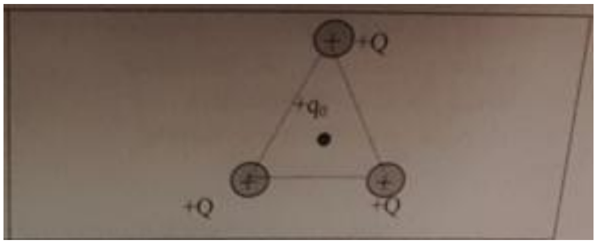
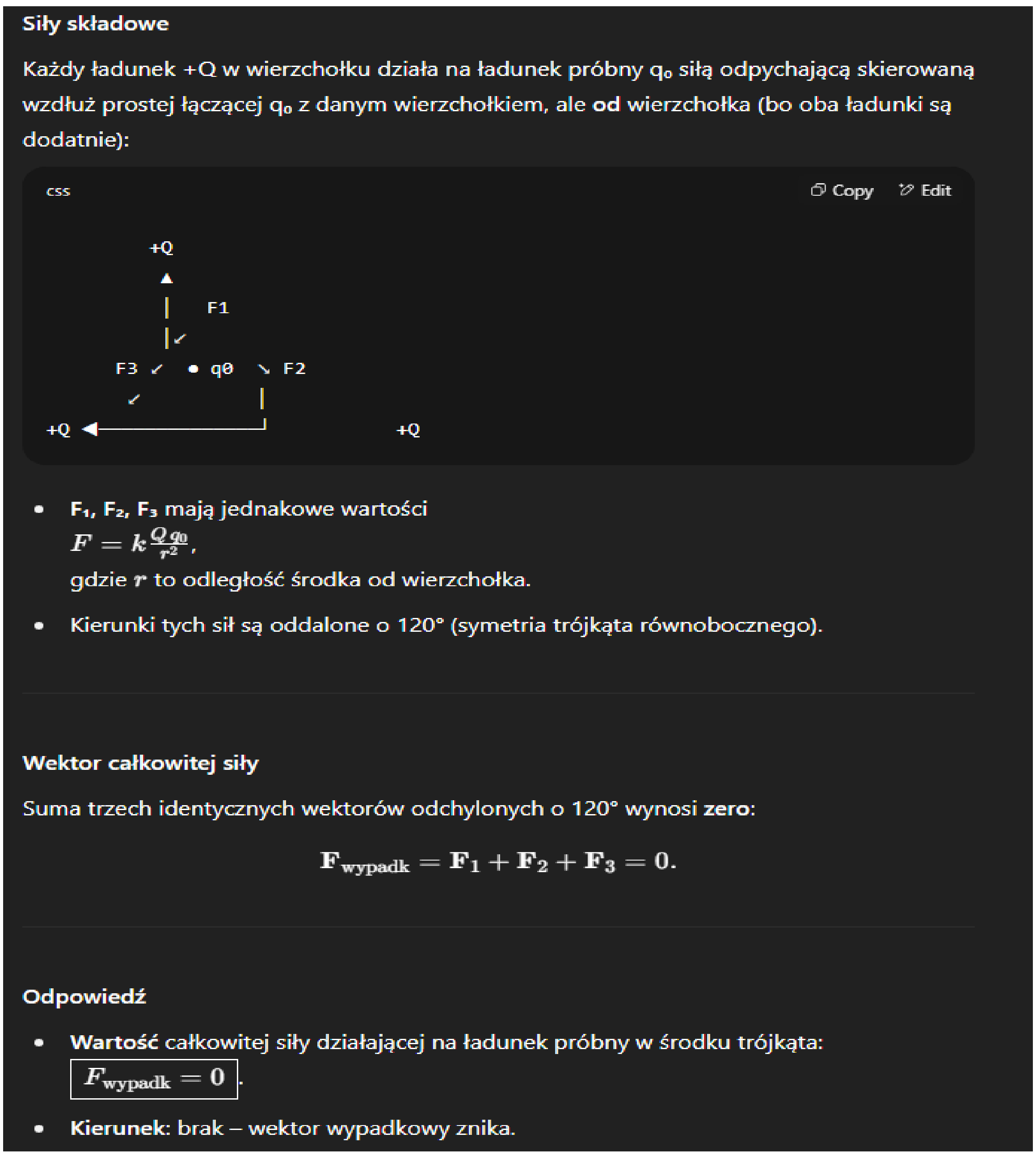
Zadania z fizyki – podział na grupy

Zadania z rysunkiem lub wymagające wykonania rysunku (13)

Narysuj siły działające na ładunek próbny q_0, położony w środku trójkąta równobocznego, w którego wierzchołkach znajdują się 3 ładunki punktowe o wartości +Q. Jaką ma wartość i jak jest skierowany wektor całkowitej siły działającej na q_0?

1. 



Siły składowe

Każdy ładunek +Q w wierzchołku działa na ładunek próbny q_0 siłą odpychającą skierowaną wzdłuż prostej łączącej q_0 z danym wierzchołkiem, ale **od** wierzchołka (bo oba ładunki są dodatnie):

```css
          +Q
           ▲
           |    F1
           |↙
     F3 ↙    ● q0   ↘ F2
       ↙              |
+Q ◄──────────────────┘          +Q
```

- **F_1, F_2, F_3** mają jednakowe wartości $F = k\frac{Q q_0}{r^2}$, gdzie r to odległość środka od wierzchołka.
- Kierunki tych sił są oddalone o 120° (symetria trójkąta równobocznego).

Wektor całkowitej siły

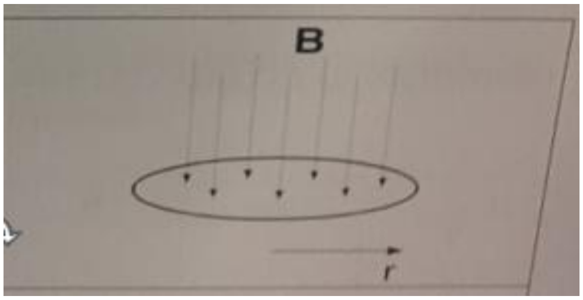
Suma trzech identycznych wektorów odchylonych o 120° wynosi **zero**:

$$\mathbf{F}_{\text{wypadk}} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 = 0.$$

Odpowiedź

- **Wartość** całkowitej siły działającej na ładunek próbny w środku trójkąta: $\boxed{F_{\text{wypadk}} = 0}$.
- **Kierunek**: brak – wektor wypadkowy znika.

Przez pierścień metalowy o promieniu r przechodzi prostopadle do jego płaszczyzny pole magnetyczne o indukcji B. Wartość tego pola zmienia się w funkcji czasu zgodnie z relacją: B = at + b (gdzie t jest czasem, zaś a i b są stałymi). Całkowity opór elektryczny pierścienia wynosi R. Wylicz wartość prądu (i), który popłynie w pierścieniu i zaznacz jego kierunek.

