

文章编号: 1002-0446(2006)06-0605-05

基于 UKF 的两轮自平衡机器人姿态最优估计研究^{*}

赵杰, 王晓宇, 秦勇, 蔡鹤皋

(哈尔滨工业大学机器人研究所, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 针对扩展卡尔曼滤波器(EKF)设计困难并且容易发散的问题, 提出基于采样卡尔曼滤波(UKF)的方法解决滤波器设计及收敛问题, 并补偿低成本的惯性传感器陀螺仪和加速度计的误差, 从而得到机器人姿态的最优估计. 将滤波后的模型应用到两轮自平衡机器人系统. 实验结果表明 UKF 参数设计简单, 姿态估计误差小于 EKF, 方差估计优于 EKF, 估计精度、计算量基本与 EKF 相当. 因此, UKF 能够满足两轮自平衡机器人快速机动过程中的实时姿态估计要求.

关键词: 采样卡尔曼滤波; 采样变换; 姿态估计; 两轮自平衡机器人

中图分类号: TP24

文献标识码: B

UKF-based Optimal Attitude Estimation of Two-wheeled Self-balanced Robots

ZHAO Jie, WANG Xiaoyu, QIN Yong, CAI Hengao

(Robotics Institute, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract For the problem that the extended Kalman filter (EKF) is difficult to design and prone to diverge, the unscented Kalman filter(UKF) algorithm based method is presented to solve the problems of the filter design and convergence. The error from the low-cost inertial gyro and accelerometer is compensated to achieve optimal attitude estimation. The filtered model is applied to the two-wheeled self-balanced robot system. Experimental results demonstrate that for the UKF, the parameter design is easier, the attitude estimation error is smaller, the covariance estimation is better than those of the EKF, while the estimation precision and the computational costs are comparable. Consequently, the UKF is suitable for the real-time attitude estimation of the two-wheeled self-balanced robot in the fast and maneuverable process.

Keywords unscented Kalman filter; unscented transform; attitude estimation; two-wheeled self-balanced robot

1 引言 (Introduction)

自从 1960 年 Kalman^[1] 提出卡尔曼滤波(KF)以来, 卡尔曼滤波器广泛地应用于最优线性估计领域, 已经成为标准的设计方法. 对于非线性滤波问题, 经线性化后由扩展卡尔曼滤波器(EKF)解决. 卡尔曼滤波器的原理是将状态转换矩阵和观测矩阵按照泰勒级数进行线性展开, 但是线性化可能导致滤波器的性能变差或者滤波器发散. Julier 等人^[2] 根据卡尔曼滤波的基本原理, 从非线性均值和方差传播的角度, 提出了一种改进的滤波器 UKF. UKF 采用固定数目的参数近似非线性函数的概率密度分布, 而 EKF 近似的是非线性函数本身^[3,4]. 与近似非线性函数相比, 近似概率分布相对容易, 而且不需要计算雅可比

矩阵, 不需求解 Riccati 方程, 相对容易实现, 能够较好地满足导航实时性的要求^[5~7].

机器人姿态估计属于非线性最优滤波问题, 主要应用 EKF 算法. 但 EKF 设计困难, 参数调整需要一定技巧, 线性化时会产生误差, 并且存在发散性问题. 而 UKF 算法直接利用非线性模型, 避免了引入线性化误差, 从而提高了滤波精度, 并且解决了滤波器设计及收敛问题.

本文应用 UKF 的设计原理, 针对两轮自平衡机器人的姿态估计问题, 提出了新的姿态最优估计滤波器. 对导航用加速度计和陀螺仪的数据进行融合并对其产生的随机漂移误差进行补偿, 得到了姿态

* 收稿日期: 2005-12-30

的最优估计. 对算法进行了计算机仿真测试, 并在两轮自平衡机器人 HiBot 上加以验证.

