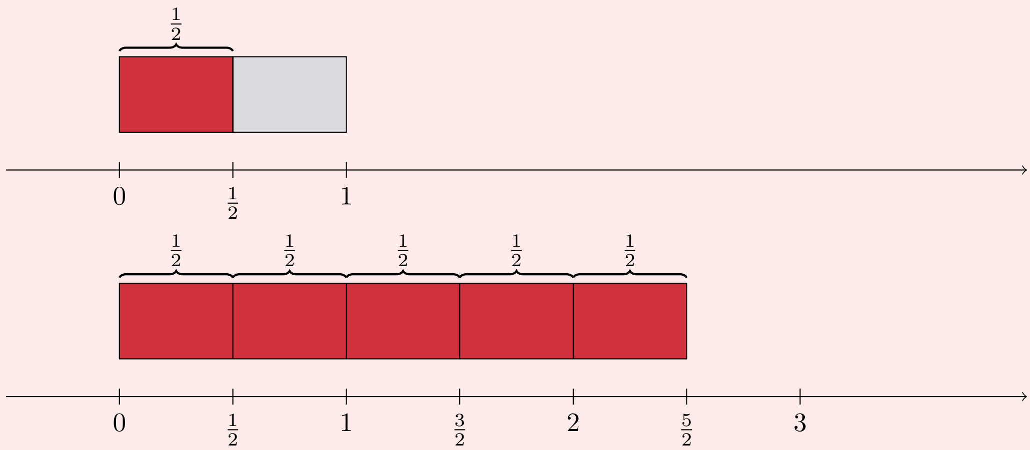
LIÇÃO 3 - Para o professor

Esta lição tem por objetivos:

- ⋆ Retomar a representação de números na reta numérica, enfatizando a associação do número 1 à unidade;
- ⋆ Introduzir a representação de frações na reta numérica, admitindo assim a representação também de quantidades não inteiras na reta numérica.
- ⋆ Comparar frações de mesmo denominador.
- ⋆ Comparar frações a partir de uma fração de referência.

Visando aos objetivos apresentados, as atividades aqui propostas exploram as frações em modelos visuais contínuos, a partir da justaposição de partes correspondentes às frações unitárias. Essa abordagem será a base para a representação das frações na reta numérica e para a associação da unidade ao número 1. A expressão reta numérica refere-se ao modelo de organização dos números na reta Alguns textos, na abordagem inicial dos números naturais, usam a expressão *reta numerada* para se referir à representação dos números naturais na reta; neste texto, será usado o termo *reta numérica*.

A construção da reta numérica será amparada pelo conhecimento anterior dos alunos da representação dos números naturais (0, 1, 2, 3, 4, ...) nessa reta e pela exploração de modelos contínuos. O segmento unitário, de extremos 0 e 1, será a unidade e as frações unitárias $\frac{1}{d}$, d natural não nulo, representadas por uma das partes da equipartição desse segmento em d partes ($d \neq 0$). As demais frações serão associadas a pontos na reta pela justaposição, a partir do zero, de segmentos correspondentes às frações unitárias. Assim, por exemplo, a fração $\frac{1}{2}$ será associada à metade do segmento unitário, portanto, ao ponto médio do segmento de extremos 0 e 1. Já a fração $\frac{5}{2}$ será associada ao ponto correspondente à justaposição, a partir do zero, de 5 segmentos equivalentes ao segmento cujos extremos correspondem ao zero e ao $\frac{1}{2}$, como ilustra a figura a seguir:



Nesta etapa, espera-se que os alunos compreendam a reta numérica como uma representação organizada para as quantidades registradas por frações e que compreendam também o papel e a evidência da ordem nessa representação.

De maneira geral, as atividades visam a: (i) a associação entre frações e a reta numérica, na qual já estão identificados os pontos correspondentes aos números naturais e (ii) a comparação entre frações, amparada pela representação das frações na reta numérica.

A comparação de frações, já discutida informalmente em atividades nas lições anteriores, pode agora ser também observada a partir da reta numérica, embora seja sistematizada na Lição 4. Inicialmente comparam-se frações com mesmo denominador. Assim, espera-se que o aluno reconheça que, por exemplo, a fração $\frac{3}{4}$ é menor do que a fração $\frac{7}{4}$ uma vez que a primera fração corresponde à justaposição de 3 segmentos equivalentes a $\frac{1}{4}$ da unidade e a segunda à justaposição de 7 desses segmentos. Dessa forma, na reta numérica, a fração $\frac{3}{4}$ está associada a um ponto entre 0 e 1 e $\frac{7}{4}$ a um ponto entre 1 e 2. Espera-se também que a comparação entre frações que têm o mesmo numerador seja observada na reta numérica. Assim, por exemplo, $\frac{5}{7}$ é menor do que $\frac{5}{3}$ porque nos dois casos considera-se a justaposição de 5 segmentos, no entanto, no primero caso, são 5 segmentos equivalente a $\frac{1}{7}$ da unidade e, no segundo, equivalentes a $\frac{1}{3}$ da unidade. Como $\frac{1}{7}$ da unidade é menor do que $\frac{1}{5}$ da unidade, tem-se que $\frac{5}{7}$ é menor do que $\frac{5}{3}$. É importante observar que essas comparações não devem ser tratadas exclusivamente na reta numérica.

Observando a reta numérica, espera-se também que os alunos sejam capazes de comparar frações a partir de um referencial. Por exemplo, espera-se que os alunos reconheçam que a fração $\frac{7}{8}$ é menor do que a fração $\frac{8}{9}$ porque, apesar de ambos estarem associados a pontos à esquerda do 1, o ponto correspondente à fração $\frac{7}{8}$ está mais distante do 1 do que o corresponente à fração $\frac{8}{9}$ (já que a fração $\frac{1}{8}$ é maior do que a fração $\frac{1}{9}$ - conteúdo tratado na Lição 2).

A participação do aluno, criando representações próprias e fazendo o uso da linguagem verbal para explicar o seu raciocínio diante da realização das atividades, é fundamental também na condução desta seção.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS DA LIÇÃO 3:

O aluno deve ser capaz de:

- ⋆ Representar e identificar a representação de uma fração na reta numérica.
- ⋆ Reconhecer a organização, segundo a ordem, das frações na reta numérica.
- ⋆ Comparar frações com mesmo numerador.
- ⋆ Amparado pela representação na reta numérica, comparar frações a partir de um referencial adequado.

Atividade 1

Objetivos específicos: Levar o aluno a:

- ⋆ Representar frações na reta numérica a partir da graduação em uma escala linear.
- ⋆ Associar, na reta numérica, a unidade ao segmento unitário, admitindo a representacão de quantidades entre 0 e 1.
- ⋆ Associar frações a pontos na reta numérica. Em particular, as frações $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$.
- ⋆ Observar a necessidade de equipartição do segmento unitário para a identificação destas frações na reta numérica.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- ⋆ Recomenda-se que, nesta atividade, os alunos trabalhem individualmente ou em duplas. No entanto, é fundamental que os alunos sejam estimulados a explicar o raciocínio realizado.
- ⋆ Como esta atividade envolve a ideia de capacidade, recomenda-se que, antes de realizá-la, o professor leve para a sala de aula um recipiente transparente, na forma de um paralelepípedo (como um pequeno áquario, por exemplo) ou cilíndrico (como um copo, por exemplo), e que, a partir do recipiente inicialmente cheio, discuta com a turma o que seria necessário observar para se verificar que metade da quantidade inicial de líquido foi derramada. Espera-se que os alunos identifiquem que essa verificação está associada à altura da quantidade de líquido no recipiente, que deve ser metade da original.
- ⋆ O formato da caixa, um paralelepípedo, determina uma escala linear de medida (o mesmo valeria para um cilindro). No entanto, se a caixa tivesse outro formato, poderia não admitir uma escala linear. Por exemplo, é o caso dos tradicionais copos de medida usados na cozinha. Com esta observação, não se está recomendando que essa discussão seja trazida para a sala de aula neste momento.
- ⋆ Chame a atenção dos alunos para o fato de que o zero está associado à situação em que a caixa-d'água está vazia e o 1 à caixa completamente cheia. Além disso, à medida em que a caixa vai sendo enchida, a altura do nível da água vai aumentando.
- ⋆ Espera-se que os alunos descartem as faixas c) e d). No entanto, as faixas a) e b) e e) encerram marcações possíveis. Discuta com os alunos as vantagens e as desvantagens das marcações apresentadas nessas faixas. A faixa a) traz a marcação da fração $\frac{1}{2}$ associada ao segmento e não ao ponto. Embora não esteja errada, ela apresenta dois inconvenientes:
  - (i) esta forma de marcar não deixa claro que a linha-d'água deve estar na marcação para que o tanque esteja meio cheio,
  - (ii) ela dificulta marcações intermediárias (maiores que zero e menores que $\frac{1}{2}$).

