

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И.
УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)

Кафедра теоретических основ электротехники

Лабораторная работа 5
"Метод Ньютона"

Студент гр. 0307 _____Латин Я.М.

Преподаватель _____Солнышкин С.Н.

Санкт-Петербург

2022

Содержание

1	Задание	2
1.1	Численно решить методом Ньютона уравнение	2
1.2	Численно решить методом Ньютона систему уравнений	2
2	Решение уравнения	2
3	Решение системы	4
4	Листинг функций и сценариев	7
4.1	f.m	7
4.2	df.m	7
4.3	wg1.m	7
4.4	w1.m	7
4.5	f1.m	8
4.6	f2.m	8
4.7	ff.m	8
4.8	dff.m	8
4.9	wg2.m	9
4.10	w2.m	9

1 Задание

1.1 Численно решить методом Ньютона уравнение

$$7.8x^2 - 3.1x - 2.4 = 2.1 \sin(4.7x - 3.2)$$

1.2 Численно решить методом Ньютона систему уравнений

$$\begin{cases} 4e^{-0.8y} - 3x = 9e^{0.7x} - 2y - 5 \\ 6x^4 + 7y^6 = 881 - 229x - 775y \end{cases}$$

2 Решение уравнения

Уравнение в стандартной форме:

$$f(x) = 0, \text{ где } f(x) = 4e^{-0.8y} - 3x - 9e^{0.7x} + 2y + 5$$

Производная:

$$f'(x) = -\frac{987 \cos\left(\frac{47x}{10} - \frac{16}{5}\right) - 1560x + 310}{100}$$

Полученные значения уравнений:

$$x_1 = -0.51641140973316$$

$$x_2 = 0.9817349514171161$$

Таблица 1. Первый корень.

k	x_k	$f(x_k)$
0	-0.5	-0.3054037002801488
1	-0.5167492544118317	0.006413807394519244
2	-0.5164115415239419	2.501003745436492e-06
3	-0.5164114097331801	3.810285420513537e-13
4	-0.51641140973316	0
5	-0.51641140973316	0

Таблица 2. Второй корень.

k	x_k	$f(x_k)$
0	1	0.2052605281314848
1	0.9826077281554022	0.009340570687955463
2	0.9817371325150148	2.32840705227666e-05
3	0.9817349514308014	1.460960241672637e-10
4	0.981734951417116	-1.332267629550188e-15
5	0.9817349514171161	4.440892098500626e-16
6	0.9817349514171161	4.440892098500626e-16

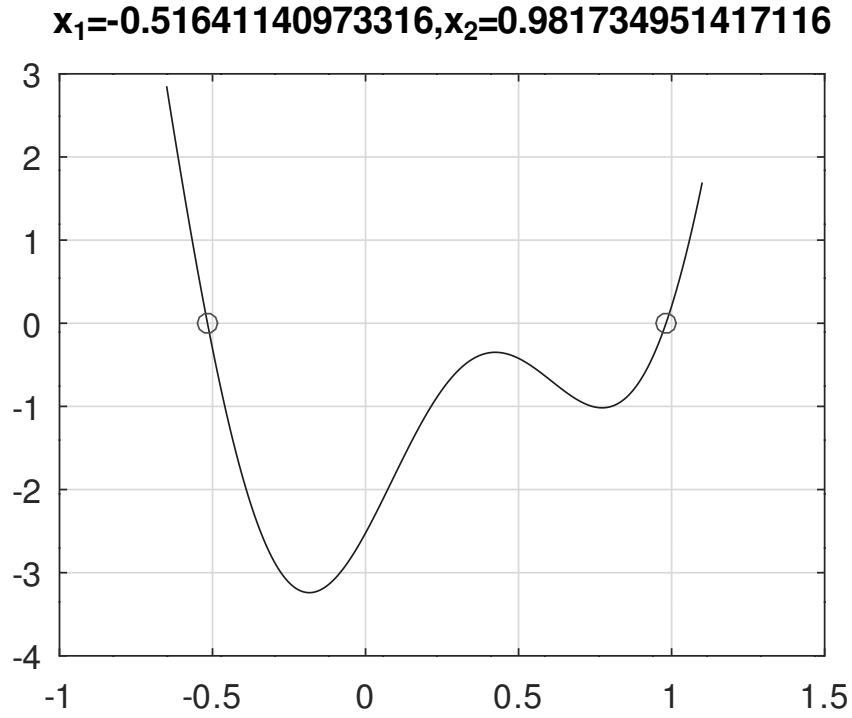


Рисунок 1. График уравнения

3 Решение системы

$$\begin{cases} f_1(x, y) = 0 \\ f_2(x, y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \vec{f}(\vec{r}) = \vec{0}, \quad \vec{r}^* = \lim_{k \rightarrow \infty} \vec{r}_k, \quad \vec{r}_{k+1} = \vec{r}_k - (\vec{f}'(\vec{r}_k))^{-1} \vec{f}(\vec{r}_k),$$

