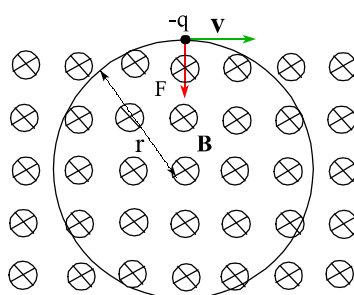


Możemy stąd wyznaczyć koncentrację elektronów:

$$n = \frac{jB}{eE_H} \quad (119)$$

Wielkość $\frac{1}{ne}$ nazywana jest współczynnikiem Halla. Łączy ona przyłożone pole magnetyczne, gęstość prądu i natężenie indukowanego pola elektrycznego (Równ. 118). Wyznaczywszy go z doświadczenia, znajdujemy znak ładunku nośników prądu oraz koncentrację ładunków. Z kolei, ważnym technicznie zastosowaniem efektu Halla jest możliwość pomiaru indukcji \mathbf{B} nieznanego pola magnetycznego.

Ładunki krążące po orbitach



Rys. 31. Naładowana cząstka o prędkości prostopadłej do pola magnetycznego, porusza się po okręgu.

Jeśli naładowaną cząstkę (np. o ładunku ujemnym) o prędkości \mathbf{v} wprowadzimy w jednorodne pole magnetyczne o indukcji \mathbf{B} (zakładając że \mathbf{v} jest prostopadłe do \mathbf{B}), to działa na nią siła Lorentza o wartości bezwzględnej qvB . Zakrzywia ona tor cząstki, czyli spełnia rolę siły dośrodkowej:

$$qvB = \frac{mv^2}{r} \rightarrow r = \frac{mv}{qB}$$

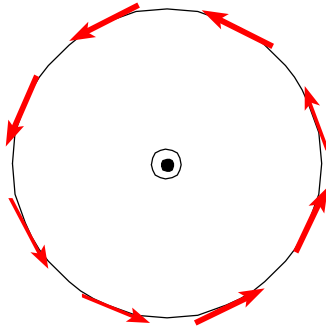
Cząstka porusza się po torze kołowym o promieniu r ze stałą prędkością kątową ω :

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m} \quad (120)$$

Częstość ω , z którą cząstka obiega kołowy tor w polu magnetycznym, nazywana jest *częstością cyklotronową*.

PRAWO AMPERE'a

Jeśli umieścimy zespół igieł magnetycznych w odległości r od przewodnika z prądem to igły dążą do ustawienia się zgodnie z polem magnetycznym wytwarzanym przez przewodnik z prądem. Jak widać na poniższym rysunku linie tego pola są okręgami.



Na podstawie doświadczeń uogólniono powyższą obserwację i otrzymano zależność pomiędzy polem indukcji magnetycznej \mathbf{B} wytwarzanej przez przewodnik i natężeniem prądu przez niego płynącego:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 i \quad (121)$$

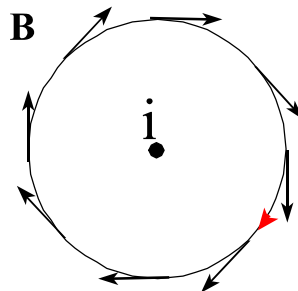
Jest to **prawo Ampère’a**. Mówi ono, że wokół przewodnika z prądem indukuje się wirowe pole magnetyczne, takie, że całka po *dowolnym* konturze zamkniętym z pola indukcji magnetycznej \mathbf{B} jest proporcjonalna do prądu (a ogólniej do sumy prądów) przecinających ten kontur. Stała μ_0 nazywa się przenikalnością magnetyczną próżni:

$$\mu_0 = 1.26 \cdot 10^{-6} \text{ H/m}$$

Przykłady zastosowania prawa Ampère’a

Przykład 1: indukcja magnetyczna \mathbf{B} w otoczeniu długiego drutu

Jako kontur całkowania wybieramy okrąg o promieniu r , przez którego środek, prostopadle do płaszczyzny okręgu, przechodzi przewodnik z prądem o natężeniu i . Natężenie prądu skierowane jest nad płaszczyznę rysunku; zwrot wirowego pola magnetycznego wyznacza reguła śruby prawoskrętnej.



