САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)

Факультет компьютерных технологий и информатики

Кафедра Алгоритмической математики

Лабораторная работа 4

"Численное интегрирование"

Студент гр. 0307 ____________________ Латин Я.М.

Преподаватель ________________ Солнышкин С.Н.

Санкт-Петербург

2022

Содержание

1 Задание(Вариант 191)

Вычислить приближённо интегралы:

1). $\int\limits_0^6 \frac{x^2-3x-5}{x^2+2x+4}\,dx$ 2). $\int\limits_0^5 \sqrt{\sin\frac{x}{4}}\,dx$

3). $\int\limits_0^{2\pi} \sqrt{7-5\cos x}\,dx$ 4). $\int\limits_0^{\infty} \frac{5+3x}{1+2x^5+4x^6}\,dx$

2 Вычисления

2.1 $\int\limits_0^6 \frac{x^2-3x-5}{x^2+2x+4}\,dx = -2.270595273947305$

Формула левых прямоугольников:

$$\int\limits_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx = h(f_0+f_1+...+f_{n-1}), m = 1$$

n	I_h	$I_0 - I_h$	$I_h - I_{2h}$	$\frac{I_h - I_{2h}}{2^m - 1}$	$\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}$	$\log_2\left(\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}\right)$
2	-4.539473684210526	2.268878410263221	0	0	0	0
4	-3.366465149359886	1.095869875412581	1.17300853485064	1.17300853485064	0	0
8	-2.823077734346899	0.5524824603995939	0.5433874150129872	0.5433874150129872	2.158696544016582	1.110160452618335
16	-2.549188446981114	0.2785931730338094	0.2738892873657846	0.2738892873657846	1.983967391493054	0.9883883137702176
32	-2.41054712050002	0.1399518465527154	0.138641326481094	0.138641326481094	1.975524140726783	0.9822354760265514
64	-2.34073893590043	0.07014366195312549	0.06980818459958993	0.06980818459958993	1.986032544411825	0.989889263992599
128	-2.305709280228379	0.03511400628107353	0.03502965567205196	0.03502965567205196	1.992831024464955	0.9948193867944236
256	-2.288162835881936	0.01756756193463094	0.01754644434644259	0.01754644434644259	1.99639624874506	0.9973980981115383
512	-2.279381695547521	0.00878642160021581	0.008781140334415127	0.008781140334415127	1.998196552863915	0.9986985009957414
1024	-2.274989144964017	0.004393871016711959	0.004392550583503851	0.004392550583503851	1.999098284125071	0.9993494028149986

Формула правых прямоугольников:

$$\int\limits_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx = h(f_1+f_2+...+f_n), m = 1$$

n	I_h	$I_0 - I_h$	$I_h - I_{2h}$	$\frac{I_h - I_{2h}}{2^m - 1}$	$\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}$	$\log_2\left(\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}\right)$
2	-0.03947368421052627	-2.231121589736779	0	0	0	0
4	-1.116465149359886	-1.154130124587419	-1.07699146514936	-1.07699146514936	0	0
8	-1.698077734346899	-0.5725175396004061	-0.5816125849870128	-0.5816125849870128	1.851733426939874	0.8888764251032127
16	-1.986688446981114	-0.2839068269661906	-0.2886107126342154	-0.2886107126342154	2.015214818876621	1.010933636077808
32	-2.12929712050002	-0.1412981534472846	-0.142608673518906	-0.142608673518906	2.023794945375139	1.017063120923044
64	-2.20011393590043	-0.07048133804687451	-0.07081681540041007	-0.07081681540041007	2.013768519702176	1.009897856795099
128	-2.235396780228379	-0.03519849371892647	-0.03528284432794804	-0.03528284432794804	2.007117531176903	1.005125099351972
256	-2.253006585881936	-0.01758868806536906	-0.01760980565355741	-0.01760980565355741	2.003590784706954	1.002587881208276
512	-2.261803570547521	-0.00879170339978419	-0.008796984665584873	-0.008796984665584873	2.00180019893062	1.001297984964717
1024	-2.266200082464017	-0.004395191483288041	-0.004396511916496149	-0.004396511916496149	2.000900903413389	1.000649718121073

Формула центральных прямоугольников:

$$\int\limits_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx = h(f_{\frac{1}{2}} + f_{\frac{3}{2}} + ... + f_{n-\frac{1}{2}}), m = 2$$

n	I_h	$I_0 - I_h$	$I_h - I_{2h}$	$\frac{I_h - I_{2h}}{2^m - 1}$	$\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}$	$\log_2\left(\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}\right)$
2	-2.193456614509246	-0.07713865943805853	0	0	0	0
4	-2.279690319333912	0.00909504538660677	-0.0862337048246653	-0.02874456827488843	0	0
8	-2.275299159615329	0.004703885668024377	0.004391159718582394	0.001463719906194131	-19.63802511207775	4.295577947947852
16	-2.271905794018926	0.001310520071621024	0.003393365596403353	0.001131121865467784	1.294042623416884	0.3718851378709352
32	-2.270930751300841	0.0003354773535360067	0.0009750427180850174	0.0003250142393616725	3.480222490218601	1.799179540348291
64	-2.270679624556327	8.435060902156621e-05	0.0002511267445144405	8.370891483814684e-05	3.882671755930598	1.957049745848512
128	-2.270616391535492	2.111758818745813e-05	6.323302083410809e-05	2.107767361136936e-05	3.971449429456673	1.989665632823965
256	-2.270600555213107	5.281265802015156e-06	1.583632238544297e-05	5.27877412848099e-06	3.99291068311624	1.997440800879939
512	-2.270596594380517	1.320433212104177e-06	3.960832589910979e-06	1.320277529970326e-06	3.998230681544381	1.999361712082348
1024	-2.270595604062906	3.301156010770967e-07	9.903176110270806e-07	3.301058703423602e-07	3.99955786487843	1.999840524649308

