

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ»

ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)

Кафедра Алгоритмической математики

Лабораторная работа 1

"Интерполяция"

Студент гр. 0307 _____Латин Я.М.

Преподаватель _____Солнышкин С.Н.

Санкт-Петербург

2022

Содержание

1	Цель работы	2
2	Задание	2
3	Построение интерполяционного многочлена по равноотстоящим узлам	2
3.1	Интерполяционные многочлены	2
3.2	Графики интерполяционных многочленов:	3
3.3	Графики погрешностей	4
4	Построение интерполяционного многочлена по чебышёвским узлам	5
4.1	Интерполяционные многочлены	5
4.2	Графики интерполяционных многочленов:	6
4.3	Графики погрешностей:	7
5	Графики производных	8
6	Оценка погрешностей погрешностей	9
7	Код сценариев и функции	10

1 Цель работы

Построение интерполяционного многочлена по равноотстоящим и чебышёвским узлам. Нахождение фактической и теоретической погрешности.

2 Задание

Построить интерполяционный многочлен по 2, 3, 4, 5 и 6 узлам (равноотстоящим и чебышёвским) для функции $f(x) = \frac{1000}{\sqrt{x^2-5x+60}}$, на промежутке $[a; b] = [-1; 7]$ по равноотстоящим и по чебышёвским узлам. Найти фактическую погрешность и сравнить её с теоретической оценкой.

3 Построение интерполяционного многочлена по равноотстоящим узлам

3.1 Интерполяционные многочлены

$$L_1(x) = -0.2047502048x + 14.9467649468$$

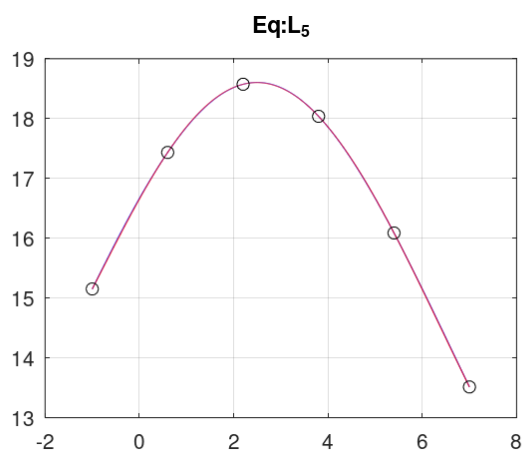
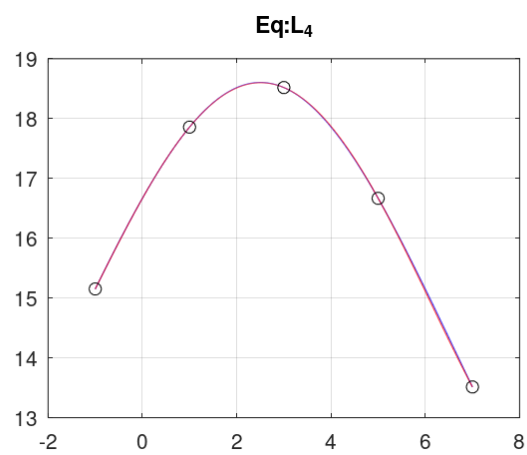
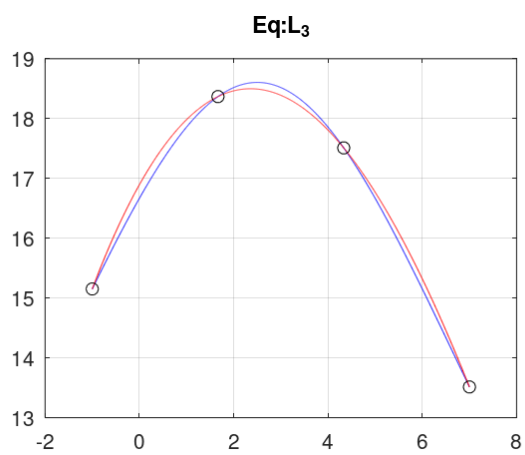
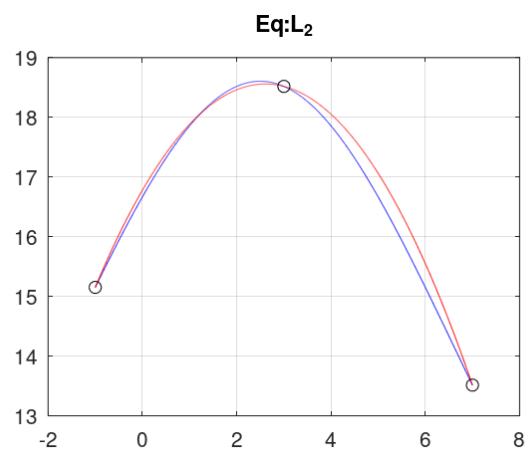
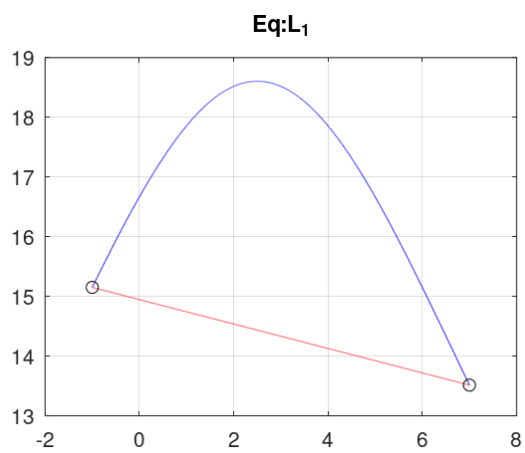
$$L_2(x) = -0.2616252616x^2 + 1.3650013650x + 16.7781417781$$