2. 

Indukowane napięcie (prawo Faradaya)

Magnetyczny strumień przez pierścień

$$\Phi_B(t) = B(t)\,S = (at+b)\,\pi r^2.$$

Pole jest jednorodne i prostopadłe do powierzchni $S = \pi r^2$.

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\pi r^2 \frac{d}{dt}(at+b) = -a\,\pi r^2.$$

Indukowana SEM jest więc **stała** (nie zależy od t), bo B zmienia się liniowo.

Natężenie prądu

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = -\frac{a\pi r^2}{R}, \qquad |I| = \frac{a\pi r^2}{R}.$$

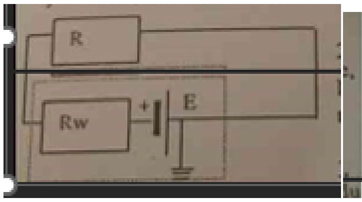
Kierunek (reguła Lenza)

- Jeżeli $a > 0$ pole B **rośnie** w zadanym kierunku.
  Prąd popłynie tak, aby wytworzyć pole przeciwnie skierowane ⇒
  • gdy pole rośnie **w głąb kartki (⊗)** → prąd **zgodnie z ruchem wskazówek (CW)**,
  • gdy pole rośnie **z kartki (⊙)** → prąd **przeciwnie do ruchu wskazówek (CCW)**.
- Jeżeli $a < 0$ (pole maleje) kierunek się odwraca.

Podsumowanie:

$$\boxed{I = -\frac{a\pi r^2}{R}},$$ znak „–” wyznacza kierunek prądu zgodny z zasadą Lenza.

Podaj prawo Coulomba i zdefiniuj natężenie pola elektrycznego. Skonstruować wektor natężenia pola elektrycznego we wskazanym punkcie, wytworzony przez dwa ładunki punktowe +Q i -Q.

3. 

Prawo Coulomba

$$\boxed{|\mathbf{F}| = k\,\frac{|q_1\,q_2|}{r^2}, \qquad \mathbf{F} = k\,\frac{q_1\,q_2}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}}$$

- $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \approx 8{,}99 \times 10^9\ \mathrm{N\,m^2/C^2}$ – stała Coulomba
- q_1, q_2 – ładunki punktowe
- r – odległość między ładunkami
- $\hat{\mathbf{r}}$ – jednostkowy wektor od ładunku źródłowego do drugiego ładunku; znak iloczynu $q_1 q_2$ decyduje, czy siła jest odpychająca (+) czy przyciągająca (–).

Natężenie pola elektrycznego

Natężenie (wektor **E**) to siła działająca na dodatni ładunek próbny q_0 podzielona przez jego wartość:

$$\boxed{\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{F}(\mathbf{r})}{q_0}} \qquad \Longrightarrow \qquad \mathbf{E} = k\,\frac{q}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}.$$

Jednostka: $\mathrm{N/C} = \mathrm{V/m}$.

Konstrukcja $\mathbf{E}$ w zaznaczonym punkcie P od układu $+Q$ i $-Q$

less

```less
        P (punkt pomiaru)
           •
           |   ↓   (wypadkowe E)
----------+----------  oś ładunków
     +Q     |     −Q
```

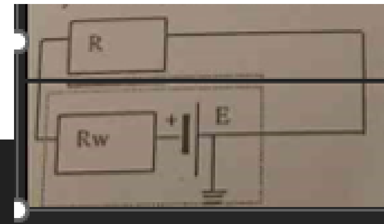
1. **Wektory składowe**
   - **Od +Q**
     - skierowany **od** +Q **do** punktu P (ładunek dodatni „odpycha"): $\mathbf{E}_+$.
   - **Od –Q**
     - skierowany **do** –Q (linie pola wpadają w ładunek ujemny): $\mathbf{E}_-$.
2. **Równe długości**
   Punkt jest w jednakowej odległości r od obu źródeł, więc
   $|\mathbf{E}_+| = |\mathbf{E}_-| = k\,\frac{|Q|}{r^2}$.
3. **Dodawanie wektorowe**
   - Składowe **pionowe** $\mathbf{E}_{+y}$ i $\mathbf{E}_{-y}$ mają przeciwne zwroty i znoszą się.
   - Składowe **poziome** sumują się: obie są skierowane **od +Q w stronę –Q**.
4. **Wypadkowe pole**

$$\boxed{\mathbf{E}_{\text{wyp}} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_- \;=\; k\,\frac{Q\,d}{r^3}\,\hat{\mathbf{x}}}$$

gdzie d to odległość między ładunkami, $\hat{\mathbf{x}}$ – jednostkowy wektor poziomy od $+Q$ do $-Q$
.

> **Kierunek:** poziomo w prawo – od ładunku dodatniego ku ujemnemu.
> **Długość (bez znaku):** $E = k\,\frac{|Q|\,d}{r^3}$.

12. Napisz drugie prawo Kirchhoffa dla obwodu z rysunku, oblicz prąd płynący i napisz wyrażenie na napięcie na oporniku R.



4.

Drugie prawo Kirchhoffa (prawo oczkowe)

W każdym zamkniętym obwodzie suma przyrostów potencjału (SEM) równa się sumie spadków napięć:

$$\sum \varepsilon = \sum IR.$$

Zastosowanie do przedstawionego obwodu

Widzimy **źródło SEM** E z opornością wewnętrzną R_w połączone szeregowo z zewnętrznym opornikiem R. Przyjmując obieg prądu **zgodny** z kierunkiem SEM (od bieguna „+" przez obwód do bieguna „–") mamy jedną pętlę:

$$\boxed{E - IR_w - IR = 0}.$$

Natężenie prądu

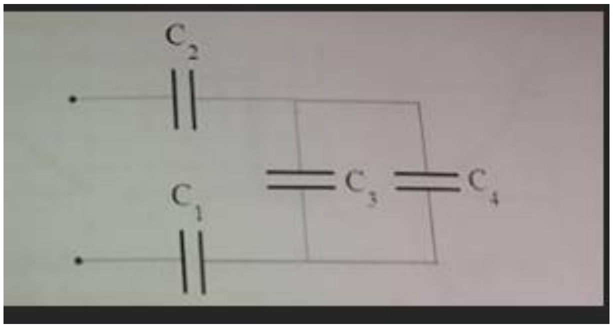
$$I = \frac{E}{R + R_w}.$$

Napięcie na oporniku R

$$U_R = IR = \frac{E\,R}{R + R_w}.$$

Kierunek prądu: od zacisku „+" źródła, przez opornik R, dalej przez oporność wewnętrzną R_w i z powrotem do zacisku „–".

