INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

FRAÇÕES

no Ensino Fundamental - Volume 1

Cydara Cavedon Ripoll
Fabio Simas
Humberto Bortolossi
Letícia Rangel
Victor Giraldo
Wanderley Rezende
Wellerson Quintaneiro

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS

Projeto: LIVRO ABERTO DE MATEMÁTICA

umlivroaberto.org

Título:	Frações no Ensino Fundamental - Volume 1
Ano/ Versão:	2016 / versão 2.0 de Fevereiro de 2017
Editora	Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA-OS)
Realização:	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP)
Produção:	Livro Aberto
Coordenação:	Fabio Simas e Augusto Teixeira
Autores:	Cydara Cavedon Ripoll, Fabio Luiz Borges Simas, Humberto José Bortolossi, Letícia Guimarães Rangel, Victor Augusto Giraldo, Wanderley Moura Rezende, Wellerson da Silva Quintaneiro
Colaboradores:	Ana Paula Pereira (CAp UFF), Andreza Gonçalves (estudante da UFF), Bruna Luiza Oliveira (estudante da UFF), Francisco Mattos (Colégio Pedro II), Helano Andrade (estudante da UNIRIO), João Carlos Cataldo (CAp UERJ e Colégio Santo Ignácio), Luiz Felipe Lins (Secretaria de Educação da Cidade do Rio de Janeiro), Michel Cambrainha (UNIRIO), Rodrigo Ferreira (estudante da UNIRIO), Tahyz Pinto (estudante da UFF)
Arte:	Aline Santiago
Ilustradores (figuras geométricas):	Luiz Fernando Alves Macedo, Vitoria da Mota Souza, Eduardo Filipe de Miranda Souto, Caio Felipe da Silva Evangelista, Gisela Alves de Souza, Mauricio de Azevedo Neto, Briza Aiki Matsumura, Vinícius Marcondes de Paula Silva, Wanessa Souza de Oliveira, Maurício Menegatti Andrade, Eduardo Filipe de Miranda Souto, Livia Machado da Silveira Verly, Caio Felipe da Silva Evangelista, Lucas Hideo Maekawa, Lucas Oliveira Machado de Sousa, Kayky Zigart Carlos e Israel Fialho Magalhães
Capa:	Fabio Simas

Introdução

Frações é certamente um dos tópicos que mais desafia o ensino e a aprendizagem de matemática na Educação Básica. Justamente por isso, tanto se publicou sobre o assunto nas últimas décadas (para citar apenas algumas das mais utilizadas: *Rational Number Project*, *Institute of Education Science* ([**?**], 2010), Van de Walle ([**?**], 2009) e Wu ([**?**], 2011). Este texto, organizado como uma proposta didática, reúne as reflexões e as discussões dos autores sobre o tema, amparadas por essas publicações e pela análise de livros didáticos de diversos países. A proposta aqui apresentada foi planejada para:

(i) ser aplicada diretamente em sala de aula, como material didático destinado aos anos intermediários do ensino fundamental (do $4^{\underline{o}}$ ao $7^{\underline{o}}$ ano) e

(ii) amparar a formação e o desenvolvimento profissional do professor que ensina matemática na educação básica.

O texto concentra-se na abordagem inicial de frações como objeto matemático, ou seja, como novas quantidades. Busca-se, assim, aumentar o universo numérico do estudante, explorando o assunto a partir de atividades que visam à construção conceitual do tema e a conduzir os alunos a desenvolverem o raciocínio matemático amparados por reflexão e por discussão. Assim, as atividades visam a desafiar os alunos e a levá-los a estabelecer suas próprias conclusões sobre os assuntos tratados. Busca-se valorizar a capacidade cognitiva dos alunos, respeitando uma organização crescente e articulada de dificuldade na organização das atividades. Espera-se com isso mudar a perspectiva do binômio quantidade/qualidade. No lugar de uma quantidade enorme de exercícios, são propostas poucas atividades que exigem maior reflexão e aprofundamento dos conceitos. Assim, são evitadas atividades de simples observação e repetição de modelos e os tradicionais "exercícios de fixação", que, pontuais, são apenas com o objetivo de desenvolver a fluência em procedimentos específicos (por exemplo, os que envolvem a equivalência entre frações).

Uma outra característica particular deste material é o diálogo com o professor. No início de cada lição, há uma introdução dirigida especificamente ao professor que apresenta os objetivos da lição, uma discussão dos aspectos matemáticos que serão tratados, as dificuldades esperadas e algumas observações sobre os passos cognitivos envolvidos. Diferente dos livros didáticos tradicionais, em que, para o professor, há pequenas observações pontuais junto ao texto do aluno e um longo texto teórico anexo ao final do livro, nesta proposta a "conversa" com o professor é permanente. Em cada atividade são realizadas discussões sobre os objetivos a serem alcançados, recomendações e sugestões metodológicas para sua execução e, quando pertinente, uma discussão sobre algum desdobramento do assunto tratado.

Entende-se que, nesta etapa da escolaridade, considerando o cotidiano próprio do aluno, o conceito de fração aparece ligado a noções informais traduzidas por expressões como metade, terço, quartos, décimos e centésimos, por exemplo. Assim, nas primeiras duas lições, buscou-se utilizar a linguagem verbal e os conhecimentos anteriores dos estudantes sobre situações em que aquelas expressões são utilizadas para conduzir as primeiras abordagens, visando à introdução de um conhecimento mais organizado e formal sobre o assunto. Apenas posteriormente, são introduzidas a linguagem e a simbologia próprias da matemática.

A introdução das frações na Educação Básica amplia o universo numérico do aluno e envolve um salto cognitivo, ir além da contagem. São duas as principais questões nesse processo: "a identificação de uma unidade não explícita *a priori*" e a compreensão de uma "unidade contínua", isto é, que pode ser subdividida em qualquer número de partes.

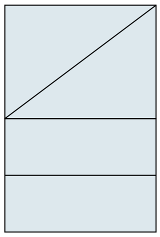
A construção de ideias abstratas, especialmente nesta etapa da escolaridade, deve ser amparada por contextos e modelos representativos. Na abordagem aqui proposta decidimos por iniciar apenas a partir de situações que envolvem modelos contínuos (linhas e regiões do plano ou do espaço). Assim, por exemplo, não trataremos de "um terço de uma caixa de lápis", mas de "um terço de uma barra de chocolate".

A decisão por evitar modelos discretos em um momento inicial deve-se aos seguintes fatos: (i) modelos discretos já evidenciam uma unidade a priori; por exemplo, na determinação de um terço de 24 lápis, a unidade "lápis" não é nem a unidade nem a subunidade que precisam ser levadas em conta para a determinação da fração "um terço de 24 lápis" e (ii) como o conceito de fração subentende o de equipartição, contextos discretos podem desencadear discussões mais complexas, por exemplo, o que seria determinar $1/10$ de uma caixa de 24 lápis?

A opção por modelos contínuos traz limitações inerentes. É natural que os estudantes associem a fração à forma que a identifica no modelo. É necessário que identifique-se a fração não à forma, mas à quantidade evidenciada na representação. Assim, por exemplo, se o modelo for um retângulo, o que está em questão é a área e a fração $1/4$

pode ser representada igualmente por um retângulo ou um triângulo, como na figura a seguir (ver Atividade 4 da Lição 1).

Iniciar o estudo de frações a partir de modelos contínuos é uma decisão compartilhada por propostas que caracterizam livros japoneses e franceses.



As lições 1 e 2 introduzem os conceitos elementares e a linguagem de frações a partir de situações concretas e de modelos contínuos. Na lição 1, as frações emergem de situações concretas amparadas pela linguagem verbal. Uma vez estabelecida a unidade, a expressão “fração unitária” nomeia cada uma das partes da divisão da unidade em partes iguais. Nas atividades dessas lições a unidade está fortemente vinculada a um objeto concreto. Assim, por exemplo, a fração de uma torta, não é ainda tratada com a abstração própria do conceito de número, mas como uma fatia da torta em uma equipartição. Toma-se bastante cuidado com o papel da determinação da unidade e com a necessidade de uma “equipartição” para a identificação de uma fração. A notação simbólica de frações e as frações não unitárias, incusive as maiores do que a unidade, surgem apenas na Lição 2. As frações com numerador diferente de 1 são apresentadas a partir da justaposição de frações unitárias com mesmo denominador ou simplesmente contando-se essas frações. Para isso, tem-se a representação pictórica como um apoio importante. Nessas lições, as atividades são quase majoritariamente para identificar, reconhecer, analisar e justificar.

