\frac{1}{8}$ da pizza. Portanto, a quantidade total de pizza consumida pelos amigos pode ser expressa como $\frac{38}{8}$ de uma pizza. Cabe destacar que essa fração corresponde a 4 pizzas mais $\frac{6}{8}$ de uma pizza.
- ⋆ Observe que, neste contexto, o resto, que é um número inteiro e indica o número de fatias, também pode ser expresso por meio de uma fração da unidade pizza: $\frac{6}{8}$ de uma pizza.
- ⋆ Faz parte da atividade a tarefa de selecionar dados relevantes para o problema, o que a torna um tanto complexa, por isso é a última Atividade da Lição 2. Para os itens a) e b), a quantidade de amigos, 7, é irrelevante. No entanto, é relevante para o item c).
- ⋆ A atividade tem também o objetivo de evidenciar que, no cotidiano, nem toda partição é uma equipartição: 38 fatias de pizza para 7 amigos é um exemplo.

Resposta da Atividade 18

a) A solução corresponde ao quociente da divisão euclidiana de 38 por 8, ou seja, 4

b) Compreendendo que cada fatia é $\frac{1}{8}$ de uma pizza: 4 pizzas e $\frac{6}{8}$ ou $\frac{38}{8}$.

c) A divisão euclidiana de 38 por 7 fornece um resto diferente de zero, o que indica que não é possível que todos os amigos tenham comido o mesmo número de fatias de pizza.