  A escala e), ainda que não tenha o mesmo problema que a faixa a), oferece menos informação do que a possível na graduação apresentada em b).

Resposta da Atividade 1

Qualquer das escalas apresentadas serve para registrar a caixa totalmente cheia (momento 4), embora não seja necessário uma graduação para esta observação. Para registrar as quantidades de todos os momentos a graduação b) é a mais indicada porque possui marcações detalhadas, com mesmo espaçamento e na ordem adequada. A escala c) não é apropriada porque possui a marca $\frac{1}{2}$ em um ponto onde o nível de água estará acima da metade da caixa. A escala d) apresenta as marcas $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ em posições que não correspondem a estes níveis de água. A escala e) representa bem os momentos 2 e 4, mas é menos precisa para os demais momentos.

Atividade 2

Objetivos específicos: Levar o aluno a:

- ⋆ Revisar a construção da reta numérica, associando quantidades inteiras aos números naturais. Em particular, objetiva-se que a unidade seja associada ao número 1.
- ⋆ Estender a representação de frações para a reta numérica.
- ⋆ Identificar, a partir de comparação entre modelos contínuos e a reta numérica, o segmento unitário à unidade identificada no modelo (no caso, uma pizza).
- ⋆ Representar, na reta numérica, quantidades não inteiras registradas por frações da unidade.

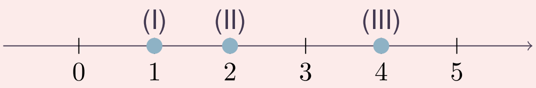
Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- ⋆ Recomenda-se que, nesta atividade, os alunos trabalhem individualmente ou em duplas. No entanto, é fundamental que os alunos sejam estimulados a explicar o raciocínio realizado.
- ⋆ Recomenda-se que o professor inicie a atividade relembrando com os alunos como é construída a reta numérica e como se posicionam os números naturais nela, enfatizando que o número 1 representa uma unidade e que, a partir daí, o 2 será o extremo do segmento que é o dobro do segmento de extremos 0 e 1. De foma análoga, são marcados o 3, o 4 e assim por diante.

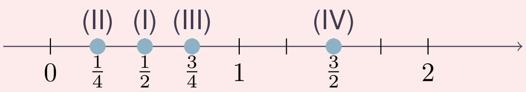
- ⋆ Espera-se que os alunos, a partir de tal revisão, não tenham dificuldade para resolver o item a). A novidade está no item b), no qual os alunos são solicitados a representar frações na reta numérica. Nesse item, o objetivo é que os alunos concluam que, na reta numérica, assim como o ponto correspondente ao 2 fica determinado pelo dobro do segmento unitário e que ponto correspondente ao 3 fica determinado pelo triplo do segmento unitário, o ponto correspondente a $\frac{1}{2}$ fica determinado pela metade do segmento unitário. De forma análoga, considerando equipartições do segmento unitário e a justaposição dessas partes, são determinados, por exemplo, os pontos correpondentes às fraçoes $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{4}$.

Resposta da Atividade 2

a)



b)



Atividade 3

Objetivos específicos: Levar o aluno a

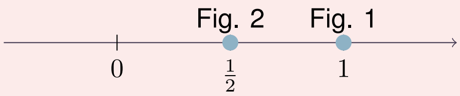
- ⋆ Estender a representação de frações para a reta numérica a partir de modelos contínuos.
- ⋆ Associar, na reta numérica e a partir de modelos contínuos, a unidade ao número 1.
- ⋆ Associar, a partir de comparação entre os modelos contínuos e a reta numérica, o segmento unitário à unidade e admitir a representacão de quantidades não inteiras apresentadas em modelos contínuos.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

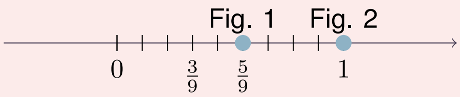
- ⋆ Recomenda-se que, nesta atividade, os alunos trabalhem individualmente ou em duplas. No entanto, é fundamental que os alunos sejam estimulados a explicar o raciocínio realizado.
- ⋆ Observe que as retas numéricas apresentadas em todos os itens trazem os números 0 e 1 em destaque, além das frações representadas nos modelos apresentados em cada item. Subdivisões da unidade também são destacadas. Espera-se que, a partir da discussão, os alunos estabeleçam uma relação entre as representações apresentadas: modelos contínuos e a reta numérica. . Assim, por exemplo, se o retângulo está dividido em terços, o segmento unitário traz uma marcação que destaca a subdivisão em três partes iguais e marcações correspondentes a $\frac{1}{3}$ e a $\frac{2}{3}$.
- ⋆ Para registrar a identificação das representações em modelos contínuos à marcação da fração da unidade correspondente na reta numérica, o aluno pode simplesmente ligar, fazendo uma linha, a representação em imagem à marcação na reta.

Resposta da Atividade 3

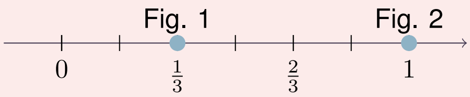
a)



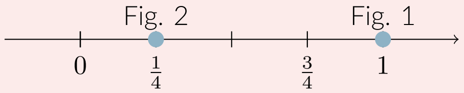
b)



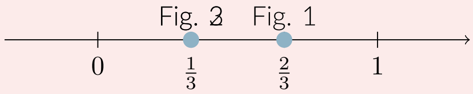
c)



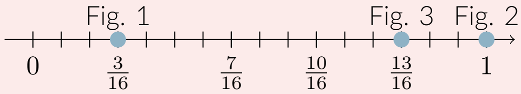
d)



e)



f)



Atividade 4

Objetivo específico:

⋆ Associar frações representadas em modelos contínuos, com unidades variadas, à representação dessas fracões na reta numérica.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

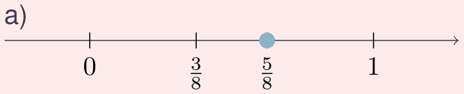
⋆ Recomenda-se que, nesta atividade, os alunos trabalhem individualmente ou em duplas. No entanto, a discussão das respostas deve ser feita com toda a turma. Estimule seus alunos a explicarem suas respostas.

⋆ Nas imagens, as unidades são uma pizza, uma barra de chocolate, uma maçã, um sanduíche, uma fatia da torta, um biscoito, e a capacidade de um copo. Discuta isso com os alunos.

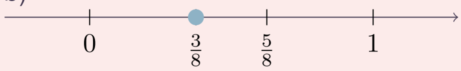
⋆ Aproveite as imagens e faça perguntas à turma que explorem conteúdos já tratados em lições anteriores, tais como: a) Que fração da pizza foi comida? b) Essa quantidade de chocolate é maior, menor ou igual a meia barra de chocolate? c) Se a maçã estivesse inteira, que ponto da reta representaria tal quantidade?