$$\vec{f}(\vec{r}) = \begin{pmatrix} f_1(x, y) \\ f_2(x, y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \exp(-0.8y) - 3x - 9 \exp(0.7x) + 2y + 5 \\ 6x^4 + 7y^6 - 881 + 229x + 775y \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \vec{f}'(\vec{r}) &= \begin{pmatrix} (f_1(x, y))'_x & (f_1(x, y))'_y \\ (f_2(x, y))'_x & (f_2(x, y))'_y \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \left(-\frac{63 \exp\left(\frac{7x}{10}\right)}{10} - 3 \right) & \left(2 - \frac{16 \exp\left(\frac{-4y}{5}\right)}{5} \right) \\ (624x^3 + 229) & (42y^5 + 775) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Полученные значения уравнений:

$$\vec{r}_1^* = (-0.01352039310251973, 1.122683354922814)$$

$$\vec{r}_2^* = (1.648549264084652, -2.668437851904707)$$

Таблица 3. Первая пара корней.

k	x_k	y_k	$f_1(x_k, y_k)$	$f_2(x_k, y_k)$
0	0	1.1	-0.1408683532736745	-16.09907299999986
1	-0.013499810094	1.12277425374	-0.0001268803060	0.081970636395226
2	-0.013520393341	1.122683356609	3.3821372369402e-09	1.378521346850e-06
3	-0.013520393102	1.122683354922	-1.7763568394e-15	-1.136868377216e-13
4	-0.013520393102	1.122683354922	1.7763568394e-15	1.136868377216e-13

Таблица 3. Вторая пара корней.

k	x_k	y_k	$f_1(x_k, y_k)$	$f_2(x_k, y_k)$
0	1.6	-2.8	4.589637320134111	727.9537279999999
1	1.66002753417	-2.684153121745	0.13179360310917	82.32259370818
2	1.64874971524	-2.668690117782	0.00171555298062	1.30577927845479
3	1.64854931841	-2.668437917997	4.07641311817030e-07	0.0003426307775953
4	1.64854926408	-2.668437851904	3.55271367880050e-14	2.41016095969e-11
5	1.64854926408	-2.668437851904	-1.1546319456101e-14	-1.364242052659e-12
6	1.64854926408	-2.668437851904	1.77635683940025e-15	9.094947017729e-13
7	1.64854926408	-2.668437851904	8.88178419700125e-15	4.547473508864e-13

$x_1=-0.0135203931025197, y_1=1.12268335492281, x_2=1.64854926408465, y_2=-2.66843785190471$

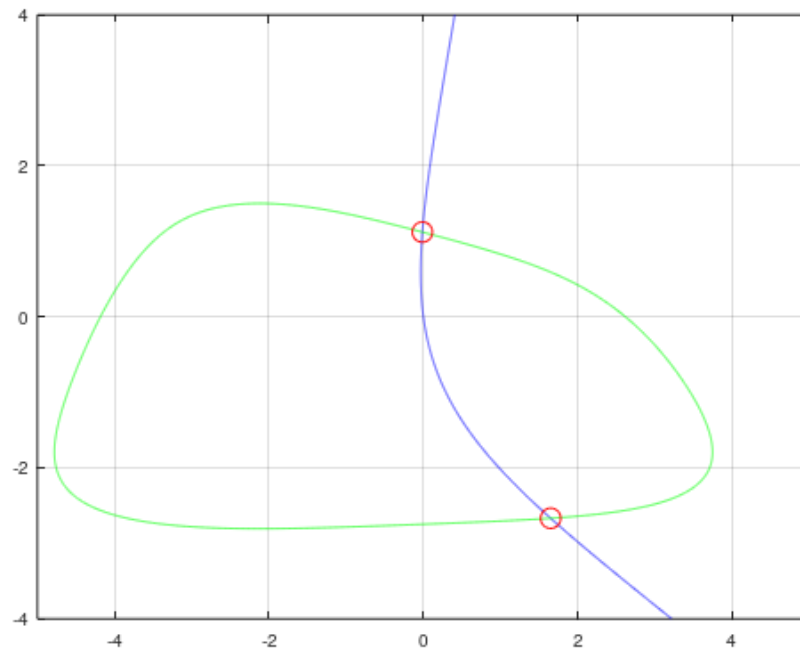


Рисунок 2. График системы

4 Листинг функций и сценариев

4.1 f.m

```
1 function y = f(x)
2     y = 7.8*x.^2-3.1*x-2.4-2.1*sin(4.7*x-3.2);
```

