

## CONTROLE DE ÂNGULO DE AZIMUTE DE ANTENA DE RASTREAMENTO

Neste trabalho você deverá modelar, analisar e projetar um sistema de controle para uma antena direcional usada no rastreamento de alvos aéreos móveis. O trabalho incluirá simulações na ferramenta Matlab ou similar (Scilab, Octave, etc.).

A Figura 1 a seguir mostra a ideia básica do projeto. O objetivo é controlar, por meio do giro de um potenciômetro, o ângulo de azimuth da antena de rastreamento.

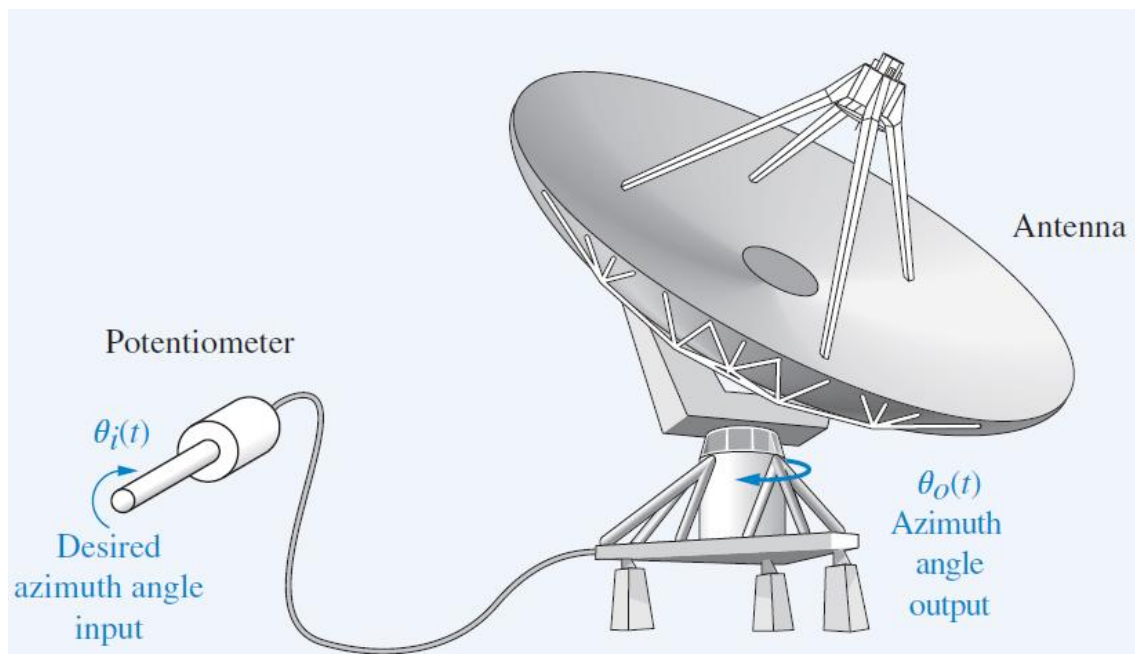


Figura 1 – Ideia básica do sistema de controle de antena de rastreamento.

Em um projeto real, seriam controlados simultaneamente os ângulos de azimuth e de elevação, mas neste trabalho de avaliação controlaremos somente o ângulo de azimuth.

A antena deve seguir a direção determinada pelo potenciômetro, dentro dos parâmetros de desempenho dinâmico de regime transitório e de regime estacionário especificados no projeto.

A Figura 2 a seguir ilustra a ideia com um pouco mais de detalhamento. O sinal de tensão gerado pelo potenciômetro será amplificado por um amplificador de potência, cuja saída estará conectada à armadura de um motor DC, que por sua vez movimentará a antena através de um sistema de engrenagens.

O sensor de posição angular acoplado à antena consiste em um potenciômetro idêntico ao utilizado na entrada do sistema. Enquanto o potenciômetro de entrada converte o ângulo de referência em um sinal de tensão, o potenciômetro inserido na malha de realimentação serve como sensor de posição, convertendo o ângulo de azimuth da antena em um sinal de tensão a ser subtraído do sinal de referência, resultando no sinal de erro.

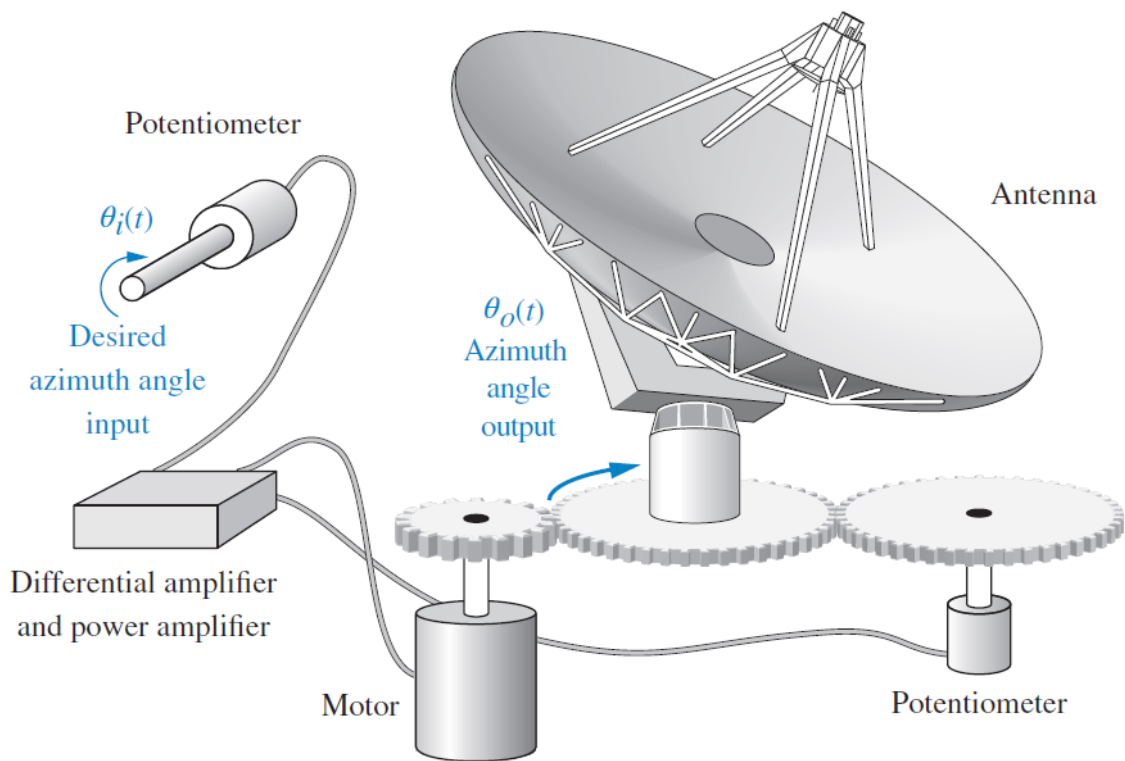


Figura 2 – O sistema de controle um pouco mais detalhado.

Na implementação final do sistema, em lugar do potenciômetro de entrada, o sinal de referência será fornecido por um outro sistema, responsável por detectar a posição do alvo e informar ao nosso sistema de controle o ângulo para o qual a antena deve apontar, atualizando-a continuamente, em tempo real. Neste trabalho, entretanto, consideraremos o sinal de entrada fornecido pelo potenciômetro.

A Figura 3 a seguir mostra o diagrama de blocos conceitual do sistema, composto por:

- Transdutor de entrada (potenciômetro que gera o sinal de entrada)
- Controlador (amplificador de potência)
- Planta (motor, carga e engrenagens)
- Transdutor de Saída (potenciômetro que mede a posição angular da antena)

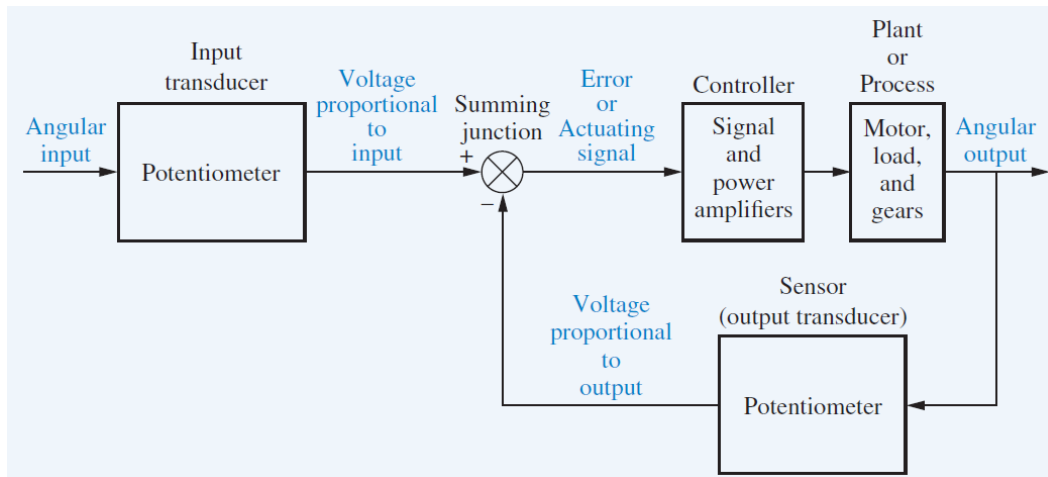


Figura 3 – Diagrama de blocos conceitual do sistema.

A Figura 4 a seguir ilustra as características físicas dos componentes do sistema, enquanto que a Figura 5 e a Figura 6 mostram os diagramas de blocos correspondentes ao sistema em malha aberta e em malha fechada, respectivamente.

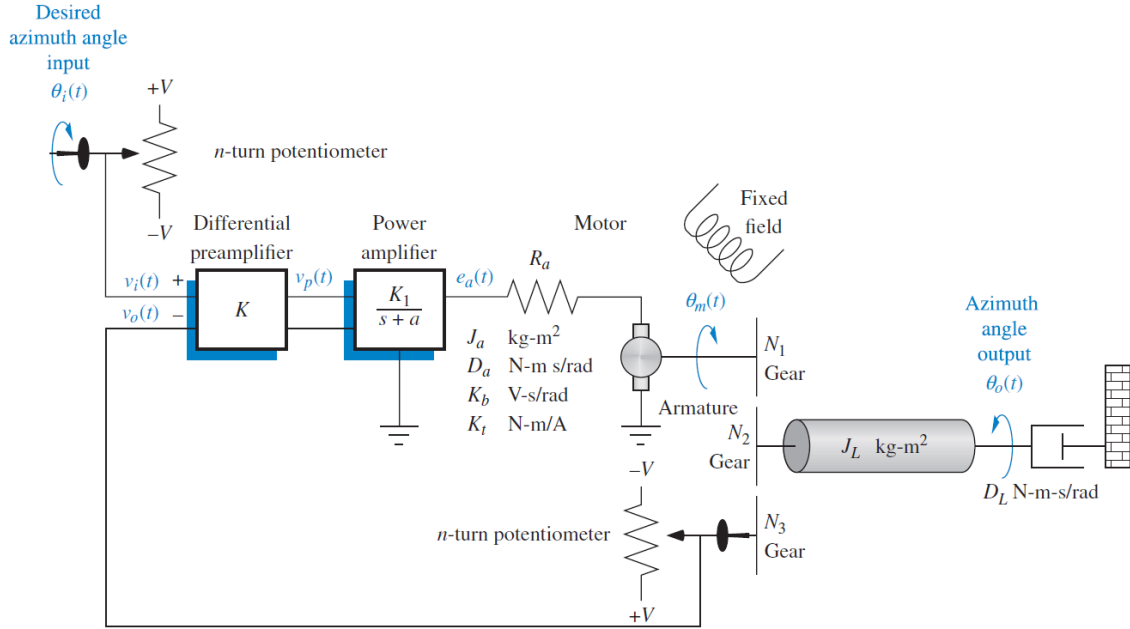


Figura 4 – Características físicas dos componentes do sistema.

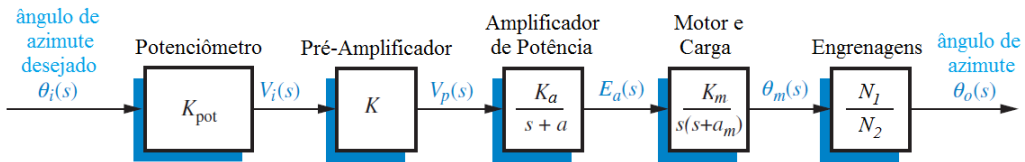


Figura 5 – Diagrama de blocos do sistema em malha aberta.

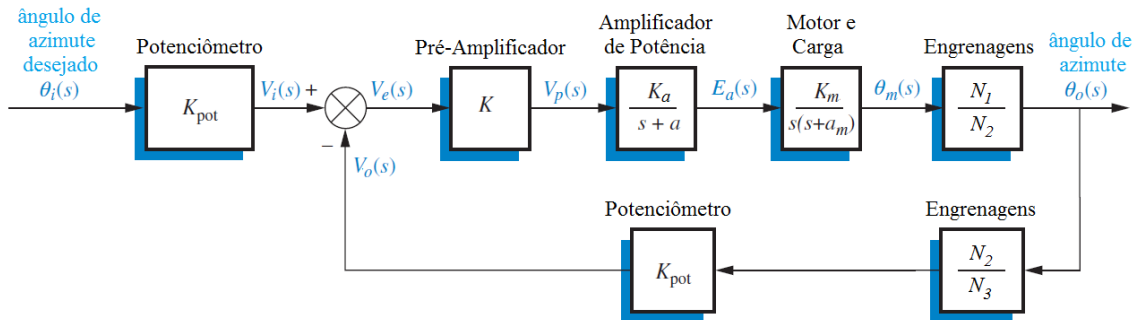


Figura 6 – Diagrama de blocos do sistema em malha fechada.

### ***Modelagem do Transdutor de Entrada***

O transdutor de entrada é um potenciômetro de  $n$  voltas, conectado entre as tensões  $+V$  e  $-V$ .

Portanto, cada volta do potenciômetro corresponderá a um incremento de tensão de  $2V/n$  e, consequentemente, a relação entre o deslocamento angular  $\theta_i(t)$ , em rad/s, aplicado ao potenciômetro e o sinal elétrico de referência  $v_i(t)$ , em Volt, aplicado à entrada positiva do amplificador diferencial, será dada por:

$$v_i(t) = \frac{V}{n\pi} \theta_i(t)$$

Assim, a função de transferência do transdutor de entrada será:

$$\frac{V_i(s)}{\theta_i(s)} = \frac{V}{n\pi} = K_{pot}$$

### ***Modelagem do Transdutor de Saída***

O transdutor de saída é um potenciômetro de  $n$  voltas, idêntico ao transdutor de entrada, também conectado entre as tensões  $+V$  e  $-V$ , acoplado mecanicamente à antena por meio de engrenagens, com  $N_2$  dentes no eixo de giro da antena e  $N_3$  dentes no eixo de giro do potenciômetro.

Portanto, sua função de transferência será:

$$\frac{V_o(s)}{\theta_o(s)} = \frac{V}{n\pi} \frac{N_2}{N_3} = K_{pot} \frac{N_2}{N_3}$$

### ***Modelagem do Pré-Amplificador Diferencial***

O pré-amplificador diferencial gera uma saída de tensão  $v_p(t)$  proporcional à diferença entre tensão de entrada  $v_i(t)$  e a tensão de saída  $v_o(t)$ , ou seja,

$$v_p(t) = K(v_i(t) - v_o(t))$$

Este sinal elétrico corresponde ao erro entre o deslocamento angular desejado e o deslocamento angular medido na antena.

Por ser muito mais rápida que a dinâmica do amplificador de potência e das partes mecânicas do sistema, a dinâmica do pré-amplificador pode ser ignorada (presumir variação instantânea da saída com a entrada). Será também pressuposto que não ocorrerá saturação.

Portanto, a função de transferência do pré-amplificador diferencial será:

$$V_p(s) = K(V_i(s) - V_o(s))$$

### ***Modelagem do Amplificador de Potência***

O amplificador de potência será representado por um sistema de primeira ordem com ganho unitário e um polo em 100 rad/s, sem ocorrência de saturação:

$$\frac{E_a(s)}{V_p(s)} = \frac{K_a}{s + a}$$

### Modelagem do Motor e da Carga

Desprezando-se a indutância de armadura  $L_a$ , a função de transferência que relaciona a posição angular do motor  $\theta_m(s)$  à tensão na armadura  $E_a(s)$  é dada por

$$\frac{\theta_m(s)}{E_a(s)} = \frac{\frac{K_t}{R_a J_m}}{s \left( s + \frac{1}{J_m} \left( D_m + \frac{K_t K_b}{R_a} \right) \right)} = \frac{K_m}{s(s + a_m)}$$

onde

$R_a$  = resistência de armadura ( $\Omega$ )

$K_b$  = constante de força contraeletromotriz ( $V.s/rad$ )

$K_t$  = constante de torque de motor ( $N.m/A$ )

$J_m$  = inércia rotacional equivalente na armadura ( $kg.m^2/rad$ )

$D_m$  = atrito viscoso equivalente na armadura ( $kg.m^2/(rad.s)$ )

A inércia equivalente na armadura ( $J_m$ ) é dada pela soma da inércia da armadura ( $J_a$ ) com a inércia da carga ( $J_L$ ) refletida através da engrenagem:

$$J_m = J_a + \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2 J_L$$

onde

$J_a$  = inércia rotacional da armadura ( $kg.m^2/rad$ )

$J_L$  = inércia rotacional da carga ( $kg.m^2/rad$ )

$n_1$  = número de dentes da engrenagem do eixo do motor

$n_2$  = número de dentes da engrenagem do eixo da antena

Da mesma forma, o atrito viscoso equivalente ( $D_m$ ) é dado pela soma do atrito viscoso da armadura ( $D_a$ ) com o atrito viscoso da carga ( $D_L$ ) refletida através da engrenagem:

$$D_m = D_a + \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2 D_L$$

onde

$D_a$  = atrito viscoso da armadura ( $kg.m^2/(rad.s)$ )

$D_L$  = atrito viscoso da carga ( $kg.m^2/(rad.s)$ )

Finalmente, a função de transferência que relaciona o deslocamento angular da antena ao deslocamento angular do motor será dada pela razão entre as quantidades de dentes na engrenagem do eixo de origem e na engrenagem do eixo de destino:

$$\frac{\theta_o(s)}{\theta_m(s)} = \frac{n_1}{n_2} = K_g$$

### Valores dos Parâmetros do Modelo

A tabela a seguir define os valores dos parâmetros a serem utilizados no trabalho de cada aluno.

Os valores de alguns parâmetros são diferenciados para conforme os 3 últimos dígitos do DRE:

$d_1$  = último dígito do seu DRE

$d_2$  = penúltimo dígito do seu DRE

$d_3$  = antepenúltimo dígito do seu DRE

Tabela 1 – Valores dos parâmetros a serem utilizados no projeto

Parâmetro	Descrição	Unidade	Valor
$V$	Tensão simétrica nos potenciômetros	V	10
$n$	Número de voltas dos potenciômetros	-	10
$K$	Ganho do pré-amplificador diferencial	-	ajustável
$K_a$	Ganho do amplificador de potência	-	150
$a$	Frequência de corte do amplificador de potência	rad/s	150
$R_a$	Resistência da armadura do motor	$\Omega$	$4 + d_1$
$J_a$	Inércia rotacional da armadura do motor	$kg.m^2/rad$	0.02
$D_a$	Atrito viscoso no giro da armadura do motor	$kg.m^2/(rad.s)$	0.01
$K_b$	Constante de força contraeletromotriz do motor	V.s/rad	0.5
$K_t$	Constante de torque do motor	N.m/A	0.5
$N_1$	Número de dentes na engrenagem do eixo do motor	-	25
$N_2$	Número de dentes na engrenagem do eixo da antena	-	250
$N_3$	Número de dentes na engrenagem do potenciômetro	-	250
$J_L$	Inércia rotacional da carga (antena)	$kg.m^2/rad$	$1 + d_2$
$D_L$	Atrito viscoso no giro da carga (antena)	$kg.m^2/(rad.s)$	$1 + d_3$

$d_1$  = último dígito do seu DRE

$d_2$  = penúltimo dígito do seu DRE

$d_3$  = antepenúltimo dígito do seu DRE

## ATIVIDADES

### Parte 1 – Análise do Sistema em Malha Aberta

Nesta etapa, considere o sistema de controle em malha **aberta**, como ilustrado na Figura 5.

1. Determine a função de transferência  $\theta_o(s)/\theta_i(s)$  de malha aberta
  - a) em forma analítica, em função dos parâmetros listados na Tabela 1;
  - b) em forma numérica, substituindo os parâmetros por seus respectivos valores.
2. Determine os valores dos polos da função de transferência  $\theta_o(s)/\theta_i(s)$  de malha aberta, em rad/s.
3. Determine como o ângulo da antena  $\theta_o(t)$  se desloca quando o ângulo do potenciômetro de entrada  $\theta_i(t)$  é deslocado subitamente de 1 rad. Ou seja, calcule a resposta ao degrau unitário do sistema em malha aberta.
4. Utilizando uma ferramenta de simulação (Matlab, Scilab, Octave ou similar), plote a resposta ao degrau unitário da função de transferência de malha aberta  $\theta_o(s)/\theta_i(s)$ . Revise e corrija seus cálculos no item anterior, caso encontre divergências.

### Parte 2 – Análise do Sistema em Malha Fechada

Nesta etapa, considere o sistema de controle em malha **fechada**, como ilustrado na Figura 6.

5. Determine a função de transferência  $\theta_o(s)/\theta_i(s)$  de malha fechada
  - a) em forma analítica, em função dos parâmetros listados na Tabela 1;
  - b) em forma numérica, substituindo os parâmetros por seus respectivos valores.
6. Esboce o lugar das raízes do sistema em malha fechada, especificando
  - a) os trechos do eixo real que pertencem ao lugar das raízes;
  - b) o número de trajetórias que divergem para o infinito;
  - c) os ângulos das assíntotas das trajetórias divergentes;
  - d) o ponto de encontro das assíntotas das trajetórias divergentes;
  - e) os pontos de partida e os pontos de chegada das trajetórias no eixo real, juntamente com os respectivos valores do parâmetro  $K$ ;
  - f) os pontos em que as trajetórias interceptam o eixo imaginário, juntamente com os respectivos valores do parâmetro  $K$ .
7. Utilizando uma ferramenta de simulação (Matlab, Scilab, Octave ou similar), plote o lugar das raízes do sistema em malha fechada. Revise e corrija seus cálculos no item anterior, caso encontre divergências.

### Parte 3 – Projeto do Sistema de Controle

Nesta etapa, considere o sistema de controle em malha **fechada**, como ilustrado na Figura 6.

8. Ajuste o ganho  $K$  do pré-amplificador diferencial de modo a obter o menor tempo de assentamento possível sem que ocorra *overshoot*.

O valor de  $K$  definido neste item será utilizado em todos os itens posteriores.

9. Estime o tempo de assentamento obtido com o ajuste de  $K$  obtido no item anterior, para uma tolerância de  $\pm 2\%$  em torno do *set point*.
10. Para o ajuste de  $K$  obtido no item 7, calcule o erro estacionário para a entrada degrau.
11. Utilizando uma ferramenta de simulação (Matlab, Scilab, Octave ou similar), plote a resposta ao degrau para o sistema em malha fechada e verifique:
  - a) o tempo de assentamento para  $\pm 2\%$ ;
  - b) o erro estacionário (diferença em relação ao set point quando  $t \rightarrow \infty$ ).
 Compare os valores obtidos na simulação com os valores estimados nos itens 9 e 10. Revise e corrija seus cálculos nesses itens caso haja divergências. O tempo de assentamento obtido na simulação poderá ser um pouco maior que o estimado no item 9. Por que?
12. Calcule o erro estacionário para a entrada rampa.
13. Utilizando uma ferramenta de simulação (Matlab, Scilab, Octave ou similar), plote o erro  $\theta_o(t) - \theta_i(t)$  para a entrada rampa e verifique seu valor estacionário (diferença em relação ao set point quando  $t \rightarrow \infty$ ).
14. Projete um compensador *Lead-Lag*, a ser inserido entre o pré-amplificador diferencial e o amplificador de potência, que garanta um tempo de assentamento 10 vezes menor que o encontrado no item 9, com erro estacionário máximo de 0,1% do valor de referência para entrada rampa.
15. Utilizando uma ferramenta de simulação (Matlab, Scilab, Octave ou similar),
  - a) plote o erro  $\theta_o(t) - \theta_i(t)$  para a entrada rampa no sistema em malha fechada com o compensador *Lead-Lag* que você projetou no item anterior e verifique se o erro estacionário desejado foi atingido.
  - b) plote a resposta ao degrau para o sistema em malha fechada com o compensador *Lead-Lag* que você projetou no item anterior e verifique se o tempo de assentamento desejado foi atingido.
 Revise seu projeto no item anterior caso algum dos requisitos não tenha sido atingido.
16. Projete um compensador PID que substitua o compensador *Lead-Lag* projetado no item 14 garantindo o mesmo tempo de assentamento (10 vezes menor que o encontrado no item 9) com erro estacionário nulo para entrada rampa.
17. Utilizando uma ferramenta de simulação (Matlab, Scilab, Octave ou similar),
  - a) plote o erro  $\theta_o(t) - \theta_i(t)$  para a entrada rampa no sistema em malha fechada com o compensador PID que você projetou no item anterior e verifique se o erro estacionário desejado foi atingido.
  - b) plote a resposta ao degrau para o sistema em malha fechada com o compensador PID que você projetou no item anterior e verifique se o tempo de assentamento desejado foi atingido.
 Revise seu projeto no item anterior caso algum dos requisitos não tenha sido atingido.

Entrega pelo e-mail [heraldo@poli.ufrj.br](mailto:heraldo@poli.ufrj.br) até 13/DEZ/2025 23:59.

FIM