6. Oblicz pojemność zastępczą układu kondensatorów, jeśli C1 = 5 μF, C2 = 8 μF, C3 = 4 μF, C4 = 2 μF.



- **C_3 i C_4 wiszą między tym samym parą węzłów** (górną szyną dochodzącą od C_2 i dolną szyną wychodzącą z C_1), więc są **równolegle**.
  $C_{34} = C_3 + C_4 = 4\,\mu\text{F} + 2\,\mu\text{F} = 6\,\mu\text{F}.$
- Następnie mamy trzy elementy połączone szeregowo:
  $C_2\ (8\,\mu\text{F}) \ \longrightarrow\ C_{34}\ (6\,\mu\text{F}) \ \longrightarrow\ C_1\ (5\,\mu\text{F}).$

Dla połączenia szeregowego obowiązuje

$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{34}} + \frac{1}{C_2}.$$

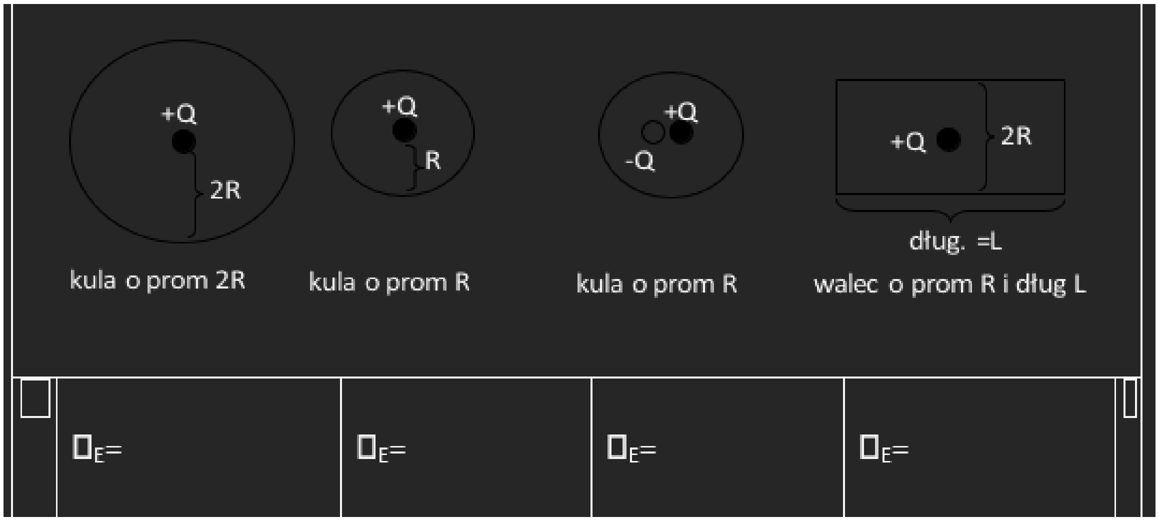
Podstawiając wartości:

$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = 0{,}200 + 0{,}1667 + 0{,}125 = 0{,}4917\ \mu\text{F}^{-1},$$

$$C_{\text{eq}} = \frac{1}{0{,}4917}\ \mu\text{F} \ \approx\ 2{,}03\ \mu\text{F}.$$

Pojemność zastępcza całego układu wynosi więc ~2,0 μF.

3. Rysunki przedstawiają przekroje przez powierzchnie zamknięte zawierające ładunki. Ile wynosi strumień pola elektrycznego przechodzący przez pokazane powierzchnie zamknięte (czarna kropka oznacza ładunek o wartości Q, zaś białe kółko ładunek -Q). Wpisz wynik dla każdego z przypadków odpowiednio do poniższej tabelki.



Strumień Φ_E przez zamkniętą powierzchnię – prawo Gaussa

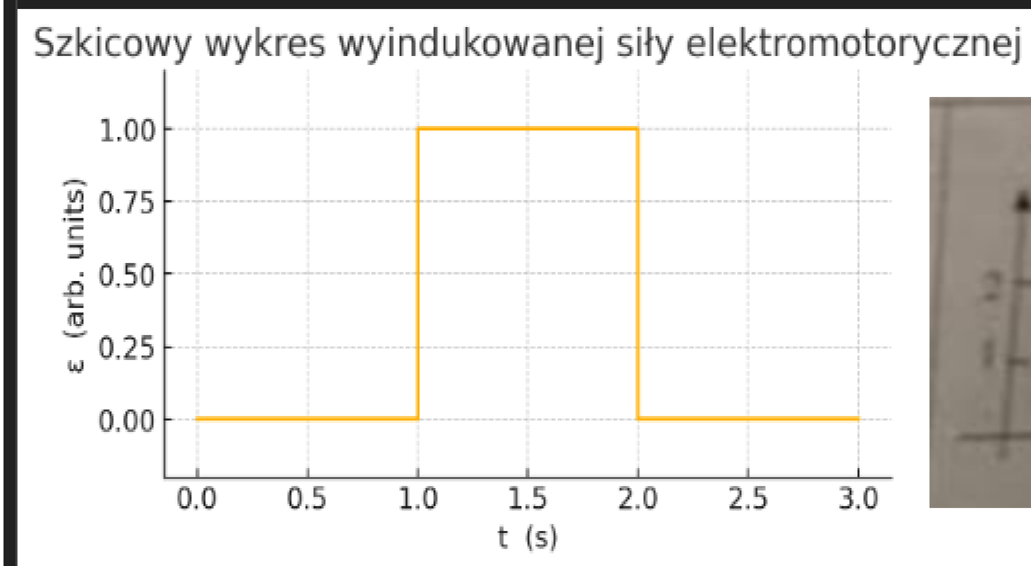
$$\boxed{\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q_{\text{wew}}}{\varepsilon_0}}$$

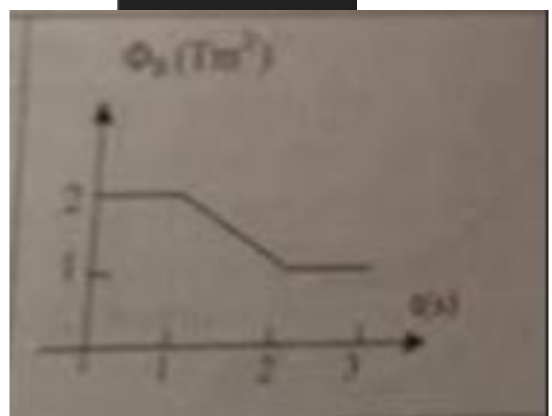
> decyduje wyłącznie **suma ładunków zamkniętych** przez powierzchnię, a nie jej kształt, rozmiar ani położenie ładunków w środku.

Nr rysunku	Zamknięta powierzchnia	Ładunki wewnątrz	Q_{wew}	Strumień $\Phi_E = \frac{Q_{\text{wew}}}{\varepsilon_0}$
1	kula o promieniu $2R$	$+Q$	$+Q$	$\frac{+Q}{\varepsilon_0}$
2	kula o promieniu R	$+Q$	$+Q$	$\frac{+Q}{\varepsilon_0}$
3	kula o promieniu R	$+Q$ oraz $-Q$	0	0
4	walec o promieniu R i długości L	$+Q$	$+Q$	$\frac{+Q}{\varepsilon_0}$

11. Zależność strumienia pola B przechodzącego przez pewien obwód ma postać jak na wykresie obok. Narysuj schematycznie wykres wyindukowanej siły elektromotorycznej od czasu.