2 UKF设计原理 (UKF design theory)

UKF应用采样策略逼近非线性分布, 以 UT 变换为基础, 采用卡尔曼线性滤波框架, 属于确定性采样. 采样点的具体个数由采样策略决定, 最常用的是对称采样. 在对称采样中, Sigma 点到中心 \bar{x} 的距离随 x 维数的增加而变远, 产生采样的非局部效应. 但是, 比例采样可以有效地解决采样非局部效应问题, 并能够修正多种采样策略, 因此在对称采样算法中加入比例修正^[8].

针对下述形式的非线性系统设计 UKF 滤波器:

$$x(k+1) = f[x(k), u(k), v(k)] \quad (1)$$

$$z(k) = h[x(k), u(k), w(k)] \quad (2)$$

式中: $f[\cdot, \cdot, \cdot]$ 为过程模型, $x(k)$ 为 k 时刻系统的 n 维状态向量, $u(k)$ 为控制输入向量, $v(k)$ 为 q 维零均值过程噪声向量, $h[\cdot, \cdot, \cdot]$ 为测量模型, $z(k)$ 为 k 时刻系统测量向量, $w(k)$ 为 m 维零均值测量噪声向量. 并且 $v(k)$ 与 $w(k)$ 为互不相关的高斯白噪声.

2.1 UT变换

UT 变换基于先验知识: 近似非线性函数的概率密度分布比近似非线性函数更容易. 具体的变换方法可用图 1 表示. 选择一批可表达系统状态的均值 \bar{x} 与协方差 P_{xx} 的采样点. 将非线性变换应用于每个采样点, 得到非线性转换后的点集 \bar{y} 和协方差矩阵 P_{yy} .

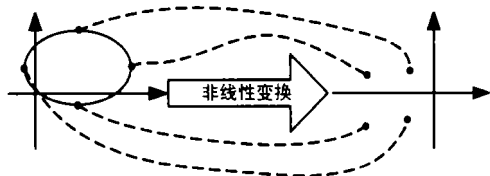


图 1 UT 变换原理

Fig 1 UT theory

对于 n 维随机变量 $x_i (i = 1, \dots, n)$, 经过非线性变换 $f(\cdot)$, 得到 r 维随机变量 $y_j (j = 1, \dots, r)$, 其均值和协方差的估计算法步骤如下:

1) 确定采样策略, 计算采样点

采用对称采样策略, 计算 $2n+1$ 个采样点. 为了确保输出变量协方差的半正定性, 对所选采样策略采用比例修正.

$$x_0 = \bar{x}$$

$$x_i = \bar{x} + (\sqrt{(n+K)P_{xx}})_i, \quad i = 1, \dots, n$$

$$x_i = \bar{x} - (\sqrt{(n+K)P_{xx}})_{i-n}, \quad i = n+1, \dots, 2n$$

$$w_0^m = \frac{K}{n+K}$$

$$w_0^c = \frac{K}{n+K} + (1 - \alpha^2 + \beta)$$

$$w_i^m = w_i^c = \frac{1}{2(n+K)}, \quad i = 1, \dots, 2n$$

(3)

式中: $K = \alpha^2(n+\lambda) - n$, 比例系数 K 取值范围为 0 或 $3-n$, 可用于调节 Sigma 点和 \bar{x} 的距离, 仅影响二阶之后的高阶矩带来的偏差; α 确定采样点与均值的远近程度, 通常设为较小的正数 (例如 $1E^{-4} < \alpha < 1$); λ 为另一个比例系数, 一般为零; β 用于包含 X 的先验分布信息, 对于高斯分布, $\beta = 2$ 是最优的. $(\sqrt{(n+K)P_{xx}})_i$ 是矩阵平方根阵的第 i 行, w_i^m, w_i^c 分别是均值和方差的权重并且有 $\sum_{i=0}^{2n} w_i^m = 1, \sum_{i=0}^{2n} w_i^c = 1$ 对称采样的计算量基本与 EKF 相当, 均为 $O(n^3)$.