Формула трапеций:

$$\int\limits_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx = \frac{h}{2}(f_0 + 2f_1 + ... + 2f_{n-1} + f_n), m = 2$$

n	I_h	$I_0 - I_h$	$I_h - I_{2h}$	$\frac{I_h - I_{2h}}{2^m - 1}$	$\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}$	$\log_2\left(\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}\right)$
2	-2.289473684210526	0.01887841026322112	0	0	0	0
4	-2.241465149359886	-0.02913012458741893	0.04800853485064005	0.01600284495021335	0	0
8	-2.260577734346899	-0.01001753960040608	-0.01911258498701285	-0.006370861662337616	-2.511880778202542	1.328767990989993
16	-2.267938446981114	-0.002656826966190629	-0.007360712634215449	-0.002453570878071817	2.596567198965238	1.376605562748794
32	-2.26992212050002	-0.0006731534472845802	-0.001983673518906048	-0.0006612245063020161	3.710647222973828	1.891670848284495
64	-2.27042643590043	-0.0001688380468745088	-0.0005043154004100714	-0.0001681051334700238	3.933398657453399	1.975776413584211
128	-2.270553030228379	-4.224371892647127e-05	-0.0001265943279480375	-4.21981093160125e-05	3.983712450506275	1.994113515578606
256	-2.270584710881936	-1.056306536906249e-05	-3.168065355740879e-05	-1.05602178524696e-05	3.995950642831115	1.998538763364928
512	-2.270592633047521	-2.640899784189799e-06	-7.922165584872687e-06	-2.640721861624229e-06	3.998989066563157	1.999635336752774
1024	-2.270594613714017	-6.602332880412121e-07	-1.980666496148586e-06	-6.602221653828622e-07	3.999747357910768	1.999908875749928

Формула Симпсона:

$$\int\limits_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx = \frac{h}{3}(f_0 + 4f_1 + 2f_2 + ... + 4f_{n-1} + f_n), m = 4$$

n	I_h	$I_0 - I_h$	$I_h - I_{2h}$	$\frac{I_h - I_{2h}}{2^m - 1}$	$\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}$	$\log_2\left(\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}\right)$
2	-2.052631578947368	-0.2179636949999368	0	0	0	0
4	-2.225462304409673	-0.04513296953763213	-0.1728307254623047	-0.01152204836415365	0	0
8	-2.266948596009236	-0.00364667793806861	-0.04148629159956352	-0.002765752773304235	4.165971910203782	2.058653111787027
16	-2.270392017859186	-0.0002032560881191081	-0.003443421849949502	-0.0002295614566633001	12.04798407147585	3.59071986263783
32	-2.270583345006322	-1.192894098300812e-05	-0.0001913271471361	-1.275514314240667e-05	17.99756020770034	4.169729439507748
64	-2.270594541033901	-7.329134041889063e-07	-1.119602757881921e-05	-7.464018385879474e-07	17.08884207270578	4.09498273926473
128	-2.270595228337695	-4.560961031074839e-08	-6.873037938781579e-07	-4.582025292521053e-08	16.28977997581663	4.025895212566511
256	-2.270595271099788	-2.847516888948576e-09	-4.276209342179982e-08	-2.850806228119988e-09	16.07273495941093	4.006543535826699
512	-2.270595273769383	-1.779216773911685e-10	-2.669595211557407e-09	-1.779730141038271e-10	16.01819378333877	4.001639573050281
1024	-2.270595273936185	-1.111999381464557e-11	-1.668016835765229e-10	-1.112011223843486e-11	16.00460591473999	4.000415248381294

Формула Гауса:

$$\int\limits_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx = \frac{h}{18}(f_{k_{-1}} + 2f_{k_0} + f_{k_1}), m = 6$$

n	I_h	$I_0 - I_h$	$I_h - I_{2h}$	$\frac{I_h - I_{2h}}{2^m - 1}$	$\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}$	$\log_2\left(\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}\right)$
2	-2.271547926155566	0.0009526522082610178	0	0	0	0
4	-2.270571317949083	-2.39559982215809e-05	0.0009766082064825987	1.550171756321585e-05	0	0
8	-2.27059448265613	-7.912911748064744e-07	-2.316470704677442e-05	-3.676937626472131e-07	-42.15931608850572	5.397779558548351
16	-2.270595260998149	-1.294915641381067e-08	-7.783420183926637e-07	-1.235463521258196e-08	29.76160415264658	4.895380384797567
32	-2.27059527374508	-2.02224903489423e-10	-1.274693151032125e-08	-2.023322461955753e-10	61.0611281438546	5.932182339402726
64	-2.270595273944147	-3.158362460453645e-12	-1.990665410289694e-10	-3.159786365539196e-12	64.03352087413944	6.000755433415594
128	-2.270595273947256	-4.884981308350689e-14	-3.109512647370138e-12	-4.935734360904981e-14	64.01856612396458	6.000418458915312
256	-2.270595273947304	-1.332267629550188e-15	-4.75175454539567e-14	-7.542467532374079e-16	65.4392523364486	6.032084360027357
512	-2.270595273947305	0	-1.332267629550188e-15	-2.114710523095536e-17	35.66666666666666	5.15650448567999
1024	-2.270595273947305	-4.440892098500626e-16	4.440892098500626e-16	7.049035076985121e-18	-3	1.584962500721156

2.2 $\int\limits_0^5 \sqrt{\sin\frac{x}{4}}\,dx = 3.52040903029251$

Так как подынтегральная функция не гладкая, правило Рунге не работает. Поэтому необходимо произвести замену переменной.

$$\int\limits_0^5 \sqrt{\sin\frac{x}{4}}\,dx = \begin{bmatrix} x = t^2 & 0 = 0 \\ dx = 2tdt & 5 = \sqrt{5} \end{bmatrix} = \int\limits_0^{\sqrt{5}} 2t\sqrt{\sin\frac{t^2}{4}}\,dt = 3.52040903029251$$

Формула левых прямоугольников:

$$\int\limits_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx = h(f_0 + f_1 + ... + f_{n-1}), m = 1$$

n	I_h	$I_0 - I_h$	$I_h - I_{2h}$	$\dfrac{I_h - I_{2h}}{2^m - 1}$	$\dfrac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}$	$\log_2\left(\dfrac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}\right)$
2	1.386178457532572	2.134230572759938	0	0	0	0
4	2.375413171808662	1.144995858483848	0.9892347142760902	0.9892347142760902	0	0
8	2.92956881756215	0.5908402127303605	0.5541556457534873	0.5541556457534873	1.785120700035501	0.8360216246496412
16	3.220476212290096	0.2999328180024143	0.2909073947279461	0.2909073947279461	1.90492113915402	0.9297312735682663
32	3.369319040994594	0.1510899892979163	0.1488428287044981	0.1488428287044981	1.954460266980635	0.9667702557898223
64	3.444583428661251	0.07582560163125907	0.07526438766665722	0.07526438766665722	1.977599676539144	0.9837504123843491
128	3.482426095748898	0.03798293454361223	0.03784266708764683	0.03784266708764683	1.988876404835275	0.9919536252558733
256	3.501400030714994	0.01900899957751578	0.01897393496609645	0.01897393496609645	1.994455401858705	0.9959948635922129
512	3.510900147497721	0.009508882794789564	0.00950011678272622	0.00950011678272622	1.997231760413324	0.9980017540130047
1024	3.515653493148001	0.004755537144509159	0.004753345650280405	0.004753345650280405	1.998616865189637	0.999001933979348