$$L_3(x) = 0.0082165104x^3 - 0.3274970826x^2 + 1.4069223421x + 16.8941510867$$

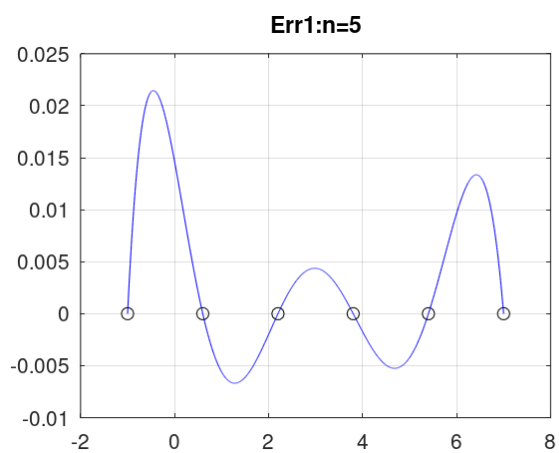
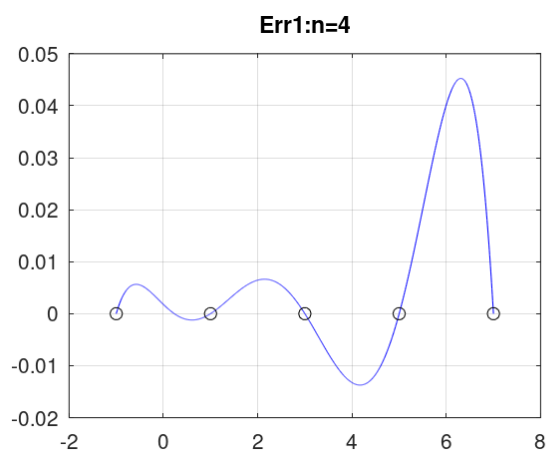
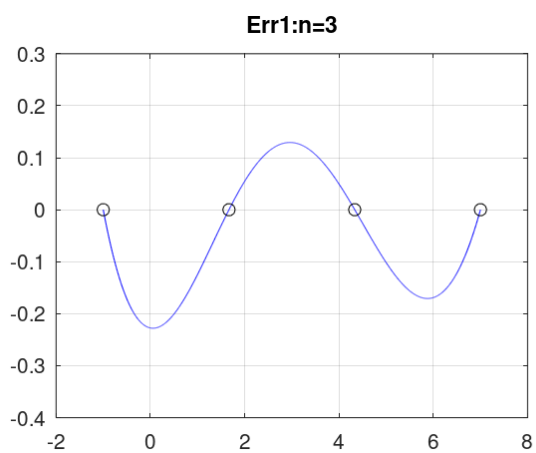
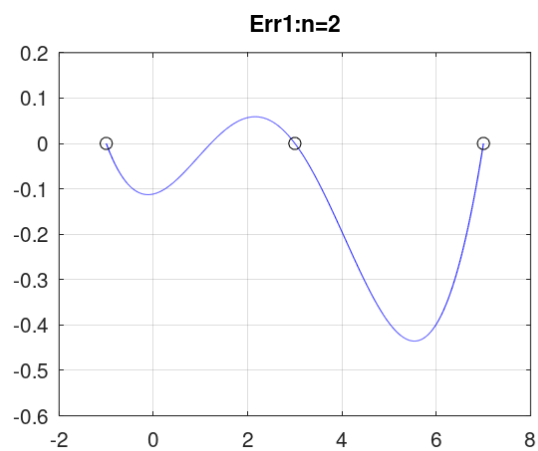
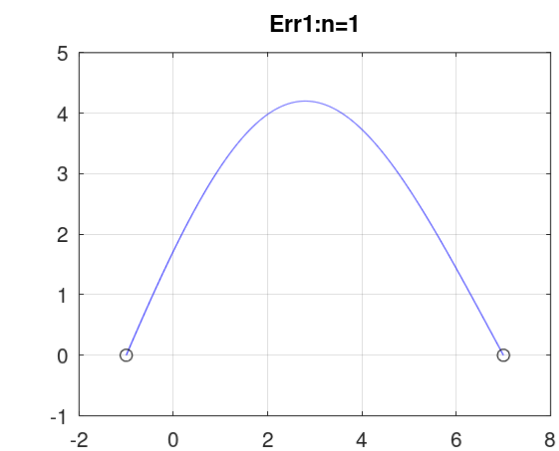
$$L_4(x) = 0.0043773481x^4 - 0.0447891072x^3 - 0.1649376649x^2 + 1.3976029601x + 16.6648893211$$