2) 通过系统动力学方程, 对所采样的输入变量 Sigma 点集中的每个点进行 $f[\cdot, \cdot, \cdot]$ 非线性变换, 得到变换后的点集 $\{y_i\}$

$$y_i = f(x_i), \quad i = 1, \dots, 2n \quad (4)$$

3) 计算变换后的点集和协方差估计

$$\bar{y} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^m y_i$$

$$P_{yy} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^c (y_i - \bar{y})(y_i - \bar{y})^T \quad (5)$$

采样点估计的后验均值和协方差可以精确到二阶, 如果先验随机变量是高斯变量, 后验均值和协方差可以精确到三阶.

2.2 基于 UKF 的滤波器设计

在卡尔曼滤波器的时间更新方程中应用 UT 变换, 传递状态向量和测量向量的均值和协方差, 其他部分保持不变, 就得到了 UKF 滤波器. 由于具有噪声项, 在 UKF 算法中, 需要对状态进行扩维处理^[9]. 针对式 (1) 和 (2) 定义的系统, 令增广的状态向量为 $x^a = [x^T \ v^T \ w^T]^T$, 具体算法如下:

1) 状态初始化

初始状态:

$$\hat{x}_0 = E(x_0)$$

$$P_0 = E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T] \quad (6)$$

扩维形式:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_0^a &= E(\mathbf{x}_0^a) = [\hat{\mathbf{x}}_0 \ 0 \ 0] \\ \mathbf{P}_0^a &= E[(\mathbf{x}_0^a - \hat{\mathbf{x}}_0^a)(\mathbf{x}_0^a - \hat{\mathbf{x}}_0^a)^T] = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{Q} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{R} \end{bmatrix} \quad (7)\end{aligned}$$

2) 计算采样点

对于具有比例修正的对称采样策略, 共有 $2(n+q+m)+1$ 个采样点, 此时系统的维数为 $n+q+m$. \mathbf{x}^x 为 \mathbf{x}^a 的前 n 维向量, 是原非线性系统向量; \mathbf{x}^v 为 \mathbf{x}^a 的 $n+1$ 维到 $n+q$ 维, 是增广的过程噪声向量; \mathbf{x}^w 为 \mathbf{x}^a 的 $n+q+1$ 维到 $n+q+m$ 维, 是增广的测量噪声向量.

3) 时间更新(预测)方程

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_i^a(k+1|k) &= f[\mathbf{x}_i^a(k|k), \mathbf{u}(k), \mathbf{x}_i^v(k)] \\ \hat{\mathbf{x}}(k+1|k) &= \sum_{i=0}^{2n} w_i^m \mathbf{x}_i^a(k+1|k) \\ \mathbf{P}(k+1|k) &= \sum_{i=0}^{2n} w_i^c [\mathbf{x}_i^a(k+1|k) - \hat{\mathbf{x}}(k+1|k)] \cdot \\ &\quad [\mathbf{x}_i^a(k+1|k) - \hat{\mathbf{x}}(k+1|k)]^T \\ \mathbf{z}_i(k+1|k) &= h[\mathbf{x}_i^a(k|k), \mathbf{u}(k), \mathbf{x}_i^w(k)] \\ \hat{\mathbf{z}}(k+1|k) &= \sum_{i=0}^{2n} w_i^m \mathbf{z}_i(k+1|k) \\ \mathbf{P}_{zz}(k+1|k) &= \sum_{i=0}^{2n} w_i^c [\mathbf{z}_i(k+1|k) - \hat{\mathbf{z}}(k+1|k)] \cdot \\ &\quad [\mathbf{z}_i(k+1|k) - \hat{\mathbf{z}}(k+1|k)]^T \\ \mathbf{P}_{xz}(k+1|k) &= \sum_{i=0}^{2n} w_i^c [\mathbf{x}_i^a(k+1|k) - \hat{\mathbf{x}}(k+1|k)] \cdot \\ &\quad [\mathbf{z}_i(k+1|k) - \hat{\mathbf{z}}(k+1|k)]^T \\ \mathbf{v}(k+1) &= \mathbf{z}(k+1) - \hat{\mathbf{z}}(k+1|k) \\ \mathbf{P}_{vv}(k+1|k) &= \mathbf{P}_{zz}(k+1|k) + \mathbf{R}(k+1) \quad (8)\end{aligned}$$