Формула правых прямоугольников:

$$\int\limits_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx = h(f_1 + f_2 + ... + f_n), m = 1$$

n	I_h	$I_0 - I_h$	$I_h - I_{2h}$	$\dfrac{I_h - I_{2h}}{2^m - 1}$	$\dfrac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}$	$\log_2\left(\dfrac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}\right)$
2	6.256970537255301	-2.73656150696279	0	0	0	0
4	4.810809211670027	-1.290400181377517	-1.446161325585273	-1.446161325585273	0	0
8	4.147266837492832	-0.6268578072003215	-0.6635423741771955	-0.6635423741771955	2.17945587480911	1.123967995231946
16	3.829325222255437	-0.3089161919629269	-0.3179416152373946	-0.3179416152373946	2.086994411479461	1.061426737277019
32	3.673743545977264	-0.1533345156847541	-0.1555816762781728	-0.1555816762781728	2.043567230044044	1.03108970646387
64	3.596795681152587	-0.07638665086007634	-0.07694786482467775	-0.07694786482467775	2.021910245757418	1.015718956254445
128	3.558532221994566	-0.03812319170205569	-0.03826345915802065	-0.03826345915802065	2.011001266427534	1.007913990180384
256	3.539453093837828	-0.01904406354531796	-0.01907912815673773	-0.01907912815673773	2.005514027878052	1.003972057341313
512	3.529926679059137	-0.009517648766627307	-0.009526414778690651	-0.009526414778690651	2.002760597766041	1.001989977287493
1024	3.52516675892871	-0.004757728636199499	-0.004759920130427808	-0.004759920130427808	2.001381224401857	1.000995998912529

Формула центральных прямоугольников:

$$\int\limits_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx = h(f_{\frac{1}{2}} + f_{\frac{3}{2}} + ... + f_{n-\frac{1}{2}}), m = 2$$

n	I_h	$I_0 - I_h$	$I_h - I_{2h}$	$\frac{I_h - I_{2h}}{2^m - 1}$	$\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}$	$\log_2\left(\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}\right)$
2	3.364647886084752	0.1557611442077582	0	0	0	0
4	3.483724463315637	0.03668456697687317	0.1190765772308851	0.03969219241029501	0	0
8	3.511383607018042	0.009025423274468203	0.02765914370240496	0.009219714567468321	4.305143301328282	2.106061260078529
16	3.518161869699092	0.002247160593417785	0.006778262681050418	0.002259420893683473	4.080565331250731	2.028769040454529
32	3.519847816327909	0.0005612139646009595	0.001685946628816826	0.0005619822096056085	4.020449144233771	2.007356680996974
64	3.520268762836543	0.0001402674559671802	0.0004209465086337794	0.0001403155028779265	4.005132705076283	2.00185004532653
128	3.52037396568109	3.506461142022133e-05	0.0001052028445469588	3.506761484898627e-05	4.001284475210969	2.000463202136774
256	3.520400264280449	8.766012061567352e-06	2.629859935865397e-05	8.766199786217991e-06	4.000321200084755	2.000115843791285
512	3.520406838798295	2.191494214986989e-06	6.574517846580363e-06	2.191505948860121e-06	4.000080305863463	2.000028963926997
1024	3.520408482419508	5.478730020769262e-07	1.643621212910062e-06	5.478737376366875e-07	4.000020074540201	2.000007240341731

Формула трапеций:

$$\int\limits_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx = \frac{h}{2}(f_0 + 2f_1 + ... + 2f_{n-1} + f_n), m = 2$$

n	I_h	$I_0 - I_h$	$I_h - I_{2h}$	$\frac{I_h - I_{2h}}{2^m - 1}$	$\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}$	$\log_2\left(\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}\right)$
2	3.821574497393936	-0.3011654671014261	0	0	0	0
4	3.593111191739345	-0.07270216144683461	-0.2284633056545915	-0.07615443521819716	0	0
8	3.538417827527491	-0.01800879723498072	-0.05469336421185389	-0.0182311214039513	4.177166808932112	2.062524756527754
16	3.524900717272766	-0.004491686980256038	-0.01351711025472468	-0.004505703418241562	4.046232011219759	2.016579046500131
32	3.521531293485929	-0.001122263193419126	-0.003369423786836911	-0.00112314126227897	4.011697877699747	2.004212960198181
64	3.520689554906919	-0.0002805246144088613	-0.0008417385790102649	-0.000280579526336755	4.002933774045091	2.001057747464877
128	3.520479158871732	-7.012857922150673e-05	-0.0002103960351873546	-7.01320117291182e-05	4.000734035984609	2.000264723229903
256	3.520426562276411	-1.753198390108679e-05	-5.259659532041994e-05	-1.753219844013998e-05	4.000183546208953	2.000066198782552
512	3.520413413278429	-4.382985919093585e-06	-1.31489979819932e-05	-4.382999327331068e-06	4.000045888853884	2.000016550810546
1024	3.520410126038356	-1.095745845614005e-06	-3.28724007347958e-06	-1.09574669115986e-06	4.000011464959675	2.000004135104191

Формула Симпсона:

$$\int\limits_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx = \frac{h}{3}(f_0 + 4f_1 + 2f_2 + ... + 4f_{n-1} + f_n), m = 4$$

n	I_h	$I_0 - I_h$	$I_h - I_{2h}$	$\frac{I_h - I_{2h}}{2^m - 1}$	$\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}$	$\log_2\left(\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}\right)$
2	3.471835303284339	0.04857372700817164	0	0	0	0
4	3.516956756521147	0.003452273771363146	0.0451214532368085	0.003008096882453899	0	0
8	3.520186706123539	0.0002223241689707223	0.003229949602392423	0.0002153299734928282	13.96970813519413	3.804229974166831
16	3.520395013854525	1.401643798537577e-05	0.0002083077309853465	1.388718206568977e-05	15.50566360218112	3.954723365764627
32	3.52040815222365	8.780688602882947e-07	1.313836912508748e-05	8.758912750058319e-07	15.85491540099803	3.986858274386117
64	3.520408975380582	5.491192789364163e-08	8.23156932394653e-07	5.48771288263102e-08	15.96095301884482	3.99647489146722
128	3.520409026860002	3.432508499656706e-09	5.147941939398493e-08	3.431961292932328e-09	15.99001974157529	3.999099814884794
256	3.52040903007797	2.145399413677751e-10	3.217968558288931e-09	2.14531237219262e-10	15.99748986402706	3.999773647199018
512	3.520409030279103	1.340749733458324e-11	2.011324440331919e-10	1.340882960221279e-11	15.9992515069219	3.999932507968077
1024	3.520409030291673	8.37108160567368e-13	1.257038917401587e-11	8.380259449343915e-13	16.00049459478556	4.000044596150995