Na Lição 3, é exigida maior abstração dos alunos. Retoma-se a representação de números na reta numérica, enfatizando-se, no contexto das frações, a associação do segmento unitário à unidade. Os modelos contínuos e a justaposição de partes correspondentes às frações unitárias são a base da proposta desenvolvida. A representação das frações na reta numérica é usada para amparar a abordagem da comparação de frações com um mesmo numerador e com um mesmo denominador. Além disso, são propostas atividades que tratam a comparação de frações a partir de uma referência.

A Lição 4 trata da equivalência de frações tendo como objetivo a sua função na comparação de duas frações quaisquer. O assunto é abordado utilizando-se representações equivalentes em modelos de área retangulares, em modelos de área circulares e na reta numérica. A inclusão de modelos diferentes é proposital pois, com isso, o aluno tem a oportunidade de perceber as mesmas propriedades em contextos diferentes. Finalizando a lição, são propostas atividades que conduzem à exploração da propriedade das frações que garante que, dadas duas frações diferentes, é sempre possível determinar uma terceira fração que está entre elas (propriedade de densidade).

Adição e subtração de frações são o tema da Lição 5. A abordagem dessas operações será a partir de problemas e fundamentada na equivalência de frações, que permite determinar subdivisões comuns da unidade para expressar as frações envolvidas nos cálculos. Os significados e os contextos que caracterizam as operações de adição e de subtração envolvendo frações são semelhantes àqueles que compõem a abordagem dessas operações com números naturais, o que promove uma continuidade conceitual no desenvolvimento desse assunto.

Este volume marca o início de um trabalho em desenvolvimento, que será ampliado e complementado por novos volumes e novas edições. Para o volume 2, de mesmo tema, está prevista a complementação da abordagem das operações com frações, trazendo a multiplicação e a divisão envolvendo frações, a abordagem de frações em situações e modelos discretos e o uso de frações em contextos de razão e de proporção, além das porcentagens.

Teremos prazer em considerar suas sugestões para este livro por meio do endereço eletrônico livroaberto@impa.br. A edição mais recente deste livro está disponível em umlivroaberto.org.

Sumário

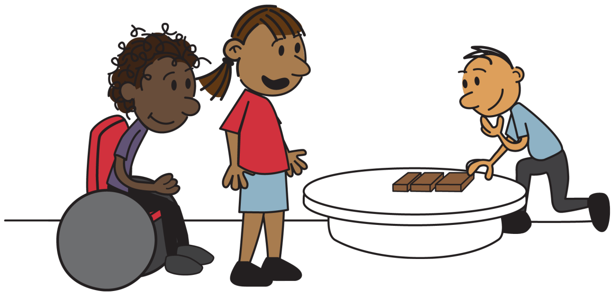
Lição 1

Começando a falar sobre frações

EXPLORANDO O ASSUNTO

Atividade 1

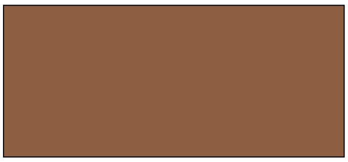
Três amigos repartiram uma barra de chocolate. Veja como eles fizeram.



a) Você concorda com essa divisão? Explique.

b) Com essa divisão, os três amigos receberam a mesma quantidade de chocolate?

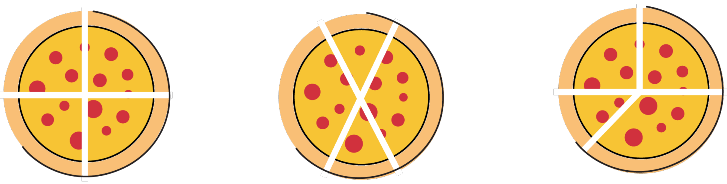
c) Desenhe uma divisão da barra de chocolate que permita que os 3 amigos recebam quantidades iguais de chocolate.



d) Considerando a divisão da barra de chocolate em 3 partes iguais, como você nomearia a quantidade de chocolate que cada amigo receberia?

Atividade 2

Três pizzas inteiras, de mesmo tamanho, foram repartidas entre as crianças de uma turma. Para isso, a turma foi dividida em três grupos com quatro crianças cada. Veja como cada grupo repartiu a sua pizza.



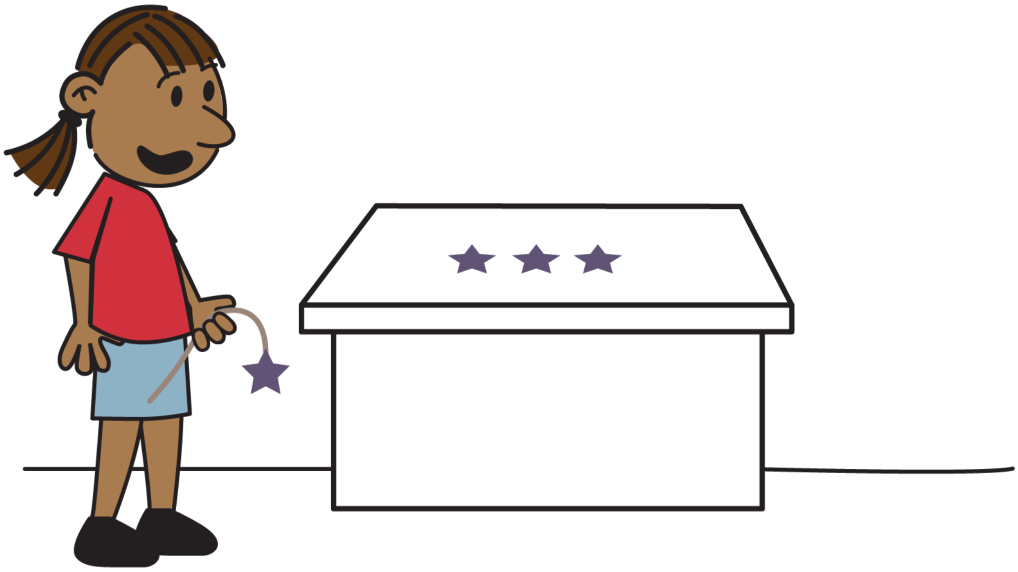
a) Cada um dos três grupos repartiu a sua pizza na mesma **quantidade de fatias** que os outros grupos?

b) Dessa maneira, todas as crianças da turma receberam a mesma **quantidade de pizza**?

c) É verdade que em algum dos grupos, as 4 crianças receberam a mesma quantidade de pizza? Se sim, em qual? Considerando a pizza inteira, como você nomearia cada uma das fatias de pizza desse grupo?

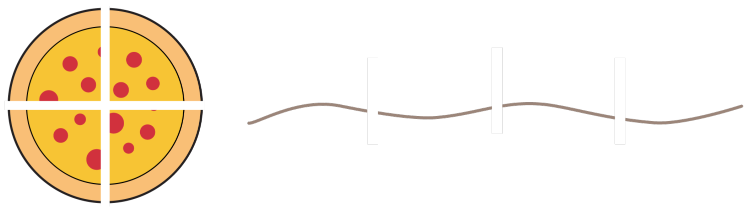
Atividade 3

Alice quer enfeitar a sala de aula e pretende pendurar os enfeites utilizando pedaços de barbante. Para que os enfeites fiquem todos na mesma altura, quer cortar o barbante em pedaços iguais. Ajude Alice a cortar o barbante (você receberá o barbante do seu professor).



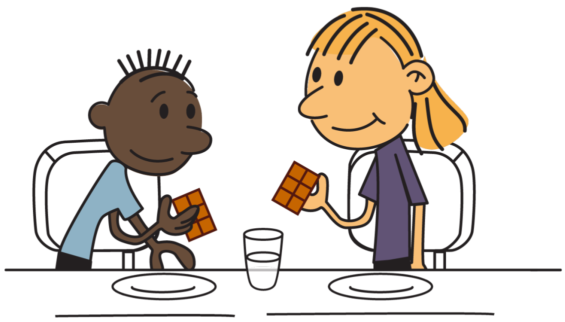
ORGANIZANDO AS IDEIAS

Nas atividades anteriores, a barra de chocolate, a pizza e o pedaço de barbante foram partidos **em partes com quantidades iguais**. Em cada um dos casos, o que foi repartido é chamado **unidade**. Cada uma das partes em que essas unidades foram repartidas igualmente é uma **fração da unidade**. Assim, por exemplo, um quarto de uma pizza é uma fração da pizza e a pizza é unidade. Se a unidade for um barbante, um quarto do barbante será uma fração do barbante.