4) 测量更新(修正)方程

$$\begin{aligned}\mathbf{K}(k+1) &= \mathbf{P}_{xz}(k+1|k) \mathbf{P}_{vv}^{-1}(k+1|k) \\ \hat{\mathbf{x}}(k+1|k+1) &= \hat{\mathbf{x}}(k+1|k) + \mathbf{K}(k+1) \mathbf{v}(k+1) \\ \mathbf{P}(k+1|k+1) &= \mathbf{P}(k+1|k) \\ &\quad - \mathbf{K}(k+1) \mathbf{P}_{vv}(k+1|k) \mathbf{K}^T(k+1) \quad (9)\end{aligned}$$

3 两轮自平衡机器人最优姿态估计滤波器设计 (The optimal attitude filter design for two-wheeled self-balanced robot)

用来测量两轮自平衡机器人姿态的惯性导航系

统由陀螺仪和加速度计组成: 陀螺仪测量角速度, 加速度计的测量轴垂直于重力方向安装时可以作为倾角计使用, 通过计算反三角函数值测量角度. 陀螺仪和加速度计的主要误差源是由温度变化和噪声影响产生的随机漂移误差; 当加速度计的两个测量轴都垂直于俯仰轴并且其中一个轴垂直于重力方向时, 加速度计可以对俯仰角进行 360° 的全方位测量, 两个轴的测量值通过反正切函数计算角度时不会产生线性化误差.

设机器人与竖直方向的偏转角度为 θ 机器人角速度为 $\dot{\theta}$, 陀螺仪漂移为 ε 则状态向量为:

$$\mathbf{X} = [\theta \ \dot{\theta} \ \varepsilon]^T$$

使用牛顿-欧拉法建立两轮自平衡机器人动力学方程^[10], 结合陀螺仪漂移误差差分方程^[11]得到两轮自平衡机器人非线性状态方程和测量方程:

$$\begin{cases} \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} + \mathbf{w}_1 \\ \frac{d\dot{\theta}}{dt} = \frac{\alpha_2 \sin 2\theta \cdot \dot{\theta}^2 + \alpha_3 \sin \theta + (1 + \alpha_4 \cos \theta)(T_L + T_R)}{1 - \alpha_1 \cos^2 \theta} + \mathbf{w}_2 \\ \frac{d\varepsilon}{dt} = \gamma_1 \varepsilon + \gamma_2 + \mathbf{w}_3 \end{cases} \quad (10)$$

式中: α 为与电机及机器人相关的常数, T_L 、 T_R 分别为电机左、右轮的力矩, \mathbf{w} 为过程噪声, \mathbf{v} 为量测噪声, γ 为与陀螺仪误差拟合相关的常数.

假设 θ 和 $\dot{\theta}$ 足够小, 在 $\theta=0$ 附近, 通过关系 $\sin \theta \approx \theta$ $\cos \theta \approx 1$ $\dot{\theta}^2 \approx 0$ 对方程 (10) 进行线性化, 得到线性状态方程和测量方程:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{X}} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{\alpha_3}{1 - \alpha_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_1 \end{bmatrix} \mathbf{X} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1 + \alpha_4}{1 - \alpha_1} (T_L + T_R) \\ \gamma_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1 \\ \mathbf{w}_2 \\ \mathbf{w}_3 \end{bmatrix} \\ \mathbf{z} &= [1 \ 0 \ 0] \mathbf{X} + \mathbf{v} \quad (11)\end{aligned}$$

式中: 过程噪声 \mathbf{w} 为零均值的高斯白噪声, 其协方差

矩阵 $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_A & & \\ & \mathbf{Q}_G & \\ & & \mathbf{Q}_\varepsilon \end{bmatrix}$; 测量噪声 \mathbf{v} 的协方差矩阵为 $\mathbf{R} = [\mathbf{R}_A]$.

