

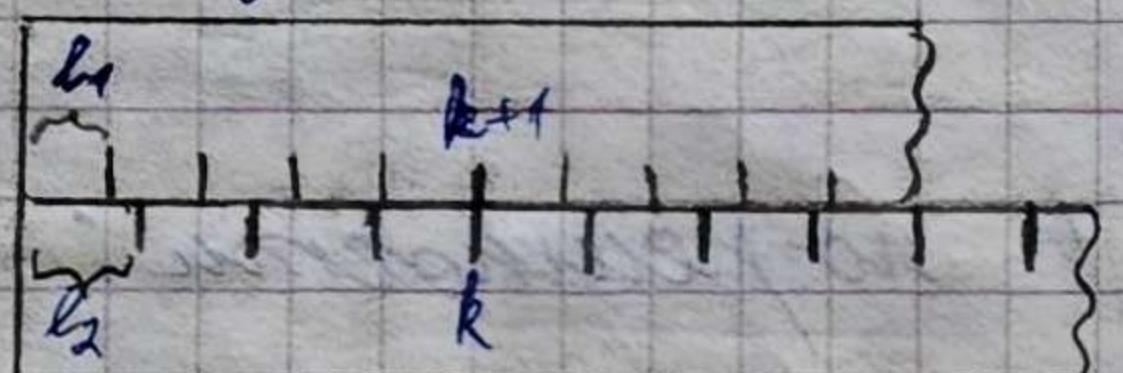
Лабораторная работа №2-3

Цель работы: научиться с максимальной точностью измерять линейные размеры и объемы твердых тел, определять веса небольших тел и вычитывать погрешность измерений.

Оборудование: технические весы, разновес, линейка, штангенциркуль, микрометр, мерный стакан, тонкая проволока, химический стакан, специальный стакан для гидростатического взвешивания, набор тел, подлежащих измерению, аналитические весы.

Теория.

Конус — 2 линейки сложенные вместе.