4.2 df.m

```
1 function y = df(x)
2     y=-(987*cos((47*x)/10-16/5)-1560*x+310)/100;
```

4.3 wg1.m

```
1 a=-0.65; b=1.1;
2 t=a:(b-a)/1000:b;
3 plot(t,f(t),'b'),grid on
```

4.4 w1.m

```
1 format long g
2 a=-0.65; b=1.1;
3 x10=-0.5; x20=1;
4 n1=5; n2=6;
5 x=x10; xx=x; yy=f(x); kk=0;
6 for k=1:n1
7     x=x-f(x)/df(x);
8     xx=[xx;x]; yy=[yy;f(x)]; kk=[kk;k];
9 end
10 res11=[kk,xx,yy]
11 x1=x;
12 x=x20; xx=x; yy=f(x); kk=0;
13 for k=1:n2
```



```

14    x=x-f(x)/df(x);
15    xx=[xx;x]; yy=[yy;f(x)]; kk=[kk;k];
16 end
17 res12=[kk,xx,yy]
18 x2=x;
19 x1, x2
20 t=a:(b-a)/1000:b;
21 plot(t,f(t),'b',x1,0,'ro',x2,0,'ro'), grid on
22 title(sprintf('x_1=%1.15g,x_2=%1.15g',x1,x2))

```

4.5 f1.m

```

1 function z = f1(x,y)
2     z = 4*exp(-0.8*y)-3*x-9*exp(0.7*x)+2*y+5;

```

4.6 f2.m

```

1 function z = f2(x,y)
2     z = 6*x.^4+7*y.^6-881+229*x+775*y;

```

4.7 ff.m

```

1 function z = ff(x,y)
2     z = zeros(2,1); z(1)=f1(x,y); z(2)=f2(x,y);

```

4.8 dff.m

```

1 function z=dff(x,y)
2     z=zeros(2,2);
3     z(1,1)=-(63*exp((7*x)/10))/10-3;
4     z(1,2)=2-(16*exp(-(4*y)/5))/5;
5     z(2,1)=24*x^3+229;
6     z(2,2)=42*y^5+775;

```

4.9 wg2.m

```
1 ax=-5,bx=4,ay=-4,by=2;
2 x=ax:(bx-ax)/1000:bx; y=ay:(by-ay)/1000:by;
3 [xx,yy]=meshgrid(x,y);
4 z=f1(xx,yy);
5 contour(x,y,z,[0,0], 'b'), grid on
6 z=f2(xx,yy);
7 hold on
8 contour(x,y,z,[0,0], 'g'), grid on
9 hold off
```

4.10 w2.m

```
1 format long g
2 ax=-5; bx=5; ay=-4; by=4;
3 x10=0; y10=1.1; n1=4;
4 x20=1.6; y20=-2.8; n2=7;
5 x=x10; y=y10;
6 xx=x; yy=y;
7 z1=f1(x,y); z2=f2(x,y); kk=0;
8 for k=1:n1
9 r=[x;y]; r=r - dff(x,y)\ff(x,y);
10 x=r(1); y=r(2);
11 xx=[xx;x]; yy=[yy;y]; kk=[kk;k];
12 z1=[z1; f1(x,y)]; z2=[z2; f2(x,y)];
13 end
14 res21=[kk, xx, yy, z1, z2]
15 x=x20; y=y20;
16 xx=x; yy=y;
17 z1=f1(x,y); z2=f2(x,y); kk=0;
```

```

18 for k=1:n2
19 r=[x;y]; r=r - dff(x,y)\ff(x,y);
20 x=r(1); y=r(2);
21 xx=[xx;x]; yy=[yy;y]; kk=[kk;k];
22 z1=[z1; f1(x,y)]; z2=[z2; f2(x,y)];
23 end
24 res22=[kk, xx, yy, z1, z2]
25 [n,m]=size(res21);
26 x21=res21(n,2), y21=res21(n,3)
27 [n,m]=size(res22);
28 x22=res22(n,2), y22=res22(n,3)
29 ax=-5; bx=5; ay=-4; by=4;
30 x=ax:(bx-ax)/1000:bx; y=ay:(by-ay)/1000:by;
31 [xx,yy]=meshgrid(x,y);
32 z=f1(xx,yy);
33 contour(x,y, z, [0,0], 'b'), grid on
34 z=f2(xx,yy);
35 hold on
36 contour(x,y, z, [0,0], 'g'), grid on
37 plot(x21,y21,'ro', x22,y22,'ro')
38 title(sprintf('x_1=%1.15g,y_1=%1.15g,x_2=%1.15g,y_2=%1.15g
',x21,y21,x22,y22))
39 hold off

```