

## 基于互补滤波器的四旋翼飞行器姿态解算

梁延德<sup>1</sup>, 程 敏<sup>1</sup>, 何福本<sup>1</sup>, 李 航<sup>2</sup>

(1. 大连理工大学 机械工程学院, 辽宁 大连 116023;

2. 大连理工大学 创新实验学院, 辽宁 大连 116023)

**摘 要:** 针对小型四旋翼飞行器姿态解算这一基本问题, 详细分析了姿态解算的过程, 提出了其中的难点问题。应用低成本捷联惯性测量单元, 设计了一种基于互补滤波器算法的姿态求解器。经过实验验证表明: 与目前常用的卡尔曼滤波算法相比, 采用互补滤波器算法的求解器能显著降低对处理器速度和精度的要求, 有效融合了捷联惯性测量单元的传感器数据, 实现了小型四旋翼飞行器的高精度姿态解算。

**关键词:** 姿态解算; 四旋翼飞行器; 惯性测量单元; 互补滤波器

中图分类号: V249

文献标识码: A

文章编号: 1000-9787(2011)11-0056-03

## Attitude estimation of a quad-rotor aircraft based on complementary filter

LIANG Yan-de<sup>1</sup>, CHENG Min<sup>1</sup>, HE Fu-ben<sup>1</sup>, LI Hang<sup>2</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China;

2. School of Innovation Experiment, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

**Abstract:** Aiming at the basic problem of attitude estimation of a small quad-rotor, a detailed analysis of the attitude estimation process is done and the difficult issues during this process are proposed. A solver used to realize attitude estimation is designed based on complementary filter algorithm, using the low-cost inertial measurement unit. Experimental results show that the solver designed based on complementary filter algorithm can significantly reduce the requirements of precision and speed for the processor, effectively fuse sensor data and realize high precision attitude estimation.

**Key words:** attitude estimation; quad-rotor; inertial measurement unit; complementary filter

### 0 引 言

小型四旋翼飞行器由于具有广阔的军事和民用前景, 使其成为了当前的研究热点<sup>[1]</sup>。其中, 姿态解算是此类四旋翼飞行器研究的关键问题之一。姿态解算的精度和速度将直接影响飞行控制算法的稳定性、可靠性和实现的难易程度, 所以, 姿态解算是飞行控制实现的前提。随着 MEMS 技术和计算机技术的发展, 小型飞行器姿态的测量普遍采用低成本的捷联惯性测量单元(inertial measurement unit, IMU), 其主要由低成本陀螺仪、加速度传感器和电子罗盘组成<sup>[2]</sup>。MEMS 陀螺仪具有温度漂移特性, 加速度传感器会受到飞行器飞行过程中机体振动的影响, 同时电子罗盘是一种磁阻传感器, 容易受到外部磁场的干扰。因此, 如何融合 IMU 多传感器的数据, 滤除外部干扰, 得到高可靠性、高精度的姿态数据, 是一项非常具有挑战性的工作。

扩展卡尔曼滤波器算法是一种高精度的在飞行器中

应用非常广泛的姿态解算算法<sup>[3]</sup>, 但是为其建立稳定可靠的更新方程是比较困难的, 而且其计算量很大, 对处理器的运算速度和精度要求很高, 不适合应用于小型四旋翼飞行器的嵌入式微控制器(MCU)中。互补滤波器算法简单可靠, 对惯性器件的精度要求较低, 在飞行器姿态解算中的应用愈加广泛。因此, 本文设计了基于互补滤波器算法的四旋翼飞行器的姿态求解器, 实现了长时间稳定地输出高精度姿态数据, 满足了四旋翼飞行器飞行控制的要求。

### 1 飞行器姿态描述

为了描述四旋翼飞行器的俯仰(pitch)、偏航(yaw)、横滚(roll)的姿态信息, 需要引入空间三维坐标系, 用空间矢量变换方法加以描述。由于四旋翼飞行器飞行高度低, 飞行速度小, 可以忽略地球自转等因素的影响。在空间内仅定义 2 个不同的三维坐标系, 分别为参考坐标系  $O_n$ 、载体坐标系  $O_b$ 。参考坐标系又称之为导航坐标系, 坐标原点为