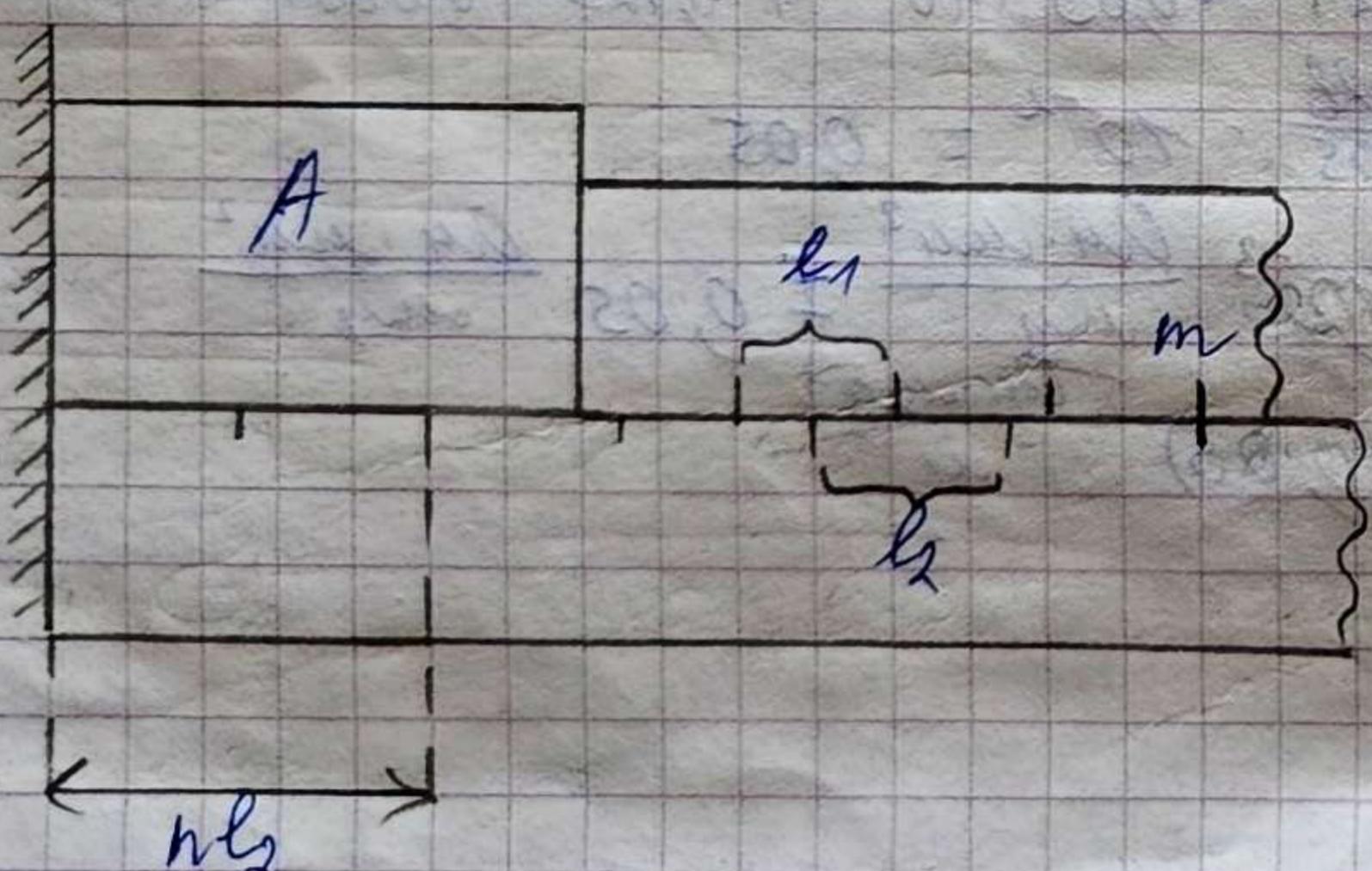
Пусть цена деления первой линейки равна l_1 , а второй — l_2 .

Линейки образуют конус, если найдется такое число k при котором $kl_2 = (k+1)l_1$.

$$\text{Момент конуса: } G = l_2 - l_1 = \frac{l_1}{k} = \frac{l_2}{k+1}$$

Измерение длины А:

$$L = nl_2 + mG$$



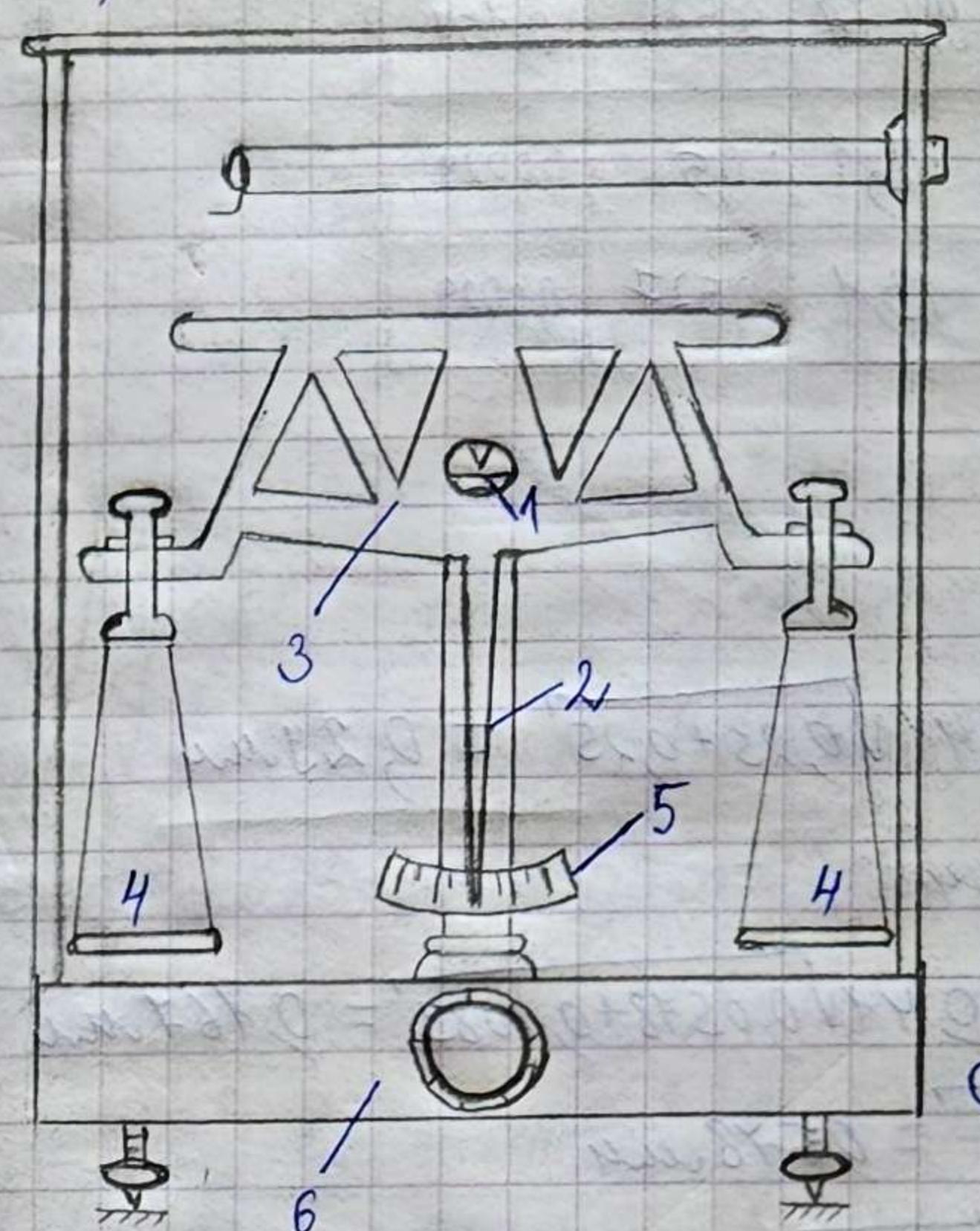
Определение размеров и объемов твердых тел правильной формы.

1) вычислить момент конуса и погрешность микрометра (цену деления)

2) измерить 3-4 тела по 5-10 измерений весом длину конусов.

3) измерить объем с помощью мерного стакана (точность измерений можно проверить с помощью двух стаканов);

- 1) подушка
- 2) стрека
- 3) коромысло
- 4) гаша
- 5) шкала
- 6) подставка



$$n_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{n_1 + n_3}{2} + n_2 \right) — \text{точка равновесия}$$