O nome dado à fração da unidade depende da quantidade de partes em que a unidade é dividida. Ao dividir uma unidade qualquer em duas partes iguais, ou ao meio, cada uma das partes é chamada de *um meio* ou *a metade* da unidade.

Por exemplo, se uma barra de chocolate é repartida igualmente entre dois amigos, a quantidade que caberá a cada um dos amigos é *um meio* da barra de chocolate (ou *metade* da barra). Nesse exemplo, a unidade é a barra de chocolate.

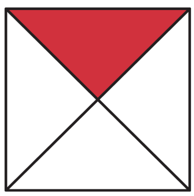


Ao dividir uma unidade em três partes iguais, cada uma das partes é chamada de *um terço* ou *a terça parte* da unidade.

Por exemplo, se, para preparar uma receita, é necessário acrescentar *um terço* de um litro de leite, então para colocar a quantidade correta de leite na receita, é preciso repartir o litro de leite em três partes iguais e usar apenas uma dessas partes. Nesse caso, cada uma das partes é *um terço* do litro de leite. A unidade é um litro de leite.

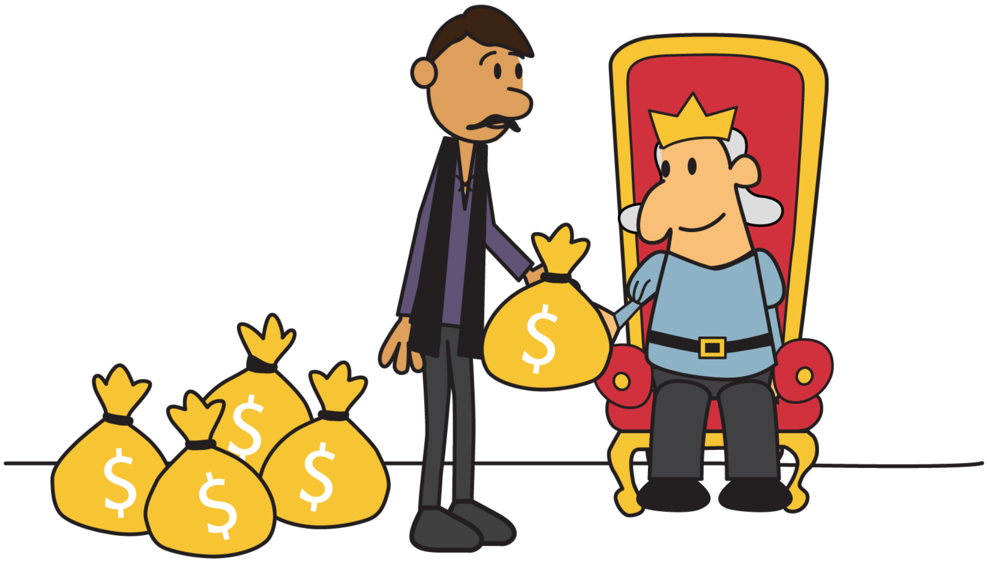
Ao dividir uma unidade em quatro partes iguais, cada uma das partes é chamada de *um quarto* ou *quarta parte* da unidade.

Por exemplo, a parte colorida da figura é um quarto da figura. Neste caso, a figura é a unidade.



Da mesma forma, ao dividir uma unidade em cinco partes iguais, cada uma das partes é chamada de *um quinto* ou *quinta parte* da unidade.

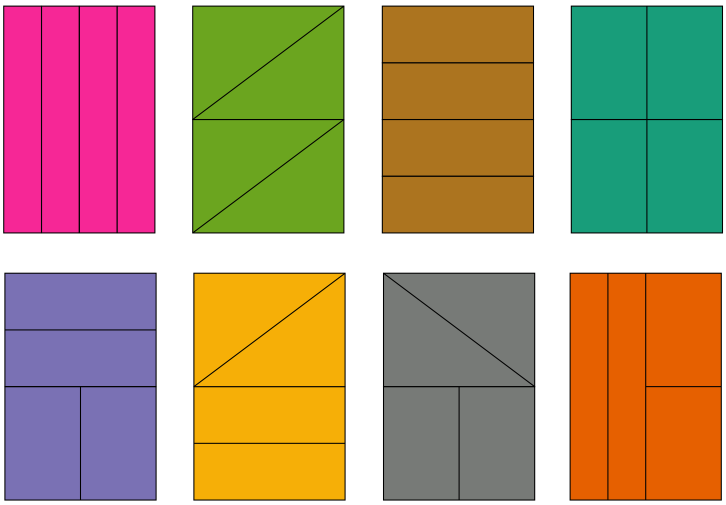
Por exemplo, na época do império *um quinto* de todo ouro pesado nas Casas de Fundição no Brasil era pago em impostos à Coroa Portuguesa. Desta forma, a quantidade de ouro pago em impostos à Coroa Portuguesa era igual a *um quinto* ou a *quinta parte* do ouro pesado nas Casas de Fundição no Brasil.



MÃO NA MASSA

Atividade 4

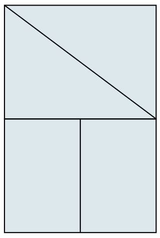
a) Quais dos oito retângulos a seguir foram partidos em *quartos*?



b) Desenhe um retângulo e faça uma partição desse retângulo em quatro partes que não sejam todas quartos.

REFLETINDO

Na atividade anterior, as partes em que os retângulos foram divididos são quartos dos retângulos, mesmo tendo formas diferentes.



Se uma unidade é repartida em partes com quantidades iguais, essas partes são frações dessa unidade mesmo que tenham formas diferentes. Observe, nos quadrinhos a seguir, como a pizza foi dividida entre os dois amigos:
INSERIR FIGURA NOVA

Atividade 5

a) O triângulo cinza é um terço de uma das figuras coloridas. Qual é essa figura? Explique.

b) O triângulo cinza é um quarto de alguma dessas figuras? Qual ou quais?

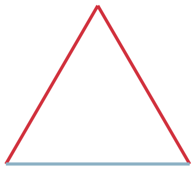
c) Agora é a sua vez: desenhe uma unidade da qual o triângulo cinza seja um quinto.

d) Desafio: Que fração o triângulo cinza é do retângulo laranja?

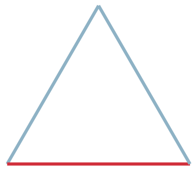
Atividade 6

Em cinco das figuras a seguir, a parte em vermelho é um terço da figura. Identifique essas figuras.

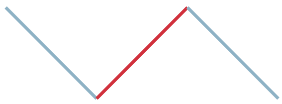
a)



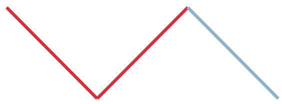
b)



c)



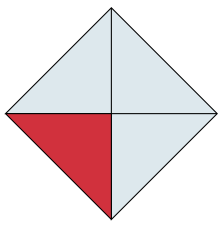
d)



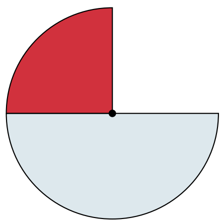
e)

f)

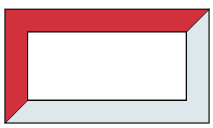
g)



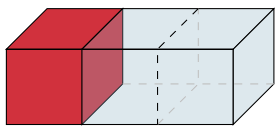
h)



i)

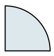


j)

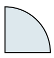
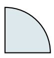
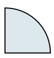
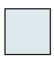
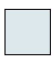
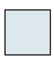


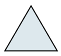
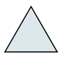
Atividade 7

a) Na tabela a seguir, a primeira coluna mostra uma figura que é uma fração de uma unidade. Na segunda, o nome que usamos para essa fração. Desenhe uma unidade na terceira coluna, unindo frações como essa.

Fração da unidade	Nome da fração da unidade	Unidade
	metade	

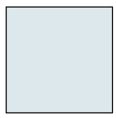
b) A seguir, complete cada linha da tabela como no item anterior.