Resposta da Atividade 4

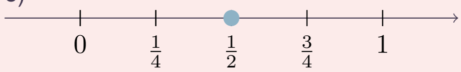
a)



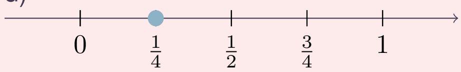
b)


0
$\frac{3}{8}$
$\frac{5}{8}$
1

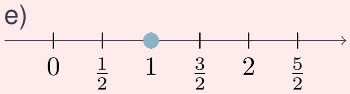
c)


0
$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$
1

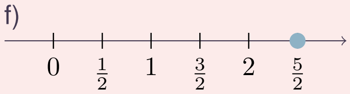
d)


0
$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$
1

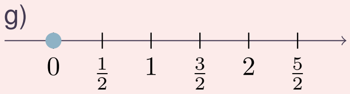
e)


0
$\frac{1}{2}$
1
$\frac{3}{2}$
2
$\frac{5}{2}$

f)


0
$\frac{1}{2}$
1
$\frac{3}{2}$
2
$\frac{5}{2}$

g)


0
$\frac{1}{2}$
1
$\frac{3}{2}$
2
$\frac{5}{2}$

Atividade 5

Objetivos específicos: Levar o aluno a:

- ⋆ Identificar na reta numérica, a partir de modelos contínuos, os pontos correspondentes às frações da unidade do tipo $\frac{1}{b}$ e $\frac{a}{b}$, para $a > 0$.

- ⋆ Mais especificamente, identificar na reta numérica, a partir de um modelo contínuo, os pontos correspondentes às frações da unidade $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$ e $\frac{4}{5}$.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- ⋆ Atividade individual, mas a discussão das respostas deve ser feita com toda a turma.

- ⋆ Estimule seus alunos a explicarem a resposta dada.

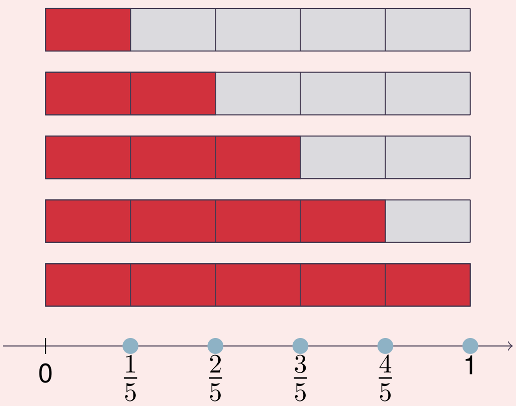
- ⋆ Espera-se que o aluno compreenda a diferença entre representar uma fração da unidade a partir de um modelo contínuo (no caso, uma faixa retangular) e na reta numérica. No primeiro caso, a região colorida identifica a fração da unidade. No entanto, na reta, a fração da unidade é associada a um único ponto (no caso, observando a justaposição de segmentos congruentes correspondentes a $\frac{1}{5}$ do segmento unitário).

- ⋆ Observe que as faixas organizadas uma acima da outra estão alinhadas à esquerda, garantido a correspondência entre as frações da unidade destacadas.

- ⋆ No item b) espera-se que os alunos identifiquem a faixa inteira como $\frac{5}{5}$ da unidade ou como a unidade inteira, portanto, igual a 1. Cabe aqui registrar a igualdade $\frac{5}{5} = 1$.

Resposta da Atividade 5

a)



b) A faixa inteira é igual a cinco quintos. Esta fração pode ser representada simbolicamente como $\frac{5}{5}$. A fração $\frac{5}{5}$ da barra é igual a uma barra inteira, isto é, $\frac{5}{5} = 1$.

Atividade 6

Objetivos específicos: Levar o aluno a:

- ⋆ Associar na reta numérica, a partir de modelos contínuos, a unidade ao número 1.

- ⋆ Associar as frações $\frac{n}{d}$ da unidade a pontos da reta numérica a partir da equipartição da unidade em d partes e da justaposição, a partir do 0 de n segmentos correspondentes à fração $\frac{1}{d}$ da unidade.

- ⋆ Mais especificamente, identificar as frações $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{4}$ e $\frac{5}{4}$ da unidade a pontos da reta numérica, reconhecendo que $\frac{4}{4} = 1$ e que $\frac{5}{4} > 1$.

- ⋆ Defender verbalmente um ponto de vista.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- ⋆ Recomenda-se que esta atividade seja desenvolvida em grupos de 2 ou 3 alunos. No entanto, a discussão das respostas deve ser feita com toda a turma. Estimule seus alunos a explicarem suas respostas.

- ⋆ Faça cópias da fita necessária para o desenvolvimento da atividade, que está disponível nas folhas para reprodução.

- ⋆ Ao ler o enunciado, como a faixa lembra modelos contínuos tratados na abordagem inicial de frações (por exemplo, barra de chocolate ou retângulos), é possível que alguns estudantes considerem a faixa inteira como unidade. Já outros, observando a indicação da reta numérica na faixa, identificarão o segmento unitário como unidade. O objetivo é que eles discutam essa questão e reconheçam, ao final, que o entendimento da unidade como a fita inteira é incompatível com as marcações pré-existentes na fita. Objetiva-se a representação das frações na reta numérica e não a identificação de partes de um modelo contínuo.

- ⋆ Espera-se que, a partir da discussão feita no item a), do item b) em diante, a unidade seja identificada ao segmento zero-um.

- ⋆ Recomenda-se que os alunos usem dobradura para realizar essa atividade. Instrua-os nesse sentido. Não se espera, nem se recomenda, que a atividade seja realizada a partir da medida do comprimento da faixa.

- ⋆ Pode ser muito enriquecedor para o estudante descrever cuidadosamente o processo de obtenção das frações, nos itens b) em diante. Incetive-os nesse sentido.

- ⋆ Espera-se que os alunos, a partir da observação do modelo, façam traços para representar os pontos correspondentes as frações. Este é um processo importante, em que a fração é representada por um ponto na reta e não por uma região, por exemplo.

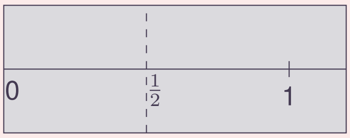
- ⋆ Observe que a marcação de $\frac{3}{4}$ pode se dar pela justaposição, a partir do 0, de "pedaços" da fita correspondentes a $\frac{1}{4}$ da unidade ou, reconhecendo que $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$, pela identificação do ponto médio do "pedaço" de fita de extremos $\frac{1}{2}$ e 1.

- ⋆ A discussão sobre esta atividade deve levar os alunos a refletirem sobre a marcação do $\frac{4}{4}$ e a sua coincidência com a marcação da unidade, ou seja, do 1, reconhecendo que $\frac{4}{4} = 1$.

⋆ Na discussão sobre o item b), observe se os alunos compreenderam que $\frac{5}{4} > 1$. Espera-se que os alunos saibam ler e escrever essa desigualdade fazendo uso da linguagem simbólica.

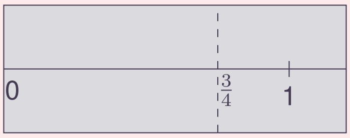
Resposta da Atividade 6

a) Miguel marcou $\frac{1}{2}$ considerando como unidade o segmento zero-um, enquanto Pedro marcou $\frac{1}{2}$ considerando a fita inteira como unidade. Assim, não podem estar os dois corretos. Como a resposta de Pedro não leva em consideração as marcações do 0 e do 1 na fita, esta solução não está correta.



b) A marcação de $\frac{1}{4}$ pode ser feita dobrando-se a fita de modo a fazer coincidir as marcações do 0 e do $\frac{1}{2}$. Já a marcação de $\frac{3}{4}$ pode ser obtida dobrando-se a fita de modo a fazer coincidir as marcações do $\frac{1}{2}$ e do 1.

c) As marcações de $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$ dividem o segmento unitário em quatro partes iguais, portanto, em quartos. A justaposição de quatro quartos a partir do 0, que corresponde a $\frac{4}{4}$, é igual a 1. Portanto, as marcas de $\frac{4}{4}$ e de 1 são a mesma.



d) A marcação de $\frac{5}{4}$ é obtida justapondo $\frac{1}{4}$ à marcação de $\frac{4}{4}$, ou seja, à marcação do 1.