Формула Гауса:

$$\int\limits_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx = \frac{h}{18}(f_{k_{-1}} + 2f_{k_0} + f_{k_1}), m = 6$$

n	I_h	$I_0 - I_h$	$I_h - I_{2h}$	$\frac{I_h - I_{2h}}{2^m - 1}$	$\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}$	$\log_2\left(\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}\right)$
2	3.520415687285226	-6.65699271618081e-06	0	0	0	0
4	3.520409153905599	-1.236130890980291e-07	-6.53337962708278e-06	-1.037044385251235e-07	0	0
8	3.520409032380652	-2.088141659584153e-09	-1.21524947438445e-07	-1.928967419657857e-09	53.76163302100647	5.748505055837482
16	3.520409030325908	-3.339772902677396e-11	-2.054743930557379e-09	-3.26149830247203e-11	59.1435972294025	5.886150088551767
32	3.520409030293036	-5.253575352526241e-13	-3.287237149152133e-11	-5.217836744685926e-13	62.50671422009673	5.96593926149044
64	3.520409030292518	-7.993605777301127e-15	-5.173639294753229e-13	-8.212125864687665e-15	63.5381974248927	5.989552256341715
128	3.520409030292511	-4.440892098500626e-16	-7.549516567451064e-15	-1.19833596308747e-16	68.52941176470588	6.098651398291303
256	3.520409030292511	-8.881784197001252e-16	4.440892098500626e-16	7.049035076985121e-18	-17	4.087462841250339
512	3.520409030292511	-8.881784197001252e-16	0	0	Inf	Inf
1024	3.52040903029251	0	-8.881784197001252e-16	-1.409807015397024e-17	0	-Inf

2.3 $\int\limits_{0}^{2\pi} \sqrt{7 - 5\cos x}\,dx = 16.01001897674756$

Формула левых прямоугольников:

$$\int\limits_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx = h(f_0 + f_1 + ... + f_{n-1}), m = 1$$

n	I_h	$I_0 - I_h$	$I_h - I_{2h}$	$\frac{I_h - I_{2h}}{2^m - 1}$	$\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}$	$\log_2\left(\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}\right)$
2	15.32567912356367	0.6843398531838876	0	0	0	0
4	15.97471244384792	0.03530653289964292	0.6490333202842447	0.6490333202842447	0	0
8	16.00965865537168	0.00036032137587938	0.03494621152376354	0.03494621152376354	18.57235139330911	4.215084577296379
16	16.01001885699137	1.197561907417821e-07	0.0003602016196886382	0.0003602016196886382	97.01847413671095	6.600187584534389
32	16.01001897674752	3.907985046680551e-14	1.197561516619317e-07	1.197561516619317e-07	3007.792206829404	11.55448918660725
64	16.01001897674756	0	3.907985046680551e-14	3.907985046680551e-14	3064396.363636364	21.54717148371147
128	16.01001897674756	-3.552713678800501e-15	3.552713678800501e-15	3.552713678800501e-15	11	3.459431618637297
256	16.01001897674755	7.105427357601002e-15	-1.06581410364015e-14	-1.06581410364015e-14	-0.3333333333333333	-1.584962500721156
512	16.01001897674753	2.486899575160351e-14	-1.77635683940025e-14	-1.77635683940025e-14	0.6	-0.7369655941662062
1024	16.01001897674757	-7.105427357601002e-15	3.197442310920451e-14	3.197442310920451e-14	-0.5555555555555556	-0.84799690655495

Формула правых прямоугольников:

$$\int\limits_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx = h(f_1 + f_2 + ... + f_n), m = 1$$

n	I_h	$I_0 - I_h$	$I_h - I_{2h}$	$\frac{I_h - I_{2h}}{2^m - 1}$	$\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}$	$\log_2\left(\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}\right)$
2	15.32567912356367	0.6843398531838876	0	0	0	0
4	15.97471244384792	0.03530653289963936	0.6490333202842482	0.6490333202842482	0	0
8	16.00965865537168	0.00036032137587938	0.03494621152375998	0.03494621152375998	18.5723513933111	4.215084577296533
16	16.01001885699137	1.197561942944958e-07	0.0003602016196850855	0.0003602016196850855	97.01847413765799	6.600187584548471
32	16.01001897674752	3.907985046680551e-14	1.197561552146453e-07	1.197561552146453e-07	3007.792117569881	11.5544891437937
64	16.01001897674756	0	3.907985046680551e-14	3.907985046680551e-14	3064396.454545455	21.54717152651079
128	16.01001897674756	-3.552713678800501e-15	3.552713678800501e-15	3.552713678800501e-15	11	3.459431618637297
256	16.01001897674755	7.105427357601002e-15	-1.06581410364015e-14	-1.06581410364015e-14	-0.3333333333333333	-1.584962500721156
512	16.01001897674753	2.486899575160351e-14	-1.77635683940025e-14	-1.77635683940025e-14	0.6	-0.7369655941662062
1024	16.01001897674757	-7.105427357601002e-15	3.197442310920451e-14	3.197442310920451e-14	-0.5555555555555556	-0.84799690655495

Формула центральных прямоугольников:

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx = h(f_{\frac{1}{2}} + f_{\frac{3}{2}} + ... + f_{n-\frac{1}{2}}), m = 2$$

n	I_h	$I_0 - I_h$	$I_h - I_{2h}$	$\frac{I_h - I_{2h}}{2^m - 1}$	$\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}$	$\log_2\left(\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}\right)$
2	16.62374576413216	-0.6137267873846035	0	0	0	0
4	16.04460486689545	-0.03458589014788771	-0.5791408972367158	-0.1930469657455719	0	0
8	16.01037905861105	-0.000360081863490791	-0.03422580828439692	-0.01140860276146564	16.92117516770928	4.080757861321133
16	16.01001909650367	-1.197561090293675e-07	-0.0003599621073817616	-0.0001199873691272539	95.08169771908346	6.571095758254331
32	16.01001897674759	-3.197442310920451e-14	-1.197560770549444e-07	-3.991869235164813e-08	3005.794079381959	11.55353046130478
64	16.01001897674756	3.552713678800501e-15	-3.552713678800501e-14	-1.1842378929335e-14	3370833.9	21.68467410867531
128	16.01001897674757	-7.105427357601002e-15	1.06581410364015e-14	3.552713678800501e-15	-3.333333333333333	1.736965594166206
256	16.01001897674757	-1.06581410364015e-14	3.552713678800501e-15	1.1842378929335e-15	3	1.584962500721156
512	16.01001897674755	1.06581410364015e-14	-2.131628207280301e-14	-7.105427357601002e-15	-0.1666666666666667	-2.584962500721156
1024	16.01001897674757	-7.105427357601002e-15	1.77635683940025e-14	5.921189464667502e-15	-1.2	0.2630344058337938