Fração da unidade	Nome da fração da unidade	Unidade
	metade	
	um terço	
	um quarto	
	metade	
	um terço	
	um quarto	
	metade	
	um terço	

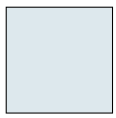
Fração da unidade	Nome da fração da unidade	Unidade
	um quarto	
	metade	
	um terço	
	um quarto	

Atividade 8

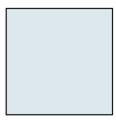
a) Pinte metade do quadrado a seguir.



b) Pinte um quarto do quadrado a seguir.



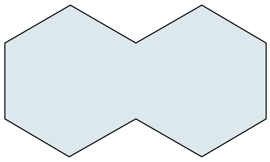
c) Pinte um oitavo do quadrado a seguir.



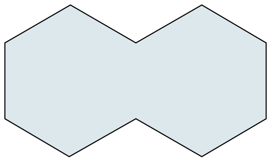
d) Qual é a maior das frações do quadrado: metade, quarto ou oitavo?

Atividade 9

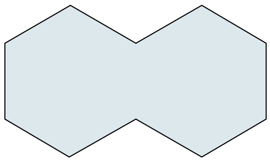
a) Pinte metade da figura.



b) Pinte metade da figura de forma diferente da do item anterior.



c) Pinte a metade da figura de forma diferente das dos dois itens anteriores.



Atividade 10

Identifique as figuras em que a parte pintada de vermelho é a metade da figura.


Figura 1


Figura 2

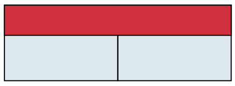


Figura 3

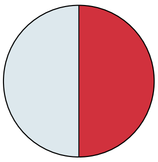


Figura 4

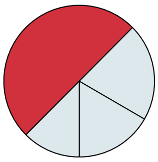


Figura 5

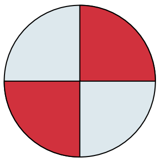


Figura 6

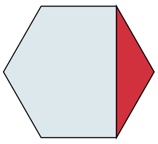


Figura 7

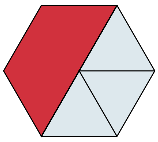


Figura 8

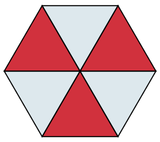


Figura 9

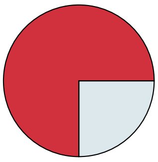


Figura 10

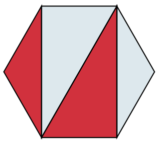
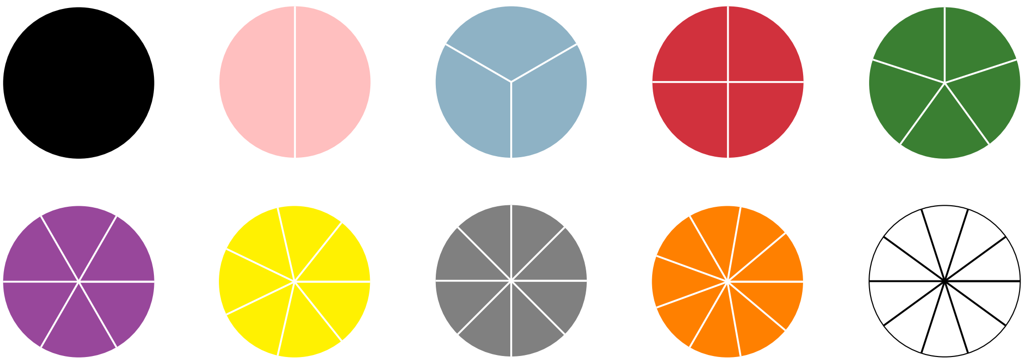


Figura 11


Figura 12

Atividade 11

Você receberá do seu professor círculos como os que seguem, todos de mesmo tamanho.



a) Qual é a cor de uma peça que é um terço do círculo preto?

b) Qual é a cor de uma peça que é um quarto do círculo preto?

c) Qual é a cor de uma peça que é um sétimo do círculo preto?

d) Qual é a cor de uma peça que é um nono do círculo preto?

e) Que fração do círculo preto é uma peça de cor roxa?

f) Que fração do círculo preto é uma peça de cor cinza?

g) Que fração do círculo preto é uma peça de cor branca?

h) Que fração do círculo preto é uma peça de cor rosa?

i) Qual fração do círculo preto é maior, um terço ou um sétimo? Explique a sua resposta.

j) Qual fração do círculo preto é menor, um nono ou um quarto? Explique a sua resposta.

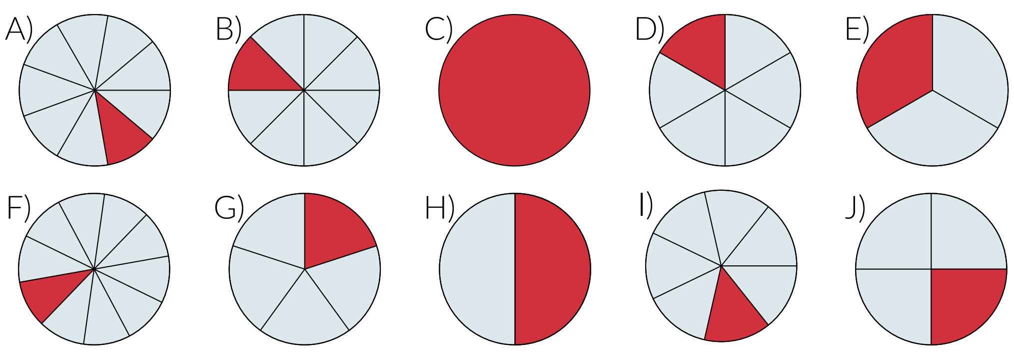
k) Qual fração do círculo preto é menor, um quinto ou um sétimo? Explique a sua resposta.

l) Qual fração do círculo preto é maior, um oitavo ou um quarto? Explique a sua resposta.

m) Qual fração do círculo preto é maior, um sexto ou um sétimo? Explique a sua resposta.

Atividade 12

Nas figuras a seguir, um mesmo círculo azul aparece diferentemente dividido em regiões iguais, sendo algumas delas coloridas em vermelho.



a) Complete as sentenças a seguir identificando os círculos que as tornam verdadeiras.

I) A parte do círculo colorida em vermelho na figura _____ é um quinto do círculo.

II) A parte do círculo colorida em vermelho na figura _____ é a sexta parte do círculo.

III) A parte do círculo colorida em vermelho na figura _____ é um sétimo do círculo.

IV) A parte do círculo colorida em vermelho na figura _____ é um oitavo do círculo.

V) A parte do círculo colorida em vermelho na figura _____ é a nona parte do círculo.

VI) A parte do círculo colorida em vermelho na figura _____ é um décimo do círculo.

b) Dentre as frações do círculo destacadas em vermelho, identifique uma que seja menor do que um sexto do círculo.

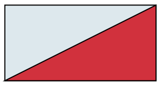
c) Dentre as frações do círculo destacadas em vermelho, identifique uma que seja maior do que um nono do círculo.

d) Identifique uma fração do círculo que seja menor do que um sexto e maior do que um nono do círculo.

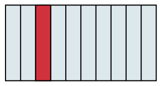
Atividade 13

Em cada uma das imagens, a parte em vermelho é uma fração da figura. Essas frações podem ser “um meio”, “um quarto” ou “um décimo” da figura. Associe cada imagem à fração correspondente.