Atividade 7

Objetivo específico:

⋆ Comparar frações com o mesmo numerador.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

⋆ Atividade individual, mas a discussão das respostas deve ser feita com toda a turma.

⋆ Estimule seus alunos a explicarem suas respostas.

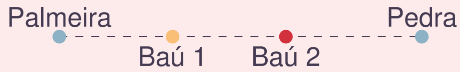
⋆ Observe que, nesta atividade, a unidade não está destacada na reta a partir dos pontos 0 e 1, como nas atividades anteriores. Oriente seu aluno a identificar o zero como o ponto correspondente à palmeira imperial.

⋆ Esclareça aos seus alunos que o caminho todo, da palmeira à pedra, não é a unidade. Peça-os que estimem quantas unidades tem esse caminho.

⋆ Para que os alunos possam responder o item a), marcando no mapa os pontos correpondentes aos locais em que estão enterrados os baús 1 e 2, peça-os que recortem as duas faixas que determinam a unidade, disponíveis em página para reprodução.

⋆ Para responder o item b), e decidir qual o baú que contém o tesouro, de fato, não é necessário fazer a marcação dos pontos correspondentes aos locais dos dois baús no mapa. Basta comparar as frações $\frac{5}{6}$ e $\frac{5}{8}$. Como $\frac{5}{6} > \frac{5}{8}$, o tesouro está no baú 2. Espera-se que a discussão com a turma leve a essa constatação.

Resposta da Atividade 7

a) 

b) O baú 2. A justificativa se dá pelo fato de que $\frac{5}{6} > \frac{5}{8}$. O que pode ser observado pela marcação dos pontos correspondentes aos locais dos dois baús no mapa, representando uma reta numérica.

Atividade 8

Objetivos específicos: levar o aluno a:

- ⋆ Comparar frações, tanto com o mesmo numerador como com o mesmo denominador.
- ⋆ Comparar frações da unidade a partir da sua representação na reta numérica.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- ⋆ Recomenda-se que, nesta atividade, os alunos trabalhem individualmente ou em duplas. No entanto, é fundamental que os alunos sejam estimulados a explicar o raciocínio realizado.
- ⋆ No item a), espera-se que os alunos façam a comparação baseados no fato de que as frações envolvidas têm o mesmo denominador; no item b), espera-se que os alunos façam a comparação baseados no fato de que as frações envolvidas têm o mesmo numerador. Já no item c), espera-se que os alunos façam uso intuitivamente da propriedade transitiva da relação de ordem, a partir de suas respostas aos ítens a) e b). Recomenda-se ressaltar que, na segunda parte do ítem d), a resposta ao item c) seja conferida pela representação das frações na reta numérica, uma vez que a reta numérica explicita a ordem entre as frações.

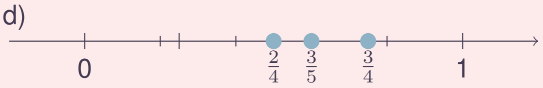
Resposta da Atividade 8

a) João comeu mais que Maria porque se as duas pizzas estão divididas em 4 fatias iguais, ele comeu 3 dessas fatias enquanto Maria comeu apenas 2.

b) Supondo que a pizza do Miguel está dividida em 5 fatias iguais, então cada fatia da pizza do Miguel é menor do que qualquer fatia da pizza do João, uma vez que a pizza do João foi repartida em 4 pedaços iguais. Como cada um comeu três fatias de sua própria pizza e as fatias de João eram maiores que as de Miguel, João comeu mais pizza que Miguel.

c) João comeu mais do que Maria e também comeu mais do que Miguel conforme os itens anteriores.

d)



Atividade 9

Objetivos específicos: Levar o aluno a:

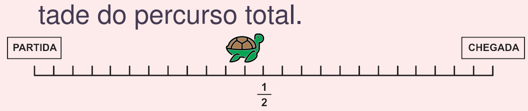
- ⋆ Estabelecer a comparação entre frações a partir da representação na reta numérica.
- ⋆ Comparar frações, tanto de mesmo numerador como de mesmo denominador.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

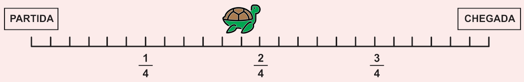
- ⋆ Recomenda-se que, nesta atividade, os alunos trabalhem individualmente. No entanto, é fundamental que os alunos sejam estimulados a explicar o raciocínio realizado.
- ⋆ É solicitado que os alunos escrevam a justificativa para a avaliação de cada item. Essa decisão tem como objetivo fazer com que o aluno vá além da argumentação oral, mas que consiga organizar as ideias para se expressar por escrito.
- ⋆ Observe que o caminho está repartido em 24 partes congruentes, ainda que não haja frações sugeridas. A ideia é que cada aluno possa, sozinho, decidir sobre os pontos correspondentes à metade, a quartos, a oitavos e a terços. Se necessário, discuta essas marcações com os alunos.
- ⋆ Cabe observar que cada item pode ser resolvido de forma independente. Por exemplo, para decidir se a posição da tartaruga corresponde a mais do que $\frac{3}{8}$ do percurso total, o aluno deve identificar oitavos na reta numérica. Já para decidir se a tartaruga já percorreu menos do que $\frac{2}{3}$ do percurso total, deve identificar terços. Assim, não há necessidade de comparar oitavos com terços.
- ⋆ Para responder à questão, não há necessidade de uma informação precisa da posição da tartaruga. A representação das frações indicadas para serem comparadas com a localização da tartaruga não geram dúvida sobre estarem antes ou após a posição da tartaruga, apesar de essa posição não corresponder claramente a um único ponto na reta numérica.
- ⋆ Os itens g) e h) envolvem termos comparativos menos precisos do que "maior do que"e "menor do que". A expressão "pelo menos"oferece outra forma de avaliar a comparação. Explore essa diferença, certificando-se de que os alunos compreenderam.
- ⋆ Os itens i) e j) exigem que os estudantes façam uma "leitura" da reta numérica ainda não experimentada. Precisam observar, em relação ao percurso total, ou seja, à unidade, a fração correspondente ao que falta ser percorrido.
- ⋆ Há vários raciocínios possíveis para responder aos diversos itens desta atividade. Incentive seus alunos a explicarem como raciocinaram, ressaltando, sempre que possível, as diferentes soluções.

Resposta da Atividade 9

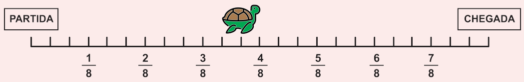
a) Não está correta. Marcando-se o ponto correspondente à metade do percurso, é fácil verificar que a tartaruga ainda não alcançou esse ponto. Portanto, a tartaruga não percorreu mais do que a metade do percurso total.



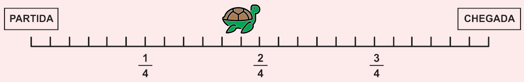
b) Não está correta. Dividindo-se o percurso em quartos, como ilustra a figura a seguir, fica claro que o ponto correspondente a $\frac{3}{4}$ do percurso está adiante da localização da tartaruga. Portanto, a tartaruga não percorreu mais do que $\frac{3}{4}$ do percurso total.



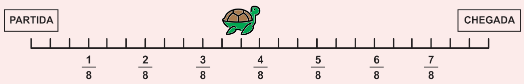
c) Está correta. Dividindo-se o percurso em oitavos, como ilustra a figura a seguir, fica claro que o ponto correspondente a $\frac{3}{8}$ do percurso está antes da localização da tartaruga. Portanto, verifica-se que a tartaruga percorreu mais do que $\frac{3}{8}$ do percurso total.



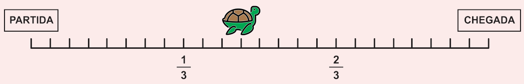
d) Está correta. Dividindo-se o percurso em quartos, como ilustra a figura a seguir, verifica-se que a localização da tartaruga é anterior ao ponto correspondente a $\frac{3}{4}$ do percurso. Portanto, a tartaruga percorreu menos do que $\frac{3}{4}$ do percurso total.