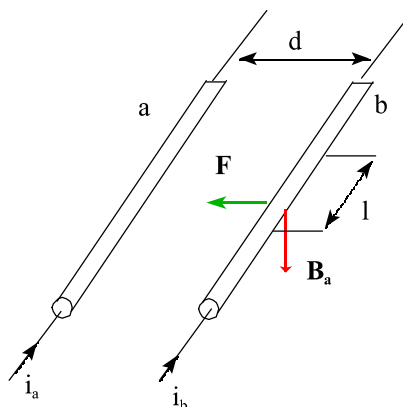
Ze względu na symetrię zagadnienia, wartość bezwzględna indukcji magnetycznej musi być stała wszędzie na okręgu o promieniu r . Ponieważ \mathbf{B} i $d\mathbf{l}$ są równoległe, to z prawa Ampère’a wynika, że:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = 2\pi r B = \mu_0 i$$

gdzie oczywiście stałą wartość B wyłączyliśmy przed całkę. Znajdujemy, zatem, że indukcja magnetyczna w odległości r od przewodnika z prądem wynosi:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \quad (122)$$

Przykład 2: oddziaływanie dwóch przewodników równoległych



Rys. 32. Oddziaływanie wzajemne dwóch przewodników z prądem

Dwa długie równoległe przewodniki, w których płyną prądy w tym samym kierunku, przyciągają się. Załóżmy, że w obu przewodnikach (oznaczonych jako a i b) płyną prądy o natężeniach i_a i i_b , oraz że są one rozsunięte na odległość d . Zgodnie z Równ.122, przewodnik a wytwarza w miejscu, gdzie znajduje się przewodnik b pole o indukcji B_a :

$$B_a = \frac{\mu_0 i_a}{2\pi d}$$

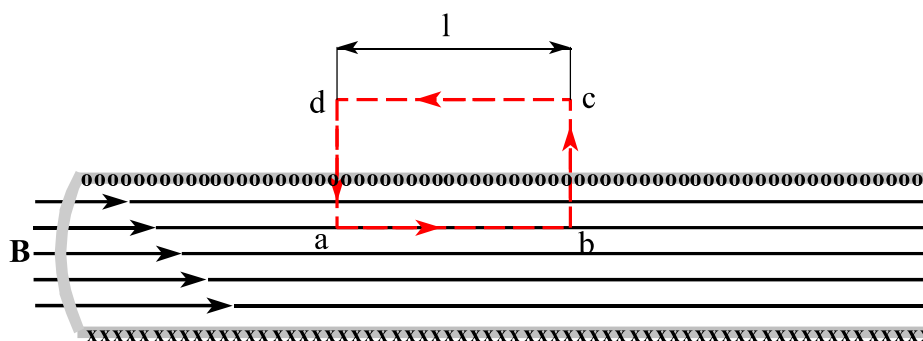
Na odcinek l przewodnika b działa, więc, siła (por. Równ.113):

$$F_b = i_b l B_a = \frac{\mu_0 l i_a i_b}{2\pi d} \quad (123)$$

Oczywiście, zgodnie z III zasadą dynamiki, taka sama siła, lecz skierowana przeciwnie, działa na przewodnik a . Na podstawie powyższej zależności skonstruowany jest wzorec natężenia prądu – amper (A).

Przykład 3: indukcja magnetyczna B wewnątrz cewki

Cewka indukcyjna (zwana też solenoidem) utworzona jest z długiego drutu metalowego, zwiniętego w spiralę o przylegających zwojach; założmy, że podłączona jest ona do źródła napięcia i przepływa przez nią prąd i .



Rys. 33. Przekrój przez cewkę; na czerwono zaznaczono kontur do zastosowania prawa Ampère'a.

Aby znaleźć indukcję magnetyczną wewnątrz cewki, stosujemy prawo Ampera dla konturu zaznaczonego przerywaną czerwoną linią:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \int_a^b \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} + \int_b^c \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} + \int_c^d \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} + \int_d^a \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$$

(1) (2) (3) (4)

