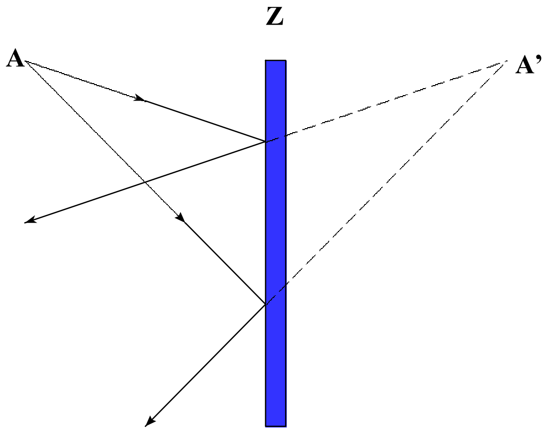
Bieg promieni i powstawanie obrazów

W życiu codziennym używamy wielu przyrządów optycznych, w których wytwarzane są obrazy (np. lupa, aparat fotograficzny, lornetka itp.). Okazuje się, że optyka geometryczna może być z powodzeniem użyta do wyjaśnienia działania tych urządzeń. Omówimy kilka podstawowych przykładów.

a) zwierciadło płaskie

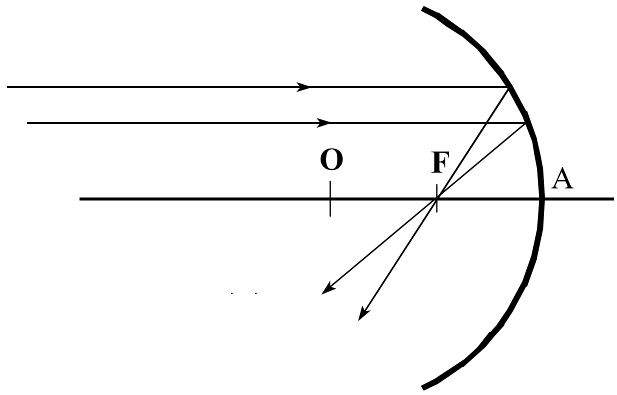


Powstawanie obrazu pozornego w zwierciadle płaskim

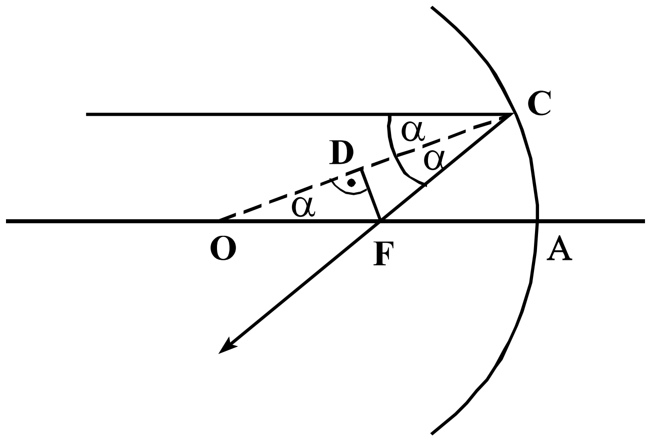
Rozważmy dwa promienie świetlne wychodzące ze źródła światła A. Po odbiciu od zwierciadła (zgodnie z prawem odbicia) są one rozbieżne, ale oko nasze doznaje złudzenie, że ich przedłużenia wychodzą z pozornego źródła światła A’. Łatwo spostrzec, że obraz pozorny powstaje w tej samej odległości co przedmiot, ale „po drugiej stronie” zwierciadła.

b) zwierciadło kuliste

Ma ono tą podstawową własność, że wiązka równoległych do osi optycznej (OF) promieni świetlnych skupia się (przecina) w punkcie F zwanym ogniskiem. Punkt O jest środkiem krzywizny zwierciadła.



Wykażemy, że ognisko F położone jest w połowie odległości między zwierciadłem (A) i jego środkiem krzywizny O.
Na poniższym rysunku pokazano tylko jeden promień świetlny równoległy do osi optycznej zwierciadła. Odbija się on od zwierciadła w punkcie C i tworzy z normalną do zwierciadła w tym punkcie kąt α.



Narysujmy odcinek FD prostopadły do OC. Trójkąty OFD i FCD są podobne, gdyż mają takie same kąty. A zatem: OD = DC. Ponadto: $OD = CD = \frac{OC}{2} = \frac{r}{2}$.