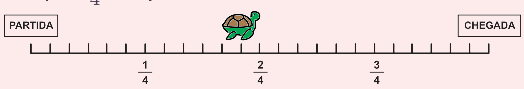
e) Não está correta. Dividindo-se o percurso em oitavos, como ilustra a figura a seguir, fica claro que o ponto correspondente a $\frac{2}{8}$ do percurso está antes (ou à esquerda) da localização da tartaruga. Portanto,verifica-se que a tartaruga percorreu mais do que $\frac{2}{8}$ do percurso.



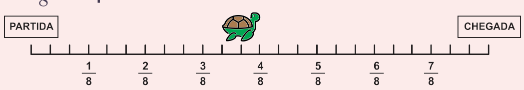
f) Está correta. Dividindo-se o percurso em terços, fica claro que o ponto correspondente a $\frac{2}{3}$ do percurso está adiante da localização da tartaruga. Portanto, verifica-se que a tartaruga percorreu menos do que $\frac{2}{3}$ do percurso.



g) Não está correta. Dividindo-se o percurso em quartos, como ilustra a figura a seguir, fica claro que o ponto correspondente a $\frac{3}{4}$ do percurso está adiante da localização da tartaruga. Portanto, verifica-se que a tartaruga percorreu menos do que $\frac{3}{4}$ do percurso.



h) Não está correta. Dividindo-se o percurso em oitavos, fica claro que o ponto correspondente a $\frac{5}{8}$ do percurso está adiante da localização da tartaruga. Portanto,verifica-se que a tartaruga não alcançou $\frac{5}{8}$ do percurso total.



i) Está correta. De acordo com a resposta do item a), a tartaruga não alcançou a metade do percurso. Poranto, para alcançar a chegada, a tartaruga ainda precisa percorrer mais do que a metade do caminho.

j) Não está correta. A tartaruga já percorreu mais do que $\frac{1}{3}$ do percurso e todo o percurso corresponde a $\frac{3}{3}$. Portanto, para alcançar a chegada, a tartaruga precisa percorrer menos do que $\frac{2}{3}$ do caminho.

Atividade 10

Objetivos específicos: Levar o aluno a:

⋆ Representar frações na reta numérica, a partir da identificação da unidade.

⋆ Identificar, na reta numérica, os pontos correspondentes ao 0 e ao 1, a partir da representação de duas frações (no caso, as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$).

⋆ Reconhecer a reta numérica em uma representação não comum.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

⋆ Recomenda-se que, nesta atividade, os alunos trabalhem individualmente. No entanto, é fundamental que os alunos sejam estimulados a explicar o raciocínio realizado.

⋆ Observe que a reta numérica não é apresentada da forma mais tradicional, paralela a uma das margens da página e na direção comumente chamada de horizontal. O objetivo é ampliar e variar o contato com esse modelo de representação.

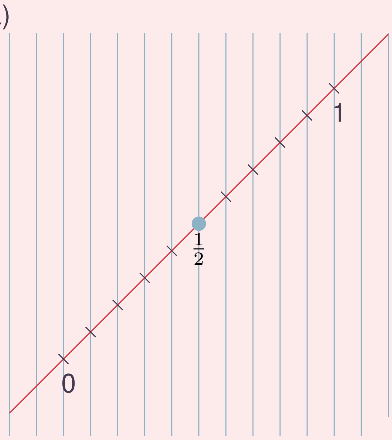
⋆ Além disso, os pontos que identificam frações da unidade (no caso, décimos) também são determinados de uma forma não tradicional. A divisão é estabelecida a partir de um feixe de retas paralelas igualmente espaçadas e transversal à reta numérica em destaque.

⋆ Os dois primeiros itens desta atividade são bastante simples, apesar da representação não tradicional.

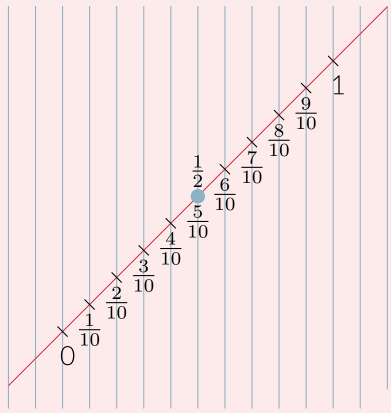
⋆ O terceiro item desta atividade objetiva que o aluno identifique os pontos correspondentes ao 0 e ao 1, que determinam o segmento unitário na reta numérica, a partir dos pontos correspondentes às frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$.

Resposta da Atividade 10

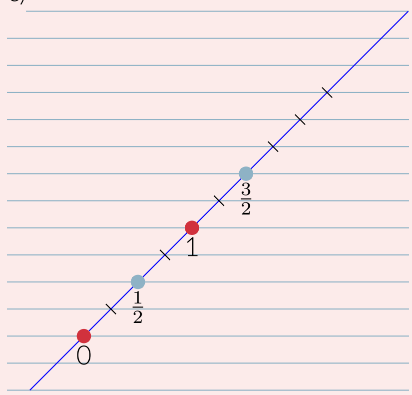
a)



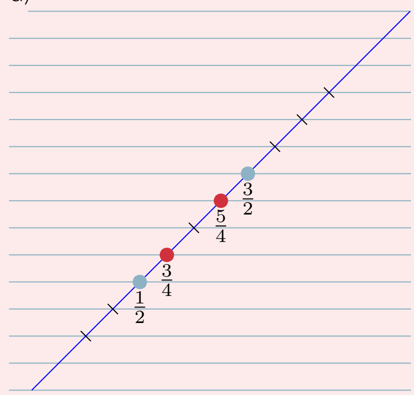
b)



c)



d)



Sobre o Organizando as Ideias

Após o Organizando as Ideias, passar-se-á a falar apenas em "fração" ao referir-se a frações na reta numérica, subentendendo-se que já esteja claro para os alunos que trata-se de uma "fração da unidade". A unidade é identificada na reta pelo segmento de extremos 0 e 1, mesmo que a indicação desses pontos não esteja explicita, mas que possam ser determinados a partir de outras informações (por exemplo, as marcações das frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$.

Espera-se que, ao longo desta lição, o aluno tenha associado fração a uma quantidade. Assim, no parágrafo que trata sobre a ordem na reta numérica, fala-se nos "números representados na reta numérica", incluindo-se, entre eles, as frações. Lembre que a justaposição de segmentos pode sempre ser feita com a ajuda do compasso, evitando-se, assim, o uso de medidas (por exemplo, com a régua graduada).

Notas de Aula

Notas de Aula

Atividade 11

Objetivos específicos: Levar o aluno a:

- ⋆ Reconhecer a representação das frações na reta numérica.
- ⋆ Ordenar frações.

Material necessário:

- ⋆ Pelo menos 3 metros de barbante, de maneira que cubra toda uma lateral da sala de aula (por exemplo, aquela em que está posicionado o quadro).
- ⋆ 4 folhas de papel sufite.
- ⋆ 32 pregadores de roupa (podem ser substituídos por clipes de papel).
- ⋆ Fita adesiva ou pregadores.