Całki (2) i (4) są równe zero, ponieważ na odpowiadających im odcinkach elementy drogi są prostopadłe do \mathbf{B} . Natomiast całka (3) jest równa zero, bo zakładamy, że mamy do czynienia z idealną cewką, a w takim przypadku pole na zewnątrz niej nie istnieje (patrz Rys. 32a). Natomiast pole indukcji magnetycznej jest jednorodne wewnątrz cewki. Tak, więc ostatecznie:

$$Bl = \mu_0 i$$

Jako prąd i musimy wziąć całkowity prąd, który przecina kontur Ampère'a:

$$i = i_0 n l$$

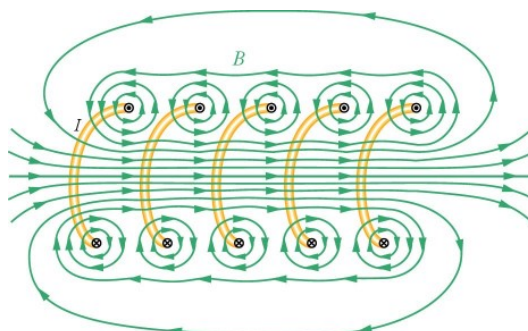
gdzie n jest gęstością nawinięcia zwojów, czyli liczbą zwojów na jednostkę długości.

Otrzymujemy:

$$Bl = \mu_0 i_0 n l$$

A zatem, indukcja magnetyczna wewnątrz solenoidu wynosi:

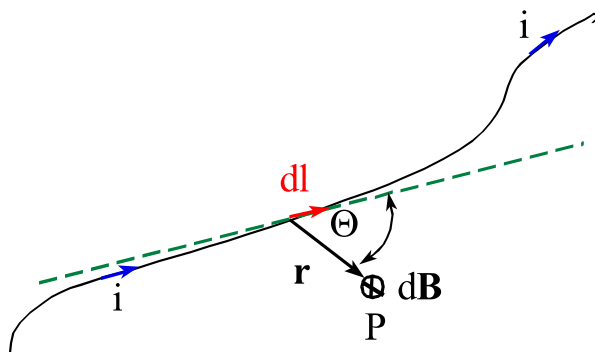
$\mathbf{B} = \mu_0 i_0 n$	(124)
----------------------------	-------



Rys. 34 a. Linie pola \mathbf{B} w rzeczywistej cewce (o skończonej długości)

Prawo Biota – Savarta

Prawo Ampère’a możemy stosować do znajdowania indukcji magnetycznej, gdy rozkład prądów jest symetryczny i pozwala na łatwe obliczenie całki krzywoliniowej $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$.



W ogólnym przypadku, gdy przewód ma niesymetryczny kształt – stosujemy prawo Biota – Savarta. Prawo to mówi, że przyczynek $d\mathbf{B}$ do indukcji magnetycznej w punkcie P, pochodzący od odcinka przewodnika $d\mathbf{l}$ i odległy od niego o r wynosi:

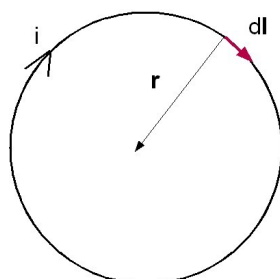
$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dl \sin \theta}{r^2} \quad (125)$$

gdzie i jest natężeniem prądu płynącego przez przewód, zaś θ jest kątem między wektorami r i $d\mathbf{l}$. Powstające pole \mathbf{B} jest prostopadłe do płaszczyzny utworzonej przez te wektory. Ogólniejszą formą powyższego równania, w której mamy automatycznie zawartą także informację o kierunku powstającego pola indukcji magnetycznej jest:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3} \quad (126)$$

Jest to właśnie prawo Biota – Savarta. Można wykazać, że prawa Ampère’a i Biota – Savart’a są ze sobą zgodne (jedno wynika z drugiego).

Przykład: obliczenie \mathbf{B} w środku kołowego przewodnika z prądem i



Zgodnie z prawem Biota – Savart’a, powstające pole \mathbf{B} jest prostopadłe do płaszczyzny okręgu; przyczynek do tego pola pochodzący od odcinka $d\mathbf{l}$ kołowego przewodnika wynosi:

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi r^2} dl$$

Wartość pola w środku koła wyniesie:

$$B = \int dB$$

czyli:

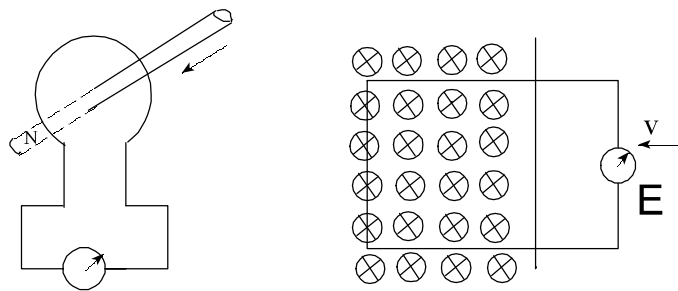
$$B = \int dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi r^2} \int dl = \frac{\mu_0 i 2\pi r}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 i}{2r}$$

