

ELEKTROMAGNETYZM – cz.2

VI. Natężenie i opór prądu elektrycznego

Do tej pory rozpatrywaliśmy ładunki elektryczne w spoczynku (czyli elektrostatykę). Chwila zastanowienia nad funkcjonującymi wokół nas urządzeniami, doprowadza nas do wniosku, że otaczają nas ładunki w ruchu, czyli prądy elektryczne. Płyną one najczęściej w przewodnikach metalowych (w kablach, drutach, itp.).

Zacznijmy od prądu stałego. Jego natężenie definiujemy jako ładunek przenoszony w czasie t przez przekrój poprzeczny przewodnika:

$$i = \frac{q}{t} \quad (75)$$

Jeśli mamy do czynienia z prądem zmiennym to jego natężenie definiujemy jako:

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (76)$$

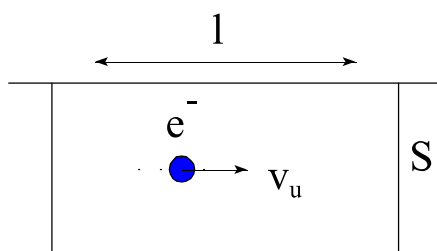
Praktyczną miarą prądu elektrycznego jest jego gęstość:

$$j = \frac{i}{S} \quad (77)$$

gdzie S jest przekrojem poprzecznym przewodnika.

W zdecydowanej większości przypadków za otaczające nas prądy odpowiedzialny jest ruch elektronów. Niemniej, przetrwała do dziś konwencja, ustanawiająca zwrot prądu, tak jakby był on wywołany przez ładunki dodatnie. Dlatego też, gdy na jakimś schemacie mamy zaznaczony zwrot płynięcia prądu np. w prawo, to odpowiada to w rzeczywistości ruchowi elektronów w lewo.

Wyraźmy teraz natężenie prądu przez wielkości mikroskopowe.



Rys.21. Schemat przepływu ładunku w przewodniku

Na powyższym rysunku wyodrębniliśmy kawałek przewodnika o długości l (jego przekrój wynosi S). Przez przewodnik poruszają się w prawo elektrony, (co odpowiada, zgodnie z konwencją prądowi elektrycznemu skierowanemu w lewo); dla pogłębienia na rysunku zaznaczono tylko jeden elektron.

W zaznaczonym kawałku przewodnika w danej chwili znajduje się całkowity ładunek

swobodny (tzn. mogący się przemieszczać):

$$\mathbf{q} = (nSl)\mathbf{e} \quad (78)$$

gdzie: n jest koncentracją elektronów (tzn. ich ilością w jednostce objętości) oraz e – ładunkiem elementarnym. Ładunek ten przepływa przez koniec drutu w czasie $t = \frac{l}{v_u}$ (gdzie v_u jest prędkością unoszenia nośników ładunku w przewodniku), zatem natężenie prądu:

$$\dot{\mathbf{i}} = \frac{\mathbf{q}}{\mathbf{t}} = \frac{nS\mathbf{le}}{\frac{1}{\mathbf{v}_u}} = nS\mathbf{ev}_u \quad (79)$$

Bardziej obiektywną charakterystyką przepływającego prądu elektrycznego jest gęstość:

$$\mathbf{j} = \frac{\mathbf{i}}{S} = \text{nev}_u \quad (80)$$

11

Opór elektryczny

Opór (oporność) elektryczny wyraża się wzorem :

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{i}} \quad (81)$$

Jednostką oporności jest Ω (ohm):

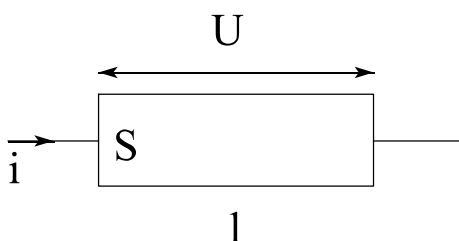
$$1\Omega = \frac{V}{A} \quad (\text{om=wolt/amper}) \quad (82)$$

Opór właściwy

Opór właściwy charakteryzuje sam materiał, nie zależy od kształtu i rozmiarów próbki wykonanej z tego materiału. Definiujemy go następująco:

$$\rho = \frac{E}{j} \quad (83)$$

Wyprowadźmy związek między oporem a oporem właściwym. Rozważmy przewodnik o oporze R , długości l i przekroju S , do którego przyłożona jest różnica potencjałów V .