Формула трапеций:

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx = \frac{h}{2}(f_0 + 2f_1 + ... + 2f_{n-1} + f_n), m = 2$$

n	I_h	$I_0 - I_h$	$I_h - I_{2h}$	$\frac{I_h - I_{2h}}{2^m - 1}$	$\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}$	$\log_2\left(\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}\right)$
2	15.32567912356367	0.6843398531838876	0	0	0	0
4	15.97471244384792	0.03530653289963936	0.6490333202842482	0.2163444400947494	0	0
8	16.00965865537168	0.00036032137587938	0.03494621152375998	0.01164873717458666	18.5723513933111	4.215084577296533
16	16.01001885699137	1.197561942944958e-07	0.0003602016196850855	0.0001200672065616952	97.01847413765799	6.600187584548471
32	16.01001897674752	3.907985046680551e-14	1.197561552146453e-07	3.991871840488178e-08	3007.792117569881	11.5544891437937
64	16.01001897674756	0	3.907985046680551e-14	1.30266168222685e-14	3064396.454545455	21.54717152651079
128	16.01001897674756	-3.552713678800501e-15	3.552713678800501e-15	1.1842378929335e-15	11	3.459431618637297
256	16.01001897674755	7.105427357601002e-15	-1.06581410364015e-14	-3.552713678800501e-15	-0.3333333333333333	-1.584962500721156
512	16.01001897674753	2.486899575160351e-14	-1.77635683940025e-14	-5.921189464667502e-15	0.6	-0.7369655941662062
1024	16.01001897674757	-7.105427357601002e-15	3.197442310920451e-14	1.06581410364015e-14	-0.5555555555555556	-0.84799690655495

Формула Симпсона:

$$\int\limits_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx = \frac{h}{3}(f_0 + 4f_1 + 2f_2 + ... + 4f_{n-1} + f_n), m = 4$$

n	I_h	$I_0 - I_h$	$I_h - I_{2h}$	$\frac{I_h - I_{2h}}{2^m - 1}$	$\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}$	$\log_2\left(\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}\right)$
2	17.47231687264599	-1.462297895898427	0	0	0	0
4	16.19105688394266	-0.1810379071951047	-1.281259988703322	-0.08541733258022148	0	0
8	16.02130739254627	-0.01128841579870965	-0.1697494913963951	-0.01131663275975967	7.547945965336377	2.916084094928252
16	16.01013892419792	-0.0001199474503650322	-0.01116846834834462	-0.0007445645565563078	15.19899471457563	3.925903999591842
32	16.01001901666623	-3.991867458807974e-08	-0.0001199075316904441	-7.993835446029607e-06	93.14234219396143	6.541365256078531
64	16.01001897674757	-7.105427357601002e-15	-3.991866748265238e-08	-2.661244498843492e-09	3003.795949415216	11.55257109725949
128	16.01001897674756	3.552713678800501e-15	-1.06581410364015e-14	-7.105427357601002e-16	3745368.666666667	21.8366763033337
256	16.01001897674756	-3.552713678800501e-15	7.105427357601002e-15	4.736951571734001e-16	-1.5	0.5849625007211562
512	16.01001897674756	-3.552713678800501e-15	0	0	Inf	Inf
1024	16.01001897674754	1.77635683940025e-14	-2.131628207280301e-14	-1.4210854715202e-15	0	-Inf

Формула Гауса:

$$\int\limits_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx = \frac{h}{18}(f_{k_{-1}} + 2f_{k_0} + f_{k_1}), m = 6$$

n	I_h	$I_0 - I_h$	$I_h - I_{2h}$	$\frac{I_h - I_{2h}}{2^m - 1}$	$\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}$	$\log_2\left(\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}\right)$
2	16.00843988196752	0.001579094780041146	0	0	0	0
4	16.01061705530846	-0.0005980785608983297	0.002177173340939476	3.455830699903929e-05	0	0
8	16.01002700136552	-8.024617962121283e-06	-0.0005900539429362084	-9.365935602162038e-06	-3.68978695423251	1.883537518468476
16	16.01001897943656	-2.689002798206275e-09	-8.021928959323077e-06	-1.273322057035409e-07	73.55511946418427	6.200753851983465
32	16.01001897674756	3.552713678800501e-15	-2.689006350919954e-09	-4.268264049079291e-11	2983.231689496993	11.54266031205299
64	16.01001897674756	3.552713678800501e-15	0	0	-Inf	Inf
128	16.01001897674756	3.552713678800501e-15	0	0	NaN	NaN
256	16.01001897674756	-3.552713678800501e-15	7.105427357601002e-15	1.127845612317619e-16	0	-Inf
512	16.01001897674756	0	-3.552713678800501e-15	-5.639228061588096e-17	-2	1
1024	16.01001897674757	-1.4210854715202e-14	1.4210854715202e-14	2.255691224635239e-16	-0.25	-2