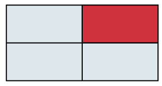
a)



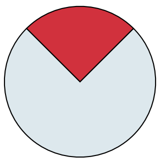
b)



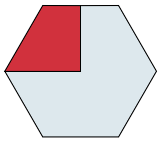
c)



d)

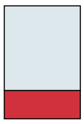


e)

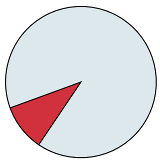


f)

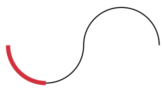
g)



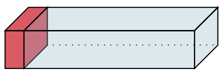
h)



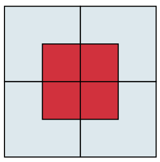
i)



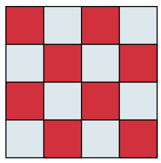
j)



l)

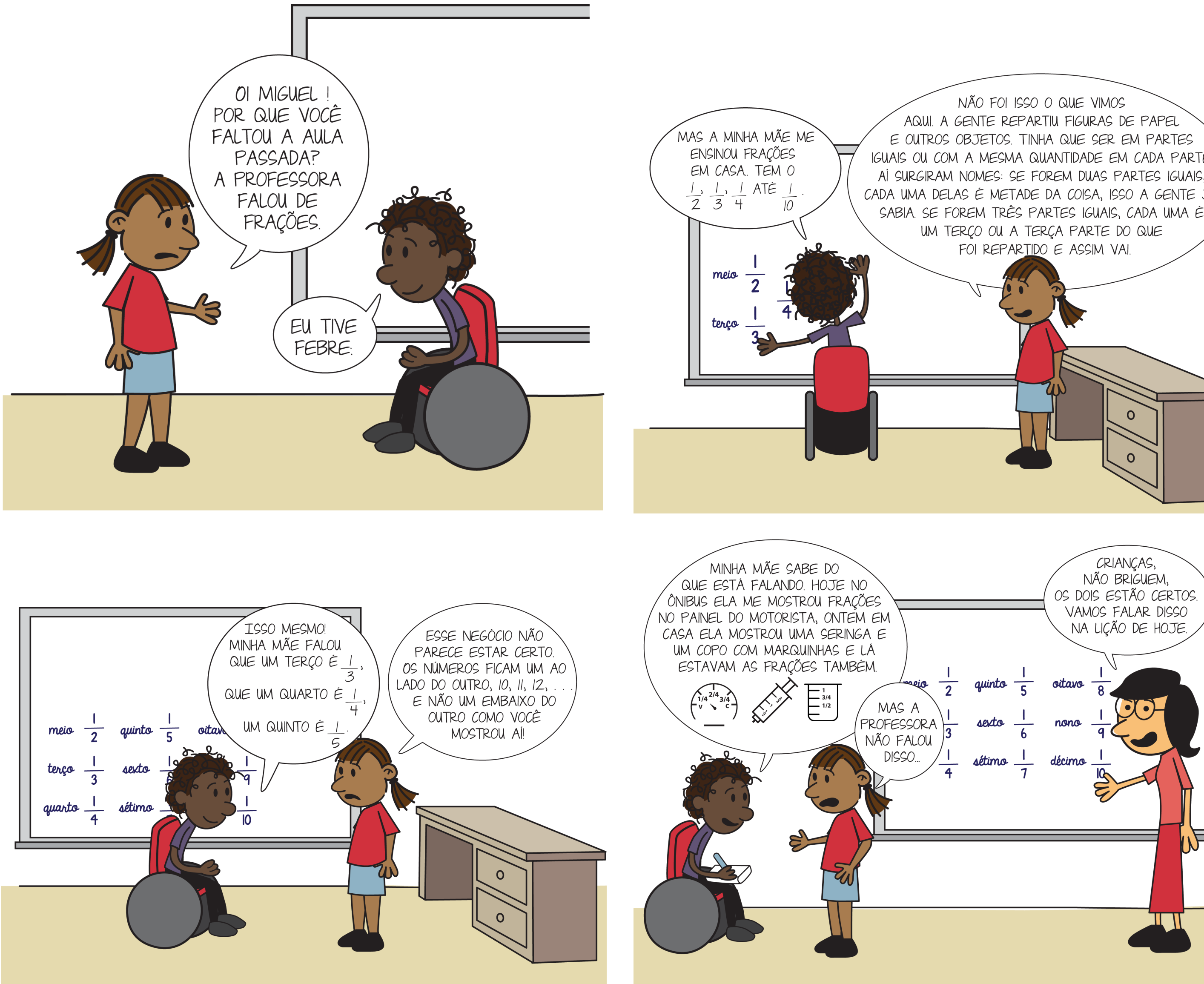


m)



Lição 2

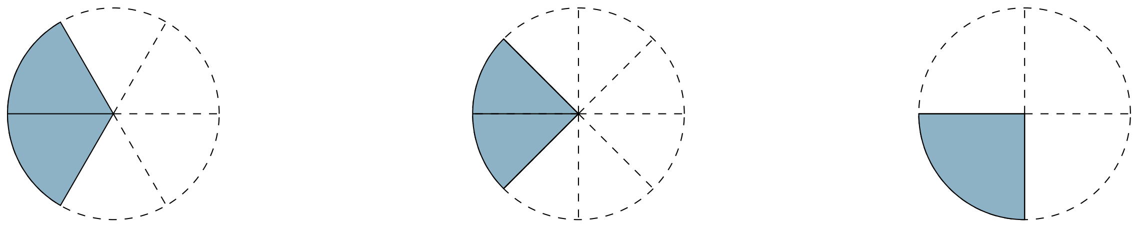
Juntando frações da unidade



EXPLORANDO O ASSUNTO

Atividade 1

Luiza, João e Mariele foram a uma pizzaria. Cada um pediu uma pizza do seu sabor preferido. Luiza cortou sua pizza em 4 fatias; João cortou sua pizza em 6 fatias e Mariele cortou sua pizza em 8 fatias. O esquema a seguir indica o quanto restou de pizza após os amigos estarem satisfeitos:



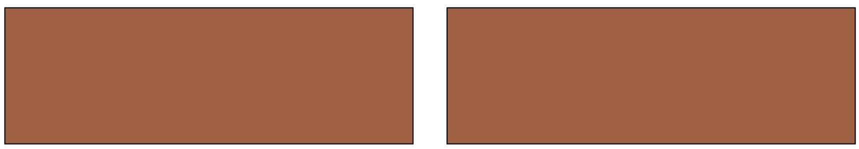
a) Identifique a pizza de cada um dos amigos.

b) Em cada caso, que fração da pizza representa uma fatia?

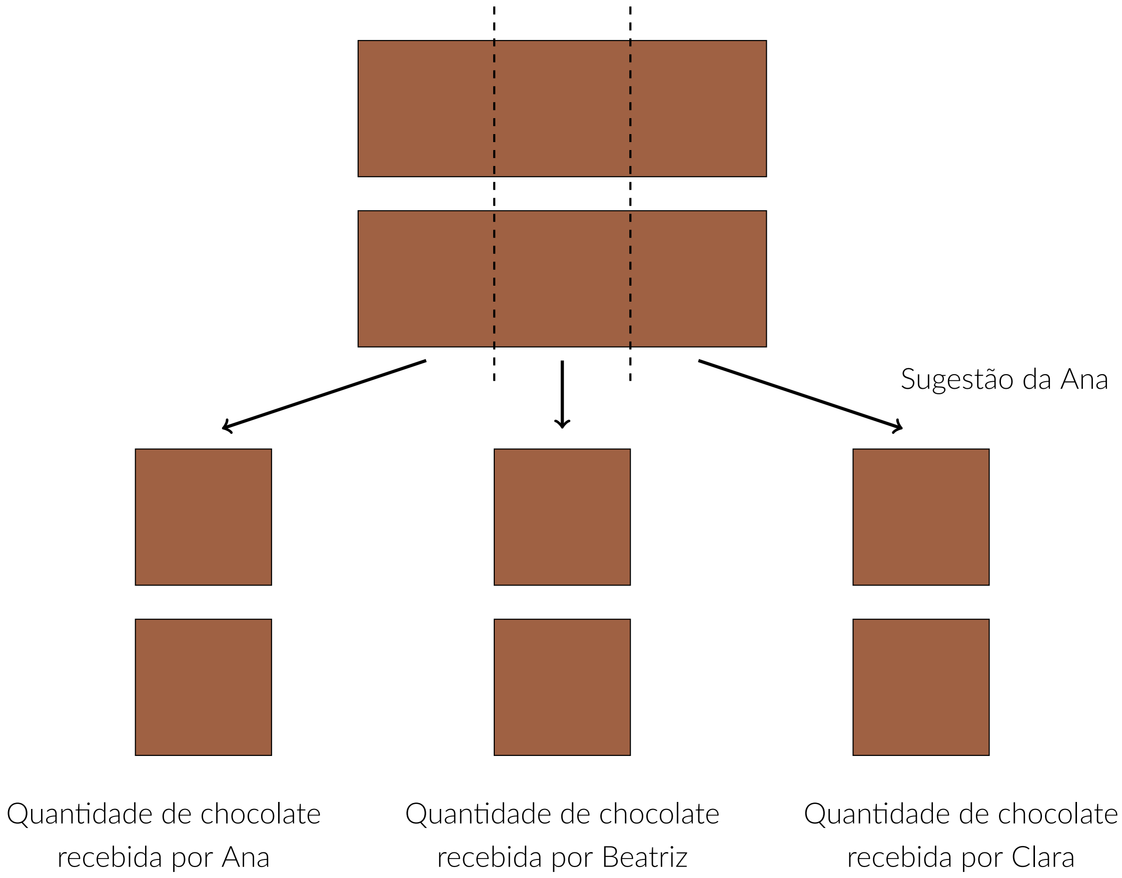
c) Escreva a quantidade de pizza que cada amigo comeu utilizando fração?