Wewnątrz przewodnika, na którym jest napięcie U , istnieje pole elektryczne E :

$$E = \frac{U}{l}$$

Gęstość prądu elektrycznego:

$$j = \frac{i}{S}$$

Zgodnie z definicją oporności właściwej (Równ.83):

$$\rho = \frac{E}{j} = \frac{US}{il} = \frac{RS}{l}$$

A zatem związek między oporem a opornością właściwą jest następujący:

$R = \frac{\rho l}{S}$	(84)
------------------------	------

Zmiana oporu właściwego z temperaturą

Opór właściwy zależy od temperatury. Stwierdzono doświadczalnie, że zależność tą (w rozsądnie ograniczonym zakresie temperatur) można wyrazić za pomocą równania:

$$\rho = \rho_0 [1 + \bar{\alpha}(T - T_0)] \quad (85)$$

gdzie $\bar{\alpha}$ jest średnim współczynnikiem temperaturowym oporu właściwego, zaś ρ_0 jest opornością właściwą w temperaturze T_0 . Zgodnie z powyższym, współczynnik temperaturowy oporu właściwego zdefiniowany jest jako:

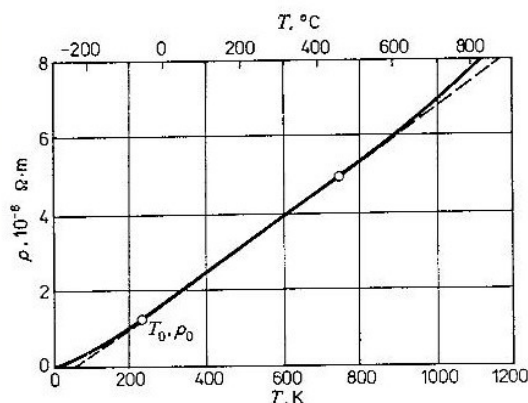
$$\bar{\alpha} = \frac{1}{\rho_0} \frac{\rho - \rho_0}{T - T_0} \quad (86)$$

Równ.85 można przekształcić do następującej, łatwej do zapamiętania postaci:

$$\Delta\rho = \rho_0 \bar{\alpha} \Delta T \quad (87)$$

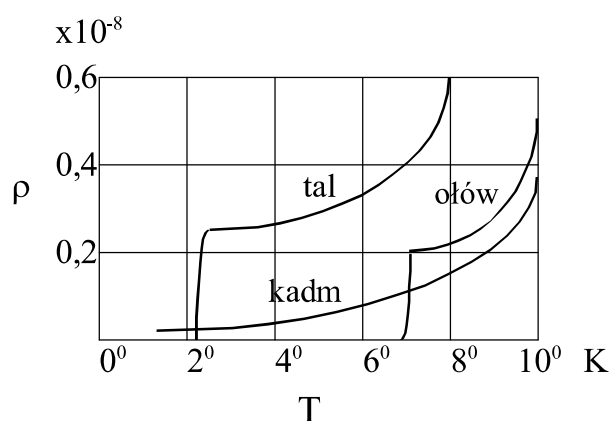
w której : $\Delta T = T - T_0$ oraz $\Delta\rho = \rho - \rho_0$.

Z Równ. 85 wynika, że oporność rośnie liniowo z temperaturą. Jest to w dobrym przybliżeniu prawdziwe dla wielu materiałów w ograniczonych przedziałach temperatury. Przykładowo, na Rys. 22 pokazano zależność oporności właściwej miedzi od temperatury.