Szkicowy Wykres Wyindukowanej Siły Elektro...





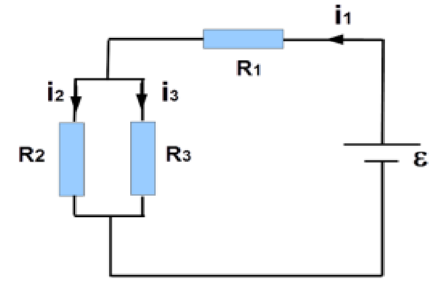
Poniżej masz szkicowy przebieg ε(t) uzyskany z prawa Faradaya

$$\boxed{\mathcal{E}(t) = -\frac{d\Phi_B}{dt}}$$

- od 0 s do 1 s: strumień stały ⇒ $d\Phi_B/dt = 0$ ⇒ brak SEM,
- od 1 s do 2 s: strumień maleje liniowo ⇒ $d\Phi_B/dt = \mathrm{const} < 0$ ⇒ SEM stała, znak dodatni / ujemny zależy od przyjętej orientacji pętli (na wykresie przyjęto dodatnią),
- od 2 s dalej: strumień znowu stały ⇒ SEM = 0.

W rezultacie otrzymujemy prostokątny impuls ε(t) trwający od 1 s do 2 s – widoczny na wykresie.

2. Znajdź wartości prądów i1, i2 oraz i3 w poniższym obwodzie: R1=1 Ω, R2=2 Ω, R3=4 Ω, ε =2 V.



Oznaczenia z rysunku

- i_1 – prąd główny płynący przez rezystor R_1 (w lewo).
- i_2 – prąd gałęzi z rezystorem R_2 (w dół).
- i_3 – prąd gałęzi z rezystorem R_3 (w dół).

Dane:

$$R_1 = 1\,\Omega, \qquad R_2 = 2\,\Omega, \qquad R_3 = 4\,\Omega, \qquad \mathcal{E} = 2\text{ V}.$$

1. Rezystancja zastępcza gałęzi równoległej

$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \implies R_{23} = \frac{4}{3}\,\Omega.$$

2. Całkowita rezystancja obwodu

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_{23} = 1 + \frac{4}{3} = \frac{7}{3}\,\Omega.$$

3. Prąd główny i_1 (prawo Ohma dla całego obwodu)

$$i_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{eq}}} = \frac{2}{\frac{7}{3}} = \frac{6}{7}\text{ A} \;\; (\approx 0{,}857\text{ A}).$$

4. Napięcie na gałęzi równoległej $R_2 \parallel R_3$

$$U_{23} = \mathcal{E} - i_1 R_1 = 2 - \frac{6}{7} \cdot 1 = \frac{8}{7}\text{ V} \;\; (\approx 1{,}143\text{ V}).$$

5. Prądy w gałęziach równoległych

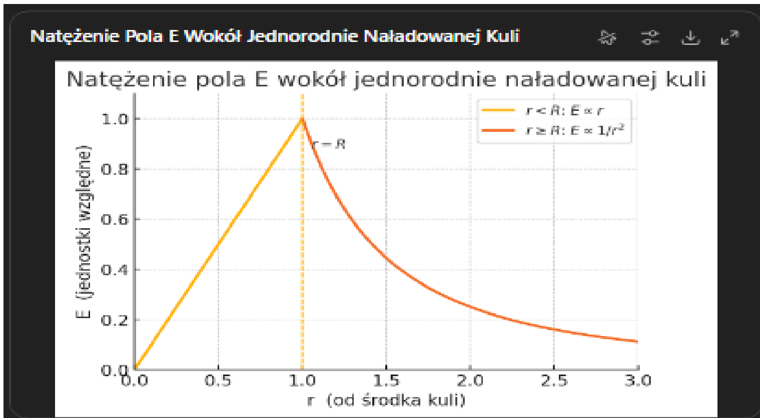
$$i_2 = \frac{U_{23}}{R_2} = \frac{\frac{8}{7}}{2} = \frac{4}{7}\text{ A} \;\; (\approx 0{,}571\text{ A}),$$
$$i_3 = \frac{U_{23}}{R_3} = \frac{\frac{8}{7}}{4} = \frac{2}{7}\text{ A} \;\; (\approx 0{,}286\text{ A}).$$

6. Sprawdzenie zgodności z I prawem Kirchhoffa

$$i_1 = i_2 + i_3 = \frac{4}{7} + \frac{2}{7} = \frac{6}{7}\text{ A} \quad \checkmark$$

5. a) Napisz prawo Gaussa dla pola elektrycznego.

b) Szklaną kulę o promieniu R naładowano jednorodnie ładunkiem Q (ładunek jest rozłożony równomiernie w całej objętości kuli). Wylicz i narysuj jak się zmienia natężenie pola elektrycznego E w funkcji odległości r od środka kuli. Wskazówka: rozważ oddzielnie przypadki: $r \geq R$ oraz $r < R$.



a) Prawo Gaussa dla pola elektrycznego

$$\boxed{\oint_{\partial V} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q_{\text{wew}}}{\varepsilon_0}}$$

Całkowity strumień Φ_E pola przez dowolną zamkniętą powierzchnię jest równy ładunkowi zamkniętemu Q_{wew} podzielonemu przez ε_0.

b) Pole jednorodnie naładowanej kuli szklanej (promień R, ładunek całk. Q)

Gęstość objętościowa ładunku

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}.$$

- **Wnętrze kuli ($r < R$)**

Ładunek uwięziony wewnątrz sfery Gaussa promienia r:

$$Q_{\text{wew}}(r) = \rho\,\frac{4}{3}\pi r^3 = Q\,\frac{r^3}{R^3}.$$

Prawo Gaussa z kulistą symetrią (E radialne, stałe na powierzchni $4\pi r^2$):

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_{\text{wew}}(r)}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{r}{R^3} \quad (0 \leq r < R).$$

Pole rośnie **liniowo** od zera w środku do maksymalnej wartości przy $r = R$.

- **Na powierzchni i na zewnątrz ($r \geq R$)**

Cały ładunek Q jest wewnątrz sfery Gaussa, więc zachowuje się jak punktowy:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} \quad (r \geq R).$$

Na samej powierzchni ($r = R$) obie formuły dają tę samą wartość $E(R) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$; przebieg jest ciągły.