$$L_5(x) = -0.0002123162x^5 + 0.0073916032x^4 - 0.0575766822x^3 - 0.1522933884x^2 + 1.4134028413x + 16.6520307796$$

3.2 Графики интерполяционных многочленов:



3.3 Графики погрешностей



4 Построение интерполяционного многочлена по чебышёвским узлам

4.1 Интерполяционные многочлены

$$L_1(x) = -0.2606882169x + 16.9447340980$$

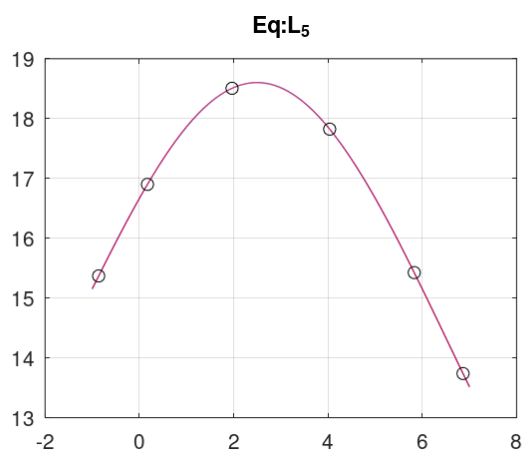
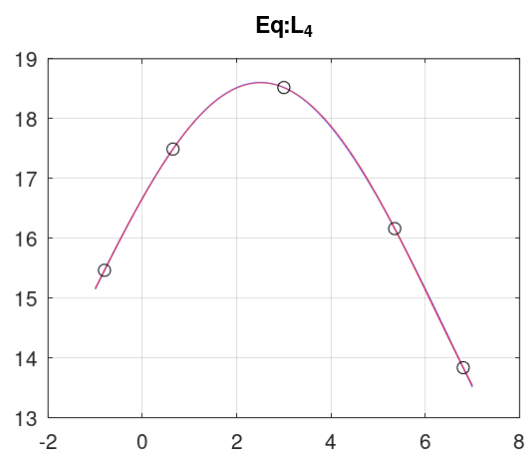
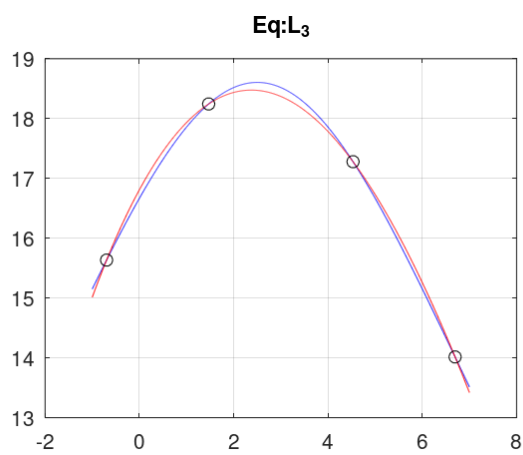
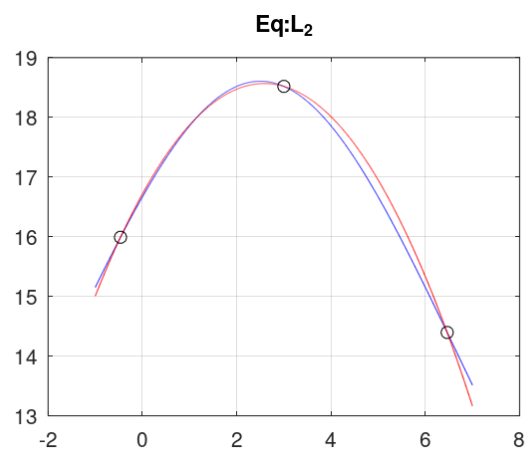
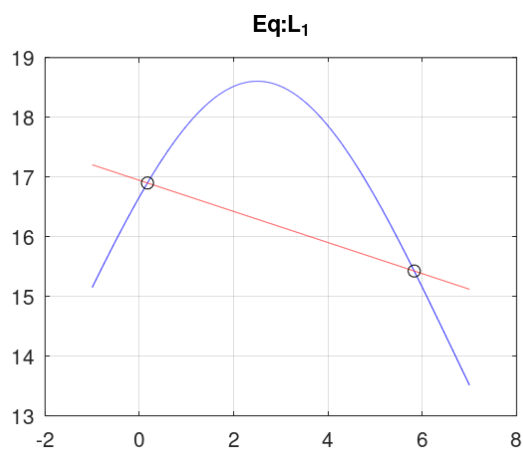
$$L_2(x) = -0.2770956960x^2 + 1.4323715981x + 16.7152649887$$