Rys.22. Opór właściwy miedzi w funkcji temperatury
(D. Halliday, R. Resnick „Fizyka” tom 2, PWN Warszawa, 1972)

Opór elektryczny w temperaturze $T=0$ na ogół nigdy nie jest dokładnie równy zero (w większości materiałów istnieje tzw. opór reszkotowy) – patrz Rys.23 – przypadek kadmu. Natomiast w pewnych materiałach, zwanych *nadprzewodnikami*, opór staje się dokładnie zerowy. Zachodzi to poniżej tzw. temperatury krytycznej (charakterystycznej dla każdego nadprzewodnika, na ogół bardzo niskiej, bliskiej 0 K). Na Rys. 23 pokazano przykład zależności temperaturowej oporności właściwej dwóch nadprzewodników: ołowiu i talu. Nadprzewodnictwo odkrył Kamerling Onnes (Holandia, 1914) w ciekłej rtęci - w temperaturze około 4° K. Czyste pierwiastki mają niskie temperatury krytyczne – rzędu kilku Kelwinów (Rys. 23, Tabela 1). Bardzo ważnym odkryciem było wynalezienie w latach osiemdziesiątych XX wieku nadprzewodników ceramicznych (np. związków Y-Ba-Cu-O), których temperatury krytyczne są znacznie wyższe – sięgają do 100 K (pierwszy wynik dla ceramicznej próbki La-Ba-Cu-O, która wykazywała temperaturę krytyczną około 30 K, uzyskali w roku 1986 Bednorz i Müller, za co otrzymali nagrodę Nobla). Historię odkryć w dziedzinie nadprzewodnictwa przedstawia schematycznie Rys. 24.

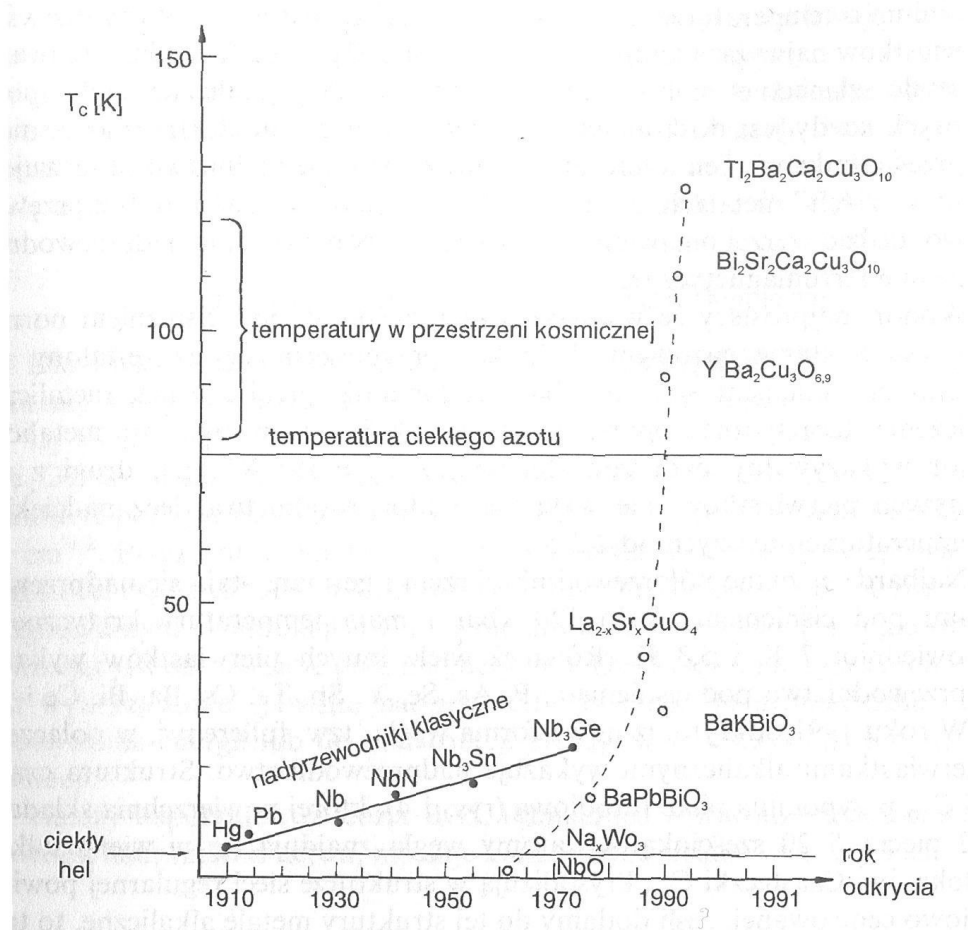


Rys. 23. Oporność właściwa w funkcji temperatury dla zwykłego przewodnika (kadm) i dla nadprzewodników (tal, ołów)

Poniżej pokazano w tabeli układu okresowego, które pierwiastki są nadprzewodnikami.