2.4 $\int\limits_0^{\infty} \frac{5+3x}{1+2x^5+4x^6}\,dx$

Первый способ:

$$\int\limits_0^{\infty} \frac{5+3x}{1+2x^5+4x^6}\,dx = \begin{bmatrix} t = \dfrac{1}{x+1} & x = \dfrac{1}{t} - 1 & \infty = 0 \\ dx = \dfrac{1}{t^2}dt & 0 = 1 & \end{bmatrix} =$$

$$= \int\limits_0^1 \frac{5 + 3\left(\dfrac{1}{t} - 1\right)}{1 + 2\left(\dfrac{1}{t} - 1\right)^5 + 4\left(\dfrac{1}{t} - 1\right)^6} \frac{1}{t^2}\, dt$$

$$\int\limits_0^1 \frac{5 + 3\left(\dfrac{1}{t} - 1\right)}{1 + 2\left(\dfrac{1}{t} - 1\right)^5 + 4\left(\dfrac{1}{t} - 1\right)^6} \frac{1}{t^2}\, dt = 4.807851149764657$$

n	I_h	$I_0 - I_h$	$I_h - I_{2h}$	$\frac{I_h - I_{2h}}{2^m - 1}$	$\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}$	$\log_2\left(\frac{I_{2h} - I_{4h}}{I_h - I_{2h}}\right)$
2	4.673172432257312	0.1346787175073452	0	0	0	0
4	4.816906551756611	-0.009055401991953538	0.1437341194992987	0.002281493960306329	0	0
8	4.807771305113582	7.984465107480077e-05	-0.009135246643028339	-0.0001450039149687038	-15.73401629051701	3.975815077326897
16	4.80785133734577	-1.875811133089655e-07	8.003223218810973e-05	1.270352891874758e-06	-114.1445939125705	6.834718722397196
32	4.807851149769121	-4.463984737412829e-12	-1.875766493242281e-07	-2.977407132130605e-09	-426.6641529019596	8.736957094307082
64	4.807851149764726	-6.927791673660977e-14	-4.39470682067622e-12	-6.975725112184476e-14	42682.40339531124	15.3813537944389
128	4.807851149764657	0	-6.927791673660977e-14	-1.099649472009679e-15	63.43589743589744	5.987227566114122
256	4.807851149764656	8.881784197001252e-16	-8.881784197001252e-16	-1.409807015397024e-17	78	6.285402218862249
512	4.807851149764659	-1.77635683940025e-15	2.664535259100376e-15	4.229421046191072e-17	-0.3333333333333333	-1.584962500721156

Второй способ:

$$\int\limits_0^\infty \frac{5 + 3x}{1 + 2x^5 + 4x^6}\, dx = \int\limits_0^M \frac{5 + 3x}{1 + 2x^5 + 4x^6}\, dx$$

$$M : \left| \int\limits_0^M \frac{5 + 3x}{1 + 2x^5 + 4x^6}\, dx \right| < 1 \cdot 10^{-9},\ x \to \infty \sim \frac{3}{4x^5}$$

$$\int\limits_M^\infty f(x)\, dx = \int\limits_M^\infty \frac{3}{4x^5}\, dx = -\frac{3}{16x^4}\Bigg|_M^\infty = \frac{3}{16M^4} < 10^{-9}$$

$$M \approx 118$$

$$\int\limits_0^{118} \frac{5 + 3x}{1 + 2x^5 + 4x^6}\, dx = 4.807851148789965$$

Третий способ:

$$\int_{0}^{\infty} \frac{5+3x}{1+2x^5+4x^6}\,dx = \int_{0}^{1} f_4(x)\,dx + \int_{1}^{2} f_4(x)\,dx + \ldots + \int_{128}^{256} f_4(x)\,dx$$

$$\int_{0}^{\infty} \frac{5+3x}{1+2x^5+4x^6}\,dx = 4.807851149061087$$

k	M	I_k	$\sum I_k$
1	2	4.516657267227301	4.516657267227301
2	4	0.2749665927291963	4.791623859956498
3	8	0.01534007172099053	4.806963931677488
4	16	0.0008363651882959215	4.807800296865784
5	32	4.782921578927475e-05	4.807848126081574
6	64	2.839720753999986e-06	4.807850965802327
7	128	1.726245306938752e-07	4.807851138426858
8	256	1.063422974868193e-08	4.807851149061087
9	512	6.5975392864428e-10	4.807851149720841
10	1024	4.108119477864649e-11	4.807851149761922

3 Листинг функций и сценариев

f1.m

```
function y=f1(x)
  y=(x.^2-3*x-5)./(x.^2+2*x+4);
end
```

f2a.m

```
function y=f2a(t)
  y=2*t.*sqrt(sin(t.^2./4));
```

f3.m

```
function y=f3(x)
  y=sqrt(7-5*cos(x));
```

f4.m

```
function y=f4(x)
  y=(5+3*x)./(1+2*x.^5+4*x.^6);
```

f4a.m

```
function y=f4a(x)
  y=(5+3.*((1./x).-1))./(1+2.*((1./x).-1).^5+4.*((1./x)
      .-1).^6).*(1./(x.^2));
end
```

qleft.m

```
function S=qleft(f,a,b,n)
  h=(b-a)/n; x=a:h:b; x=x(1:n);
  S=h*sum(feval(f,x));
```

qright.m

```
function s = qright(f ,a,b,n)
  h=(b-a)/n;
  x=a:h:b;
  x=x(2:n+1);
  s=h*sum(feval(f,x));
```

qcenter.m

```
function s = qcenter(f ,a,b,n)
  h=(b-a)/n;
  x=a:h:b;
  x=x(1:n);
  s=h*sum(feval(f,x+h/2));
```

qtrap.m

```
function s = qtrap(f ,a,b,n)
  h=(b-a)/n;
  x=a:h:b;
  x=x(1:n+1);
  s=(h/2)*(feval(f,x(1))+feval(f,x(n+1))+2*sum(feval(f,x
      (2:n))));
```

qsimp.m

```
function S=qsimp(f,a,b,n)
  h=(b-a)/n; x=a:h:b;
  S=(h/3)*(feval(f,x(1))+feval(f,x(n+1))+4*sum(feval(f,x
      (2:2:n)))+2*sum(feval(f,x(3:2:n-1))));
```

qgaus.m

```
function S = qgaus(f,a,b,n)
  h = (b-a)/n; x=a:h:b; x(length(x))=[];
  x0=x+h/2; xp=x0+h*sqrt(3/20); xm=x0-h*sqrt(3/20);
  S=(h/18)*(5*sum(feval(f,xm))+8*sum(feval(f,x0))+5*sum(
      feval(f,xp)));
```

wleft.m

```
a=0;b=6;n=2;
sigma = 1;
i0=quad(f,a,b);
i0=quad(f,a,b,abs(i0*1e-15))
nn=[]; ii=[];m=10;
for k=1:m
  nn=[nn,n];
   ii=[ii,qleft(f,a,b,n)];
  n=n*2;
end
r3=i0-ii;
r4=ii(2:m)-ii(1:m-1);r4=[0,r4];
r5=r4/(2^sigma-1);
r6=r4(2:m-1)./r4(3:m);
r7=log2(abs(r6));
r6=[0,0,r6];
r7=[0,0,r7];
res=[nn',ii',r3',r4',r5',r6',r7']
```

