Laboratorio di Ottica — Gruppo

Odorico Luca, Speranza Andrea, Umassi Michele

June 11, 2019

1 Scopo dell'esperienza

In questa esperienza studieremo il funzionamento delle lamine di ritardo $\frac{\lambda}{2}$ e $\frac{\lambda}{4}$ ed il grado di polarizzazione di fasci incidenti polarizzati diversamente caratterizzandoli attraverso i parametri di Stokes.

2 Apparato sperimentale

- Laser He-Ne;
- Attenuatore di intensità del laser;
- Un'iride, per eliminare fasci spuri;
- Due specchi fissi per regolare la direzione orizzontale e verticale del laser;
- Due cubi polarizzatori PBS montati su supporti orientabili;
- Lamine di ritardo $\frac{\lambda}{2}$ e $\frac{\lambda}{4}$ orientabili;
- Un polaroid ad asse mobile;
- Un fotodiodo montato su un sostegno mobile con slitta micrometrica;
- Un multimetro digitale per leggere l'intensità del fascio incidente sul fotodiodo;
- Un metro per misurare la distanza tavolo-fascio laser;

3 Note teoriche

3.1 Lamine di ritardo $\frac{\lambda}{2}$ e $\frac{\lambda}{4}$

Le lamine di ritardo sono degli elementi ottici che consentono di cambiare la polarizzazione dell'onda incidente su di essi. Per come sono costruite le possiamo ruotare mantenendo l'asse ottico sempre parallelo al piano di separazione tra superficie della lamina e aria (nel nostro caso), così che le componenti del campo non vengano separate ma semplicemente sfasate fra loro. La lamina $\frac{\lambda}{2}$, introduce uno sfasamento fra le due componenti del campo pari a

$$\Delta\phi = (2m + 1)\pi \tag{1}$$

e dunque si ha una rotazione del piano di polarizzazione poiché lo sfasamento di π introduce un segno sulla componente y del campo, nel caso di asse ottico orizzontale, senza toccare lo stato di polarizzazione dell'onda. La lamina $\frac{\lambda}{4}$ invece introduce uno sfasamento relativo fra le componenti pari a

$$\Delta\phi = (2m + 1)\frac{\pi}{2} \tag{2}$$

cioè sfasa le due polarizzazioni di $\pm\frac{\pi}{2}$ (a seconda che l'asse sia orizzontale o verticale), producendo onde polarizzate ellitticamente (circolarmente per $\theta = 45°$). E' utile introdurre il formalismo matriciale di Jones per meglio descrivere l'azione di questi elementi ottici su stati qualsiasi. Conoscendo la forma di queste matrici per le due lamine e applicando su esse dei rotatori di polarizzazione otteniamo la forma generica della matrice di polarizzazione su determinato stato, in funzione dell'angolo di rotazione della lamina, secondo la seguente relazione:

$$T_x(\theta) = R(-\theta)T_xR(\theta) \tag{3}$$

dove con x indichiamo il tipo di elemento ottico (Polaroid, lamine, ecc..). Per la $\frac{\lambda}{2}$ e la $\frac{\lambda}{4}$ assumono rispettivamente le forme:

$$T_{\frac{\lambda}{2}}(\theta) = \begin{bmatrix} cos(2\theta) & -sin(2\theta) \\ -sin(2\theta) & -cos(2\theta) \end{bmatrix} \quad T_{\frac{\lambda}{4}}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 + icos(2\theta) & isin(2\theta) \\ isin(2\theta) & 1 - icos(2\theta) \end{bmatrix}.$$

Da cui si vede che in generale non commutano e sarà perciò importante l'ordine di inserimento nell'apparato di misura. Per questo esperimento ci interesserà inizialmente caratterizzare i due angoli θ_0 e ζ_0, rispettivamente delle lamine $\frac{\lambda}{2}$ e $\frac{\lambda}{4}$, che corrispondo a posizionare il loro asse ottico in maniera orizzontale rispetto la polarizzazione del fascio incidente (a questi angoli l'intensità trasmessa risulterà teoricamente massima).

3.2 Parametri di Stokes

La trattazione matriciale di Jones però si applica solo a stati di luce completamente polarizzata per questo è utile introdurre il seguente formalismo dei parametri di Stokes (legati al grado di polarizzazione dell'onda). I parametri di Stokes sono delle grandezze definite a partire dall'intensità iniziale di un'onda incidente e delle intensità delle sue varie polarizzazioni, vettori delle 3 basi scelte per descriverlo (H, V, +45°, -45°, L, R), alle quali corrispondono le intensità che misureremo (I_1, I'_1, I_2, I'_2, I_3, I'_3), tali che $I_0 = I_1 + I_2 + I_3 = I_1 + I'_1 = I_2 + I'_2 = I_3 + I'_3$. Definiamo i parametri di Stokes normalizzati come:

$$s_0 = 1, \quad s_1 = \frac{I_1 - I'_1}{I_1 + I'_1}, \quad s_2 = \frac{I_2 - I'_2}{I_2 + I'_2}, \quad s_3 = \frac{I_3 - I'_3}{I_3 + I'_3} \tag{4}$$