载体的旋转中心;载体坐标系原点为飞行器载体的中心。

飞行器飞行过程中,参考坐标系保持不变,载体坐标系相对参考坐标系经过一次或者多次旋转之后,得到新的载体坐标系,新旧载体坐标系之间可以用旋转矩阵表示。由

$$\mathbf{R}_b^n = \begin{pmatrix} r_{xx} & r_{xy} & r_{xz} \\ r_{yx} & r_{yy} & r_{yz} \\ r_{zx} & r_{zy} & r_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \psi & -\cos \phi \sin \psi + \sin \phi \sin \theta \cos \psi & \sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi \\ \cos \theta \sin \psi & \cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi & -\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{pmatrix}.$$

其中,  $\psi$  为偏航角;  $\phi$  为横滚角;  $\theta$  为俯仰角, 飞行器的姿态以该 3 个姿态角加以描述。在得到随时间变化的方向余弦矩阵后, 通过公式(1)即可得到 3 个姿态角

$$\begin{cases} \psi = \tan^{-1} \left( \frac{r_{yz}}{r_{xz}} \right), [-\pi, \pi] \\ \phi = \tan^{-1} \left( \frac{r_{xy}}{r_{xx}} \right), [-\pi, \pi] \\ \theta = \sin^{-1} (-r_{zx}), \left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \end{cases} \quad (1)$$

## 2 方向余弦矩阵随时间的传递

在时间  $t$  内, 当  $t$  为极小值时, 姿态角的变化量  $d\psi, d\phi$  和  $d\theta$  趋近于 0, 转动的次序变得不重要,  $\mathbf{R}_b^n$  随时间的传递公式如下

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_b^n(t+dt) &= \mathbf{R}_b^n(t) \begin{pmatrix} 1 & -d\psi & d\theta \\ d\psi & 1 & -d\phi \\ -d\theta & d\phi & 1 \end{pmatrix} \\ &= \mathbf{R}_b^n(t) \begin{pmatrix} 1 & -\omega_z dt & \omega_y dt \\ \omega_z dt & 1 & -\omega_x dt \\ -\omega_y dt & \omega_x dt & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2)$$

在  $dt$  趋近于 0 时, 由式(2)可得旋转矩阵的导数, 即

$$\dot{\mathbf{R}}_b^n = \mathbf{R}_b^n \boldsymbol{\Omega}_{nb}^b, \quad (3)$$

$$\boldsymbol{\Omega}_{nb}^b = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

式(4)中的  $\omega_x, \omega_y$  和  $\omega_z$  分别为 IMU 的陀螺仪测得的载体坐标系下机体  $x, y, z$  轴的角速度。以较短时间间隔读取陀螺仪的数据, 通过公式(2)即可实现方向余弦矩阵随时间的传递。然而, MEMS 陀螺仪会发生温度漂移, 同时积分运算有累积误差, 如果不加以补偿, 在短时间内就会积累很大的姿态误差, 导致四旋翼飞行器控制失效。所以, 必须采用一定的姿态解算算法, 融合各种传感器的数据, 进行误差补偿以实现精确的姿态解算。

## 3 基于互补滤波器的姿态求解器设计

### 3.1 互补滤波器解算原理

陀螺仪动态响应特性良好, 但计算姿态时, 会产生累积误差。数字罗盘和加速度传感器测量姿态没有累积误差, 但动态响应较差。因此, 它们在频域上特性互补, 可以采用

于 IMU 与飞行器机体固连, 各传感器测得数据都在载体坐标系中, 在解算飞行器姿态时, 需要先将载体坐标系内测得数据转换到导航坐标系中, 再进行姿态解算<sup>[4]</sup>。该过程要用到载体坐标系到导航坐标系的旋转矩阵  $\mathbf{R}_b^n$ , 本文采用方向余弦矩阵, 其形式如下