Atividade 2

O pai de Ana, Beatriz e Clara trouxe duas barras de chocolate para serem repartidas entre elas.



Ana propôs que cada barra fosse dividida em três partes iguais e que cada irmã ficasse com duas dessas partes.



a) Na divisão de cada uma das barras de chocolate em três partes iguais, cada parte é que fração de uma barra de chocolate?

b) Você concorda com a divisão que Ana sugeriu? Explique.

c) Com essa divisão, as três irmãs receberam a mesma quantidade de chocolate?

d) Na divisão proposta por Ana, como você nomearia, usando fração de uma barra de chocolate, a quantidade de chocolate que cada irmã recebeu?

Ana não quer o chocolate e decidiu dar a quantidade de chocolate que recebeu na divisão das barras para as suas irmãs.

e) Se Ana desse metade da quantidade de chocolate que recebeu para cada uma de suas irmãs, que quantidade de chocolate Beatriz e Clara passariam a ter? Como você nomearia, usando frações, essas quantidades?

f) E se Ana desse toda a quantidade de chocolate que recebeu para Beatriz, que quantidade de chocolate Beatriz passaria a ter? Como você nomearia, usando frações, essa quantidade?

Atividade 3

Um grupo de cinco amigos (Amarildo, Beto, Carlos, Davi e Edilson) encomendou três tortas salgadas, de mesmo tamanho retangular, como na ilustração para uma comemoração.

a) Como dividir as três tortas de modo que cada amigo receba a mesma quantidade de torta? Faça um desenho no seu caderno mostrando sua proposta de divisão. Indique qual parte é de qual amigo!

b) Considerando-se uma torta como unidade, como você nomearia, usando frações, a quantidade de torta que:

I) Amarildo recebeu?

II) Amarildo e Beto receberam juntos?

III) Amarildo, Beto e Carlos receberam juntos?

IV) Amarildo, Beto, Carlos e Davi receberam juntos?

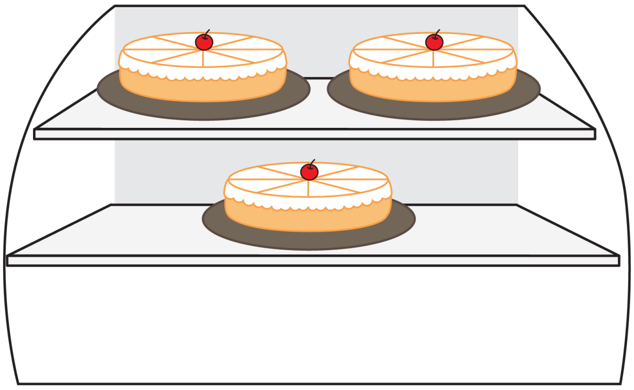
V) Amarildo, Beto, Carlos, Davi e Edilson receberam juntos?

c) A quantidade de torta que cada amigo recebeu é menor do que um quinto de torta? E do que dois quintos de torta? Explique sua resposta.

d) A quantidade de torta que cada amigo recebeu é maior do que três quintos de torta? E do que quatro quintos de torta? Explique sua resposta.

Atividade 4

Para a sobremesa do almoço de domingo, papai passou em uma confeitaria que vende tortas. Cada torta está dividida em igualmente em 8 fatias, como na figura abaixo.



a) Que fração de uma torta é uma fatia? Explique.

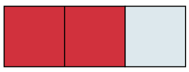
b) Domingo papai comprou 4 fatias, quantos oitavos de uma torta havia para a sobremesa?

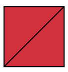
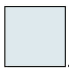
c) Na pergunta anterior, apresente outra fração que represente a quantidade de torta que papai comprou. Explique sua resposta.

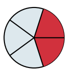
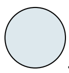
d) Hoje papai comprou 10 fatias de torta. Como podemos representar essa quantidade de torta em termos de frações de uma torta?

Atividade 5

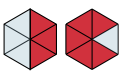
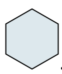
Complete as afirmações com uma das frações: “dois meios”, “dois terços”, “dois quintos”, “dois nonos”, “três quartos”, “seis oitavos”, “oito sextos” e “nove meios”, para que sejam verdadeiras.

a) A parte pintada de vermelho em  é __________ de .

b) A parte pintada de vermelho em  é __________ de .

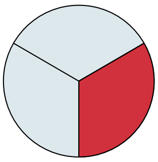
c) A parte pintada de vermelho em  é __________ de .

d) A parte pintada de vermelho em  é __________ de .

e) A parte pintada de vermelho em  é __________ de .

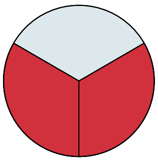
ORGANIZANDO AS IDEIAS

Se uma torta está dividida em três partes iguais, a torta fica separada em três terços. Assim, como visto na historinha do início da lição, tanto faz escrever: "$\frac{1}{3}$ da torta" ou "um terço da torta" para se referir à fatia destacada na figura.

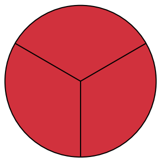


$\frac{1}{3}$ da torta

Duas fatias são "dois terços da torta", o que pode ser expresso simplesmente por "$\frac{2}{3}$ da torta". Deste modo, "três terços da torta" é uma torta inteira.

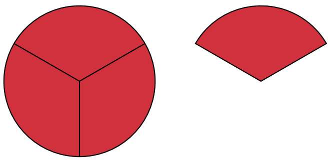


$\frac{2}{3}$ da torta

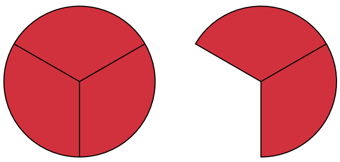


$\frac{3}{3}$ da torta

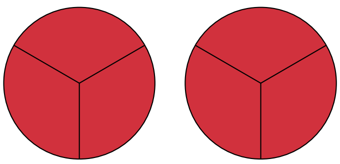
Também pode-se considerar quatro terços, cinco terços ou seis terços da torta, basta juntar novos terços à torta inteira.



$\frac{4}{3}$ da torta = 1 torta e $\frac{1}{3}$ da torta



$\frac{5}{3}$ da torta = 1 torta e $\frac{2}{3}$ da torta



$\frac{6}{3}$ da torta = 2 tortas

Se uma torta é repartida em três partes iguais, cada fatia é um terço da torta - ou $\frac{1}{3}$ da torta. Juntando essas fatias, é possível ter-se dois terços ($\frac{2}{3}$) e três terços ($\frac{3}{3}$) da torta. Com mais do que uma torta repartidas cada uma três partes iguais, pode-se obter quatro terços ($\frac{4}{3}$), cinco terços ($\frac{5}{3}$), seis terços ($\frac{6}{3}$) etc de torta. Na representação simbólica, as frações que registram essas quantidades têm o número 3 “abaixo” do traço de fração, e, por isso, são denominadas terços. O número que informa a parte da unidade que “dá nome” à fração é chamado de *denominador* da fração. Assim, nas frações $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{3}$ e $\frac{5}{3}$, o 3 é o denominador, identificando “terços”.

Já o número que aparece “acima” do traço de fração informa quantos terços estão sendo considerados. Esse número é chamado de *numerador* da fração. Por exemplo, na fração $\frac{1}{3}$ o numerador é 1 e na fração $\frac{4}{3}$ o numerador é 4. Essa mesma forma de nomear vale para outras frações.

- Em $\frac{2}{5}$, por exemplo, o numerador é 2 e o denominador é 5. Lê-se *dois quintos*.
- Em $\frac{10}{8}$, por exemplo, o numerador é 10 e o denominador é 8. Lê-se *dez oitavos*.