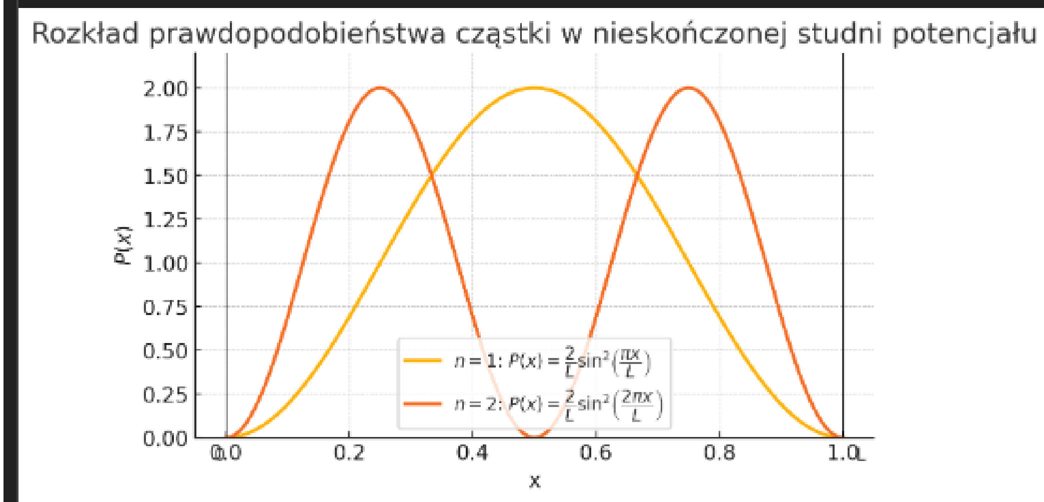
Wykres $E(r)$

- **Odcinek 0 → R** – linia prosta $E \propto r$.
- **Odcinek R → ∞** – krzywa $E \propto 1/r^2$ opadająca jak dla punktowego ładunku.

Maksimum pola występuje na powierzchni: $E_{\max} = E(R) = Q/(4\pi\varepsilon_0 R^2)$.

7. Narysuj schematycznie rozkład prawdopodobieństwa P(x) znalezienia cząstki w studni potencjału dla stanów: n = 1 oraz n = 2.

Rozkład Prawdopodobieństwa Cząstki W Nieskończonej Stu...



Powyższy wykres pokazuje schematyczny rozkład prawdopodobieństwa $P(x)$ dla cząstki w nieskończonej studni potencjału szerokości L:

- **Stan podstawowy** $n = 1$ – pojedynczy grzbiet; cząstka najczęściej przebywa w środku studni, a węzły (zerowe prawdopodobieństwo) wypadają w ścianach $x = 0$ i $x = L$.

$$P_{n=1}(x) = \frac{2}{L}\sin^2\left(\frac{\pi x}{L}\right)$$

- **Pierwszy stan wzbudzony** $n = 2$ – dwa symetryczne piki rozdzielone węzłem w środku; pięćdziesiąt procent czasu cząstka znajduje się w lewej połowie, pięćdziesiąt w prawej, ale nigdy dokładnie w środku.

$$P_{n=2}(x) = \frac{2}{L}\sin^2\left(\frac{2\pi x}{L}\right)$$

W obu przypadkach rozkład zanika w nieskończenie wysokich ścianach studni, a całka $\int_0^L P(x)\,dx = 1$.

9. Narysuj obwód RLC, napisz jego równanie różniczkowe i podaj ogólna postać rozwiązania. Jaki jest warunek uzyskania maksymalnego prądu? Wyjaśnij znaczenie zmiennych.

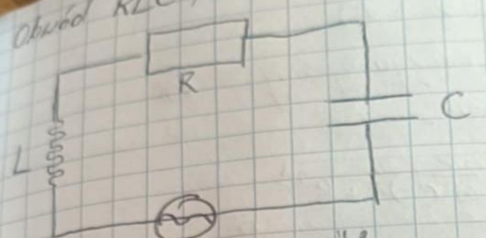
Seria R – L – C (prąd w jednym oczku)

mathematica

```
┌── R ── L ── C ──┐
|                 |
└───── źródło (E) ──┘
```

(R – rezystor, L – cewka o indukcyjności L, C – kondensator o pojemności C,
$i(t)$ – prąd zgodny z ruchem wskazówek, $q(t)$ – ładunek na kondensatorze)

Obwód RLC, równanie różniczkowe i rozw.



$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \cos \omega'' t$

$\mathcal{E}$ – siła elektromotoryczna sinusoidalnie zmienna
C – pojemność kondensatora
L – indukcyjność cewki
R – opór rezystora
ω'' – częstość pulsacji podłączonego napięcia
Jest to pełna analogia do oscylatora harmonicznego z tłumieniem

$$L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}q + Ri = \mathcal{E}$$, wyrażając ładunek $i = \frac{dq}{dt}$:

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}\cdot q = \mathcal{E}$$ – równanie różniczkowe

ma identyczną postać jak równanie oscylatora z tłumieniem i siłą wymuszającą. Rozwiązanie ma zatem analogiczną postać:

$$q = q_m \sin(\omega'' t - \varphi)$$

$$i = i_m \cos(\omega'' t - \varphi)$$

po podstawieniu otrzymujemy:

$$i_m = \frac{\mathcal{E}_m}{Z}$$, gdzie:

$$Z = \sqrt{\left(\omega'' L - \frac{1}{\omega'' C}\right)^2 + R^2}$$

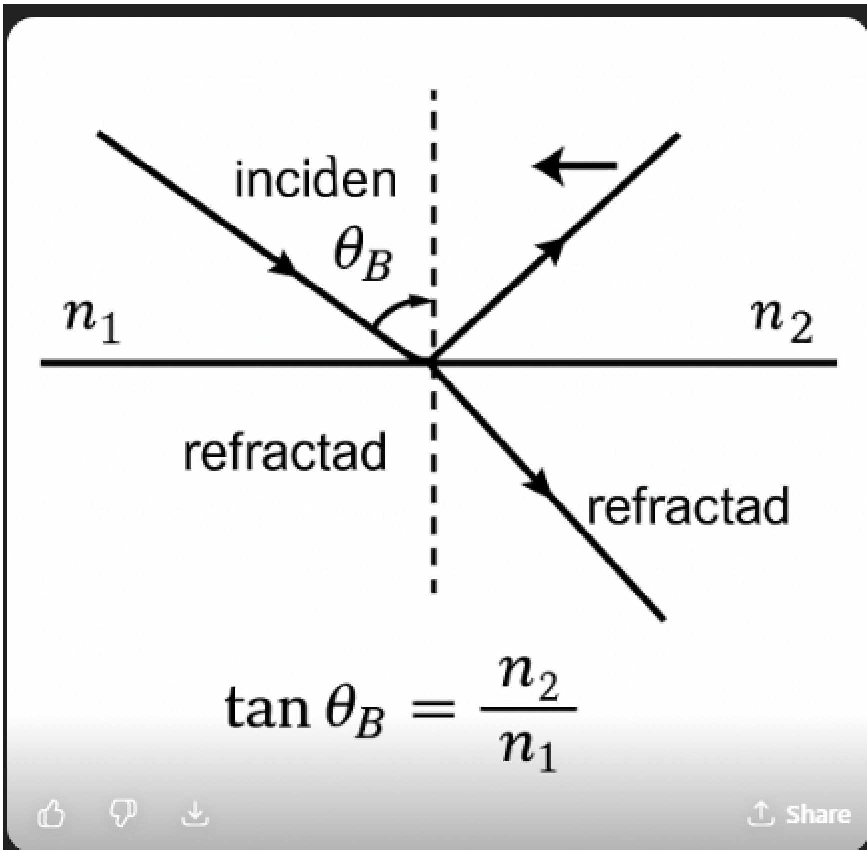
ostatecznie: $$\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega'' L - 1/(\omega'' C))^2}}$$