互补滤波器融合这三种传感器的数据, 提高测量精度和系统的动态性能。

以  $\mathbf{R}$  表示飞行器真实姿态的方向余弦矩阵,  $\hat{\mathbf{R}}$  表示互补滤波器计算输出的姿态方向余弦矩阵,  $\mathbf{R}_0$  代表由加速度传感器和数字罗盘观测到的姿态方向余弦矩阵,  $\mathbf{u}_H$  表示  $\mathbf{R}_0$  的高频观测噪声, 则  $\mathbf{R}_o = \mathbf{R} + \mathbf{u}_H$ ,  $\mathbf{R}_c$  代表由陀螺仪数据计算得到的姿态,  $\mathbf{u}_L$  表示  $\mathbf{R}_c$  中的低频累积误差, 则  $\mathbf{R}_c = \mathbf{R} + \mathbf{u}_L$ 。取  $G_L(s) = \frac{C(s)}{s+C(s)}$ ,  $G_H(s) = 1 - G_L(s) = \frac{s}{s+C(s)}$ , 如果  $C(s)$  具有全通特性, 则  $G_L(s)$  具有低通滤波特性,  $G_H(s)$  具有高通滤波特性。

令  $\hat{\mathbf{R}}(s) = G_L(s)\mathbf{R}_o(s) + G_H(s)\mathbf{R}_c(s)$

$$\begin{aligned} &= \mathbf{R}(s) + G_L(s)\mathbf{u}_H(s) + G_H(s)\mathbf{u}_L(s) \\ &\approx \mathbf{R}(s). \end{aligned}$$

所以, 互补滤波算法能同时滤除低频和高频干扰, 方便实现传感器数据融合。

由公式(3)可得,  $s\mathbf{R}_c(s) = \hat{\mathbf{R}}(s)\boldsymbol{\Omega}(s)$ , 代入上式, 简化得

$$s\hat{\mathbf{R}}(s) = C(s)(\mathbf{R}_o(s) - \hat{\mathbf{R}}(s)) + \hat{\mathbf{R}}(s)\boldsymbol{\Omega}(s). \quad (5)$$

由公式(5)可得互补滤波器模型如图 1 所示。

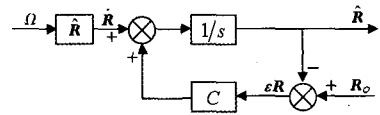


图 1 互补滤波器模型

Fig 1 Model of complementary filter

$C(s)$  如果取固定常数  $k_p$ , 则设计的低通滤波器与高通滤波器的截止频率  $f_r = \frac{k_p}{2\pi}$ 。在大于  $f_r$  的高频段, 陀螺仪对解算结果起主要作用; 在小于  $f_r$  的低频段, 数字罗盘和加速度传感器对解算结果起主要作用。此时, 对式(5)进行拉普拉斯反变换, 可得其在时域中的表达式如下

$$\dot{\hat{\mathbf{R}}} = k_p(\mathbf{R}_o - \hat{\mathbf{R}}) + \hat{\mathbf{R}}\boldsymbol{\Omega}. \quad (6)$$

### 3.2 姿态求解器设计

为了消除静态偏差, 在此取  $C(s) = k_p + \frac{k_I}{s}$ 。  $k_p$  的大小决定互补滤波器的截止频率,  $k_I$  的大小决定了消除静态

偏差的时间,通常  $k_f$  的大小为  $k_p$  的 0.01~0.1 倍<sup>[5]</sup>。

加速度传感器测量载体坐标系下重力加速度矢量  $\mathbf{g}$  的方向,以校正横滚和俯仰姿态角;数字罗盘测量在参考坐标系下的航向角  $\psi$ ,以校正飞行器的偏航姿态角。由于加速度传感器与数字罗盘的响应时间是不相同的  $k_p$  和  $k_f$ <sup>[6]</sup>。最终设计的互补滤波器的姿态求解器结构如图2所示。