Como você pôde observar, a nomeação de uma fração depende do denominador da fração. Para ler a fração deve-se ler o **número** do numerador seguido do **nome que identifica a equipartição da unidade, e que está indicado no denominador**, nessa ordem. Veja:

$\frac{1}{3} \to$ um terço; $\frac{2}{3} \to$ dois terços; $\frac{5}{3} \to$ cinco terços;

$\frac{1}{8} \to$ um oitavo; $\frac{3}{8} \to$ três oitavos; $\frac{7}{8} \to$ sete oitavos.

Anote agora os nomes de algumas outras frações:

$\frac{1}{2} \to$ um meio; $\frac{1}{3} \to$ um terço; $\frac{1}{4} \to$ um quarto;

$\frac{1}{5} \to$ um quinto; $\frac{1}{6} \to$ um sexto; $\frac{1}{7} \to$ um sétimo;

$\frac{1}{8} \to$ um oitavo; $\frac{1}{9} \to$ um nono; $\frac{1}{10} \to$ um décimo.

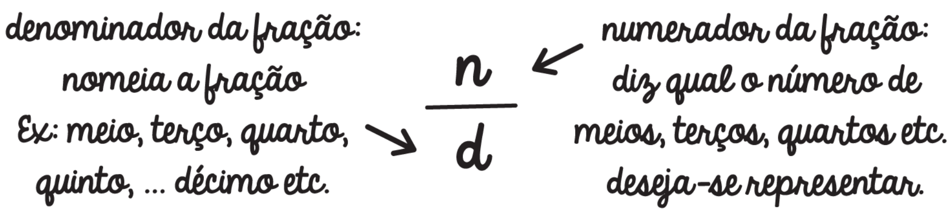
Já a fração $\frac{1}{11}$ não é chamada “um décimo primeiro”. Na leitura de frações com denominadores maiores do que 10, utiliza-se a palavra avos. Assim, a fração $\frac{1}{11}$ é lida “um onze avos”. Veja outros exemplos:

$\frac{1}{12} \to$ um doze avos; $\frac{1}{13} \to$ um treze avos; $\frac{5}{13} \to$ cinco treze avos.

Na leitura das frações cujos denominadores são 100, 1000, 1000, etc. não se usa "avos". Observe:

$\frac{1}{100} \rightarrow$ um centésimo; $\frac{13}{100} \rightarrow$ treze centésimos; $\frac{33}{1000} \rightarrow$ trinta e três milésimos.

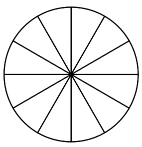
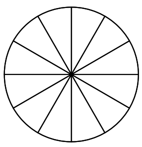
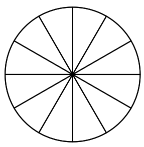
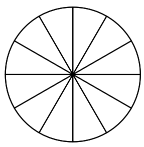
Pronto! Agora você já é capaz de ler diversos tipos de frações.



MÃO NA MASSA

Atividade 6

Uma pizza gigante foi dividida em doze fatias iguais. Pedro comeu quatro fatias, Isabella cinco fatias, Bernardo duas fatias e Manuela apenas uma fatia.

	Pedro	Isabella	Bernardo	Manuela
Pinte a fração de pizza consumida por cada pessoa				
Escreva, por extenso, a fração de pizza consumida por cada pessoa				
Escreva, usando notação simbólica matemática, a fração de pizza consumida por cada pessoa				

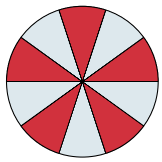
a) Na sua opinião, qual representação de fração "gasta menos lápis" para ser escrita: usando notação simbólica matemática, escrevendo por extenso ou pintando?

b) Na sua opinião, qual a representação que mais rapidamente ajuda a decidir quem comeu mais e quem comeu menos pizza?

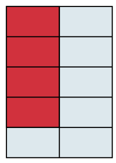
Atividade 7

Para cada figura a seguir, indique a fração da figura que está pintada de vermelho. Esta fração é maior, menor ou exatamente igual a $\frac{1}{2}$ da figura?

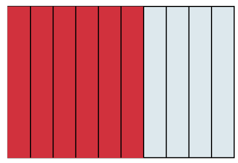
a)



b)



c)



Atividade 8

Um grupo de amigos está dividindo duas pizzas circulares do mesmo tamanho. A primeira pizza foi cortada em 4 fatias de mesmo tamanho. A segunda pizza foi dividida em 8 fatias iguais.

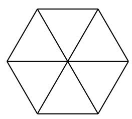
a) Uma fatia da primeira pizza é que fração dessa pizza? Responda usando notação simbólica matemática.

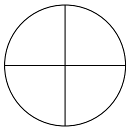
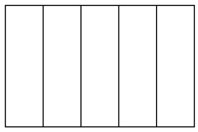
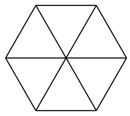
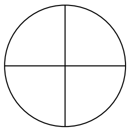
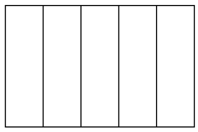
b) Uma fatia da segunda pizza é que fração dessa pizza? Responda usando notação simbólica matemática.

c) Qual fatia tem mais quantidade de pizza: uma fatia da primeira pizza ou uma fatia da segunda? Explique usando um desenho.

Atividade 9

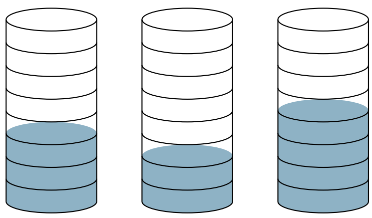
Na tabela a seguir, pinte cada figura de modo que a parte pintada seja a fração da figura indicada na coluna à esquerda e na mesma linha. Indique também, usando notação simbólica matemática, qual fração da figura não foi pintada.

Fração da figura que deve ser pintada	Figura	Fração da figura que ficou sem pintar
$\frac{5}{6}$		

Fração da figura que deve ser pintada	Figura	Fração da figura que ficou sem pintar
$\frac{3}{4}$		
$\frac{2}{5}$		
$\frac{2}{3}$		
$\frac{3}{8}$		
$\frac{9}{10}$		

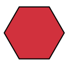
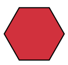
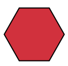
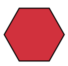
Atividade 10

A figura mostra três copos idênticos. É possível armazenar a água dos três copos em um único copo sem que transborde? Explique usando frações.



(1) (2) (3)

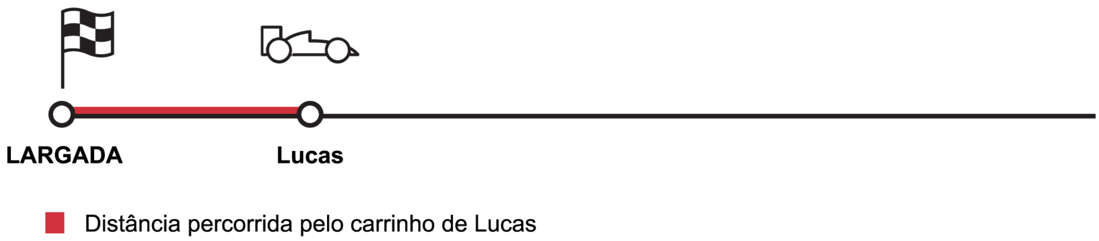
Atividade 11

Fração da unidade	Figura correspondente à fração da unidade	Desenhe aqui uma unidade
$\frac{1}{2}$		
$\frac{4}{2}$		
$\frac{3}{2}$		
$\frac{2}{3}$		
$\frac{1}{2}$		
$\frac{4}{2}$		
$\frac{3}{2}$		
$\frac{2}{3}$		
$\frac{1}{2}$		
$\frac{4}{2}$		
$\frac{3}{2}$		
$\frac{2}{3}$		
$\frac{1}{2}$		
$\frac{4}{2}$		
$\frac{3}{2}$		
$\frac{2}{3}$		

Atividade 12

Lucas, Matheus, Heitor, Rafael, Enzo, Nicolas, Lorenzo, Guilherme e Samuel estavam brincando de empurrar seus carrinhos de brinquedo para ver qual carrinho ia mais longe em uma pista reta.

A figura a seguir mostra o quão longe foi o carrinho de Lucas e onde ele parou na pista com relação ao ponto de largada.



