

*natężenia pojedynczych elektronów ugiętych na dwóch wiązkach: w środku - rozkład jakiego spodziewalibyśmy się intuicyjnie (czyli suma dwóch powyższych rozkładów) oraz - po prawej - rozkład jaki w rzeczywistości otrzymamy.*

W przypadkach, gdy zasłonięta jest jedna ze szczelin, otrzymujemy wypadkowe rozkłady natężeń identyczne jak dla wiązki elektronów i tego też mogliśmy się spodziewać.

Natomiast, gdy przepuszczamy pojedyncze elektrony przy otwartych obu szczelinach, to spodziewalibyśmy się, że wystąpi suma powyższych dwóch rozkładów, uzyskanych na pojedynczych szczelinach. Moglibyśmy bowiem sądzić, że każdy pojedynczy elektron musi w końcu przejść przez jedną bądź drugą szczelinę i w efekcie uzyskany rozkład natężenia powinien być sumą rozkładów dla pojedynczych szczelin. Tak jednak nie jest - otrzymujemy taki sam rozkład przy otwartych obu szczelinach, jaki dostaliśmy przy wiązce elektronów lub także światła.

O czym to świadczy? Świadczy to o tym, że już każdy pojedynczy elektron zachowuje się jak fala i przechodzi "przez obie szczeliny równocześnie"

#### Wniosek:

Pojedyncza cząstka jest już falą i przechodzi „równocześnie” przez obie szczeliny.

#### Zasada nieoznaczoności

Załóżmy, że chcemy zlokalizować jakąś cząstkę, np. atom, przy pomocy mikroskopu. W tym celu musimy go oświetlić co najmniej jednym kwantem światła, czyli fotonem. Na wykładzie z optyki widzieliśmy, że najmniejsza rozróżnialna odległość w przyrządach optycznych jest rzędu długości fali świetlnej:  $\Delta s \approx \lambda$ . Z drugiej strony foton uderzając w badany atom przekaże mu całość lub część swojego pędu. Czyli zmiana pędu atomu będzie:

$$\Delta p \approx p_{\text{fotonu}} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (\text{widzieliśmy już wcześniej, że pęd fotonu wynosi } h/\lambda).$$

A zatem: położenie atomu możemy określić tylko z dokładnością  $\Delta x$ , równocześnie jego pęd - z dokładnością  $\Delta p$ . Wyliczmy iloczyn tych

$$\text{nieokreśloności: } \Delta p \Delta s = \frac{h}{\lambda} \cdot \lambda = h.$$

Uzyskujemy zatem rezultat, że iloczyn nieokreśloności pędu i położenia jest rzędu stałej Plancka:  $\Delta p \Delta s = h$ .

Dokładniejsze rozważania prowadzą do wniosku, że:

$\Delta p \Delta s \geq h$	(37)
----------------------------	------

Okazuje się, że powyższa własność jest fundamentalną zasadą fizyki kwantowej i nosi nazwę zasady nieoznaczoności. A zatem nie możemy jednocześnie zmierzyć dostatecznie dokładnie położenia i pędu cząstki. Przykładowo, jeśli wyznaczylibyśmy z nieskończenie wielką precyzją położenie ( $\Delta x = 0$ ), to nieokreśloność pędu będzie nieskończenie wielka ( $\Delta p = \infty$ ).

W ogólności zasadę nieoznaczoności trzeba rozpisać oddzielnie dla każdej składowej przestrzennej  $x, y, z$ :

$\Delta p_x \Delta x \geq h ; \Delta p_y \Delta y \geq h ; \Delta p_z \Delta z \geq h$	(38)
----------------------------------------------------------------------------------------	------

Korzystając z odpowiedniego aparatu matematycznego można wykazać, że również :

$\Delta L \Delta \theta \geq h$ oraz $\Delta E \Delta t \geq h$	(39)
-----------------------------------------------------------------	------

czyli: nie można dowolnie dokładnie wyznaczyć równocześnie:

- momentu pędu i współrzędnej kątowej (obrotowej) cząstki, jak również
- energii i czasu (np. dokładnej wartości poziomu energetycznego i czasu przebywania na nim cząstki).

Wymienione pary wielkości fizycznych noszą nazwę *wielkości kanonicznie sprzężonych*.

## 8. Równanie Schrödingera

Widzieliśmy, że cząstkom trzeba przypisać własności falowe. Uwzględniamy to wprowadzając tzw. funkcję falową  $\Psi$ . Jest to ogólnie biorąc funkcja współrzędnych przestrzennych oraz czasu :  $\Psi = \Psi(x, y, z, t) = \Psi(\mathbf{r}, t)$ . Funkcja ta może przyjmować wartości zespolone, które nie mają bezpośredniego znaczenia fizycznego. Istotne znaczenie ma  $|\Psi|^2 = \Psi\Psi^*$  :

$$\Psi\Psi^* = |\Psi|^2 = p$$

$p(\mathbf{r}, t)$  jest gęstością prawdopodobieństwa znalezienia cząstki w chwili  $t$  i w punkcie  $\mathbf{r}=[x, y, z]$ . Prawdopodobieństwo znalezienia cząstki w elemencie objętości  $\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$  przestrzeni wynosi:

$$P = p \Delta V = |\Psi|^2 \Delta x \Delta y \Delta z .$$

Zgodnie z definicją prawdopodobieństwa :

$$\int\limits_{\substack{\text{cała} \\ \text{przestrzeń}}} |\Psi|^2 dV = 1 \text{ (pewność, że cząstka jest gdziekolwiek)}$$

Jest to warunek normalizacji.

Funkcja  $\Psi$  opisuje zatem zachowanie się cząstek w sposób statystyczny podając tylko prawdopodobieństwo zajmowania przez nie określonych miejsc w przestrzeni: Żeby mieć tę funkcję, trzeba rozwiązać równanie Schrödingera dla danego zagadnienia..

Równanie Schrödingera nie można udowodnić (podobnie jak zasad Newtona). Można je tylko zapostulować, przez analogie z równaniem falowym. Niemniej wnioski wyciągnięte na jego podstawie potwierdzają charakter prawa przyrody.