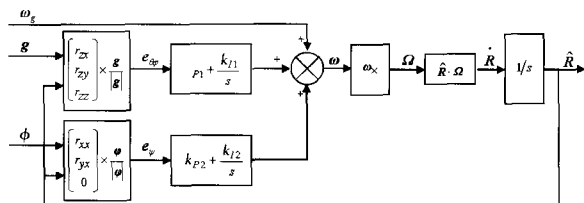


图2 姿态求解器结构图

Fig 2 Structure diagram of attitude solver

飞行器的偏航不会影响重力加速度矢量的方向,而且横滚角和俯仰角也不会影响飞行器的航向,所以,两路校正之间是解耦的,不会相互干扰,分为两路的策略是合理的。

四旋翼飞行器大部分时间处于悬停、匀速飞行阶段,此时加速度传感器只受机体高频振动的干扰,而且在起飞、降落和加速减速阶段,其加速度相对重力加速度较小,而且持续时间很短,最终会被互补滤波器滤除。因此,可以将加速度传感器的数据作为机体重力加速度的测量结果。互补滤波器估计的重力加速度矢量为旋转矩阵  $\mathbf{R}_b^a$  的第3行,其与加速度传感器测量的重力加速度矢量的偏差,即为俯仰和横滚角误差  $\mathbf{e}_{\theta\phi}$ ,其值为两个矢量的叉乘。

$$\mathbf{e}_{\theta\phi} = \begin{pmatrix} r_{zx} \\ r_{zy} \\ r_{zz} \end{pmatrix} \times \frac{\mathbf{g}}{|\mathbf{g}|} = \begin{pmatrix} r_{zx} \\ r_{zy} \\ r_{zz} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}. \quad (7)$$

其中,向量  $\mathbf{g}$  为加速度传感器测量的重力加速度矢量。

飞行器的航向是定义在参考坐标系的  $x$ - $y$  平面内的,所以,偏航误差  $e_\psi$  近似为数字罗盘测量的航向矢量与互补滤波器估计的航向矢量,投影到参考坐标系  $x$ - $y$  平面形成的2个单位矢量的叉乘  $\mathbf{c}$ ,再转换到载体坐标系下的向量

$$\mathbf{c} = \sqrt{\frac{1}{r_{xx}^2 + r_{yx}^2}} \begin{pmatrix} r_{xx} \\ r_{yx} \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

其中,  $\phi$  为数字罗盘测量的航向角。

$$\mathbf{e}_\psi = \mathbf{R}_n^b \cdot \mathbf{c}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{r_{xx}^2 + r_{yx}^2}} (r_{xx} \sin \phi - r_{yx} \cos \phi) \begin{pmatrix} r_{zx} \\ r_{zy} \\ r_{zz} \end{pmatrix}, \quad (9)$$

则校正之后的角速度矢量为

$$\boldsymbol{\omega} = k_{p1} \mathbf{e}_{\theta\phi} + k_{f1} \int \mathbf{e}_{\theta\phi} dt + k_{p2} \mathbf{e}_\psi + k_{f2} \int \mathbf{e}_\psi dt + \boldsymbol{\omega}_g.$$

其中,  $\boldsymbol{\omega}_g$  为陀螺仪测量的角速度矢量。将  $\boldsymbol{\omega}$  代入公式(2),就可以得到随时间传递的准确的旋转矩阵,进而由公式(1)即可求得各个姿态角。

#### 4 实验测试

为了验证所设计的姿态求解器的性能,将采用该算法的廉价 IMU 单元与成品高精度航姿参考系统,固定于同一块有机玻璃上面。由激光雕刻机加工相应的定位孔,以保证对应坐标轴的平行度。成品航姿参考系统为 FY-AHRS-1200A,其采用高性能的处理器和全固态传感器,经过实际验证其姿态航向数据静态误差小于  $0.2^\circ$ ,动态误差小于  $2^\circ$ 。

将该有机玻璃板固定在成品四旋翼飞行器的机架上,启动飞行器做小范围机动飞行,通过计算机串口同时读取2个测量单元姿态数据,最后用 Matlab 绘图,结果如图3、图4、图5所示。