$$L_3(x) = 0.0084960616x^3 - 0.3360434158x^2 + 1.4517213711x + 16.8095616750$$

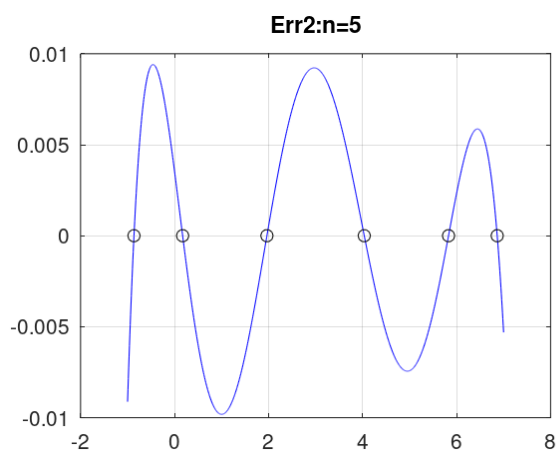
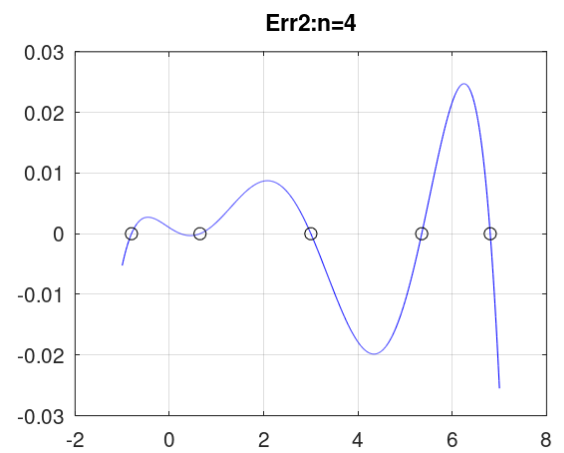
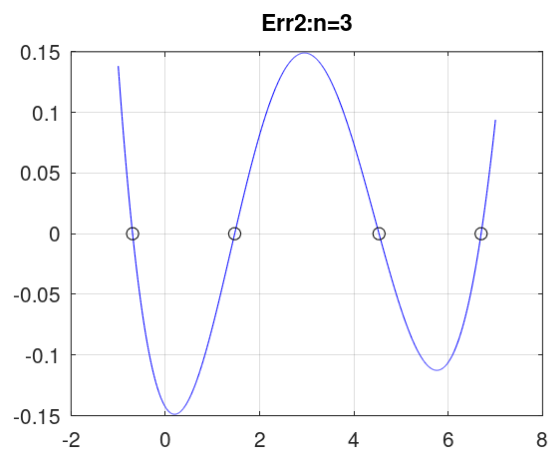
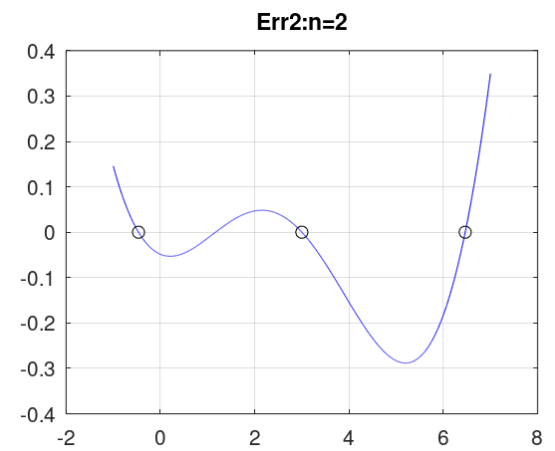
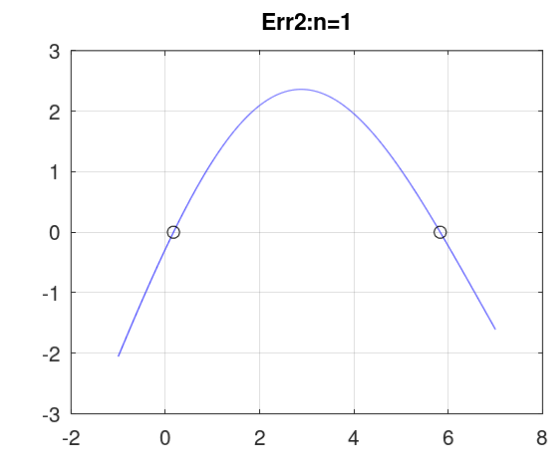
$$L_4(x) = 0.0043618026x^4 - 0.0446617233x^3 - 0.1640351345x^2 + 1.3939066976x + 16.6656751544$$

$$L_5(x) = -0.0002041496x^5 + 0.0071536259x^4 - 0.0556377472x^3 - 0.1564960714x^2 + 1.4090036379x + 16.6631419171$$