wright.m

```
a=0;b=6;n=2;
sigma = 1;
i0=quad(f,a,b);
i0=quad(f,a,b,abs(i0*1e-15))
nn=[]; ii=[];m=10;
for k=1:m
  nn=[nn,n];
   ii=[ii,qright(f,a,b,n)];
  n=n*2;
```

```
end
r3=i0-ii;
r4=ii(2:m)-ii(1:m-1);r4=[0,r4];
r5=r4/(2^sigma-1);
r6=r4(2:m-1)./r4(3:m);
r7=log2(abs(r6));
r6=[0,0,r6];
r7=[0,0,r7];
res=[nn',ii',r3',r4',r5',r6',r7']
```

wcenter.m

```
a=0;b=6;n=2;
sigma = 2;
i0=quad(f,a,b);
i0=quad(f,a,b,abs(i0*1e-15))
nn=[];ii=[];m=10;
for k=1:m
   nn=[nn,n];
   ii=[ii,qcenter(f,a,b,n)];
   n=n*2;
end
r3=i0-ii;
r4=ii(2:m)-ii(1:m-1);r4=[0,r4];
r5=r4/(2^sigma-1);
r6=r4(2:m-1)./r4(3:m);
r7=log2(abs(r6));
r6=[0,0,r6];
r7=[0,0,r7];
res=[nn',ii',r3',r4',r5',r6',r7']
```

wtrap.m

```
a=0;b=6;n=2;
sigma = 2;
i0=quad(f,a,b);
i0=quad(f,a,b,abs(i0*1e-15))
nn=[]; ii =[];m=10;
for k=1:m
  nn=[nn,n];
  ii=[ii ,qtrap(f,a,b,n)];
  n=n*2;
end
r3=i0-ii;
r4=ii(2:m)-ii(1:m-1); r4=[0,r4];
r5=r4/(2^sigma-1);
r6=r4(2:m-1)./r4(3:m);
r7=log2(abs(r6));
r6=[0,0,r6];
r7=[0,0,r7];
res=[nn', ii ',r3',r4',r5',r6',r7']
```

wsimp.m

```
a=0;b=6;n=2;
sigma = 4;
i0=quad(f,a,b);
i0=quad(f,a,b,abs(i0*1e-15))
nn=[]; ii =[];m=10;
for k=1:m
  nn=[nn,n];
  ii=[ii ,qsimp(f,a,b,n)];
```

```
  n=n*2;
end
r3=i0-ii;
r4=ii(2:m)-ii(1:m-1);r4=[0,r4];
r5=r4/(2^sigma-1);
r6=r4(2:m-1)./r4(3:m);
r7=log2(abs(r6));
r6=[0,0,r6];
r7=[0,0,r7];
res=[nn',ii',r3',r4',r5',r6',r7']
```

wgaus.m

```
a=0;b=6;n=2;
sigma = 6;
i0=quad(f,a,b);
i0=quad(f,a,b,abs(i0*1e-15))
nn=[];ii=[];m=10;
for k=1:m
  nn=[nn,n];
  ii=[ii,qgaus(f,a,b,n)];
  n=n*2;
end
r3=i0-ii;
r4=ii(2:m)-ii(1:m-1);r4=[0,r4];
r5=r4/(2^sigma-1);
r6=r4(2:m-1)./r4(3:m);
r7=log2(abs(r6));
r6=[0,0,r6];
r7=[0,0,r7];
```

```
res=[nn',ii',r3',r4',r5',r6',r7']
```

w2aleft.m

```
a=0;b=sqrt(5);n=2;
sigma = 1;
i0=quad(f,a,b);
i0=quad(f,a,b,abs(i0*1e-15))
nn=[];ii=[];m=10;
for k=1:m
  nn=[nn,n];
   ii=[ii,qleft(f,a,b,n)];
  n=n*2;
end
r3=i0-ii;
r4=ii(2:m)-ii(1:m-1);r4=[0,r4];
r5=r4/(2^sigma-1);
r6=r4(2:m-1)./r4(3:m);
r7=log2(abs(r6));
r6=[0,0,r6];
r7=[0,0,r7];
res=[nn',ii',r3',r4',r5',r6',r7']
```

w2aright.m

```
a=0;b=sqrt(5);n=2;
sigma = 1;
i0=quad(f,a,b);
i0=quad(f,a,b,abs(i0*1e-15))
nn=[];ii=[];m=10;
for k=1:m
```

```
    nn=[nn,n];
    ii=[ii,qright(f,a,b,n)];
    n=n*2;
end
r3=i0-ii;
r4=ii(2:m)-ii(1:m-1);r4=[0,r4];
r5=r4/(2^sigma-1);
r6=r4(2:m-1)./r4(3:m);
r7=log2(abs(r6));
r6=[0,0,r6];
r7=[0,0,r7];
res=[nn',ii',r3',r4',r5',r6',r7']
```

w2acenter.m

```
a=0;b=sqrt(5);n=2;
sigma = 2;
i0=quad(f,a,b);
i0=quad(f,a,b,abs(i0*1e-15))
nn=[];ii=[];m=10;
for k=1:m
    nn=[nn,n];
    ii=[ii,qcenter(f,a,b,n)];
    n=n*2;
end
r3=i0-ii;
r4=ii(2:m)-ii(1:m-1);r4=[0,r4];
r5=r4/(2^sigma-1);
r6=r4(2:m-1)./r4(3:m);
r7=log2(abs(r6));
```

```
r6=[0,0,r6];
r7=[0,0,r7];
res=[nn',ii',r3',r4',r5',r6',r7']
```

w2atrap.m

```
a=0;b=sqrt(5);n=2;
sigma = 2;
i0=quad(f,a,b);
i0=quad(f,a,b,abs(i0*1e-15))
nn=[]; ii=[];m=10;
for k=1:m
   nn=[nn,n];
    ii=[ii,qtrap(f,a,b,n)];
   n=n*2;
end
r3=i0-ii;
r4=ii(2:m)-ii(1:m-1);r4=[0,r4];
r5=r4/(2^sigma-1);
r6=r4(2:m-1)./r4(3:m);
r7=log2(abs(r6));
r6=[0,0,r6];
r7=[0,0,r7];
res=[nn',ii',r3',r4',r5',r6',r7']
```

w2asimp.m

```
a=0;b=sqrt(5);n=2;
sigma = 4;
i0=quad(f,a,b);
i0=quad(f,a,b,abs(i0*1e-15))
```

```
nn=[]; ii=[];m=10;
for k=1:m
  nn=[nn,n];
   ii=[ii,qsimp(f,a,b,n)];
  n=n*2;
end
r3=i0-ii;
r4=ii(2:m)-ii(1:m-1);r4=[0,r4];
r5=r4/(2^sigma-1);
r6=r4(2:m-1)./r4(3:m);
r7=log2(abs(r6));
r6=[0,0,r6];
r7=[0,0,r7];
res=[nn',ii',r3',r4',r5',r6',r7']
```