Preparação para a atividade:

- ⋆ Esta atividade deve ser desenvolvida como um jogo, envolvendo todos os alunos da turma, organizados em grupos com 5 ou 6 alunos. A quantidade de participantes em cada grupo e, consequentemente, a quantidade de grupos, deve ser decidida tendo em conta a quantidade de alunos na turma. Tudo deve ser combinado e esclarecido antes de a atividade começar.
- ⋆ O professor deve fazer um "varal" com o barbante em um local que seja visível para todos os alunos e não muito alto para que os estudantes possam alcançar com as mãos. Pode ser, por exemplo, em frente ao quadro, e indo de um extremo a outro da sala. Esse barbante representará a reta numérica.
- ⋆ O objetivo da atividade é "pendurar os números" no barbante usando pregadores ou fitas adesivas, visando experimentar, em uma atividade concreta, a associação entre os pontos da reta e os números. Para isso, serão feitos cartões numerados.
- ⋆ É Importante reforçar a fixação das extremidades do barbante para que não solte com o peso dos cartões que serão pendurados.
- ⋆ Dobre cada uma das folhas de papel 2 vezes ao meio, em direções paralelas aos lados, marcando assim 4 retângulos congruentes em cada folha. Recorte esses retângulos. Cada um deles será numerado e, durante a atividade, fixado no barbante. Serão chamados de **cartões numerados** (como os da figura).
- ⋆ Escreva as os números $0, 1, 2, 3, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{3}{2}, \frac{4}{2}, \frac{5}{2}, \frac{6}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{4}{3}, \frac{7}{3}, \frac{9}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{5}{4}, \frac{6}{4}, \frac{8}{4}, \frac{10}{4}, \frac{11}{4}, \frac{12}{4}, \frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{6}{5}, \frac{7}{5}, \frac{10}{5}, \frac{1}{10}$ nesses cartões.
- ⋆ Observe que são contemplados números naturais e frações que não representam números inteiros.
- ⋆ Além dos cartões numerados com o 0 (zero) e o 1 (um), recomenda-se que haja pelo menos um cartão numerado para cada aluno. A sequência com 32 números é uma sugestão básica. Essa sequência pode ser ampliada (ou reduzida) a partir da avaliação do professor.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- ⋆ O desenvolvimento da atividade precisa ser mediado pelo professor. O processo e a discussão são importantes.
- ⋆ Os cartões com o 0 (zero) e com o 1 (um) devem ser presas no barbante pelo professor com fita adesiva antes do início da atividade, porque a distância entre o 0 (zero) e o 1 (um) terá o papel de unidade para o estudante determinar a posição dos demais cartões. **Isso deve ser feito à vista dos alunos para ressaltar que a unidade é escolhida**.
- ⋆ Caso seja utilizado um barbante de 3 metros, o zero pode ser posicionado bem próximo à extremidade e o número um a 90 cm à direita do zero.
- ⋆ Combine todas as regras do jogo com os alunos.
- ⋆ Recomenda-se que, para facilitar a comunicação, os grupos sejam identificados, por exemplo, por cores. Cada grupo, na sua vez de jogar, deve fixar um cartão numerado no varal e outro grupo deve avaliar se o cartão foi fixado em uma posição correta ou não.
- ⋆ Distribua os cartões igualmente entre os grupos formados.
- ⋆ A correção da fixação realizada por um grupo deve ser decidida por outro grupo, podendo ser discutida com toda a turma.
- ⋆ Pontuação: cada cartão numérico posicionado corretamente vale um ponto para o grupo que fixou o cartão. Cada avaliação correta vale meio ponto para o grupo que ficou responsável por ela.
- ⋆ Vence o jogo o grupo que, após a fixação de todos os cartões numerados no varal, tiver acumulado maior quantidade de pontos.
- ⋆ Em cada rodada, todos os grupos devem prender um cartão numérico no varal e avaliar a colocação feita por outro grupo. Varie as duplas de grupos que farão as ações de fixação/avaliação de cada cartão preso no varal. Assim, por exemplo, se a turma estiver organizada em 5 grupos (azul, verde, vermelho, amarelo e preto), com 6 alunos cada um, na primeira rodada as duplas que farão a fixação/avaliação podem ser, por exemplo, azul/preto, verde/vermelho, vermelho/azul, amarelo/verde e preto/amarelo. Já na segunda rodada as duplas podem ser azul/amarelo, verde/preto, vermelho/verde, amarelo/azul e preto/vermelho. Planeje previamente essas associações e comunique aos alunos para não gerar discussão durante a realização.
- ⋆ Incentive e procure fazer, respeitando as questões pessoais, com que todos os alunos façam a fixação de pelo menos um cartão numerado no varal.
- ⋆ Escolha o grupo com o número 2 para dar início ao jogo. Em seguida aquele que tiver o número 3. Claro que esses números serão mais facilmente posicionados no varal. Essa decisão pode ser uma estratégia deles no jogo. Além disso, quando já presos no varal, facilitarão a fixação dos demais. Pode acontecer de esses grupos não escolherem inicialmente esses cartões. No entanto,

quando esses cartões forem os escolhidos pelos respectivos grupos para serem fixados no barbante, discuta a relevância dessas referências para facilitar a fixação dos demais números, não inteiros.

- ⋆ Observe que alguns cartões numerados ocuparão a mesma posição na reta. Por exemplo, os numerados com 2 e $\frac{4}{2}$. Nesses casos, recomenda-se que o segundo cartão a ser fixado seja preso no que já está no varal, sem que um esconda o outro. Sugere-se um abaixo do outro. Aproveite esses casos para discutir com os alunos que um mesmo número pode ter mais do que uma representação.

- ⋆ Muito provavelmente as frações de denominador 2 serão as mais fáceis de serem fixadas no varal. Em seguida, as de denominador 4. As fixações das frações de denominadores 3, 5 e 10 devem impor um pouco mais de desafio. Garanta que haja equilíbrio de dificuldade na distribuição dos cartões numerados entre os grupos.

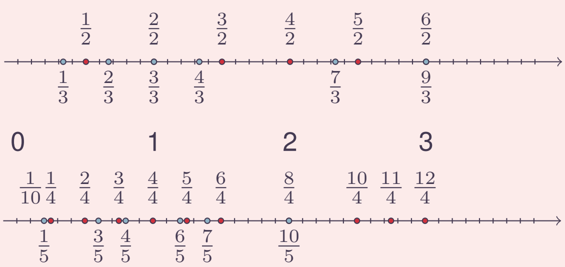
- ⋆ Estimule a discussão interna nos grupos para a decisão da posição de fixação de cada cartão numerado. O aluno eleito pelo grupo para prender o cartão no barbante deve explicar como decidiram por aquela posição.

- ⋆ A atividade pode ser refeita recolhendo-se os cartões das frações do varal, colocando-os embaralhados sobre a mesa do professor com as faces voltadas para baixo e cada estudante deve ir à mesa do professor pegar um cartão e prendê-lo no varal.

- ⋆ Uma variação desse jogo pode admitir que um grupo sugira frações para que outro grupo faça a fixação. Nesse caso, as frações podem ser escolhidas a partir de uma lista previamente estabelecida pelo professor. Recomenda-se que o grupo que escolher a fração faça a leitura e que o grupo que fizer a fixação registre simbolicamente essa fração. Dessa forma, a leitura e a escrita em representação simbólica também podem ser tratadas na atividade.

Resposta da Atividade 11

Para facilitar a visualização apresentamos a solução em duas retas.



Atividade 12

Objetivo específico: Levar o aluno a:

- ⋆ Representar frações na reta numérica.

- ⋆ Comparar frações.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- ⋆ Recomenda-se que esta atividade seja realizada individualmente. No entanto, a discussão das resposta deve ser feita com toda a turma. Estimule seus alunos a explicarem suas respostas.

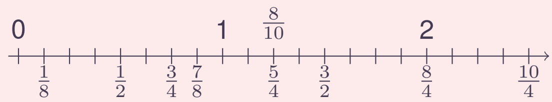
- ⋆ A associação das frações aos pontos correspondentes exigirá estratégias e comparações variadas. Procure identificar e discutir as argumentações apresentadas pelos alunos.

- ⋆ Todos os pontos necessários para estabelecer as associações solicitadas estão evidenciados na figura, no entanto, nem todos são imediatos.

- ⋆ Inicialmente os alunos precisam identificar que as marcações em destaque identificam oitavos. Assim, por exemplo, para identificar quartos, será necessário reunir dois oitavos e para marcar $\frac{3}{2}$ será necessário contar 12 oitavos.

- ⋆ Esta atividade oferece também, de forma indireta, a oportunidade de os alunos estabelecerem comparações. Por exemplo, reconhecer que $\frac{3}{4}$ é menor do que 1, que $\frac{5}{4}$ é maior do que $\frac{8}{4}$ = 2 e que $\frac{10}{4}$ é menor do que $\frac{10}{8}$. Destaque e discuta essas e outras comparações com os seus alunos.

