

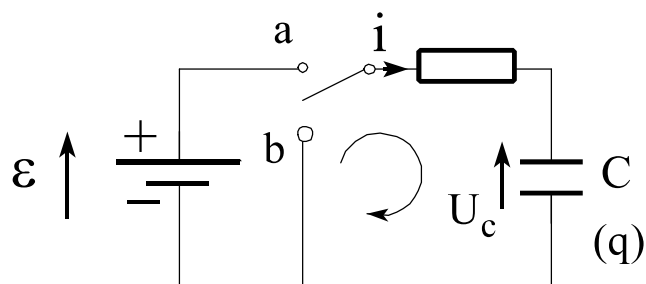
$$\begin{cases} (i_3 + i_1)R_1 - \varepsilon_1 = 0 & \text{oczko I} \\ i_2 R_2 - \varepsilon_2 = 0 & \text{oczko II} \\ -i_3 R_3 - (i_1 + i_3)R_1 = 0 & \text{oczko III} \end{cases}$$

Mamy tu trzy równania oraz trzy niewiadome ( $i_1, i_2, i_3$ ). Zakładamy, że wartości sił elektromotorycznych ( $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ ) oraz oporności ( $R_1, R_2, R_3$ ) są dane. Rozwiązując powyższy układ równań znajdziemy poszukiwane wartości natężenia prądu.

### Przykład przebiegu innego niż stałoprądowy - obwód RC

Do tej pory rozważaliśmy obwody elektryczne, w których elementami biernymi były tylko oporniki, a siły elektromotoryczne były stałe. W efekcie natężenia prądów były stałe, tzn., nie zmieniały się w czasie.

Jeśli do obwodu dołączymy kondensator, C, będziemy mieli do czynienia z prądem zmieniającymi się w czasie. Rozważmy poniższy obwód:



Rys.26. Obwód RC.

Założmy, że przełącznik znajduje się w położeniu  $a$ ; na podstawie drugiego prawa Kirchhoffa napiszemy:

$$\varepsilon - iR - U_c = 0$$

$$\varepsilon - iR - \frac{q}{C} = 0$$

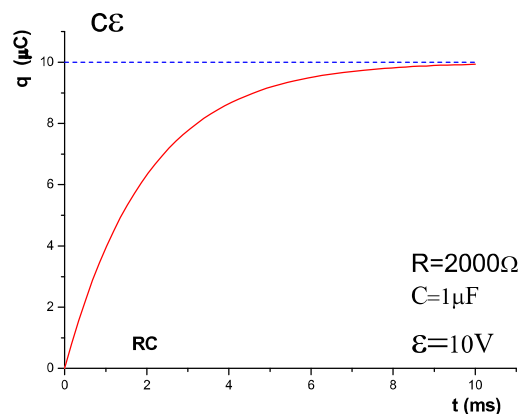
lecz:  $i = \frac{dq}{dt}$ , więc powyższe równanie przepiszemy następująco:

$$\varepsilon = \frac{q}{C} + R \frac{dq}{dt} \quad (104)$$

Powyższe równanie jest równaniem różniczkowym ze względu na  $q$  (zgromadzony na kondensatorze). Jego rozwiązaniem jest:

$$q = C\varepsilon(1 - e^{-t/RC}) \quad (105)$$

Zależność tę obrazuje poniższy wykres:

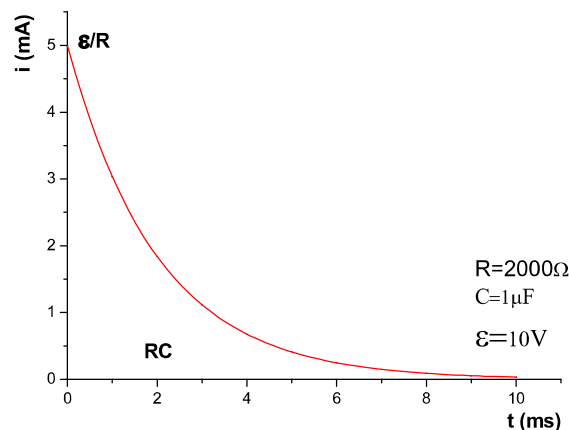


Rys. 27. Wykres zmiany  $q$  w zależności od czasu  $t$  w procesie ładowania

Widzimy, że ładunek na kondensatorze rośnie osiągając w końcu wartość  $q=C\varepsilon$ . Wiedząc, że natężenie prądu wyraża się wzorem:  $i = \frac{dq}{dt}$ , otrzymujemy zależność prądu płynącego w obwodzie od czasu:

$$i = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC} \quad (106)$$

Występujący w wykładniku czynnik  $RC$  nazywamy stałą czasową. W istocie, jest to czas, po którym ładunek na kondensatorze osiąga  $(1 - e^{-1}) \cong 63\%$  wartości końcowej ( $q_0=C\varepsilon$ ). Wykres natężenia prądu w funkcji czasu przedstawiono poniżej:



Rys. 28. Wykres natężenia prądu  $i$  w funkcji czasu  $t$ .

A zatem po włączeniu obwodu (przełącznik w położeniu „a”) i odczekaniu dostatecznie długiego czasu uzyskujemy stan równowagi: prąd ustaje, a kondensator jest całkowicie naładowany.

W powyższym stanie obwodu przesunemy przełącznik do położenia b. Równanie obwodu przyjmuje teraz postać:

$$iR + \frac{q}{C} = 0 \quad (107)$$

lub równoważnie:

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad (108)$$

Znów otrzymaliśmy równanie różniczkowe. Jego rozwiązanie ma postać:

$$q = q_0 e^{-t/RC} \quad (109)$$

gdzie  $q_0 = C\varepsilon$  jest ładunkiem na kondensatorze w stanie pełnego naładowania (czyli w stanie ustalonym, gdy przełącznik był w pozycji *a*).

Wyliczając z powyższego natężenie prądu ( $i = \frac{dq}{dt}$ ), otrzymujemy:

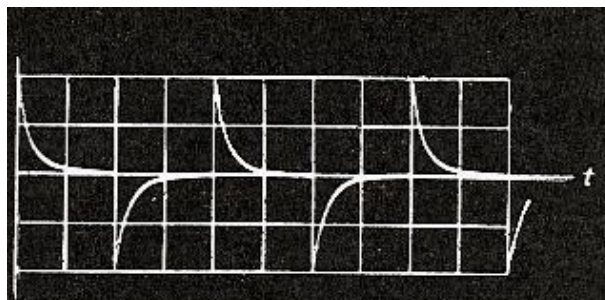
$$i = -\frac{q_0}{RC} e^{-t/RC} \quad (110)$$

Zauważ, że teraz prąd ma przeciwny znak niż w poprzedniej sytuacji; jest to zrozumiałe, gdyż teraz odbywa się rozładowanie kondensatora. Uwzględniając, że  $q_0 = \varepsilon C$ , wynik powyższy możemy przepisać:

$$i = -\frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC} \quad (111)$$

Wykres powyższej zależności jest lustrzanym odbiciem (względem osi czasu) krzywej z Rys. 25.

Poprawność uzyskanych rozwiązań możemy zaobserwować doświadczalnie na ekranie oscyloskopu, jeśli podamy na niego sygnał reprezentujący natężenie prądu *i* i jeśli będziemy w omawianym obwodzie RC cyklicznie przestawiać przełącznik z położenia *a* na *b*. Wynik takiej obserwacji pokazano na poniższym rysunku. Zgadza się on z kształtem uzyskanych rozwiązań na natężenie prądu.



Rys. 29. Zmiany prądu przy cyklicznym przestawianiu przełącznika z położenia *a* do *b* (wynik zaczerpnięty z podręcznika D. Holliday, R. Resnick „Fizyka”, PWN, tom 2, 1972)