w2agaus.m

```
a=0;b=sqrt(5);n=2;
sigma = 6;
i0=quad(f,a,b);
i0=quad(f,a,b,abs(i0*1e-15))
nn=[]; ii=[];m=10;
for k=1:m
  nn=[nn,n];
   ii=[ii,qgaus(f,a,b,n)];
  n=n*2;
end
r3=i0-ii;
r4=ii(2:m)-ii(1:m-1);r4=[0,r4];
r5=r4/(2^sigma-1);
```

```
r6=r4(2:m-1)./r4(3:m);
r7=log2(abs(r6));
r6=[0,0,r6];
r7=[0,0,r7];
res=[nn',ii',r3',r4',r5',r6',r7']
```

w3left.m

```
a=0;b= 2*pi;n=2;
sigma = 1;
i0=quad(f,a,b);
i0=quad(f,a,b,abs(i0*1e-15))
nn=[]; ii=[];m=10;
for k=1:m
  nn=[nn,n];
   ii=[ii,qleft(f,a,b,n)];
  n=n*2;
end
r3=i0-ii;
r4=ii(2:m)-ii(1:m-1);r4=[0,r4];
r5=r4/(2^sigma-1);
r6=r4(2:m-1)./r4(3:m);
r7=log2(abs(r6));
r6=[0,0,r6];
r7=[0,0,r7];
res=[nn',ii',r3',r4',r5',r6',r7']
```

w3right.m

```
a=0;b= 2*pi;n=2;
sigma = 1;
```

```
i0=quad(f,a,b);
i0=quad(f,a,b,abs(i0*1e-15))
nn=[]; ii=[];m=10;
for k=1:m
   nn=[nn,n];
   ii=[ii,qright(f,a,b,n)];
   n=n*2;
end
r3=i0-ii;
r4=ii(2:m)-ii(1:m-1); r4=[0,r4];
r5=r4/(2^sigma-1);
r6=r4(2:m-1)./r4(3:m);
r7=log2(abs(r6));
r6=[0,0,r6];
r7=[0,0,r7];
res=[nn',ii',r3',r4',r5',r6',r7']
```

w3center.m

```
a=0;b= 2*pi;n=2;
sigma = 2;
i0=quad(f,a,b);
i0=quad(f,a,b,abs(i0*1e-15))
nn=[]; ii=[];m=10;
for k=1:m
   nn=[nn,n];
   ii=[ii,qcenter(f,a,b,n)];
   n=n*2;
end
r3=i0-ii;
```

```
r4=ii(2:m)-ii(1:m-1);r4=[0,r4];
r5=r4/(2^sigma-1);
r6=r4(2:m-1)./r4(3:m);
r7=log2(abs(r6));
r6=[0,0,r6];
r7=[0,0,r7];
res=[nn',ii',r3',r4',r5',r6',r7']
```

w3trap.m

```
a=0;b= 2*pi;n=2;
sigma = 2;
i0=quad(f,a,b);
i0=quad(f,a,b,abs(i0*1e-15))
nn=[];ii=[];m=10;
for k=1:m
  nn=[nn,n];
  ii=[ii,qtrap(f,a,b,n)];
  n=n*2;
end
r3=i0-ii;
r4=ii(2:m)-ii(1:m-1);r4=[0,r4];
r5=r4/(2^sigma-1);
r6=r4(2:m-1)./r4(3:m);
r7=log2(abs(r6));
r6=[0,0,r6];
r7=[0,0,r7];
res=[nn',ii',r3',r4',r5',r6',r7']
```

w3simp.m

```
a=0;b= 2*pi;n=2;
sigma = 4;
i0=quad(f,a,b);
i0=quad(f,a,b,abs(i0*1e-15))
nn=[]; ii=[];m=10;
for k=1:m
  nn=[nn,n];
  ii=[ii,qsimp(f,a,b,n)];
  n=n*2;
end
r3=i0-ii;
r4=ii(2:m)-ii(1:m-1);r4=[0,r4];
r5=r4/(2^sigma-1);
r6=r4(2:m-1)./r4(3:m);
r7=log2(abs(r6));
r6=[0,0,r6];
r7=[0,0,r7];
res=[nn',ii',r3',r4',r5',r6',r7']
```

w3gaus.m

```
a=0;b= 2*pi;n=2;
sigma = 6;
i0=quad(f,a,b);
i0=quad(f,a,b,abs(i0*1e-15))
nn=[]; ii=[];m=10;
for k=1:m
  nn=[nn,n];
  ii=[ii,qgaus(f,a,b,n)];
  n=n*2;
```

```
end
r3=i0-ii;
r4=ii(2:m)-ii(1:m-1);r4=[0,r4];
r5=r4/(2^sigma-1);
r6=r4(2:m-1)./r4(3:m);
r7=log2(abs(r6));
r6=[0,0,r6];
r7=[0,0,r7];
res=[nn',ii',r3',r4',r5',r6',r7']
```

w4.m

```
a=0;b=118;
i0=quad(f,a,b);
i0=quad(f,a,b,abs(i0*1e-10))
```

w4sum.m

```
t=0;n=1;p=2;
a=0;b=2^t;
m=10;ii=[];nn=[];mk=[];si=[];
for k=1:m
nn=[nn,n];
mk=[mk,p];
i0=quad(f,a,b);
i0=quad(f,a,b,abs(i0*1e-10));
ii=[ii,i0];
sum(ii)
si=[si,sum(ii)];
t=t+1;
a=b;
```

```
b=2^t;
p=p*2;
n=n+1;
end
res=[nn',mk',ii',si']
```

w4a.m

```
a=0;b=1;n=2;
sigma = 6;
i0=quad(f,a,b);
i0=quad(f,a,b,abs(i0*1e-10))

nn=[];ii=[];m=9;
for k=1:m
  nn=[nn,n];
   ii=[ii,qgaus(f,a,b,n)];
  n=n*2;
end
r3=i0-ii;
r4=ii(2:m)-ii(1:m-1);r4=[0,r4];
r5=r4/(2^sigma-1);
r6=r4(2:m-1)./r4(3:m);
r7=log2(abs(r6));
r6=[0,0,r6];
r7=[0,0,r7];
res=[nn',ii',r3',r4',r5',r6',r7']
```