Questi possono essere rappresentati su di una sfera tridimensionale detta di Poincaré. Questo ci permette di introdurre i vettori di Stokes così scritti:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix}$$

da cui otteniamo direttamente informazioni sulla polarizzazione a seconda di quale parametro s_i sia 0 oppure 1 (es.: (1,0,0,0) assenza di polarizzazione, (1,1,0,0) polarizzazione lineare orizzontale ecc.). Possiamo dare ora una definizione di 'grado di polarizzazione' dell'onda in questo modo:

$$v = \sqrt{s_1 + s_2 + s_3} \tag{5}$$

Per caratterizzare lo stato di polarizzazione del fascio laser dobbiamo posizionare le lamine in configurazioni precise:

- Intensità della componente con polarizzazione orizzontale I_1 ($\zeta\left(\frac{\lambda}{4}\right) = 0°\,;\, \theta\left(\frac{\lambda}{2}\right) = 0°$) e verticale I_1' ($\zeta\left(\frac{\lambda}{4}\right) = 0°\,;\, \theta\left(\frac{\lambda}{2}\right) = 45°$);
- Intensità della componente con polarizzazione lineare a $+45°$, I_2 ($\zeta\left(\frac{\lambda}{4}\right) = 45°\,;\, \theta\left(\frac{\lambda}{2}\right) = 22.5°$, la componente H+V viene trasformata in H dalla lamina $\frac{\lambda}{4}$ e ruotata di 45° dalla $\frac{\lambda}{2}$) e a $-45°$, I_2' ($\zeta\left(\frac{\lambda}{4}\right) = 45°\,;\, \theta\left(\frac{\lambda}{2}\right) = -22.5°$);
- Intensità della componente con polarizzazione circolare destra I_3 ($\zeta\left(\frac{\lambda}{4}\right) = 0°\,;\, \theta\left(\frac{\lambda}{2}\right) = 22.5°$, la componente R viene trasformata in H+V dalla $\frac{\lambda}{4}$ e infine in H dalla $\frac{\lambda}{2}$) e sinistra I_3' ($\zeta\left(\frac{\lambda}{4}\right) = 90°\,;\, \theta\left(\frac{\lambda}{2}\right) = 22.5°$, la $\frac{\lambda}{4}$ orientata a 90° inverte l'orientamento della polarizzazione circolare);

Una volta ricavate queste grandezze siamo in grado di risalire facilmente ai parametri di Stokes e quindi al grado di polarizzazione del fascio.

4 Presa dati

4.1 Operazioni preliminari: allineamento

La prima fase dell'esperimento è la più critica e temporalmente dispendiosa. Le lamine a nostra disposizione sono usurate, e se l'allineamento (ortogonale al fascio) non è accurato, potremmo avere un andamento incoerente dell'intensità incidente (come vedremo).
Per questo, montiamo gli specchi in modo da riflettere il laser lungo una fila (a grandi distanze, possiamo misurare lo spostamento dello spot dall'asse scelto per una calibrazione migliore). Montiamo le componenti allineandole con la fila di filettature ortogonali e montiamo nell'ordine PBS, lamina $\frac{\lambda}{2}$ (dopo la calibrazione di questa, anche la lambda/4), e PBS. Avendo scelto un riferimento solidale (grid sul tavolo), e facendo coincidere gli spot riflessi "all'indietro" sul bordo interno dell'iride (idealmente), possiamo allineare le componenti con grande accuratezza. Rimane da regolare l'attenuatore nelle sezioni successive

4.2 Calibrazione e studio di $|I|$: $\frac{\lambda}{2}$

Il primo PBS trasmette la componente orizzontale della luce emessa dal laser. Cercando l'asse ottico θ_0, cerchiamo la posizione angolare per la quale leggiamo massima l'intensità sul fotodiodo.

Dei 4 angoli, troviamo per primo (non sarà il valore sperimentale finale) 330°. Prendiamo i valori di tensione da qualche grado prima (fit migliore) per circa metà della rotazione totale.

IMMAGINE

Dal fit della funzione (1), ricaviamo $\theta_0 = (\pm)°$. L'incertezza su di esso è data dal fitting tool, mentre le incertezze su angoli e tensioni sono rispettivamente $\sigma_\circ \frac{2°}{\sqrt{3}}$ e $\sigma_V \frac{0.01V}{\sqrt{3}}$, dove i numeratori sono le divisioni degli strumenti. Non sono state effettuate misure ripetute, per questo non considereremo le fluttuazioni (2%) del laser.