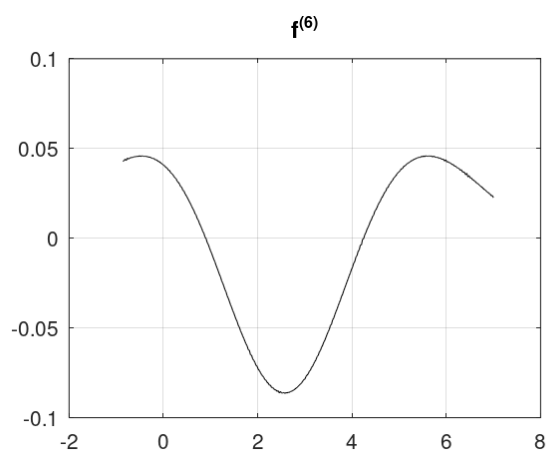
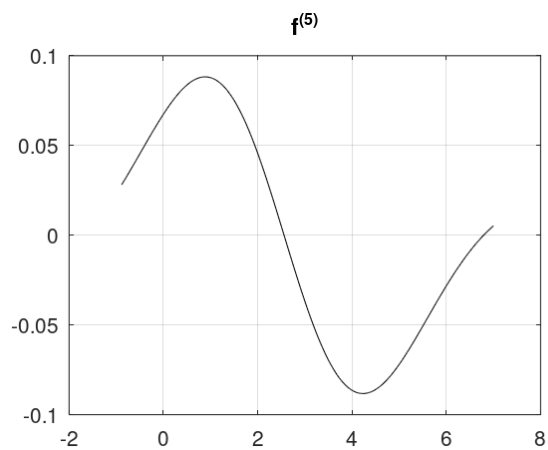
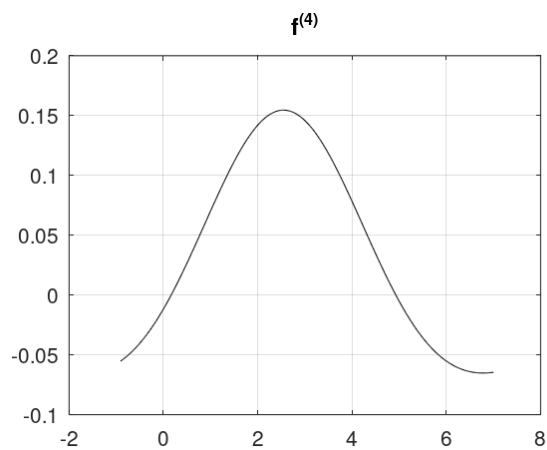
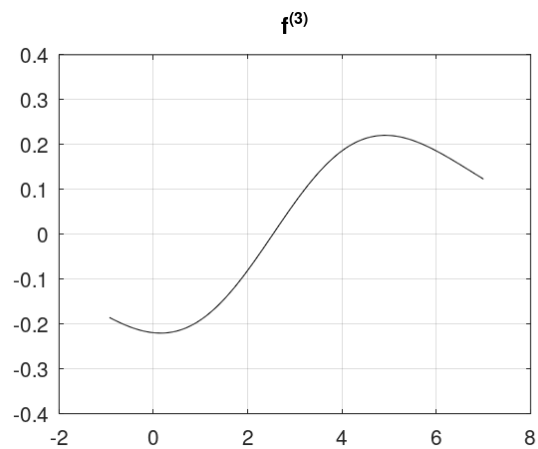
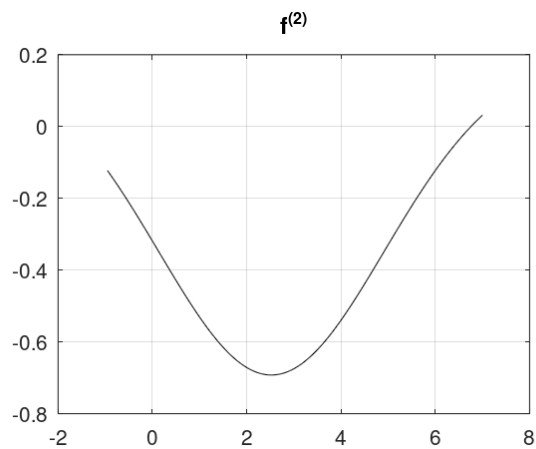
4.2 Графики интерполяционных многочленов:



4.3 Графики погрешностей:



5 Графики производных



6 Оценка погрешностей

Таблица 1. Равноотстоящие узлы

n	1	2	3	4	5
$(n + 1)!$	2	6	24	120	720
$\max \omega_{n+1} $	16	24.634	50.568	116.21	283.55
$\max f^{(n+1)} $	0.69226	0.22041	0.15454	0.088228	0.086487
$R_{\text{факт}}$	4.2001	0.43542	0.22798	0.04526	0.021455
$R_{\text{теор}}$	5.53808	0.90493	0.325616	0.0854415	0.0340603