lub: $$\cos\varphi = \frac{R}{Z}$$

jeśli częstość własna jest równa częstości wymuszenia, czyli: $\omega'' = \omega$

to impendancja Z jest równa wartości minimalnej $Z = R$. Jest to warunek rezonansu, prąd płynący w obwodzie osiąga wtedy wartość maksymalną.

10. Podaj wzór opisujący warunek polaryzacji światła przy odbiciu. Zrób schematyczny rysunek.



Warunek polaryzacji przy odbiciu (kąt Brewstera)

Kiedy światło padnie z ośrodka n_1 na granicę z ośrodkiem n_2 pod **kątem Brewstera** θ_B, promień odbity staje się całkowicie spolaryzowany liniowo (składowa $E_{\parallel}$ zanika).

$$\boxed{\tan \theta_B = \frac{n_2}{n_1}}$$

- n_1 – współczynnik załamania ośrodka, z którego światło nadchodzi
- n_2 – współczynnik załamania ośrodka, do którego wnika promień załamany
- θ_B – kąt między promieniem padającym a normalną do powierzchni

Dla powietrze → szkło ($n_1 \approx 1,\ n_2 \approx 1{,}5$) otrzymujemy $\theta_B \approx 56°$.

Na rysunku:

- Promień załamany i odbity są prostopadłe ($\theta_B + \theta_t = 90°$).
- Strzałki E pokazują kierunki wektora pola elektrycznego: odbity promień ma tylko składową **prostopadłą** do płaszczyzny padania (polaryzacja $\perp$).

Zadania tekstowe / rachunkowe (10)

4. Podaj wyrażenia na położenie maksimów i minimów przy dyfrakcji światła na jednej i dwóch szczelinach. Opisz znaczenie zmiennych.
 a) na dwóch szczelinach
 b) na jednej szczelinie

Zadanie 4 — dyfrakcja na dwóch i jednej szczelinie

Konfiguracja	Ekstrema	Warunek	Znaczenie zmiennych
Dwie szczeliny o odstępie d	**maksima interferencyjne**	$d\sin\theta = m\lambda$	$m = 0, \pm1, \pm2, \ldots$ — rząd maksimum, θ — kąt od osi do danego prążka, λ — długość fali
	minima interferencyjne	$d\sin\theta = \left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$	—
Jedna szczelina o szerokości a	**minima dyfrakcyjne**	$a\sin\theta = m\lambda$	$m = \pm1, \pm2, \ldots$ (dla $m = 0$ brak minimum)
	maksima poboczne *(przybliżenie)*	$a\sin\theta \approx \left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$	natężenie szybko maleje z rozwinięcia funkcji sinc

1. Napisz równania Maxwella elektromagnetyzmu. Skomentuj występujące w nich wielkości.

Zadanie 1 — równania Maxwella (postać różniczkowa)

$$\begin{aligned} \nabla\cdot\mathbf{D} &= \rho && \text{(Prawo Gaussa dla } E\text{)} \\ \nabla\cdot\mathbf{B} &= 0 && \text{(brak biegunów magnetycznych)} \\ \nabla\times\mathbf{E} &= -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} && \text{(Prawo Faradaya)} \\ \nabla\times\mathbf{H} &= \mathbf{J} + \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} && \text{(Prawo Ampère'a-Maxwella)} \end{aligned}$$

- $\mathbf{E}, \mathbf{B}$ — pola elektryczne i magnetyczne
- $\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}$, $\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0}\mathbf{B} - \mathbf{M}$
- $\rho, \mathbf{J}$ — gęstość ładunku i prądu, ε_0, μ_0 — przenikalności próżni.

13. Podaj i objaśnij prawo Ampera.

Zadanie 13 — prawo Ampère'a

$$\oint_C \mathbf{B}\cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I_{\text{przew}} + \cancel{\mu_0\varepsilon_0\frac{d\Phi_E}{dt}}, \qquad \text{czyli} \qquad \nabla\times\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{J} + \cancel{\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}}.$$

~~Drugi człon to prąd przesunięcia $\varepsilon_0\frac{d\Phi_E}{dt}$, konieczny do zachowania ciągłości prądu m.in. w kondensatorze.~~

Prawo Ampère'a (w wersji czysto magnetostatycznej)

$$\boxed{\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} \;=\; \mu_0 \, I_{\text{przew}}}$$

- lewa strona – **cyrkulacja** wektora indukcji magnetycznej $\mathbf{B}$ wokół dowolnej zamkniętej pętli C;
- prawa strona – przenikalność magnetyczna próżni μ_0 pomnożona przez całkowity **prąd przewodzenia** I_{przew} przecinający dowolną powierzchnię rozpiętą na tej pętli.

Prawo to obowiązuje dla **ustalonych (niezmiennych w czasie) prądów** i opisuje, że linie pola $\mathbf{B}$ „okrążają" przewodniki z prądem: im większy prąd, tym silniejsza cyrkulacja pola magnetycznego wokół niego.

4. Polaryzacja fal świetlnych przy odbiciu oraz zjawisko dwójłomności – podaj podstawowe zależności i ilustrujące je rysunki.

Zadanie 4 (drugie) — polaryzacja przy odbiciu i dwójłomność

Polaryzacja na granicy ośrodków (Brewstera)

- Dla kąta θ_B spełnione jest $\tan\theta_B = \frac{n_2}{n_1}$; wtedy promień odbity jest całkowicie spolaryzowany liniowo (wektor E prostopadły do płaszczyzny padania).
- Współczynniki Fresnela (r_⊥, r_∥) opisują natężenie odbicia dla polaryzacji ⊥ oraz ∥ względem płaszczyzny padania.

Dwójłomność (birefringencja)

- W krysztale jednoosiowym: dwa współczynniki załamania n_o (promień zwyczajny) i n_e (promień nadzwyczajny).
- Różnica faz po przejściu grubości L:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)L.$$

- Kierunek optyczny (optic axis) → dla promienia równoległego $n_e = n_o$: brak rozszczepienia.