W trójkącie prostokątnym OFD mamy również zależność:

$OD = \frac{r}{2} = OF\cos\alpha$, skąd:

$$OF = \frac{r}{2\cos\alpha}$$

Ograniczając się do promieni biegnących blisko osi optycznej (i doń równoległych), mamy małe kąty α, a zatem: $\cos\alpha \cong 1$ i ostatecznie:

$$OF = FA = \frac{r}{2}$$

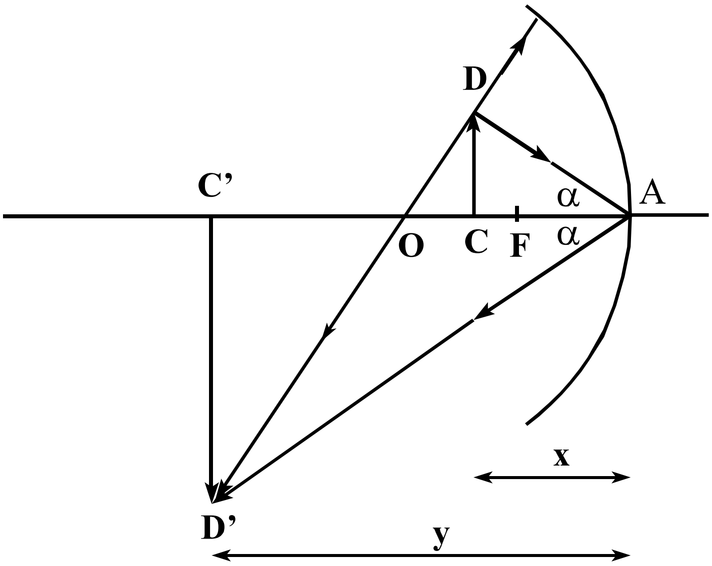
Odległość FA=f jest nazywana ogniskową; widzimy, zatem, że ogniskowa zwierciadła kulistego równa jest połowie jego promienia krzywizny:

$$\boxed{f = \frac{r}{2} \qquad (13)}$$

Wyobraźmy sobie teraz, że w punkcie C umieszczamy przedmiot (np. świecący) CD. W celu znalezienia obrazu D' punktu D, wystarczy poprowadzić dwa promienie przechodzące przez D. (Na ogół wybieramy promienie charakterystyczne, których przebieg łatwo przewidzieć. Miejsce, w którym się przetną, wyznaczy poszukiwany obraz D'). Promień świetlny OD przechodzi przez środek krzywizny zwierciadła (pokrywa się, zatem z geometrycznym promieniem zwierciadła) i będąc prostopadłym do powierzchni zwierciadła nie zmienia swego kierunku po odbiciu od zwierciadła. Drugi promień, który wybieramy - DA - przechodzi przez punkt D i przez punkt przecięcia zwierciadła z osią optyczną; promień ten odbija się symetrycznie względem osi optycznej. Przecięcie obu promieni wyznacza punkt D'. Z podobieństwa trójkątów CDA i C'D'A łatwo zauważyć, że stosunek wielkości obrazu do przedmiotu, czyli powiększenie, p= C'D'/CA wynosi:

$$p = \frac{y}{x} \qquad (14)$$

gdzie x i y są odległościami przedmiotu i obrazu od zwierciadła.



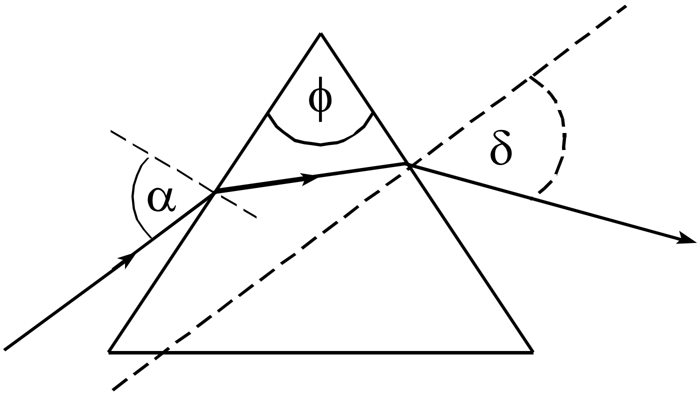
Powstawanie obrazu (C'D') przedmiotu CD. Przedmiot znajduje się w odległości x od zwierciadła, zaś obraz powstaje w odległości y.