Resposta da Atividade 12



Atividade 13

Objetivo específico: Levar o aluno a:

- ⋆ Representar frações na forma $\frac{1}{d}$ (frações unitárias) na reta numérica.

- ⋆ Comparar frações na forma $\frac{1}{d}$ (frações unitárias) na reta numérica.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- ⋆ Recomenda-se que esta atividade seja realizada individualmente. No entanto, a discussão das respostas deve ser feita com toda a turma. Estimule seus alunos a explicarem suas respostas.

- ⋆ Observe e discuta com seus alunos que, no caso das frações de numerador igual a 1 (frações $\frac{1}{d}$), quanto maior o denominador, menor a fração. Portanto, sua representação na reta numérica está mais perto do zero.

- ⋆ Aproveite para propor e discutir com seus alunos algumas reflexões tais como:

  (i) Alguma fração com numerador igual a 1 pode ter sua representação na reta numérica entre $\frac{1}{2}$ e 1?

  (ii) Qual fração é maior, $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{10}$?

  (iii) Que fração tem sua representação na reta numérica mais próxima de 0, $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{6}$?

Resposta da Atividade 13

As respostas são na ordem I, A, B, H, F, C, E, D e G.

Atividade 14

Objetivo específico: Levar o aluno a: Comparar frações unitárias (na forma $\frac{1}{d}$) em sua representação simbólica.
Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- ⋆ Recomenda-se que esta atividade seja realizada individualmente. No entanto, a discussão das resposta deve ser feita com toda a turma. Estimule seus alunos a explicarem suas respostas.

- ⋆ Esta atividade é complementar da anterior. Na atividade anterior, as frações estão representadas na reta numérica. Nesta, as frações unitárias são apresentadas em sua representação simbólica, na forma $\frac{a}{b}$. Espera-se que os alunos consigam compará-las fazendo relação com a representação na reta numérica, tratada na atividade anterior. Assim, por exemplo, a desigualdade $\frac{1}{10} < \frac{1}{4}$ pode ser justificada pelo fato de que, na representação na reta numérica, a fração $\frac{1}{10}$ está mais próxima do ponto correspondente ao zero do que a fração $\frac{1}{4}$.

Resposta da Atividade 14

a) $\frac{1}{2} > \frac{1}{5}$.

b) $\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$.

c) $\frac{1}{10} > \frac{1}{20}$.

d) $\frac{1}{12} < \frac{1}{2}$.

e) $\frac{1}{35} > \frac{1}{43}$.

f) $\frac{1}{99} > \frac{1}{100}$.

g) $\frac{1}{5} > \frac{1}{50}$.

h) $\frac{1}{100} < \frac{1}{10}$.

Atividade 15

Objetivo específico:

- ⋆ Comparação de frações com o mesmo numerador ou com o mesmo denominador, a partir de um referencial.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- ⋆ Recomenda-se que esta atividade seja realizada em duplas. No entanto, a discussão das resposta deve ser feita com toda a turma.

- ⋆ Estimule seus alunos a explicarem suas respostas.

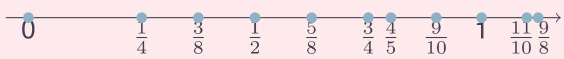
- ⋆ A associação das frações aos pontos correspondentes exigirá que os alunos saibam associar pontos na reta numérica às frações correspondentes e que façam comparações de diferentes tipos. Valorize e discuta as diversas estratégias apresentadas pelos alunos.

- ⋆ Por exemplo, uma vez que os pontos correspondentes ao 0, ao 1 e a $\frac{1}{2}$ já estão destacados, é natural que as primeiras frações a serem associadas a pontos na reta numérica sejam $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{4}$. Em seguida, reconhecendo que $\frac{1}{8}$ corresponde à metade de $\frac{1}{4}$, as frações $\frac{3}{8}$ e $\frac{5}{8}$ podem ser as próximas. Na sequência, o aluno pode reconhecer que $\frac{4}{5}$ e $\frac{9}{10}$ são menores do que a unidade e que $\frac{9}{8}$ e $\frac{11}{10}$ são maiores. Entre $\frac{4}{5}$ e $\frac{9}{10}$, $\frac{9}{10}$ pode ser identificada como maior por faltar apenas $\frac{1}{10}$ para compor a unidade , enquanto que para $\frac{4}{5}$ falta $\frac{1}{5}$ da unidade. Por fim, por raciocínio análogo, a fração $\frac{9}{8}$ pode ser identificada como maior do que $\frac{11}{10}$: Sabe-se que $\frac{1}{8}$ é maior do que $\frac{1}{10}$ e que $\frac{9}{8}$ é $\frac{1}{8}$ maior do que a unidade, enquanto que $\frac{11}{10}$ é $\frac{1}{10}$ maior. Portanto, $\frac{9}{8}$ é maior do que $\frac{11}{10}$.

- ⋆ Se achar necessário, discuta a comparação entre alguns pares das frações apresentadas antes de os alunos resolverem a atividade. Por exemplo, peça-lhes que comparem $\frac{3}{8}$ e $\frac{5}{8}$, que são frações com o mesmo denominador. Ou que comparem $\frac{9}{8}$ e $\frac{9}{10}$, frações com o mesmo numerador.

- ⋆ O aluno pode responder simplesmente "ligando" os cartões com as frações aos pontos correspondentes na reta numérica. No entanto, recomenda-se que o professor oriente-os a escrever as frações abaixo dos pontos corrrespentes na reta numérica, a exemplo do 0, do 1, e de $\frac{1}{2}$.

Resposta da Atividade 15



Atividade 16

Objetivo específico: Levar o aluno a: Comparar frações.
Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- ⋆ Recomenda-se que esta atividade seja realizada individualmente. No entanto, a discussão das respostas deve ser feita com toda a turma. Estimule seus alunos a explicarem suas respostas.

- ⋆ Nesta atividade, as frações são apresentadas apenas em sua representação simbólica na forma $\frac{a}{b}$. Espera-se que os alunos consigam compará-las a partir da ideia de quantidade, sem necessariamente recorrer às representações em modelos contínuos ou na reta numérica. Assim, por exemplo, a comparação entre $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ fica estabelecida pelo fato de que a primeira identifica uma das partes da equipartição da unidade por dois, enquanto que $\frac{1}{3}$ identifica uma das partes da equipartição da mesma unidade por três. Logo, $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$.

- ⋆ No entanto, é importante observar que alguns alunos podem precisar do apoio das demais representações citadas. A discussão de cada item deve ser amparada por, pelo menos, uma das três estratégias destacadas: (i) argumentação verbal amparada pela ideia de quantidade; (ii) representação em modelos contínuos e (iii) representação na reta numérica. Por exemplo, na correção do item a), entre $\frac{3}{6}$ e $\frac{5}{6}$, espera-se que a discussão contemple:

(i) O fato de que, como essas frações indicam quantidades de “sextos”, a menor (maior) é aquela que têm menor (maior) numerador. Portanto, $\frac{3}{6} < \frac{5}{6}$.

(ii) A representação em modelos contínuos.

(iii) A representação na reta numérica.

⋆ Recomenda-se fortemente que os alunos sejam convidados a compartilharem com a turma as suas estratégias e que se possível, na discussão de cada item, o professor ampare a reflexão com as representações em modelos contínuos e na reta numérica que emergirem dessa participação. No entanto, se isso não acontecer, o professor deve apresentá-las.

⋆ Observe que os primeiros itens envolvem a comparação entre frações que têm o mesmo denominador. Portanto, a comparação se estabelece a partir da comparacão entre os numeradores, amparada pelo entendimento de que quanto menor (maior) a quantidade de partes iguais, menor (maior) a fração.

⋆ Os itens seguintes envolvem a comparação de frações com o mesmo numerador. Portanto, a comparação se estabelece a partir da comparação entre os numeradores, amparada pelo entendimento de que quanto maior (menor) o denominador, menor (maior) a parte da unidade.