5. Podaj liczby kwantowe atomu wodoru oraz równania na wielkości fizyczne, które one definiują.

Zadanie 5 — liczby kwantowe atomu wodoru

Liczba	Zakres	Określa	Pochodne wielkości
główna $n = 1, 2, \ldots$	energię	$E_n = -\frac{13{,}6\ \mathrm{eV}}{n^2}$	
poboczna $l = 0, 1, \ldots, n-1$	moment pędu orbitalnego	$L = \hbar\sqrt{l(l+1)}$	
magnetyczna $m_l = -l, \ldots, l$	rzut $L_z = m_l\hbar$		
spinowa $m_s = \pm\frac{1}{2}$	spin elektronu	$S_z = m_s\hbar$	

Promień orbitalu Bohra: $r_n = a_0 n^2$, gdzie $a_0 = 0{,}529\ \text{Å}$.

6. Światło o długości fali λ = 450 nm pada na dwie bardzo wąskie szczeliny wytwarzając obraz interferencyjny na ekranie odległym od szczelin o 9.5 m. Pierwsze maksimum odległe jest od maksimum głównego o 1.5 cm. Ile wynosi odległość między szczelinami?

Zadanie 6 — odległość między szczelinami

$$\delta = d\sin\theta = \lambda, \qquad \sin\theta \approx \tan\theta = \frac{y}{L}.$$

$$d = \frac{\lambda L}{y} = \frac{450\ \mathrm{nm} \times 9{,}5\ \mathrm{m}}{0{,}015\ \mathrm{m}} \approx 2{,}9 \times 10^{-4}\ \mathrm{m} = 0{,}285\ \mathrm{mm}.$$

Odstęp szczelin $d \approx 2{,}85 \times 10^{-4}\ \mathrm{m} = 285\ \mu\mathrm{m}$.

7. Podaj najważniejsze równania opisujące własności soczewek optycznych.

Zadanie 7 — soczewki

$d = \frac{1}{f}$ skup zdolność

- **Równanie soczewki cienkiej:**

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}, \qquad M = -\frac{q}{p}.$$

  p — odległość przedmiotu, q — obrazu, f — ogniskowa, M — powiększenie.

- **Wzór wytwórcy soczewek (lens-maker):**

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)\cancel{+\frac{(n-1)d}{nR_1R_2}}\Bigg),$$

  gdzie $R_{1,2}$ — krzywizny powierzchni, d — grubość soczewki (dla soczewki cienkiej $d \to 0$).

9. Podaj równania wyrażające natężenie pola elektrycznego E przez potencjał V oraz relację odwrotną.

Zadanie 9 — związek pola z potencjałem

$$\boxed{\mathbf{E} = -\nabla V}, \qquad \boxed{V(\mathbf{r}) = -\int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}}$$

8. Napisz prawo Gaussa dla pola elektrycznego i oblicz E(r) dla kuli naładowanej jednorodnie (rozważ oba przypadki: r < R oraz r ≥ R).

Zadanie 8 — prawo Gaussa i kula z ładunkiem jednorodnym

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q_{\text{obejm}}}{\varepsilon_0}.$$

Dla kuli promienia R, ładunek całkowity Q:

- **Wnętrze ($r < R$)**
  $Q_{\text{obejm}} = Q\frac{r^3}{R^3}$
  $$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qr}{R^3} \quad (\backslash\text{prosto}\, \mathit{na\ zewnątrz}).$$
- **Na powierzchni i poza ($r \geq R$)**
  $$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}.$$

8. Napisz równanie wyrażające częstotliwości promieniowania emitowanego przez atom wodoru.

Zadanie 8 (drugie) — częstości linii wodoru

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right), \qquad f = \frac{c}{\lambda} = R_H c\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right),$$

gdzie $R_H = 1{,}097\,373 \times 10^7\ \mathrm{m}^{-1}$, $n_i > n_f$.

Energia fotonu:

$$hf = 13{,}6\ \mathrm{eV}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right).$$

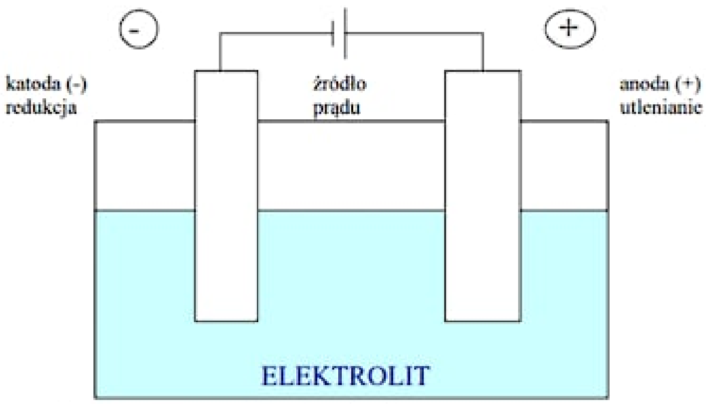
Hydroliza

V.

Na czym polega elektroliza – podaj podstawowe równania.

ELEKTROLIZA to zespół procesów elektrochemicznych zachodzących na elektrodach pod wpływem przyłożonego z zewnątrz napięcia elektrycznego. Jest to proces odwrotny do procesów zachodzących w ogniwach elektrochemicznych.

Elektroda ujemna w procesie elektrolizy nazywa się katodą i zachodzi na niej proces redukcji
Elektroda dodatnia w procesie elektrolizy nazywa się anodą i zachodzi na niej proces utleniania.



1) Masa substancji, m, wydzielonej na katodzie:

$m = kQ$ lub $m = kit$	(99)

gdzie: k jest równoważnikiem elektrochemicznym (jt. masa substancji wydzielonej na katodzie, gdy przez roztwór przepłynął całkowity ładunek Q=1C), i jest prądem, zaś t jest czasem.

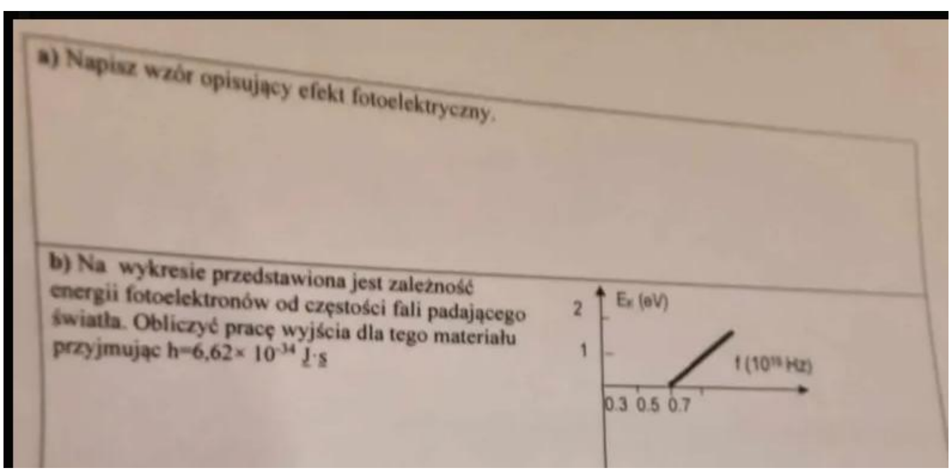
$k = \frac{1}{F}\frac{\mu}{w}$	(100)