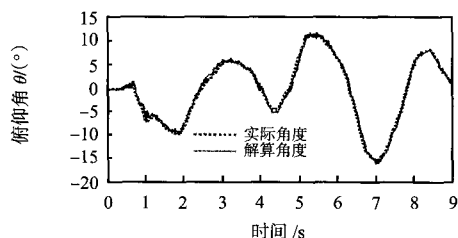


图3 俯仰角

Fig 3 Pitch angle

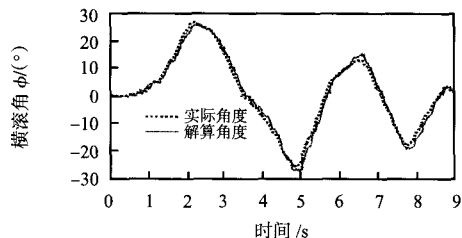


图4 横滚角

Fig 4 Roll angle

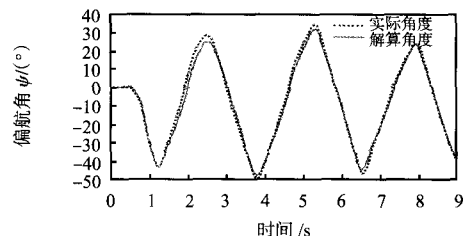


图5 偏航角

Fig 5 Yaw angle

可以看出:在飞行器加速度比较大时,俯仰角最大跟踪误差约为  $\pm 1.4^\circ$ ,横滚角最大跟踪误差约为  $\pm 2.5^\circ$ ,偏航角跟踪误差约为  $\pm 4^\circ$ ,在大部分时间,加速度相对重力加速度较小时,姿态角跟踪误差不超过  $\pm 1^\circ$ 。成品航姿测量系统 FY-AHRS-1200A 的动态误差不超过  $2^\circ$ ,所以,本文设计的姿态求解器的动态误差小于  $\pm 3^\circ$ 。

#### 5 结论

本文分析了小型四旋翼飞行器姿态解算的难点,并且针对该难点采用互补滤波器算法设计了姿态求解器。实验结果表明:设计的姿态求解器能有效融合 IMU 单元的陀螺

7)对阈值化的小波系数进行小波重构,得到复合去噪后的修复图像。

3 实验结果与分析

为了分析复合去噪方法的特征,从核辐射环境下采集到的视频信号中抓取两帧图像,并且含有更多的噪声,降噪处理效果,如图 2,图 3 所示。

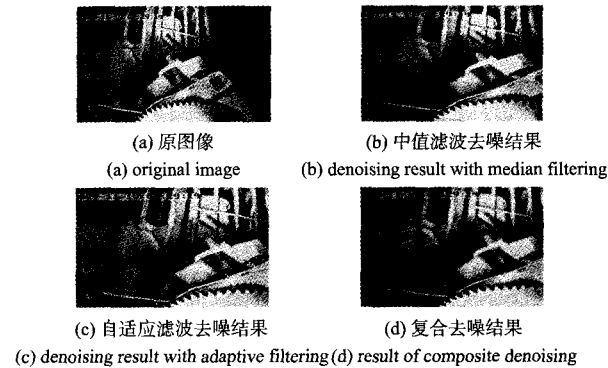


图 2 离辐射源较远的图像

Fig 2 Images far from the radiation sources

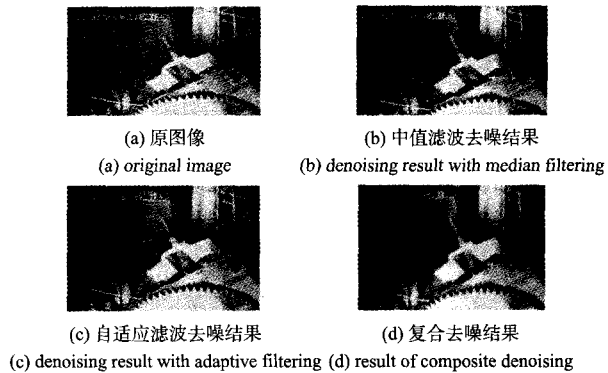


图 3 离辐射源近的图像

Fig 3 Images close to the radiation sources

从图 2(c)和图 3(c)可以看出:自适应中值滤波在保留图像清晰度方面的效果比中值滤波的效果要好。其中,中值滤波采用的是大小为  $3 \times 3$  的对称的平滑窗口,同时也调试了大小为  $5 \times 5, 9 \times 9$  等平滑窗口,对边缘的保持能力均有明显不足。