Sabe-se que:

a) O carrinho de Matheus só conseguiu ir até a metade da distância percorrida pelo carrinho de Lucas.

b) O carrinho de Heitor conseguiu ir até $\frac{3}{2}$ da distância percorrida pelo carrinho de Lucas.

c) O carrinho de Rafael conseguiu ir até $\frac{4}{2}$ da distância percorrida pelo carrinho de Lucas.

d) O carrinho de Enzo conseguiu ir até $\frac{5}{2}$ da distância percorrida pelo carrinho de Lucas.

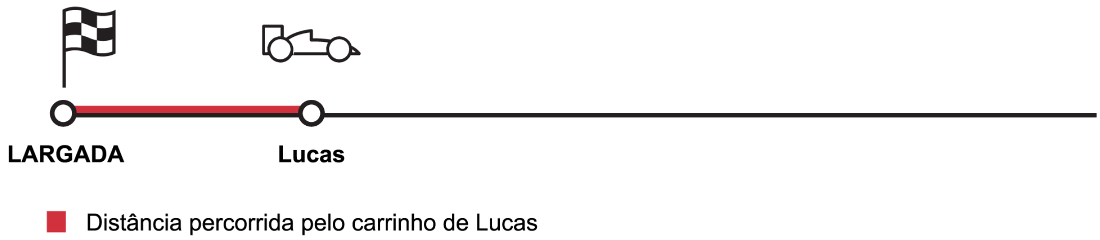
e) O carrinho de Nicolas conseguiu ir até $\frac{6}{2}$ da distância percorrida pelo carrinho de Lucas.

f) O carrinho de Lorenzo conseguiu ir até $\frac{6}{4}$ da distância percorrida pelo carrinho de Lucas.

g) O carrinho de Guilherme conseguiu ir até o dobro da distância percorrida pelo carrinho de Lucas.

h) O carrinho de Samuel conseguiu ir até $\frac{6}{3}$ da distância percorrida pelo carrinho de Lucas.

Com estas informações, marque as posições de parada dos carrinhos de todos os amigos de Lucas no encarte que você irá receber.



Os carrinhos de Rafael e Samuel pararam no mesmo lugar? Explique.

Atividade 13

Anita, Gustavo e Henrique descobriram que todos tinham levado bolo para o lanche.
Anita falou: "Mamãe colocou metade do bolo no meu lanche."
Gustavo falou: "Eu trouxe um terço do bolo que minha tia fez."
Henrique falou: "Eu trouxe apenas um quinto do bolo que minha mãe preparou!"
Para surpresa de todos, ao retirarem seus lanches da mochila, descobriram que todos traziam-no em embalagens iguais, portanto traziam a mesma quantidade de bolo.
Como você explica tal situação?

QUEBRANDO A CUCA

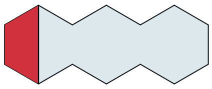
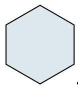
Atividade 14

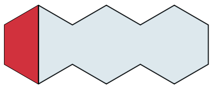
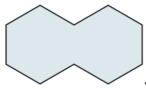
(NAEP, 1992) Pense cuidadosamente nesta questão. Escreva uma resposta completa. Você pode usar desenhos, palavras e números para explicar sua resposta. Certifique-se de mostrar todo o seu raciocínio.

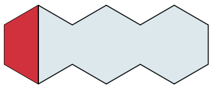
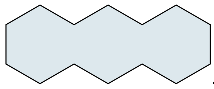
José comeu $\frac{1}{2}$ de uma pizza. Ella comeu $\frac{1}{2}$ de uma outra pizza. José disse que ele comeu mais pizza do que Ella, mas Ella diz que eles comeram a mesma quantidade. Use palavras, figuras ou números para mostrar que José pode estar certo.

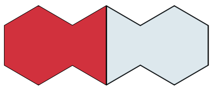
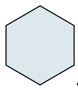
Atividade 15

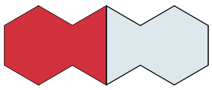
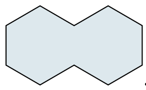
Complete as sentenças a seguir com uma fração adequada (use notação simbólica matemática). Perceba que uma mesma região pintada pode ser descrita por frações diferentes, dependendo da unidade considerada.

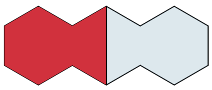
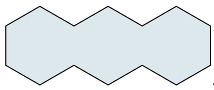
a) A região pintada em vermelho em  é ________ de .

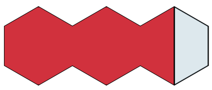
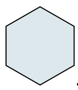
b) A região pintada em vermelho em  é ________ de .

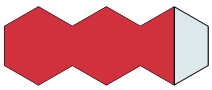
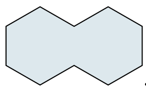
c) A região pintada em vermelho em  é ________ de .

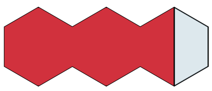
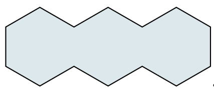
d) A região pintada em vermelho em  é ________ de .

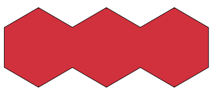
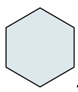
e) A região pintada em vermelho em  é ________ de .

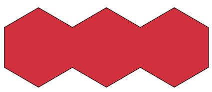
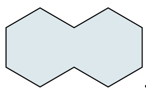
f) A região pintada em vermelho em  é ________ de .

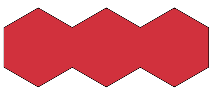
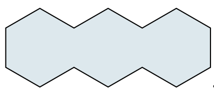
g) A região pintada em vermelho em  é ________ de .

h) A região pintada em vermelho em  é ________ de .

i) A região pintada em vermelho em  é ________ de .

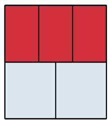
j) A região pintada em vermelho em  é ________ de .

k) A região pintada em vermelho em  é ________ de .

l) A região pintada em vermelho em  é ________ de .

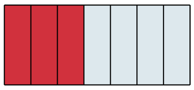
Atividade 16

Miguel disse para Alice que a parte pintada de vermelho na figura a seguir corresponde a $\frac{3}{5}$ da figura, pois ela está dividida em 5 partes e 3 partes estão pintadas. Você concorda com a afirmação e com a justificativa de Miguel? Explique!



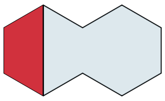
Atividade 17

A figura a seguir tem 3 partes pintadas de vermelho e 4 partes pintadas de branco. É correto afirmar que a parte pintada de vermelho corresponde a $\frac{3}{4}$ da figura? Explique.

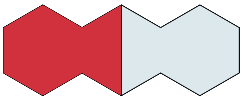


Atividade 18

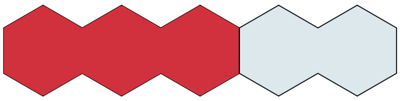
a) A região em vermelho na figura a seguir representa $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{4}$?



b) A região em vermelho na figura a seguir representa $\frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{2}$?

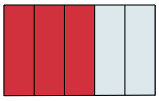


c) A região em vermelho na figura a seguir representa $\frac{3}{5}$ ou 3?



Atividade 19

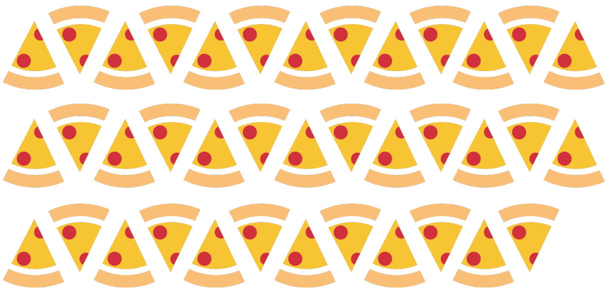
Júlia, Davi e Laura estavam estudando a figura a seguir.



Júlia disse: "A parte em vermelho representa $\frac{3}{5}$". Davi retrucou: "Não, não! A parte em vermelho representa $\frac{3}{2}$!". Laura, então acrescentou: "Eu acho que a parte em vermelho representa 3!". Quem está certo? Júlia, Davi ou Laura? Explique!

Atividade 20

Em uma pizzaria rodízio, 7 amigos comem, ao todo, 38 fatias.



Sabendo que nessa pizzaria cada pizza é repartida em 8 fatias de mesmo tamanho, pergunta-se:

a) Quantas pizzas inteiras comeraram os 7 amigos?

b) Que fração de uma pizza comeram ao todo os amigos?

c) É possível que todos os amigos tenham comido o mesmo número de fatias de pizza? Explique.