A zatem wartość indukcji magnetycznej w środku kołowego przewodnika wynosi:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2r} \quad (127)$$

PRAWO FARADAY'a

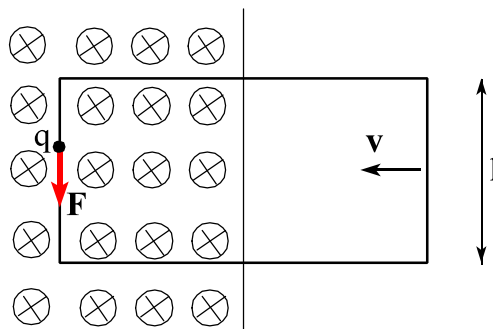
Doświadczenie uczy, że gdy wsuwamy ramkę wykonaną z przewodnika w pole magnetyczne (lub też magnes w pętlę przewodnika kołowego), to w przewodniku tym indukuje się siła elektromotoryczna ε .



Rys. 35. Jeśli przez pętlę przewodnika przechodzi zmienne pole magnetyczne, to w pętli tej indukuje się siła elektromotoryczna.

Powstającą siłę elektromotoryczną (SEM) wyliczymy z zasady zachowania energii. Jeśli wsuwamy ramkę prostokątną w obszar pola magnetycznego (patrz rysunek poniżej), to na ładunek q w ramce działa siła Lorentza. Praca, jaką ona wykonuje przy przemieszczeniu ładunku wzdłuż boku ramki, o długości l wynosi:

$$W = Fl = qvBl$$



Z drugiej strony, pracę tą możemy przyrównać do pracy wykonanej przez pole elektryczne, wytworzone przez SEM:

$$W_{el} = qEl = q\varepsilon$$

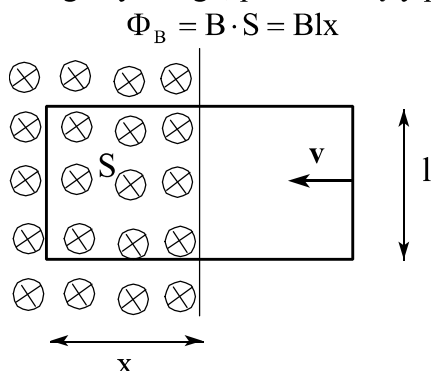
A zatem: $W=W_{el}$, czyli:

$$qvBl = q\varepsilon$$

skąd znajdujemy:

$$\varepsilon = Blv \quad (128)$$

Wyliczmy teraz strumień pola magnetycznego, przechodzący przez ramkę:



Zmiana w czasie strumienia magnetycznego:

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = Bl \frac{dx}{dt} = Blv \quad (129)$$

Porównując Równ. 128 i 129, znajdujemy, że:

$\frac{d\Phi_B}{dt} = \varepsilon \quad (130)$
--

Wyprowadziliśmy w ten sposób prawo Faraday'a, które mówi, że:

indukowana w obwodzie siła elektromotoryczna jest równa co do wartości szybkości zmiany strumienia indukcji magnetycznej obejmowanej przez obwód.

Poza tym, stwierdza się, iż znak indukowanej SEM (ε) jest przeciwny do tego, jaki wyniknąłby z reguły śruby prawoskrętnej. Znak SEM jest, bowiem taki, aby dodatkowy strumień, wytwarzany przez prąd z nią związany, sprzeciwiał się zmianom strumienia pierwotnego. Dlatego też ostatecznie prawo Faraday'a zapiszemy:

$\varepsilon = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (131)$
--

Prawo Faraday'a wyjaśnia działanie wielu urządzeń elektrycznych, jak np. transformatora czy też prądnicy prądu zmiennego (patrz poniżej). Wewnątrz prądnicy w polu magnetycznym obracana jest ramka. Przechodzący przez nią strumień pola magnetycznego, zmienia się w funkcji czasu sinusoidalnie, a więc generowana w niej siła elektromotoryczna – ma podobną zmienność.