Таблица 2. Чебышёвские узлы

n	1	2	3	4	5
$(n + 1)!$	2	6	24	120	720
$\max \omega_{n+1} $	8	16	32	64	128
$\max f^{(n+1)} $	0.69226	0.22041	0.15454	0.088228	0.086487
$R_{\text{факт}}$	2.3609	0.34934	0.14899	0.025504	0.0098184
$R_{\text{теор}}$	2.76904	0.58776	0.206053	0.0470549	0.0153755

7 Код сценариев и функции

W1.m

```
1 disp('Equidstation')
2 a=-1;b=7;
3 t=a:(b-a)/1000:b;
4 err1=[];
5 format long g
6 for n=1:5
7     x=a:(b-a)/n:b;
8     p=polyfit(x,f(x),n)
9     y=polyval(p,t);
10    err1=[err1,max(abs(f(t)-y))];
11    plot(t,f(t),'b',t,y,'r',x,f(x),'ko')
12    title(sprintf('Eq:L_%d',n))
13    grid on
14    pause
15    plot(t,f(t)-y,'b',x,x*0,'ko')
16    title(sprintf('Err1:n=%d',n))
17    grid on
18    pause
19 end
20 format short g
21 err1
```

W2.m

```
1 disp('Tchebychev')
2 a=-1;b=7;
3 t=a:(b-a)/1000:b;
4 err2=[];
5 format long g
6 for n=1:5
7     k=0:n;
8     z=cos((pi+2*pi*k)/(2*n+2));
9     x=(a+b)/2-z*(b-a)/2;
10    p=polyfit(x,f(x),n)
11    y=polyval(p,t);
12    err2=[err2,max(abs(f(t)-y))];
13    plot(t,f(t),'b',t,y,'r',x,f(x),'ko')
14    title(sprintf('Eq:L_%d',n))
15    grid on
16    pause
17    plot(t,f(t)-y,'b',x,x*0,'ko')
18    title(sprintf('Err2:n=%d',n))
19    grid on
20    pause
21 end
22 format short g
23 err2
```

f.m

```
1 function retval = f (input1)
2   retval=1000./(input1.^2-5*input1+60);
3 endfunction
```

Der.m

```
1 a=-1;b=7;
2 t=a:(b-a)/340:b;
3 h=t(2)-t(1);
4 df=f(t);
5 df=diff(df)/h;
6 t(1)=[];
7 mder=[];
8 for n=1:5
9     n+1
10    df=diff(df)/h;
11    t(1)=[];
12    mder=[mder,max(abs(df))];
13    plot(t,df,'k')
14    title(sprintf('f^{(%d)}',n+1))
15    grid on
16    pause
17 end
18 format short g
19 mder
```

Om1.m

```
1 a=-1;
2 b=7;
3 t=a:(b-a)/1000:b;
4 mom1=[];
5 for n=1:5
6     n+1
7     x=a:(b-a)/n:b;
8     p=poly(x);
9     y=polyval(p,t);
10    mom1 = [mom1, max(abs(y))];
11    plot(t,y,'b',x,x*0,'ko')
12    title(sprintf('Omega1: n = %d',n))
13    grid on
14    print('-deps',sprintf('GO1%d',n+1))
15    pause
16 end
17 format short g
18 mom1
```

Om2.m

```
1 a=-1;
2 b=7;
3 t=a:(b-a)/1000:b;
4 mom1=[];
```

```

5  for n=1:5
6      n+1
7      x=a:(b-a)/n:b;
8      p=poly(x);
9      y=polyval(p,t);
10     mom1 = [mom1, max(abs(y))];
11     plot(t,y,'b',x,x*0,'ko')
12     title(sprintf('Omega1: n = %d',n))
13     grid on
14     print('-deps',sprintf('GOI%d',n+1))
15     pause
16 end
17 format short g
18 mom1

```