$$G = \frac{n}{\mu} — \text{чувствительность весов}$$

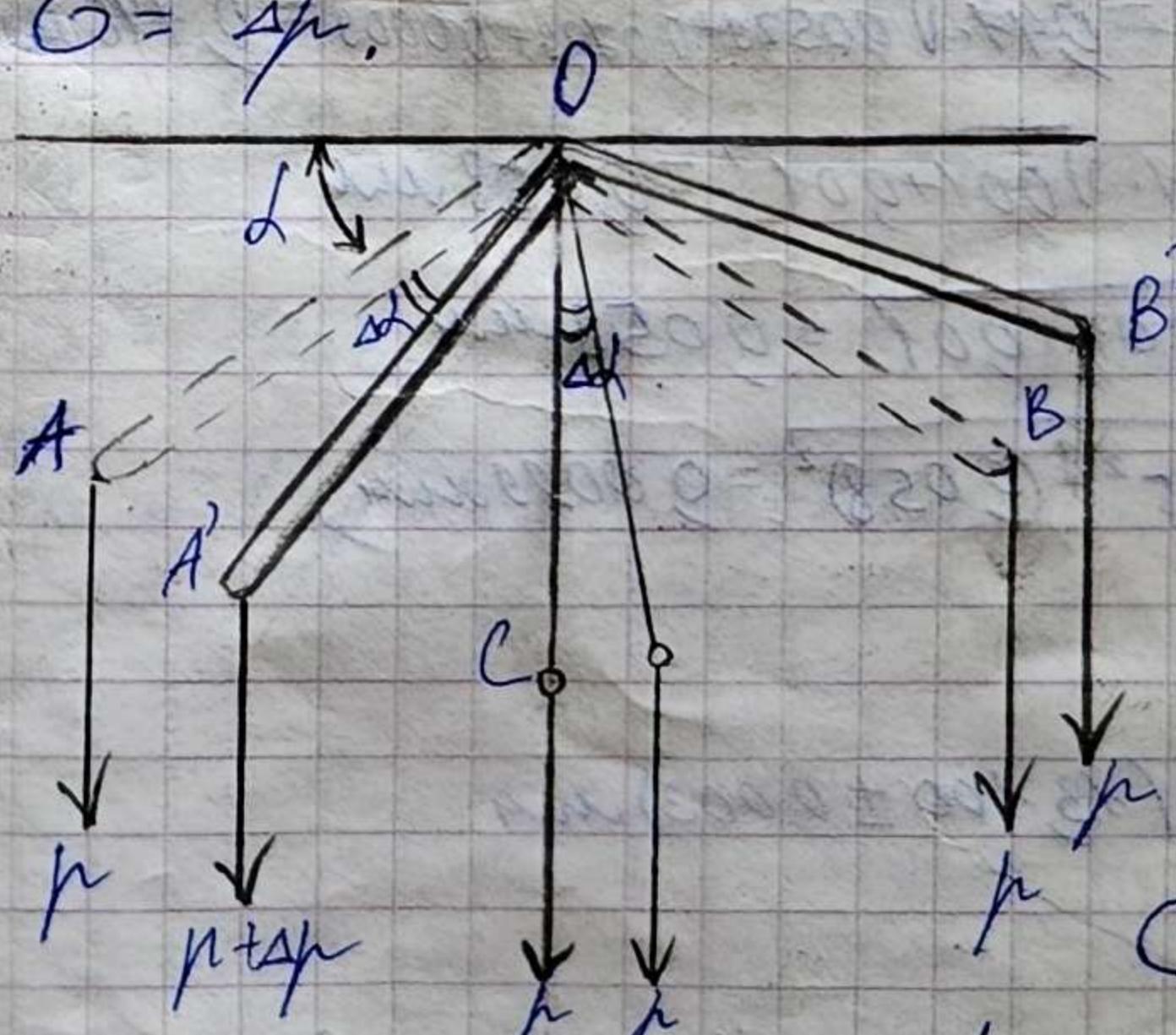
4) измерить вес;

5) измерить твердое тело;

6) сравнивать точность.

Чувствительность весов называется отношение угла отклонения стреки α к величине перегрузки на гаше весов.

$$G = \frac{\alpha d}{\mu h}$$



$$AO = L, L — \text{длина плеча коромысла}$$

$$OC = l$$

p — вес, Δp — перегрузка коромысла

$$(p + \Delta p)L \cos(\alpha + \delta\alpha) = pL \sin\alpha + pL \cos(\alpha - \delta\alpha)$$

$$\tan\alpha = \frac{pL \cos\alpha}{L(p + \Delta p) \sin\alpha + \Delta p}$$

$$G = L(p + \Delta p) \sin\alpha + \Delta p$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow G = \frac{L}{\mu h} = \text{const}$$

Метод взвешивания:

- 1) метод зваженої взвешиванії;
- 2) метод постійної навантажки;
- 3) метод марування;

	измерение			среднее значение			нормальность			красное дерево		
	линейка	штампенциркуль	линейка	штамп	линейка	штамп	линейка	штамп	линейка	штамп	линейка	штамп
$a_{\text{ли}}$	100	99	99,5	100	99,5	99,8	99,5	99,77	0,578	0,154		
$b_{\text{ли}}$	18	18	18	18,1	18	18,2	18	18,1	0,5	0,0029		
$c_{\text{ли}}$	13	12,5	13	13,2	13	13,1	12,83	13,1	0,527	0,0029		

$$\text{Вычисление: } \bar{x}_{\text{ср}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\text{I. Линейка } \bar{x}_{\text{ли}} = 0,5 \text{ мм}$$

$$\bar{x}_a = \sqrt{\frac{1}{6} [(100-99,5)^2 + (99-99,5)^2 + (99,5-99,5)^2]} = 0,41 \sqrt{0,25+0,25} = 0,29 \text{ мм}$$

$$\bar{x}_b = \sqrt{\frac{1}{6} [(18-18)^2 + (18-18)^2 + (18-18)^2]} = 0 \text{ мм}$$

$$\bar{x}_c = \sqrt{\frac{1}{6} [(13-12,83)^2 + (13,5-13,83)^2 + (13-13,83)^2]} = 0,41 \sqrt{0,0578+0,1089} = 0,167 \text{ мм}$$

$$\bar{x}_{\text{анал}} = \sqrt{\bar{x}_{\text{ли}}^2 + \bar{x}_a^2}, \quad \bar{x}_{\text{анал}} = \sqrt{0,25 + (0,29)^2} = 0,578 \text{ мм}$$

$$\bar{x}_{\text{ном}} = \sqrt{0,25 + 0} = 0,5 \text{ мм}, \quad \bar{x}_{\text{анал}} = \sqrt{0,25 + (0,167)^2} = 0,527 \text{ мм}$$

$$a = (99,50 \pm 0,58) \text{ мм}, \quad b = (18,0 \pm 0,5) \text{ мм}, \quad c = (13,83 \pm 0,53) \text{ мм}$$

$$V_{\text{ср}} = \frac{a_{\text{ср}} \cdot b_{\text{ср}} \cdot c_{\text{ср}}}{V} \cdot V_{\text{ср}} = 99,5 \cdot 18 \cdot 13,83 = 22,978,53 \text{ мм}^3$$

$$\frac{G_V}{V} = \sqrt{\left(\frac{0,58}{99,5}\right)^2 + \left(\frac{0,5}{18}\right)^2 + \left(\frac{0,53}{13,83}\right)^2} = 0,05 \text{ мм}^3, \quad G_V = V_{\text{ср}} \cdot \frac{G_V}{V} = 22,978,53 \cdot 0,05 = 1148,93 \text{ мм}^3$$

$$V_{\text{ном}} = (22,98 \pm 1,15) \text{ мм}^3$$

$$\text{II. Штампенциркуль } \bar{x}_{\text{шир}} = 0,05 \text{ мм}$$

$$\bar{x}_a = \sqrt{\frac{1}{6} [(100-99,77)^2 + (99,5-99,77)^2 + (99,8-99,77)^2]} = 0,41 \sqrt{0,0529+0,0729+0,0009} = 0,146 \text{ мм}$$

$$\bar{x}_b = \sqrt{\frac{1}{6} [(18,1-18,1)^2 + (18-18,1)^2 + (18,2-18,1)^2]} = 0,41 \sqrt{0,01+0,01} = 0,058 \text{ мм}$$

$$\bar{x}_c = \sqrt{\frac{1}{6} [(13,1-13,1)^2 + (13-13,1)^2 + (13,1-13,1)^2]} = 0,41 \sqrt{0,001+0,01} = 0,058 \text{ мм}$$

$$\bar{x}_{\text{анал}} = \sqrt{0,05^2 + (0,146)^2} = 0,154 \text{ мм}, \quad \bar{x}_{\text{ном}} = \sqrt{0,05^2 + (0,058)^2} = 0,062 \text{ мм}$$

$$\bar{x}_{\text{ном}} = \sqrt{0,05^2 + (0,058)^2} = 0,062 \text{ мм}$$

$$a = (99,77 \pm 0,15) \text{ мм}, \quad b = (18,100 \pm 0,003) \text{ мм}, \quad c = (13,100 \pm 0,003) \text{ мм}$$

$$V_{\text{ср}} = 99,77 \cdot 18,1 \cdot 13,1 = 23656,46 \text{ мм}^3$$

$$\frac{G_V}{V} = \sqrt{\left(\frac{0,15}{99,77}\right)^2 + \left(\frac{0,003}{18,1}\right)^2 + \left(\frac{0,003}{13,1}\right)^2} = 0,0015 \text{ мм}^3, \quad G_V = 23656,46 \cdot 0,0015 = 35,48 \text{ мм}^3$$

$$V_{\text{ном}} = (23,66 \pm 0,04) \text{ мм}^3$$

	чимкенд			зеленое дерево			зеленое дерево			нормальность		
	линейка	штампенциркуль	линейка	штамп	линейка	штамп	линейка	штамп	линейка	штамп	линейка	штамп
$d_{\text{ли}}$	16	16	16	15,9	16	15,9	16	15,93	0,5	0,03		
$h_{\text{ли}}$	39,5	40	39,5	39,9	40	39,9	39,67	39,93	0,527	0,03		

$$\text{Вычисление: } \bar{x}_{\text{ср}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\text{III. Линейка } \bar{x}_{\text{ли}} = 0,5 \text{ мм}$$

$$\bar{x}_d = \sqrt{\frac{1}{6} [(16-16)^2 + (16-16)^2 + (16-16)^2]} = 0 \text{ мм}$$

$$\bar{x}_h = \sqrt{\frac{1}{6} [(39,5-39,67)^2 + (40-39,67)^2 + (39,5-39,67)^2]} = 0,41 \sqrt{0,0289+0,1089+0,0289} = 0,167 \text{ мм}$$

$$\bar{x}_{\text{анал}} = \sqrt{0,25 + 0} = 0,5 \text{ мм}, \quad \bar{x}_{\text{ном}} = \sqrt{0,25 + (0,167)^2} = 0,527 \text{ мм}$$

$$d = (16,00 \pm 0,17) \text{ мм}, \quad h = (39,67 \pm 0,53) \text{ мм}$$

$$V_{\text{ср}} = \pi R_{\text{ср}}^2 \cdot h_{\text{ср}} = \pi \left(\frac{d_{\text{ср}}}{2}\right)^2 \cdot h_{\text{ср}} = \frac{\pi d_{\text{ср}}^2 \cdot h_{\text{ср}}}{4}, \quad V_{\text{ср}} = \frac{3,14 \cdot 16^2 \cdot 39,67}{4} = 7972,08 \text{ мм}^3$$

$$\frac{G_V}{V} = \sqrt{\left(\frac{0,17}{16}\right)^2 + \left(\frac{0,53}{39,67}\right)^2} = 0,017 \text{ мм}^3, \quad G_V = V_{\text{ср}} \cdot \frac{G_V}{V} = 7972,08 \cdot 0,017 = 135,53 \text{ мм}^3$$

$$V_{\text{ном}} = (7,97 \pm 0,14) \text{ мм}^3$$

$$\text{IV. Штампенциркуль } \bar{x}_{\text{шир}} = 0,05 \text{ мм}$$

$$\bar{x}_d = \sqrt{\frac{1}{6} [(15,9-15,93)^2 + (16-15,93)^2 + (15,9-15,93)^2]} = 0,41 \sqrt{0,0018+0,0049} = 0,034 \text{ мм}$$

$$\bar{x}_h = \sqrt{\frac{1}{6} [(39,9-39,93)^2 + (40-39,93)^2 + (39,9-39,93)^2]} = 0,41 \sqrt{0,0018+0,0049} = 0,034 \text{ мм}$$

$$\bar{x}_{\text{анал}} = \sqrt{0,05^2 + (0,034)^2} = 0,06 \text{ мм}, \quad \bar{x}_{\text{ном}} = \sqrt{0,05^2 + (0,034)^2} = 0,06 \text{ мм}$$

$$d = (15,930 \pm 0,06) \text{ мм}, \quad h = (39,930 \pm 0,06) \text{ мм}$$

$$V_{\text{ср}} = \frac{3,14 \cdot (15,93)^2 \cdot 39,93}{4} = 7954,27 \text{ мм}^3, \quad G_V = \sqrt{\left(\frac{0,06}{15,93}\right)^2 + \left(\frac{0,06}{39,93}\right)^2} = 0,004 \text{ мм}^3$$

$$G_V = 7954,27 \cdot 0,004 = 31,82 \text{ мм}^3$$

$$V_{\text{ном}} = (7,954 \pm 0,03) \text{ мм}^3$$

анализ

	среднее значение измеримости					
	левая расчет.	правая расчет.	dr	nr	nr	nr
нагружен	13,25	13,24	13,25	13,24	13,25	13,247
нагружен	22,22	22,2	22,21	22,2	22,21	22,203
бескон	35,45	35,44	35,45	35,42	35,43	35,42

Среднее значение. $G_{\text{сум}} = 0,012$

II. Параметрический:

Левая расчет.

$$G_{\text{лев}} = \sqrt{\frac{1}{6} [(13,25 - 13,247)^2 + (13,24 - 13,247)^2 + (13,25 - 13,247)^2]} = 0,41 \sqrt{0,000018 + 0,000049} = 0,00342$$

$$G_{\text{лев, макс}} = \sqrt{0,01^2 + (0,0034)^2} = 0,01062$$

$$m_L = (13,247 \pm 0,011)2$$

Правая расчет.

$$G_{\text{прав}} = \sqrt{\frac{1}{6} [(13,25 - 13,247)^2 + (13,24 - 13,247)^2 + (13,25 - 13,247)^2]} = 0,41 \sqrt{0,000018 + 0,000049} = 0,00342$$

$$G_{\text{прав, макс}} = \sqrt{0,01^2 + (0,0034)^2} = 0,01062$$

$$m_R = (13,247 \pm 0,011)2$$

Среднее значение массы:

$$G_m = \sqrt{G_{\text{лев}}^2 + G_{\text{прав}}^2} ; G_2 = \sqrt{0,01^2 + 0,01^2} = 0,0162$$

$$m_H = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^h m_i g ; m_H = \frac{1}{6} (13,25 + 13,24 + 13,25 + 13,24 + 13,25 + 13,25) = 13,2472$$

$$m = (13,247 \pm 0,016)2$$

Числительность по методике:

$$S_H = \frac{m_H}{V_H} ; S_H = \frac{13,247}{22,98} = 0,576 \frac{2}{\text{cm}^3}$$

$$S^2 = \sqrt{\left(\frac{0,016}{13,247}\right)^2 + \left(\frac{0,016}{22,98}\right)^2} = 0,05 \frac{2}{\text{cm}^3}$$

$$S^2 = S_H \cdot S ; S_H = 0,576 \cdot 0,05 = 0,0288 \frac{2}{\text{cm}^3}$$

$$g = (0,576 \pm 0,028) \frac{2}{\text{cm}^3}$$

Числительность по методике:

$$S_H = \frac{13,247}{23,66} = 0,56 \frac{2}{\text{cm}^3}$$

$$S^2 = \sqrt{\left(\frac{0,016}{13,247}\right)^2 + \left(\frac{0,04}{23,66}\right)^2} = 0,002 \frac{2}{\text{cm}^3}$$

$$S^2 = 0,56 \cdot 0,002 = 0,001 \frac{2}{\text{cm}^3} ; g = (0,560 \pm 0,001) \frac{2}{\text{cm}^3}$$