Tabela 1. Temperatury i pola krytyczne dla czystych pierwiastków

Li	Be 0,026	Temperatury krytyczne (K) Pola krytyczne w 0 K podano w gausach (10^{-4} T)										B	C	N	O	F	Ne
Na	Mg											Al 1,140 105	Si	P	S	Cl	Ar
K	Ca	Sc	Ti 0,39 100	V 5,38 1420	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn 0,875 53	Ga 1,091 51	Ge	As	Se	Br	Kr
Rb	Sr	Y	Zr 0,546 47	Nb 9,50 1980	Mo 0,92 95	Tc 7,77 1410	Ru 0,51 70	Rh 0,003 0,49	Pd	Ag	Cd 0,56 30	In 3,4035 293	Sn 3,722 309	Sb	Te	I	Xe
Ca	Ba	La 6,00 1100	Hf 0,12	Ta 4,483 830	W 0,012 1,07	Re 1,4 198	Os 0,655 65	Ir 0,14 19	Pt	Au	Hg 4,153 412	Tl 2,39 171	Pb 7,193 803	Bi	Po	At	Rn



Rys. 24. Historia odkrywania nadprzewodników o coraz wyższych temperaturach krytycznych (zaczerpnięto z: M. Cyrot, D. Pavuna, Wstęp do nadprzewodnictwa, PWN, Warszawa 1996)

Cewki nawinięte z drutów nadprzewodzących (zanurzonych w ciekłym helu) służą do wytwarzania bardzo silnych pól magnetycznych, rzędu 10 T. Z ewentualnym odkryciem materiałów wykazujących zjawisko nadprzewodnictwa w temperaturach pokojowych wiąże się ogromne nadzieje na zrewolucjonizowanie wielu dziedzin techniki i nauki (bezzwrotne przesyłanie energii elektrycznej, konstrukcja pociągów poruszających się na poduszce magnetycznej, konstrukcja komputerów nowej generacji itp.).

Prawo Ohma

Przyjmujemy, że opór danego elementu (np. opornika) jest stały, niezależnie od wielkości przyłożonego napięcia oraz płynącego przez niego prądu. Oczywiście, jest to poprawne założenie przy rozsądnie ograniczonym zakresie parametrów pracy tego elementu. Jeśli do opornika przyłożona jest różnica potencjałów, czyli napięcie elektryczne, to płynie przez niego prąd elektryczny. Relację między tymi wielkościami podaje prawo Ohma:

$U = iR$	(88)
----------	------

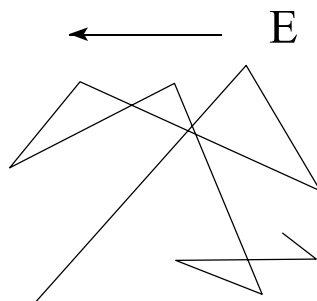
Przyłożone napięcie elektryczne powoduje powstanie wewnątrz przewodnika pola elektrycznego E . Równoważna postać prawa Ohma podaje zależność pomiędzy natężeniem pola elektrycznego, gęstością prądu oraz opornością właściwą:

$E = j\rho$	(89)
-------------	------

Pogląd atomistyczny na prawo Ohma

Nawet w nieobecności przyłożonego pola elektrycznego, elektrony swobodne w przewodniku poruszają się z ogromnymi prędkościami; prędkość średnia tego chaotycznego ruchu

elektronów wynosi: $\bar{v} = 10^8 \text{ cm/s}$. Elektrony swobodne wykonują chaotyczny ruch, zderzając się z rdzeniami jonowymi przewodnika i często zmieniając prędkość i kierunek. Tor jednego z elektronów pokazuje poniższy rysunek. Odcinki proste odpowiadają przebiegowi elektronu pomiędzy dwoma kolejnymi zderzeniami.



Parametrem charakteryzującym tor elektronu jest jego *średnia droga swobodna* λ : jest to średni odcinek między dwoma zderzeniami. Jeżeli do przewodnika przyłożymy różnicę potencjałów (czyli napięcie U), to na chaotyczny ruch elektronu nałoży się systematyczna jego składowa, opisana prędkością unoszenia v_u .

