

**Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики**



**УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
УЧЕБНЫЙ ЦЕНТР ОБЩЕЙ ФИЗИКИ ФТФ**

Группа Р3207 К работе допущен _____

Студент Садовой Г.В. Работа выполнена _____

Преподаватель Агабабаев В. А. Отчет принят _____

**Рабочий протокол и отчет по
лабораторной работе №1.04**

Исследование равноускоренного

вращательного движения (маятник Обербека)

1. Цель работы.

- Проверка основного закона динамики вращения, связывающего угловое ускорение вращающегося тела с моментами действующих сил.
- Проверка зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения.

2. Рабочие формулы и исходные данные.

- 1) Основной закон динамики вращения: $I\varepsilon = M - M_{\text{тр}}$
 I – момент инерции крестовины с утяжелителем;
 ε – угловое ускорение крестовины;
 M – момент силы натяжения нити;
 $M_{\text{тр}}$ – момент силы трения в оси крестовины.
- 2) Второй закон Ньютона: $ma = mg - T$
 m – масса груза, создающего натяжение нити;
 a – ускорение груза, создающего натяжение нити;
 g – ускорение свободного падения;
 T – сила натяжения нити.
- 3) Зависимость пройденного пути h от времени t при постоянном ускорении: $h = \frac{at^2}{2}$
 $(a = \frac{2h}{t^2})$
 h – путь, пройденный телом, которое создает натяжение нити;
 t – время, за которое был пройден h .
- 4) Связь между угловым ускорением крестовины и линейным ускорением груза: $\varepsilon = \frac{2a}{d}$
 d – диаметр ступицы;
- 5) Осовой момент силы для силы натяжения нити: $M = \frac{Td}{2}$
- 6) Из определения момента инерции и т. Штейнера: $I = I_0 + 4m_{\text{ут}}R^2$
 I_0 – сумма моментов инерции стержней крестовины с утяжелителями, момента инерции ступицы и собственных центральных моментов инерции утяжелителей;
 R – расстояние между осью вращения и центром утяжелителя;
 $m_{\text{ут}}$ – масса утяжелителя;
 I – коэффициент наклонной зависимости $M(\varepsilon)$.

3. Измерительные приборы.

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Секундомер	Цифровой	[0,01; 60] с	0,005 с
2	Линейка	Измерительный Электронный	[0,700] мм	0,5 мм

Параметры установки		
1.	Масса каретки	$(47,0 \pm 0,5) \text{ г}$
2.	Масса шайбы	$(220,0 \pm 0,5) \text{ г}$
3.	Масса грузов на крестовине	$(408,0 \pm 0,5) \text{ г}$
4.	Расстояние от оси до первой риски	$(57,0 \pm 0,5) \text{ мм}$
5.	Расстояние между рисками	$(25,0 \pm 0,2) \text{ мм}$
6.	Диаметр ступицы	$(46,0 \pm 0,5) \text{ мм}$
7.	Диаметр груза на крестовине	$(40,0 \pm 0,5) \text{ мм}$
8.	Высота груза на крестовине	$(40,0 \pm 0,5) \text{ мм}$
9.	Расстояние, проходимое грузом (h)	$(700,0 \pm 0,1) \text{ мм}$

4. Схема установки

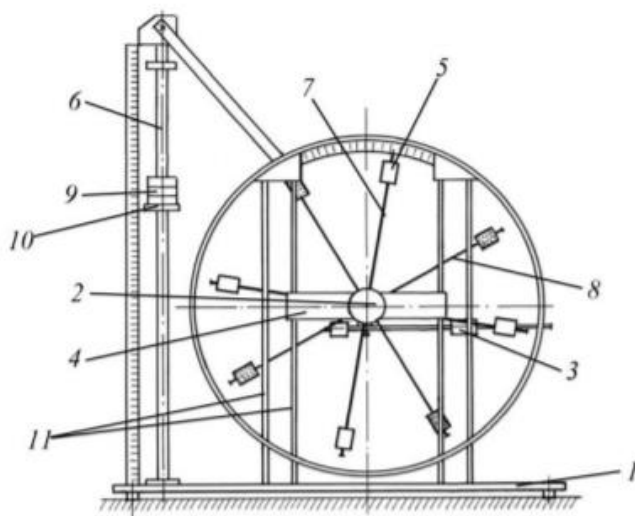


Рис. 1. Стенд лаборатории механики (общий вид)

Общий вид экспериментальной установки изображен на Рис. 1. В состав установки входят:

1. Основание
2. Рукоятка сцепления крестовин
3. Устройства принудительного трения
4. Поперечина
5. Груз крестовины
6. Трубчатая направляющая
7. Передняя крестовина
8. Задняя крестовина
9. Шайбы каретки
10. Каретка
11. Система передних стоек

5. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

Масса груза, г	Положение утяжелителей						
		1.риска	2.риска	3.риска	4.риска	5.риска	6.риска
267 ± 1	t ₁ , с	4,70	5,35	6,76	7,66	8,82	9,79
	t ₂ , с	4,64	5,48	6,72	7,73	8,78	9,71
	t ₃ , с	4,71	5,44	6,76	7,63	8,73	9,78
	t _{ср} , с	4,68	5,42	6,75	7,67	8,78	9,76
487 ± 1,5	t ₁ , с	3,48	4,07	4,70	5,56	6,21	7,04
	t ₂ , с	3,50	3,96	4,55	5,60	6,25	7,00
	t ₃ , с	3,50	4,08	4,64	5,63	6,25	7,05
	t _{ср} , с	3,49	4,04	4,63	5,60	6,24	7,03
707 ± 2	t ₁ , с	2,74	3,23	3,93	4,47	5,16	5,86
	t ₂ , с	2,88	3,10	3,93	4,52	5,19	5,80
	t ₃ , с	2,79	3,17	3,87	4,56	5,13	5,82
	t _{ср} , с	2,80	3,17	3,91	4,52	5,16	5,83
927 ± 2,5	t ₁ , с	2,38	2,86	3,32	3,98	4,43	4,90
	t ₂ , с	2,43	2,85	3,37	4,01	4,51	4,92
	t ₃ , с	2,35	2,75	3,32	3,90	4,48	4,88
	t _{ср} , с	2,39	2,82	3,34	3,96	4,47	4,90

Таблица 1. Результаты прямых измерений

6. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

$$a = \frac{2h}{t^2} = \frac{2 * 0,7}{4,69^2} = 0,064 \left[\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right]$$

$$\varepsilon = \frac{2a}{d} = \frac{2 * 0,064}{0,046} = 2,78 \left[\frac{\text{рад}}{\text{с}^2} \right]$$

$$M = \frac{md}{2}(g - a) = \frac{0,267 * 0,046}{2}(9,81 - 0,064) = 0,06[\text{Н} \cdot \text{м}]$$

Масса груза, г	t_{cp}, c		$a, m/c^2$	ϵ, c^{-2}	M, H^*M
267 ± 1	1 риска	4,68	0,06	2,78	0,06
	2 риска	5,42	0,05	2,07	0,06
	3 риска	6,75	0,03	1,34	0,06
	4 риска	7,67	0,02	1,03	0,06
	5 риска	8,78	0,02	0,79	0,06
	6 риска	9,76	0,01	0,64	0,06
$487 \pm 1,5$	1 риска	3,49	0,11	4,99	0,11
	2 риска	4,04	0,09	3,74	0,11
	3 риска	4,63	0,07	2,84	0,11
	4 риска	5,60	0,04	1,94	0,11
	5 риска	6,24	0,04	1,56	0,11
	6 риска	7,03	0,03	1,23	0,11
707 ± 2	1 риска	2,80	0,18	7,75	0,16
	2 риска	3,17	0,14	6,07	0,16
	3 риска	3,91	0,09	3,98	0,16
	4 риска	4,52	0,07	2,98	0,16
	5 риска	5,16	0,05	2,29	0,16
	6 риска	5,83	0,04	1,79	0,16
$927 \pm 2,5$	1 риска	2,39	0,25	10,69	0,20
	2 риска	2,82	0,18	7,65	0,21
	3 риска	3,34	0,13	5,47	0,21
	4 риска	3,96	0,09	3,88	0,21
	5 риска	4,47	0,07	3,04	0,21
	6 риска	4,90	0,06	2,54	0,21

Таблица 2. Результаты вычисления a, M, ϵ

$$M = M_{тр} + I\epsilon$$

$$\bar{M} = \frac{M_1 + M_2 + M_3 + M_4}{4} = \frac{0,06 + 0,11 + 0,16 + 0,20}{4} = 0,13 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4}{4} = \frac{2,77 + 4,75 + 7,58 + 10,69}{4} = 6,54 \text{ рад}\backslash\text{с}^2$$

$$I_1 = \frac{\sum(\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})(M_i - \bar{M})}{\sum(\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2} = \frac{\sum(\varepsilon_i - 6,45)(M_i - 0,13)}{\sum(\varepsilon_i - 6,45)^2} = 0,02 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$M_{\text{тр}} = \bar{M} - I_1 * \bar{\varepsilon} = 0,13 - 0,02 * 6,45 = 0,01 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

	Положения утяжелителей					
	1 риска	2 риска	3 риска	4 риска	5 риска	6 риска
$\varepsilon_{\text{ср}}, \text{рад}\backslash\text{с}^2$	6,55	4,88	3,41	2,46	1,92	1,55
$M_{\text{ср}}, \text{Н} \cdot \text{м}$	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13
$I, \text{кг} \cdot \text{м}^2$	0,02	0,03	0,04	0,05	0,07	0,08
$M_{\text{тр}}, \text{Н} \cdot \text{м}$	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01

Таблица 3. Результаты вычисления I и $M_{\text{тр}}$

$$I = I_0 + 4m_{\text{ут}}R^2$$

$$\bar{I} = \frac{I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + I_6}{6} = \frac{0,02 + 0,02 + 0,03 + 0,05 + 0,07 + 0,07}{6} = 0,046 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Номера рисок	1	2	3	4	5	6	Среднее:
$R, \text{м}$	0,077	0,102	0,127	0,152	0,177	0,202	0,1395
$R^2, \text{м}^2$	0,005929	0,010404	0,016129	0,023104	0,031329	0,040804	0,02128317
$I, \text{кг} \cdot \text{м}^2$	0,02	0,03	0,04	0,05	0,07	0,08	0,046

Таблица 4. Результаты вычисления R^2 и I

$R_{\text{ср}}^2$	$I_{\text{ср}}$	$m_{\text{ут}}$	I_0
0,021	0,046	0,4468	0,0077

Таблица 5. Результаты.

7. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

1) Времени t :

$$\bar{t} = 4,68 \text{ с.}$$

$$S_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle)^2} = 0,0578 \text{ (с)}$$

$$\alpha = 0,95, N = 3$$

$$t_{\alpha, N} = 4,30$$

$$\Delta t' = t_{\alpha, N} \cdot S_{\bar{t}} = 0,25 \text{ (с)}$$

$$\delta_{\bar{t}} = \frac{\Delta_{\bar{t}}}{\bar{t}} * 100\% = \frac{0,25}{4,68} * 100\% = 5,34\%$$

- 2) Ускорения a (для положения утяжелителей на 1 риске и массы m_1):

$$a = \frac{2h}{t^2}; \bar{a} = 0,06\text{м/с}^2; h = 700,0 \pm 0,5\text{мм}; t = 4,68 \pm 0,25\text{с.}$$

$$\Delta_a = \sqrt{\left(\frac{2}{t^2} * \Delta_h\right)^2 + \left(\frac{6 * h}{t^3} * \Delta_t\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{4,68^2} * 0,005\right)^2 + \left(\frac{6 * 0,7}{4,68^3} * 0,25\right)^2} = 0,010\text{м/с}^2$$

$$\delta_a = \frac{\Delta_a}{\bar{a}} * 100\% = \frac{0,010}{0,064} * 100\% = 16\%$$

- 3) Моменты силы натяжения нити M (для положения утяжелителей на 1 риске и массы m_1):
 $M = 0,0598 \text{ Н} \cdot \text{м}; m = 267,0 \pm 0,5\text{г}; d = 46,0 \pm 0,5\text{мм}; a = 0,064 \pm 0,010\text{м/с}^2$

$$\Delta_M = \sqrt{\left(\frac{md}{2} * \Delta_a\right)^2 + \left(\frac{d}{2}(g - a)\Delta_m\right)^2 + \left(\frac{m}{2}(g - a)\Delta_d\right)^2} =$$

$$\sqrt{\left(\frac{0,267 * 0,046}{2} * 0,010\right)^2 + \left(\frac{0,046}{2}(9,819 - 0,064)0,0005\right)^2 + \left(\frac{0,267}{2}(9,819 - 0,064) * 0,0005\right)^2} =$$

$$= 7 \times 10^{-4}$$

$$\delta_M = \frac{\Delta_M}{M} * 100\% = \frac{0,0007}{0,0599} * 100\% = 1.16\%$$

- 4) Углового ускорения крестовины ε (для положения утяжелителей на 1 риске и массы m_1):
 $\varepsilon = 2.78 \text{ рад/с}^2; a = 0,064 \pm 0,010\text{м/с}^2; d = 46,0 \pm 0,5\text{мм}$

$$\Delta_{\varepsilon} = \sqrt{\left(\frac{2}{d} * \Delta_a\right)^2 + \left(\frac{4a}{d^2} \Delta_d\right)^2} = \sqrt{(2/0,046 * 0,010)^2 + (4 * 0,06/0,046^2 * 0,0005)^2}$$

$$= 0.44 \text{ рад/с}^2$$

$$\delta_{\varepsilon} = \frac{\Delta_{\varepsilon}}{\bar{\varepsilon}} * 100\% = \frac{0.44}{2.78} * 100\% = 15.83\%$$

$$m_{\text{ут}} = 0,4668$$

$$I_0 = 0,0077$$

Воспользуемся формулой для погрешности косвенных измерений в МНК:

$$4\Delta_{m_{\text{ут}}} = \sqrt{\frac{1}{n-2} \left(\frac{D_I}{4D_{R^2}} - 16m_{\text{ут}}^2 \right)}, \text{ где } D_I - \text{дисперсия } I, D_{R^2} - \text{дисперсия } R^2$$

$$\Delta_{I_0} = 4\Delta_{m_{\text{ут}}} * \sqrt{R^4}$$

$$D_I = 0,000447222222$$

$$D_{R^2} = 0,000144310781$$

$$\Delta_{m_{\text{ут}}} = 0,23$$

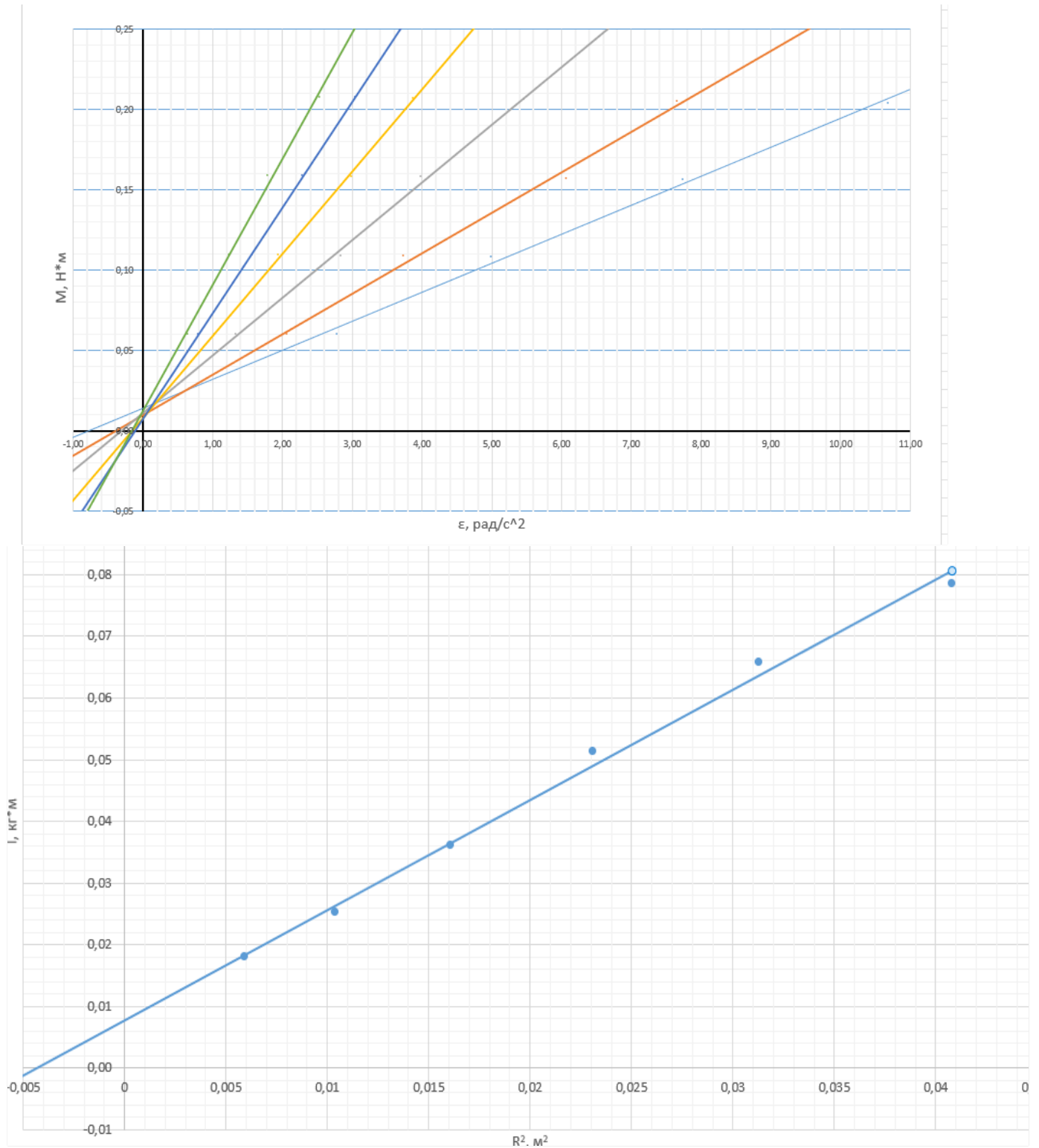
$$\Delta_{I_0} = 0,004$$

$$\delta_{m_{\text{ут}}} = \frac{\Delta_{m_{\text{ут}}}}{m_{\text{ут}}} * 100\% = \frac{0.23}{0,4668} * 100\% = 49.27\%$$

$$\delta_{I_0} = \frac{\Delta_{I_0}}{I_0} * 100\% = \frac{0.004}{0,0077} * 100\% = 51.94\%$$

8. Графики

График 1: Зависимость $M = M_{тр} + I\varepsilon$



9. Окончательные результаты

$$\begin{aligned}t_{\text{ср}} &= 4,68 \pm 0,25 \text{ с}, \delta_{t_{\text{ср}}} = 5,34\% \alpha = 0,95 \\a &= 0,064 \pm 0,010 \text{ м/с}^2, \delta_a = 16,67\% \alpha = 0,95 \\M &= 0,0599 \pm 0,0007 \text{ Н} \cdot \text{м}, \delta_M = 1,16\% \alpha = 0,95 \\\varepsilon &= 2,78 \pm 0,44 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}, \delta_\varepsilon = 15,83\% \alpha = 0,95 \\\delta m_{\text{ут}} &= 0,4668 \pm 0,23 \text{ кг}, \delta_{m_{\text{ут}}} = 49,27\% \alpha = 0,95 \\\delta I_0 &= 0,008 \pm 0,004 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \delta_{I_0} = 50\% \alpha = 0,95\end{aligned}$$

10. Выводы и анализ результатов работы.

Таким образом, в результате проведенных измерений я исследовал исследовать вращательное движение и его законы на примере маятника Обербека. На практике подтвердили линейные зависимости $M(\varepsilon)$ и $I(R^2)$, что подтверждает применимость основного закона динамики вращения и теоремы Штейнера для описания вращательного движения в данной установке.