⋆ Os itens do último bloco envolvem a comparação de frações tendo a comparação dessas frações com a unidade (1) como referência. Por exemplo, tem-se que $\frac{9}{8} > 1$. Já $\frac{9}{10} < 1$. Portanto, $\frac{9}{10} < \frac{9}{8}$.

Resposta da Atividade 16

a) $\frac{5}{9} > \frac{4}{9}$

b) $\frac{3}{6} < \frac{5}{6}$

c) $\frac{7}{10} < \frac{9}{10}$

d) $\frac{3}{12} < \frac{9}{12}$

e) $\frac{39}{100} > \frac{25}{100}$

f) $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$

g) $\frac{1}{7} < \frac{1}{6}$

h) $\frac{2}{5} > \frac{2}{7}$

i) $\frac{4}{5} < \frac{4}{3}$

j) $\frac{12}{15} < \frac{12}{7}$

k) $\frac{22}{80} > \frac{22}{90}$

l) $\frac{3}{2} > \frac{2}{5}$

m) $\frac{3}{4} < \frac{6}{5}$

n) $\frac{7}{8} < \frac{10}{9}$

o) $\frac{6}{5} > \frac{12}{9}$

p) $\frac{4}{5} < \frac{5}{4}$

q) $\frac{35}{40} < \frac{30}{25}$

r) $\frac{99}{100} < \frac{3}{2}$

Atividade 17

Objetivos específicos: Levar o aluno a:

⋆ Relacionar a representação de frações unitárias em modelo de área retangular com a representação dessas frações na reta numerada.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

⋆ Recomenda-se que esta atividade seja realizada em duplas ou em trios. No entanto, a discussão das respostas deve ser feita com toda a turma.

⋆ Cada aluno deve receber o material para o desenvolvimento da atividade, que consiste em uma folha, disponível para reprodução, em que há 10 retângulos congruentes, cada um com uma cor e indicando uma equipartição diferente da unidade, como ilustrado a seguir. As faixas estão subdivididas em: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 e 16 partes iguais.

⋆ Para o desenvolvimento da atividade, recomenda-se que os alunos cortem e manuseiem o material a ser reproduzido (veja as folhas para reprodução no final do livro). É importante que reconheçam que todas as faixas coloridas são iguais (congruentes), o que pode ser constatado pela sobreposição. O retângulo representa a unidade. Além disso, é importante que percebam que cada uma das faixas (ou a unidade) tem uma equipartição indicada, representando frações unitárias diferentes. Por exemplo, cada parte da faixa amarela representa $\frac{1}{5}$ da unidade.

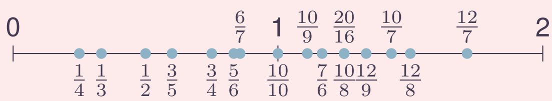
⋆ No item b), observe que na imagem da reta numerada, apesar das marcações, não estão escritos os números 0 e 1. Oriente seus alunos a fazer essa identificação e a relacioná-la com a unidade considerada, o retângulo.

⋆ Algumas das frações indicadas para serem representadas na reta numérica são maiores que uma unidade. Nesses casos, oriente seus alunos a fazer a justaposição das partes dos retângulos correspondentes. Por exemplo, para representar $\frac{12}{7}$ será necessário justapor um retângulo a cinco partes do retângulo laranja.

Resposta da Atividade 17

a) De cima para baixo as frações são 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{16}$

b) Para facilitar a visualização apresentamos apenas o segmento de 0 a 2 ampliado.



Atividade 18

Objetivo específico: Levar o aluno a:

⋆ Representar frações na reta numérica.

⋆ Comparar frações a partir de sua representação na reta numérica.

Recomendações e sugestões para o desenvolvimento da atividade:

⋆ Recomenda-se que esta atividade seja realizada em duplas. No entanto, a discussão das respostas deve ser feita com toda a turma.

⋆ Estimule seus alunos a explicarem suas respostas.

⋆ A associação das frações aos pontos correspondentes exigirá que os alunos saibam associar pontos na reta numérica às frações correspondentes e que façam comparações de diferentes tipos. Valorize e discuta as diversas estratégias apresentadas pelos alunos.

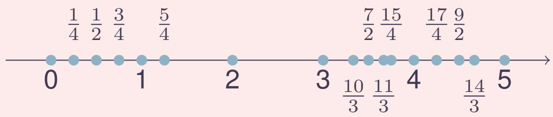
⋆ Observe que apenas os pontos correspondentes a 0 e a 2 estão destacados na reta. Ainda que não seja de fato necessário, recomenda-se que, no desenvolvimento da atividade, sejam marcados os pontos correspondentes a 1, 3, 4 e 5. Especialmente a marcação do 1, facilita a identificação da unidade.

⋆ Para as marcações de $\frac{1}{4}$, de $\frac{1}{2}$, de $\frac{3}{4}$ e de $\frac{5}{4}$, espera-se que os alunos utilizem os conhecimentos adquiridos nas atividades anteriores. É uma oportunidade de revisão e de avaliação do aprendizado. Não se acredita que os alunos terão dificuldade para isso. Mas é importante que o professor fique atento e, se for o caso, faça a necessária revisão.

⋆ Observe que, nesta atividade, a partir da representação na reta, o aluno é convidado a exprimir a ordem das frações em simbologia matemática. Aproveite para destacar o fato de que quanto menor a fração, mais próxima do zero será sua representação na reta.

⋆ Os últimos itens desta atividade admitem várias respostas. Explore as soluções dadas pelos seus alunos. Aproveite para discutir estratégias variadas de comparação. Por exemplo, decidir que $\frac{7}{2} < \frac{11}{3} < 4$ pode ser justificado pelo fato de que para marcar o ponto correspondente a $\frac{7}{2}$ a unidade entre 3 e 4 deve ser dividida ao meio, enquanto que, para marcar o ponto correspondente a $\frac{11}{3}$, é necessário dividir a unidade em três partes iguais e tomar o mais próximo de 4. Assim, como $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$, pode-se concluir que $\frac{7}{2} < \frac{11}{3} < 4$.

Resposta da Atividade 18



a) Uma forma de marcar $\frac{1}{2}$ na reta numérica dada pode ser a partir da marcação, primeiro, do 1. A marcação do 1 fica entre 0 e 2, bem no meio. Com a unidade identificada, a $\frac{1}{2}$ fica entre as marcações do 0 e do 1, bem no meio.

b) As marcações de $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{4}$ podem ser feitas de maneira semelhante, lembrando que: (i) $\frac{1}{4}$ fica entre 0 e $\frac{1}{2}$, bem no meio; (ii) $\frac{3}{4}$ fica entre 0 e 1, bem no meio e (iii) $\frac{5}{4}$ fica entre 1 e $\frac{3}{2}$, bem no meio.

c) $\frac{1}{4}$ é menor do que $\frac{1}{2}$ porque $\frac{1}{4}$ está mais próximo de zero.

d) $\frac{3}{4}$ é maior do que $\frac{1}{2}$ porque $\frac{3}{4}$ está mais distante de zero.

e) $\frac{5}{4}$ é menor do que 1 porque $\frac{5}{4}$ está mais distante de zero.

f)
$$0 < \frac{1}{4} < \frac{1}{2} < \frac{3}{4} < 1 < \frac{5}{4} < 2$$
.

g) Há várias respostas possíveis. Por exemplo, $3 < \frac{7}{2} < 4$, $3 < \frac{15}{4} < 4$ ou $3 < \frac{10}{3} < 4$.

h) Há várias respostas possíveis. Por exemplo, $\frac{7}{2} < \frac{15}{4} < 4$ ou $\frac{7}{2} < \frac{11}{3} < 4$.

i) Há várias respostas possíveis. Por exemplo, $\frac{17}{4} < \frac{9}{2} < 5$, $\frac{17}{4} < \frac{19}{4} < 5$ ou $\frac{17}{4} < \frac{14}{3} < 5$.