Czas pomiędzy dwoma zderzeniami wynosi:

$$t = \frac{\lambda}{\bar{v}} \quad (90)$$

Gdy jest przyłożone pole elektryczne E , elektron doznaje przyspieszenia:

$$a = \frac{eE}{m} \quad (91)$$

Prędkość nabytą na końcu średniej drogi swobodnej, przyjmiemy jako reprezentatywną wartość prędkości unoszenia, którą uzyskuje elektron:

$$v_u = a\left(\frac{\lambda}{\bar{v}}\right) \quad (92)$$

(gdzie zastosowaliśmy wzór na prędkość w ruchu jednostajnie przyspieszonym: $v=at$).
Podstawiając przyspieszenie z Równ. 91 do powyższej relacji, otrzymujemy:

$$v_u = \frac{eE\lambda}{m\bar{v}} \quad (93)$$

Z drugiej strony z Równ. 80 mamy : $v_u = \frac{j}{ne}$

Porównując dwie powyższe relacje otrzymujemy:

$$\frac{E}{j} = \frac{m\bar{v}}{ne^2\lambda} \quad (94)$$

Lecz zgodnie Zrówna.89:

$$\frac{E}{j} = \rho$$

i ostatecznie znajdujemy:

$\rho = \frac{m\bar{v}}{ne^2\lambda} \quad (95)$
--

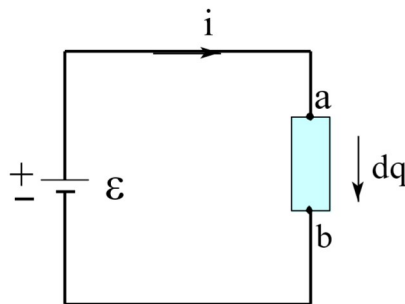
Otrzymaliśmy wzór na oporność właściwą, wyrażoną przez parametry mikroskopowe, takie jak: masa, ładunek, średnia droga swobodna i średnia prędkość ruchu chaotycznego oraz koncentracja elektronów.

Szacuje się, że typowa wartość prędkości unoszenia jest o 13 rzędów wielkości mniejsza niż średnia prędkość ruchu chaotycznego. Wartości te w temperaturze pokojowej dla typowego przypadku wynoszą:

$$\begin{aligned}\bar{v} &\sim 1.6 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_u &\sim 5 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}}{\text{s}}\end{aligned}\tag{96}$$

Przemiany energii w obwodzie elektrycznym

Rozważmy obwód elektryczny składający się z baterii połączonej z odbiornikiem, przedstawionym w postaci prostokąta o zaciskach a i b (odbiornikiem tym może być opornik elektryczny, żarówka, telewizor lub lodówka).



W obwodzie płynie prąd stały o natężeniu i , a na zaciskach a i b istnieje różnica potencjałów. Zgodnie z przyjętą konwencją, prąd elektryczny przedstawiamy umownie jako ruch ładunków dodatnich. Płynie on zatem w obwodzie od zacisku dodatniego baterii do ujemnego. Między zaciskami baterii panuje różnica potencjałów ε , zwana siłą elektromotoryczną. Jest ona przyczyną przepływu prądu w obwodzie. Prąd elektryczny przepływa też przez odbiornik: na zacisku a odbiornika jest wyższy potencjał (+) niż na zacisku b (-). Napięcie panujące między zaciskami odbiornika $V_{ab} = \varepsilon$. Ładunek (dodatni) dq przenoszony jest od zacisku (+) do (-), a zatem mniejsza on swoją energię potencjalną o dU :

$$dW = dq U_{ab} = i dt U_{ab}\tag{97}$$

gdzie podstawiliśmy: $dq = i dt$.

Energia tracona przez ładunek zyskiwana jest przez odbiornik. Moc P , definiowana jako szybkość zmiany energii, wynosi:

$$P = \frac{dW}{dt} = i U_{ab}$$

Ogólnie, moc prądu elektrycznego pobierana przez odbiornik wynosi:

$P = i U$	(98)
-----------	------

Jest to moc pobierana lub rozpraszana w jakimś urządzeniu (silnik, opornik ...).

Równoważne formuły na moc prądu elektrycznego otrzymamy podstawiając prawo Ohma ($V = Ri$) do powyższego równania: