

## Progetto Delaunay

Dato un set di punti  $P \in \mathbb{R}^2$  trovare la triangolazione che rispetti l'ipotesi di Delaunay, ovvero tale che nessun punto appartenente a  $P$  sia interno al circumcerchio di un triangolo della triangolazione.

### Algoritmo

Dato il set di punti  $P$ :

- estrarre tre punti non collineari e creare il primo triangolo:
  - estrarre i tre punti in modo che sia massima l'area del triangolo creato. Questo per massimizzare la probabilità che gli altri punti cadano all'interno del triangolo creato;
- per ogni nuovo punto  $Q$ :
  - se  $Q$  è interno alla triangolazione:
    - \* localizzare il triangolo  $T$  contenente  $Q$ ;
    - \* unire il punto  $Q$  con i vertici del triangolo  $T$  per creare una sottotriangolazione;
  - se  $Q$  è esterno alla triangolazione:
    - \* unire  $Q$  con tutti i vertici della triangolazione, trascurando tutti i segmenti che abbiano intersezione con i segmenti della triangolazione;
  - verificare l'ipotesi di Delaunay sulla nuova triangolazione creata. Tale ipotesi risulta verificata se, dati due triangoli adiacenti  $ABC$  e  $BDC$ , gli angoli opposti al lato di adiacenza  $BC$  sommano meno di  $180^\circ$ . Se questo non accade, eliminando il lato  $BC$  e aggiungendo il nuovo lato  $AD$ , si producono due nuovi triangoli  $ADC$  e  $ABD$  che soddisfano l'ipotesi di Delaunay (operazione di “flip”);

### Suggerimenti

- Per ogni triangolo creato è opportuno ordinare i suoi vertici in senso antiorario;
- Durante la creazione della mesh triangolare servirà tenere traccia della adiacenza dei triangoli per potere verificare l'ipotesi di Delaunay;
- Per ricercare i tre punti iniziali che massimizzano l'area occorre utilizzare una struttura dati scelta tra quelle viste durante l'anno, che permetta la ricerca degli elementi in maniera efficiente;
- Durante la creazione della triangolazione, potrebbe essere utile tenere traccia se un punto è interno o di bordo della triangolazione, per migliorare l'efficienza del caso in cui  $Q$  sia esterno alla triangolazione;
- Per escludere in modo rapido se un punto è interno ad un triangolo si può prima verificare se tale punto risulta essere esterno al quadrato o al cerchio che circoscrive quel triangolo.
- Un metodo per identificare se un punto  $D$  cade all'interno della circonferenza circoscritta ad un triangolo  $T_{ABC}$  è quello di valutare se:

Tale metodo richiede che i vertici siano ordinati in senso antiorario.

Per altri suggerimenti è possibile consultare la pagina: [https://en.wikipedia.org/wiki/Delaunay\\_triangulation](https://en.wikipedia.org/wiki/Delaunay_triangulation)