Zauważmy, że gdy, ładunek całkowity, który przepłynął przez elektrolit Q=F, to podczas elektrolizy wydziela się masa substancji równa równoważnikowi chemicznemu.
Wyraźmy F przez stałe podstawowe:

$$m = \frac{1}{F}\frac{\mu}{w}Q \rightarrow F = \frac{\mu Q}{mw};\ F = \frac{\mu(n'N_A we)}{w(n'\mu)}$$

[redacted]

1. Efekt fotoelektryczny


a) Napisz wzór opisujący efekt fotoelektryczny.

b) Na wykresie przedstawiona jest zależność energii fotoelektronów od częstości fali padającego światła. Obliczyć pracę wyjścia dla tego materiału przyjmując h=6,62× 10^{-34} J·s

a) Równanie opisujące zjawisko fotoelektryczne (równanie Einsteina)

$$E_k = hf - W \qquad \Longleftrightarrow \qquad hf = E_k + W$$

- E_k – maksymalna energia kinetyczna (w elektronowoltach – eV lub dżulach – J) wybitych elektronów
- h – stała Plancka ($6{,}62 \times 10^{-34}\ \mathrm{J}\backslash\mathrm{cdotp}\mathrm{s}$)
- f – częstość (Hz) padającego promieniowania
- W – **praca wyjścia** metalu (energia potrzebna na wyrwanie elektronu z powierzchni)

---

b) Wyznaczenie pracy wyjścia z podanego wykresu $E_k(f)$

1. **Odczyt punktu przecięcia z osią $E_k = 0$**

   Z przedłużenia zaznaczonej prostej na wykresie widać, że energia elektronów staje się równa zeru przy

   $$f_0 \;\approx\; 0{,}7 \times 10^{15}\,\mathrm{Hz}.$$

   (to jest częstotliwość graniczna – „próg fotoelektryczny").

2. **Obliczenie pracy wyjścia**

   $$W = h\,f_0 = (6{,}62 \times 10^{-34}\ \mathrm{J}\backslash\mathrm{cdotp}\mathrm{s})\,(0{,}7 \times 10^{15}\,\mathrm{Hz}) = 4{,}63 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}.$$

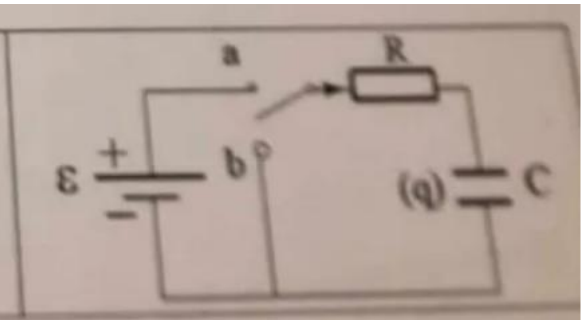
   Zamieniając dżule na elektronowolty $(1\,\mathrm{eV} = 1{,}602 \times 10^{-19}\,\mathrm{J})$:

   $$W = \frac{4{,}63 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}}{1{,}602 \times 10^{-19}\,\mathrm{J/eV}} \;\approx\; 2{,}9\ \mathrm{eV}.$$

$$\boxed{W \;\approx\; 2{,}9\,\mathrm{eV}}$$

> **Interpretacja:**
> – prosta na wykresie ma stałe nachylenie h/e (≈ 4,14 × 10^{-15} eV·s) – dlatego jej przecięcie z osią $E_k = 0$ od razu daje f_0.
> – im wyższa praca wyjścia, tym dalej w prawo (większa f_0) znajduje się punkt przecięcia.

W obwodzie znajdują się: źródło siły elektromotorycznej ε, opornik R oraz kondensator C. Podaj wyrażenie i narysuj schematycznie jak będzie zmieniał się ładunek q na kondensatorze, gdy: przełącznik damy do pozycji **a** oraz **b**.



IV. Ładowanie i rozładowywanie kondensatora przez rezystor R

Schemat przełącznika

```less
        a        R
+ε  —o/  ————ΩΩΩ———┐
     |              |   C
     |  b           ├——||——┘
     |              |
     └──────────────┘
```

- pozycja **a** – kondensator ładuje się z źródła ε przez rezystor R;
- pozycja **b** – źródło jest odłączone, a kondensator rozładowuje się tylko przez R.

(a) Ładowanie $t = 0$ – przełącznik na a (kondensator początkowo pusty)

$$q(t) = C\varepsilon\left(1 - e^{-t/RC}\right), \qquad i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon}{R}\,e^{-t/RC}.$$

Ładunek rośnie asymptotycznie od 0 do $Q_{\max} = C\varepsilon$.

```css
q
|        •
|      •
|    •
|  •
|•
└──────────────────── t
```

(b) Rozładowanie $t = 0$ – przełącznik na **b** (kondensator naładowany do $q_0 = C\varepsilon$)

$$q(t) = q_0\, e^{-t/RC} = C\varepsilon\, e^{-t/RC}, \qquad i(t) = -\frac{\varepsilon}{R}\, e^{-t/RC}.$$

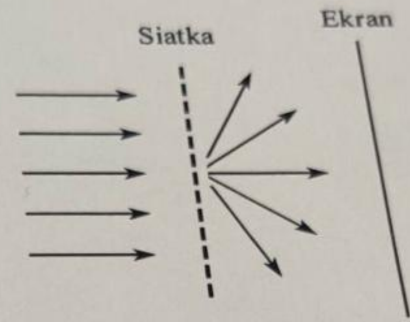
Ładunek maleje wykładniczo do zera.

```css
q
|•
|  •
|    •
|      •
|        •
└──────────────────── t
```

- $R\,[\Omega]$ – opór, $C\,[\mathrm{F}]$ – pojemność, $\varepsilon\,[\mathrm{V}]$ – SEM,
  $\tau = RC$ – stała czasowa układu.

II.

Na siatkę dyfrakcyjną o stałej d pada prostopadle wiązka światła o długości λ. Jaką liczbę maksimów zaobserwujemy na ekranie ?



II. Liczba maksimów z siatki dyfrakcyjnej

Warunek maksimum interferencyjnego:

$$d \sin\theta = m\,\lambda, \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Ponieważ $|\sin\theta| \le 1$,

$$|m| \le m_{\max} = \left\lfloor \frac{d}{\lambda} \right\rfloor .$$

Całkowita liczba widocznych maksimów:

$$N = 2\,m_{\max} + 1.$$

- d – stała siatki (odległość między szczelinami)
- λ – długość fali światła
- $\lfloor\ \rfloor$ – część całkowita.

Przykład: jeśli $d/\lambda = 3{,}4$, widać rzędy $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$ → **7 maksimów**.