Stosując podobne jak powyżej rozumowanie, wykazuje się, że pomiędzy odległościami przedmiotu i obrazu od zwierciadła (x i y) oraz ogniskową, f, zachodzi relacja:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{f} \qquad (15)$$

Równania 13-15 opisują własności optyczne zwierciadła wklęsłego.

c) Pryzmat



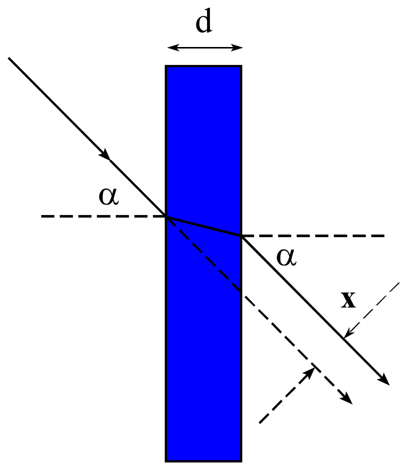
Przejście promienia światła przez pryzmat

Promień światła przechodząc przez pryzmat ulega dwukrotnemu załamaniu. Całkowity kąt ugięcia promienia wychodzącego (względem wchodzącego), δ, zależy od kąta padania (α), kąta łamiącego pryzmatu (ϕ) oraz współczynnika załamania światła szkła (n):

$$\delta = f(\alpha, \phi, n) \qquad (16)$$

Zależność kąta ugięcia, δ, od współczynnika załamania, n, powoduje, że padające na pryzmat światło białe rozszczepia się na różne swoje składowe (czerwone, zielone, niebieskie). Każda, bowiem składowa światła widzialnego ma nieco inny współczynnik załamania światła.

d) płytka równoległa

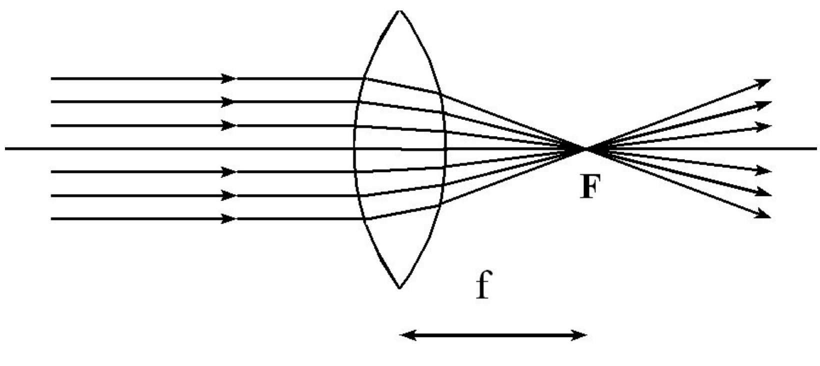


Przejście promienia światła przez płytkę równoległą. Wskutek dwukrotnego załamania, wychodzący promień jest przesunięty lecz równoległy do padającego.

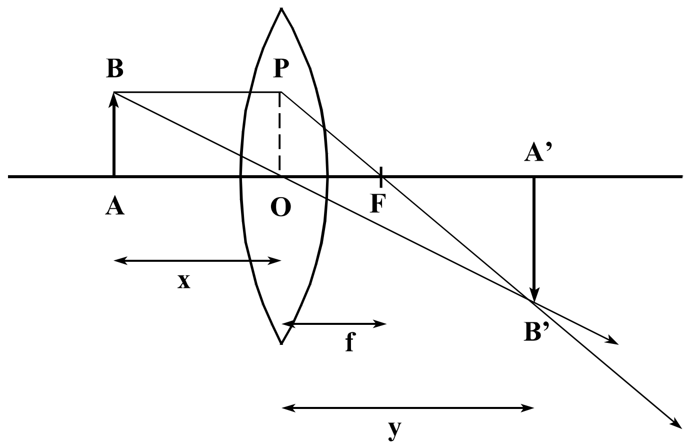
Padający na szklaną płytkę promień światła ulega załamaniu przy wejściu i wyjściu z płytki, wskutek czego promień wychodzący jest równoległy do padającego, lecz przesunięty o x. Wielkość przesunięcia jest oczywiście funkcją α, d oraz n.

e) soczewka skupiająca

Soczewka skupiająca wykonana jest ze szkła i jest ograniczona z dwóch stron powierzchniami sferycznymi. Podstawową jej własnością jest to, że padająca wiązka promieni świetlnych równoległa do osi optycznej soczewki, skupia się po przejściu w jednym punkcie, zwanym ogniskiem (F). Odległość ogniska od soczewki nazywamy ogniskową, f.



Rozważmy powstawanie obrazów w soczewce.



