

RC电路的频率特性

PB18020556 戴佳乐 PB19000132 苗立扬

1 实验目的

1. 熟悉正弦稳态分析中的相量的基本概念。
2. 正确使用双踪示波器测量正弦信号的峰—峰值 U_{p-p} ，频率 $f(T)$ 和相位差 φ ，观察李沙育图形；学会使用晶体管毫伏表测量正弦信号有效值。
3. 用 RC、RL 设计输出滞后(超前)输入的简单电路，并作实际测量。

2 实验仪器

1. DF1641D 型或 EE1641D 型函数发生器 1 台
2. 双踪示波器 1 台
3. 晶体管毫幅表 DF2173B 1 台
4. 可变电容箱 1 个
5. 可变电阻箱 1 个
6. 可变电感箱 1 个

3 实验原理

1. 正弦交流电作用于任一线性定常电路, 产生的响应仍是同频率的正弦量, 因此, 正弦量可以用相量来表示。设一正弦电流:

$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \varphi_i) = R_e \left[\sqrt{2}I e^{j\varphi_i + j\omega t} \right]$$
$$R_e \left[\sqrt{2}\dot{I} e^{j\omega t} \right] \leftrightarrow \dot{I} = I e^{j\varphi_i}$$

2. 用相量表示了正弦量, 正弦交流稳态响应的计算可方便地运用相量进行复数运算, 在直流电路中的基本定律、定理和计算方法完全适用于相量计算。

3. 输出电压滞后输入电压的 RC 电路, 如图 1 所示。

$$\text{输出电压 } \dot{U}_0 = \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} \dot{U}_i = \frac{\dot{U}_i}{j\omega CR + 1}$$

网络函数为:

$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_0}{\dot{U}_i} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \angle -\tan^{-1}(\omega RC) = |H(j\omega)| \angle \varphi(\omega)$$

式中, $|H(j\omega)| \triangleq \left| \frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i} \right| = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}$, 称为幅频特性, 显然是低通。 $\varphi(\omega) = -\text{tg}^{-1}(\omega RC)$, 称为相频特性, 显然是输出滞后输入 $\text{tg}^{-1}(\omega RC)$ 。

4. 输出超前输入电压的 RC 电路如图 2 所示。输出电压为:

$$\dot{U}_0 = \frac{R}{R + 1/j\omega C} \dot{U}_i = \frac{j\omega CR}{j\omega CR + 1} \dot{U}_i$$

网络函数为:

$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_0}{\dot{U}_i} = \frac{\omega RC}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}} \angle \frac{\pi}{2} - \text{tg}^{-1}(\omega RC) = |H(j\omega)| \angle \varphi(\omega)$$

式中, $|H(j\omega)| \triangleq \left| \frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i} \right| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}$, 称为幅频特性, 显然是高通。 $\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \text{tg}^{-1}(\omega RC)$, 称为相频特性, 显然输出超前输入 $\frac{\pi}{2} - \text{tg}^{-1}(\omega RC)$ 。

5. RC 串并联选频电路图 3 为 RC 串并联选频电路。

4 实验内容及接线图

1. RC 低通电路按图 1 接线, 取 $R = 2.2k\Omega, C = 0.1\mu F, U_i = 1V$ (有效值)。测量输出电压, 并读取输出电压 $U_0 = 0.707V$ 时的信号频率 f_c , 用李沙育法测量相位差角, 数据记入原始数据部分的表格中。

2. RC 高通电路按图 2 接线。取 $R = 2.2k\Omega, C = 0.1\mu F, U_i = 1V$ (有效值)。测量输出电压 U_0 , 并读取 $U_0 = 0.707V$ 时的信号频率 f_c , 用李沙育法测量相位差角, 数据记入原始数据部分的表格中。

3. RC 串并联选频电路按图 2 接线。取 $R = 2.2k\Omega, C = 0.1\mu F, U_i = 1V$ (有效值)。测量输出电压 U_0 , 并读取 $U_0 = 0.707V$ 时的信号频率 f_c , 用李沙育法测量相位差角, 数据记入原始数据部分的表格中。

5 实验数据及处理

6 实验讨论

1. 测量一组数据时, 不要更换测量工具。即同组数据用同种测量仪器测量。
2. 实验测量过程中, 对于不同的频率, 应保持信号发生器的输出电压恒定不变。
3. 实验中所观察到的椭圆形的李沙育图形, 可以通过运算计算出其数学方程, 同时证明观察到的图形的正确性。具体计算过程详见“回答思考题”部分的第二题的证明过程。

7 思考题

1. 两个不同频率的正弦量, 能否测量其相位差? 为什么?

答: 不同频率的波, 测量其相位差是没有意义的。因为其相位差是含时的, 即相位差是随时间变化的, 不具有稳定值, 所以测量相位差是没有意义的。

2. 据你所知, 测量频率、振幅和相位差有哪些方法?

答:

测量频率: (1) 用示波器直接测量。(2) 用频率计测量。

测量振幅: (1) 用示波器直接测量。(2) 用表测量出有效值, 然后计算振幅。

测量相位差: (1) 用示波器, 通过李沙育图形, 计算相位差。(2)

3. 理论证明公式 $\varphi = \sin^{-1} \frac{B}{A}$ 成立。

答:

设 $CH1$ 和 $CH2$ 的正弦波的方程为:

$$\begin{cases} x = C \sin(\omega t + a) \\ y = D \sin(\omega t + b) \end{cases}$$

整理如下:

$$\begin{pmatrix} \cos a & \sin a \\ \cos b & \sin b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin \omega t \\ \cos \omega t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x/C \\ y/D \end{pmatrix}$$

由线性代数中的 Clamer 法则, 解出:

$$\begin{cases} \cos \omega t = \frac{Dx \cos b - Cy \cos a}{CD \sin(a-b)} \\ \sin \omega t = -\frac{Dx \sin b - Cy \sin a}{CD \sin(a-b)} \end{cases}$$

由此可得椭圆方程:

$$(Dx \cos b - Cy \cos a)^2 + (Dx \sin b - Cy \sin a)^2 = C^2 D^2 \sin^2(a-b)$$

此方程, 表示的是一个非标准的椭圆, 这与实验中观察的结果相吻合。测量值 A 的两个端点, 是 $CH1$ 的正弦波的振幅最大的时候的两点:

$$A_1(0, -C), \quad A_2(0, C)$$

由此可计算得 A 值为:

$$A = 2C$$

测量值 B 的两个端点, 是 $CH2$ 的正弦波的振幅最小的时候的两点:

$$B_1(0, C \sin(a-b)), \quad B_2(0, C \sin(b-a))$$

由此可计算得 B 值为:

$$B = 2C |\sin(a-b)|$$

由此 A 和 B 值可得:

$$\begin{aligned} B/A &= \sin(a-b) \\ \Rightarrow \varphi &= a-b = \sin^{-1} \frac{B}{A} \end{aligned}$$

证毕

4. 根据实验结果说明选频电路的作用?

答: 有实验结果可知 RC 低通电路的选频作用是低频可被通过, 高频部分不如低频部分易于通过。 RC 高通电路的选频作用是高频可被通过, 低频部分不如高频部分易于通过。 RC 串并联选频电路只能使有限部分的频段通过, 带宽与所使用的原件有关, 而高频和低频部分不能通过。