VII. Числобр.

Левая расчет.

$$G_{\text{лев}} = \sqrt{\frac{1}{6} [(22,22 - 22,21)^2 + (22,2 - 22,21)^2 + (22,21 - 22,21)^2]} = 0,41 \sqrt{0,0001 + 0,0001} = 0,00582$$

$$G_{\text{лев, макс}} = \sqrt{0,01^2 + (0,0058)^2} = 0,0122$$

$$m_L = (22,210 \pm 0,012)2$$

Правая расчет.

$$G_{\text{прав}} = \sqrt{\frac{1}{6} [(22,2 - 22,203)^2 + (22,21 - 22,203)^2 + (22,2 - 22,203)^2]} = 0,41 \sqrt{0,000009 + 0,000049 + 0,000009} = 0,00342$$

$$G_{\text{прав, макс}} = \sqrt{0,01^2 + (0,0034)^2} = 0,01062$$

$$m_R = (22,203 \pm 0,011)2$$

Среднее значение массы:

$$G_m = \sqrt{(0,0058)^2 + (0,0034)^2} = 0,00672$$

$$m_H = \frac{1}{6} (22,22 + 22,2 + 22,21 + 22,2 + 22,21 + 22,2) = 22,2032$$

$$m = (22,203 \pm 0,007)2$$

Числительность по методике:

$$S_H = \frac{22,203}{22,97} = 2,79 \frac{2}{\text{cm}^3}$$

$$S^2 = \sqrt{\left(\frac{0,007}{22,203}\right)^2 + \left(\frac{0,14}{22,97}\right)^2} = 0,018 \frac{2}{\text{cm}^3}$$

$$G_3 = 2,79 \cdot 0,018 = 0,05 \frac{2}{\text{cm}^3}$$

$$g = (2,79 \pm 0,05) \frac{2}{\text{cm}^3}$$

Числительность по методике:

$$S_H = \frac{22,203}{23,954} = 2,79 \frac{2}{\text{cm}^3}$$

$$S^2 = \sqrt{\left(\frac{0,007}{22,203}\right)^2 + \left(\frac{0,06}{23,954}\right)^2} = 0,0038 \frac{2}{\text{cm}^3}$$

$$G_3 = 2,79 \cdot 0,0038 = 0,01 \frac{2}{\text{cm}^3}$$

$$g = (2,79 \pm 0,01) \frac{2}{\text{cm}^3}$$

VIII. Сумма масс двух мер:

$$G_u = \sqrt{\frac{1}{6} [(35,45 - 35,45)^2 + (35,44 - 35,45)^2 + (35,45 - 35,45)^2]} = 0,41 \sqrt{0,0001} = 0,00412$$

$$G_{\text{лев, макс}} = \sqrt{0,01^2 + (0,0041)^2} = 0,01082 ; m_L = (35,45 \pm 0,01)2$$

Погрешность

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{1}{6} [(35,42 - 35,42)^2 + (35,43 - 35,42)^2 + (35,42 - 35,42)^2]} = 0,41 \sqrt{0,0001} = 0,00412$$

$$\sigma_{n_{\text{ном}}} = \sqrt{0,01^2 + (0,0041)^2} = 0,01082; m_n = (35,42 \pm 0,01)2$$

Среднее значение массы

$$\sigma_{m_s} = \sqrt{(0,0041)^2 + (0,0041)^2} = 0,00582$$

$$m_{q_p} = \frac{1}{6}(35,45 + 35,44 + 35,45 + 35,42 + 35,43 + 35,42) = 35,4352$$

$$m = (35,435 \pm 0,006)2$$