Zgodnie z przyjętą konwencją umieszczamy przedmiot (AB) po lewej stronie soczewki. W celu znalezienia jego obrazu, prowadzimy dwa charakterystyczne promienie świetlne z punktu B przedmiotu: jeden równoległy do osi optycznej, drugi – przechodzący przez środek soczewki. Pierwszy promień po przejściu przez soczewkę przechodzi przez ognisko F. Drugi promień – nie zmienia swojego biegu, gdyż przechodzi przez soczewkę w jej środku, a w tym miejscu jest na praktycznie płytka równoległą (nastąpi tylko zaniedbywane równoległe przesunięcie promienia). Przecięcie obu promieni po przejściu przez soczewkę wyznacza punkt B', czyli obraz punktu B.

Z podobieństwa trójkątów ABO i A'B'O wynika, że powiększenie p=A'B'/AB wynosi:

$$p = \frac{A'B'}{AB} = \frac{y}{x} \qquad (17)$$

Gdzie x i y są odległościami przedmiotu i obrazu od środka soczewki.

Wyznaczymy teraz relację pomiędzy x, y oraz f.
Z podobieństwa trójkątów POF i A'B'F wynika:

$$\frac{A'B'}{PO} = \frac{y-f}{f}$$

Lecz: PO = AB; a zatem:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{y-f}{f}$$

Porównując ten rezultat z Równ. (17), otrzymujemy:

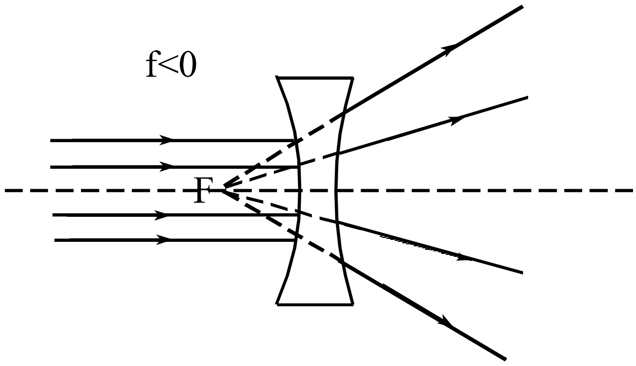
$$\frac{y}{x} = \frac{y-f}{f}$$

Przekształcając powyższą relację, otrzymujemy *równanie soczewki*:

$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \qquad (18)}$$

Równanie soczewki stosuje się do wszystkich możliwych sytuacji, jeśli uwzględnimy następującą konwencję:
- przedmiot umieszczamy po lewej stronie soczewki (wtedy $x>0$),
- obraz powstający po prawej stronie jest obrazem rzeczywistym ($y>0$),
- obraz powstający po lewej stronie jest obrazem pozornym ($y<0$).

Istnieją także soczewki rozpraszające; dla nich $f<0$ (f jest ujemne, gdyż, wiązka równoległa po przejściu przez soczewkę jest rozbieżna, natomiast przedłużenia promieni wychodzących przecinają się w punkcie położonym po tej samej stronie soczewki, co wiązka padająca).



Stosuje się je jako element kompensujący w układach soczewek. Bowiem układ dwóch soczewek o ogniskowych f_1 i f_2 posiada wypadkową ogniskową f:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \tag{19}$$

Ponadto, wykazuje się także, iż ogniskową soczewki można wyliczyć z następującej relacji:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) \tag{20}$$

gdzie n jest względnym współczynnikiem załamania materiału z którego wykonano soczewkę względem ośrodka, w którym się ona znajduje, zaś r_1 i r_2 są promieniami krzywizny obu powierzchni soczewki. Jeśli powierzchnia ograniczająca soczewki jest wklęsła (jak np. w soczewce rozpraszającej), to promień krzywizny przyjmujemy jako wartość ujemną.

Trzeba zauważyć, że wzór soczewkowy (18) jest słuszny, przy pewnych ograniczeniach; są to następująca założenia:
- soczewka musi być cienka w porównaniu z odległościami x i y,
- kąty, jakie tworzą promienie padające z osią optyczną soczewki muszą być małe (w celu ich ograniczenia stosuje się w aparatach fotograficznych przysłony),
- padające światło jest monochromatyczne.

Często ograniczenia powyższe nie są spełnione i soczewki wykazują wady. Najczęstsze z nich to:
- aberracja sferyczna (w wiązce światła równoległej do osi optycznej, promienie odległe od osi ogniskują się bliżej soczewki niż promienie padające blisko osi soczewki),