4.3 Calibrazione e studio di $|I|$: $\frac{\lambda}{4}$

Inseriamo questa tra il primo PBS e la $\frac{\lambda}{2}$. Lasciando la $\frac{\lambda}{2}$ all'angolo θ_0, che ora conosciamo, la componente orizzontale uscente dal PBS viene (quasi) interamente trasmessa attraverso di essa. Evitiamo così di dover riallineare l'apparato.
Il primo massimo intercettato è a circa 125°. Procediamo come prima.
Come ci si aspetta, dopo 90 gradi (sempre idealmente) è presente il secondo massimo. Questo è però 1.5V più alto del primo. Viene così notato che il laser non era perfettamente al centro della lamina, e sulla circonferenza percorsa su di essa vi era un graffio. Riallineato il componente, ci accorgiamo anche che l'O-ring è lento, in quanto per un intervallo di angoli, la tensione rimane costante. Cambiamo lamina (un banco era vuoto) e ripetiamo quanto riportato. Seguono il grafico dell'intensità di entrambe le lamine, dove il fit dell'eq. (2) è stato eseguito, ovviamente, solo con la seconda lamina.

IMMAGINI

Si trova $\zeta_0 = (\pm)°$.
Come si può vedere dal grafico, la curva non arriva ai massimi e minimi sperimentali. Questo non è un problema di pesi/analisi, bensì dei dati (quindi della lamina) stessi, in quanto il problema si risolverebbe moltiplicando il coseno nell'eq. (2) per un fattore ~ 1.22. Questo è omesso dai parametri per attenerci all'andamento atteso, e non cambia la posizione angolare dei punti.

4.4 Parametri di Stokes

Misuriamo le I_i ed I'_i di 3 diverse configurazioni, per caratterizzarne gli stati di polarizzazione. Tutte le posizioni angolari necessarie alle misure, riportate nel par. (3.2), sono relative agli angoli degli assi ottici trovati nella sezione precedente.
Dalle formule (4) ricaviamo i parametri di interesse, e gli associamo un'incertezza calcolata con

$$\sigma_{s_i} = \frac{2\sigma_V}{(I_i + I'_i)^2}\sqrt{I_i^2 + I_i'^2} \tag{6}$$

(il fattore σ_V è stato portato fuori in quanto comune alle due grandezze nella radice).
Con questi valori possiamo ricavare v (eq. (5)) e la sua incertezza

$$\sigma_v = \frac{1}{v}\sqrt{\sum_1^3 (s_i\sigma_{s_i})^2} \tag{7}$$

sempre ricavate dalle derivate parziali.
Oltre a discutere i valori ricavati, possiamo rappresentare la polarizzazione nel piano E_y vs E_x i cui vettori sono $E_x = E_{0x}cos(\phi)$ ed $E_y = E_{0y}cos(\phi + \delta)$ dove

$$E_{0x}^2 = s_1 + \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}, \;\; E_{0y}^2 = -s_1 + \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}, \;\; \delta = arctan(\frac{s_3}{s_2}), \;\; \phi : [0, 2\pi] \tag{8}$$

4.4.1 Luce trasmessa dal PBS

Come già detto, la polarizzazione trasmessa dal cubo è orizzontale. Per questo ci aspettiamo un valore di s1 molto più alto di s2 e 3.

4.4.2 Luce direttamente uscente dal laser

4.4.3 Luce trasmessa da un polaroid

5 Conclusioni

6 Appendice

6.1 Valori di V per diversi angoli

$\theta \pm 1.2$ (°)	$V \pm 0.006$	36.0	3.65
-40.0	7.54	40.0	4.86
-38.0	7.90	44.0	5.94
-36.0	8.27	48.0	6.91
-34.0	8.54	52.0	7.63
-32.0	8.70	54.0	8.03
-30.0	8.71	56.0	8.27
-28.0	8.53	58.0	8.47
-24.0	8.36	60.0	8.57
-20.0	7.85	61.0	8.58
-16.0	6.92	62.0	8.56
-12.0	5.84	64.0	8.49
-8.0	4.76	66.0	8.32
-2.0	2.96	68.0	8.13
2.00	2.00	70.0	7.91
4.00	1.52	74.0	7.11
6.0	1.08	78.0	6.04
8.0	0.77	82.0	4.95
10.0	0.49	88.0	3.20
12.0	0.27	94.0	1.55
14.0	0.14	100.0	0.47
16.0	0.09	102.0	0.27
18.0	0.14	104.0	0.13
20.0	0.29	106.0	0.08
22.0	0.47	108.0	0.11
24.0	0.78	110.0	0.22
26.0	1.11	112.0	0.44
28.0	1.58	114.0	0.69
32.0	2.47	116.0	1.06

$\boldsymbol{\lambda/2}$

$\theta \pm 1.2$ ($^\circ$)	$V \pm 0.006$		
66.0	7.32	120.0	3.90
68.0	7.56	122.0	3.80
70.0	7.98	124.0	3.76
72.0	8.12	126.0	3.77
74.0	8.24	128.0	3.86
78.0	8.31	132.0	4.08
80.0	8.33	136.0	4.46
82.0	8.30	140.0	5.03
84.0	8.21	144.0	5.61
86.0	8.06	150.0	6.46
88.0	7.84	156.0	7.27
92.0	7.26	162.0	7.83
96.0	7.08	166.0	8.07
100.0	6.44	170.0	8.19
104.0	5.68	172.0	8.23
108.0	5.08	176.0	8.14
112.0	4.57	180.0	7.76
116.0	4.17	184.0	7.35
		190.0	6.65

$\boldsymbol{\lambda/4}$