podstawie powyższego rysunku:

$$\cos\varphi = \frac{U_{R(m)}}{U_m} = \frac{Ri_m}{Zi_m} = \frac{R}{Z} = R\Big/\sqrt{R^2 + (\omega''L - 1/\omega''C)^2}$$

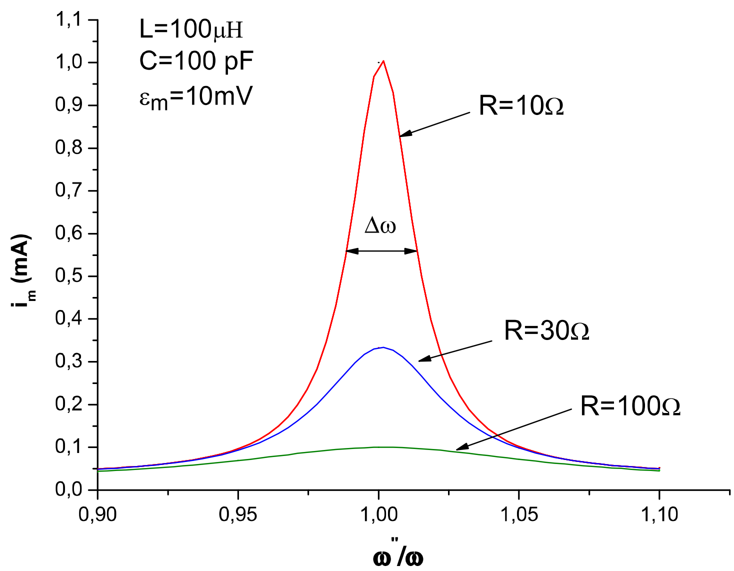
Ostatecznie:

$$\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega''L - 1/\omega''C)^2}} \quad \text{lub też:} \quad \cos\varphi = \frac{R}{Z} \tag{168}$$

Wróćmy teraz do rozwiązania w układzie RLC z wymuszeniem. Wymuszeniem jest siła elektromotoryczna $\varepsilon = \varepsilon_m \cos\omega'' t$, zaś odpowiedzią układu jest prąd elektryczny $i = i_m \cos(\omega'' t - \varphi)$. Prąd (odpowiedź) ma taką samą częstotliwość jak wymuszenie, ale jest przesunięty w fazie o φ. Jak pamiętamy, częstością własną układu LC była $\omega = 1/\sqrt{LC}$. Z Równ. 168 wynika, że jeśli częstość wymuszenia równa jest częstości własnej, czyli

$$\omega'' = \omega$$

to wtedy impedancja osiąga wartość minimalną Z=R. Jest to warunek REZONANSU. Prąd płynący w obwodzie osiąga wtedy wartość maksymalną (Równ. 162). Zauważmy, że gdyby w układzie nie było w ogóle oporności, to impedancja wręcz wyniosłaby zero ( $Z = 0$ ), co spowodowałoby przepływ nieskończenie wielkiego prądu.
W ogólnym przypadku amplituda prądu w obwodzie zależy od relacji częstości przyłożonego napięcia (ω'') do częstości własnej układu LC (ω). Zależność tą przedstawiono poniżej.




Rys. 41. Zależność amplitudy prądu w obwodzie RLC od częstości pulsacji przyłożonego napięcia. Przy ω''=ω=$10^7$ rad/s występuje rezonans.
Jak pamiętamy, rezonans pojawia się także w oscylatorze mechanicznym z siłą wymuszającą.

Obwody prądu sinusoidalnie zmiennego

Zdecydowana większość urządzeń, z którymi mamy do czynienia w życiu codziennym, zasilana jest napięciem sinusoidalnie zmiennym, a zatem także płyną w nich prądy sinusoidalnie zmienne. Dla prądów tych definiuje się praktyczne w zastosowaniach pojęcia wielkości skutecznych.

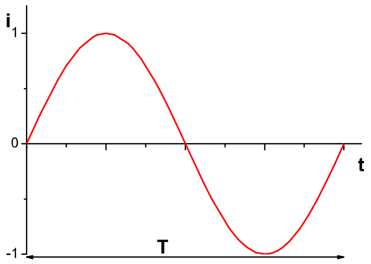
*1. Natężenie i napięcie skuteczne*

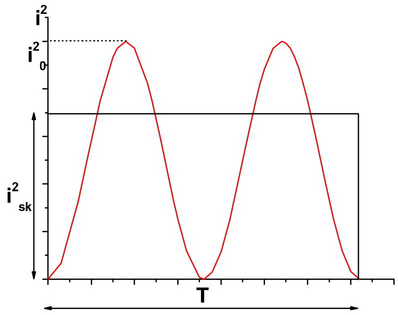
Natężeniem skutecznym prądu zmiennego, $i_{sk}$ , nazywamy takie natężenie prądu stałego, które daje tę samą moc średnią (czyli tę samą energię elektryczną w jednostce czasu). Przypomnijmy, że moc prądu elektrycznego: P = $i^2$/R. Chcemy zatem znaleźć takie $i_{sk}$ , aby pole prostokąta $i_{sk}^2 T$ było równe polu pod krzywą $i^2$ (gdzie: i=$i_m$sinωt, zaś T jest okresem sinusoidy - patrz rysunek poniżej), czyli:

$$\int_0^T i^2 dt = \int_0^T i_m^2 \sin^2 \omega t dt = i_{sk}^2 T$$

lub:

$$\int_0^T i_m^2 \sin^2 \omega t dt = i_m^2 \int_0^T \frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t)dt = \frac{i_m^2}{2}\int_0^T dt - \frac{i_m^2}{2}\underbrace{\int_0^T \cos 2\omega t}_{0} = \frac{i_m^2}{2} T$$




Zatem : $\frac{i_m^2 T}{2} = i_{sk}^2 T$ ,  czyli:

$$i_{sk} = \frac{i_m}{\sqrt{2}} \qquad (169)$$

Podobnie definiuje się napięcie skuteczne:

$$U_{sk} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \qquad (170)$$

Można łatwo wykazać, że średnia moc prądu zmiennego:

$$P = U_{sk} I_{sk} \cos \varphi \qquad (171)$$

Iloczyn $U_{sk} I_{sk}$ - nazywamy mocą pozorną, zaś cosφ - współczynnikiem mocy.

<u>Impedancja</u>

Jak już mówiliśmy, impedancja (Z) jest wielkością równoważną oporowi, ale w obwodzie prądu sinusoidalnie zmiennego:

$$U_{sk} = Z\, i_{sk} \quad \text{oraz} \quad U_m = Z\, i_m \qquad (172)$$

Jak widzieliśmy, impedancję składamy wektorowo z jej składowych: $Z_L, Z_C, Z_R$