从图 2(c)和图 3(c)可以看出:自适应滤波对保留图像的边缘信息和去除混合噪声有一定的抑制作用,但可以看出它们还残存的噪声比较多,效果不是太好,但经过小波变换对图像进行软阈值处理,采用 Sym4 函数,3 层得小波分解系数,去噪后如图 2(d)和图 3(d)所示,从视觉效果来看,去噪后噪声残留最少,对边缘信息的保护也很好,图像较清晰。因此,自适应中值滤波结合小波变换的复合降噪方法具有较好的去噪效果和边缘保持能力。

4 结 论

强辐射环境下获取的图像信号噪声复杂,一般都含有多种噪声,用单一的去噪方法不能有效地去除噪声,将自适应中值滤波与小波变换相结合的复合去噪方法可针对多种噪声自适应地去噪。算法的实际工程效果显著,针对性强,在高危环境监测、作业与处置等方面的工程意义显著。

参考文献:

[1] Gonzalez R C, Woods R E. Digital image processing[M]. 2nd ed. 北京:电子工业出版社,2008:280-300.

[2] 于仕琪,刘瑞祺. 学习 OpenCV[M]. 中文版. 北京:清华大学出版社,2009:129-132.

[3] 陈 华,陈 婷,谢 敏. 基于小波包分析二次阈值去噪图像复原方法[J]. 光学技术,2008,34(2):215-217.

[4] 边 锋,陈兆峰,张士凯. 图像的小波分析去早[J]. 电脑应用技术,2008,74:22-27.

[5] 沈未名,郭晓云,杨黎东. 基于多层自适应背景模型的实时视频去噪[J]. 计算机工程与应用,2008,44(19):230-234.

[6] 吕丽萍,王元全,王怀彬. 基于改进总变差模型的图像去噪算法[J]. 天津理工大学学报,2010,26(6):12-14.

[7] 张 洁. 基于边缘点的临近像素点和去噪的图像的修复算法[J]. 计算机工程与设计,2009,30(13):3139-3141.

[8] 胡 洋,张 颖,熊成基,等. 基于小波收缩阈值和维纳滤波的去噪新方法[J]. 辽宁科技大学学报,2010,33(5):539-542.

作者简介:

王 姮(1971-),女,重庆人,副教授,硕士研究生导师,主要研究领域为图像处理,机器人技术及应用。

(上接第 58 页)

仪、加速度传感器和数字罗盘的数据,输出的姿态角动态误差小,能够满足小型四旋翼飞行器姿态控制的需要,而且计算量很小,特别适用于普通的微控制器。

参考文献:

[1] 聂博文,马宏绪,王 剑,等. 微小型四旋翼飞行器的研究现状与关键技术[J]. 电光与控制,2007,14(6):113-117.

[2] 王玲玲,富 立,陈 三. 基于低成本 IMU 的捷联航姿系统软件设计与实现[J]. 中国惯性技术学报,2009,17(4):379-382.

[3] 汪 芳,朱少华,雷宏杰. 基于卡尔曼滤波器的数字式捷联航姿系统算法设计[J]. 中国惯性技术学报,2008(2):208-211.

[4] 张天光,王秀萍,王丽霞,等. 捷联惯性导航技术[M]. 北京:国防工业出版社,2007:26-32.

[5] Euston M, Coote P, Mahony R, et al. A complementary filter for attitude estimation of a fixed-wing UAV[C]// IEEE/RSJ 2008 International Conference on Intelligent Robots and Systems, Nice, France, 2008:340-345.

[6] Robert M, Tarek H, Jean M P. Complimentary filter design on the special orthogonal group  $SO(3)$ [C]// 44th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference, ECC 2005, Seville, Spain, 2005:1477-1484.

作者简介:

梁延德(1953-),男,辽宁大连人,硕士,教授,主要研究方向为精密加工和特种加工。