针对姿态估计滤波器的线性和非线性两种形式分别设计了 UKF 算法. 在姿态角 θ 和角速度 $\dot{\theta}$ 比较

小时, 两种滤波器可互换使用.

4 实验 (Experiment)

为验证 UKF 滤波器的性能、比较 UKF 与 EKF 的滤波效果, 对两轮自平衡机器人系统分别采用 UKF、EKF 进行滤波, 并检验了传感器漂移误差补偿算法. 由于 UKF 是针对离散系统提出的, 因此对上述系统进行离散化处理. 实验初始条件如表 1 所示.

表 1 实验初始条件
Table 1 Initial condition

项目	条件
系统采样间隔	0.01 s
总采样时间	5 s
机器人初始状态	竖直放置 (0°)
过程噪声中加速度计项协方差 Q_A	$(0.2^\circ)^2$
过程噪声中陀螺仪项协方差 Q_G	$(0.05^\circ/\text{s})^2$
过程噪声中陀螺仪误差拟合项协方差 Q_e	$(0.3^\circ/\text{s})^2$
测量噪声中加速度计项协方差 R_A	$(0.2^\circ)^2$

4 1 实验系统

两轮自平衡机器人的旋转由一个单轴陀螺仪 ADXRS150 测量, 角速度测量范围为 $\pm 150^\circ/\text{s}$. 角度由一个双轴加速度计 ADLX202 给出, 角度测量范围为 360° . 两轮自平衡机器人 HiBot 如图 2 所示.

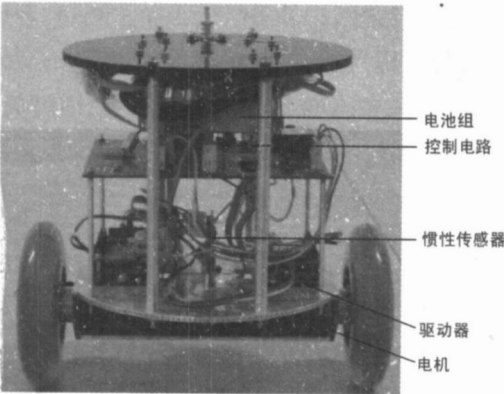


图 2 两轮自平衡机器人 HiBot

Fig 2 Two-wheeled self-balanced robot HiBot

4 2 UKF 性能测试与模型比较

图 3 是式 (10) 构造的非线性 UKF 滤波器与式 (11) 构造的线性滤波器的性能比较. 由图 3 可见, 经 UKF 滤波之后的最优姿态估计很好地跟踪了姿态真值的变化, 滤波偏差统计特性由表 2 给出. 由于在初

始时刻机器人在保持了短时的平衡后开始运动, 因此初始状态偏差很小, 线性模型与非线性模型初始姿态估计误差较小; 同时, 通过参数的选取使系统非线性较弱, 所以两模型估计精度差别不大, 可以用线性模型代替非线性模型.

线性模型的高斯白噪声是加性的, 所以噪声项不需要和状态变量一起进行 UT 变换, 这样采样点数目就可由 15 个减少到 7 个, 从而减少了计算量, 提高了计算速度.

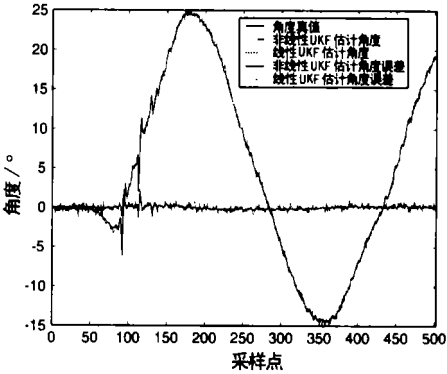


图 3 UKF 性能与模型比较

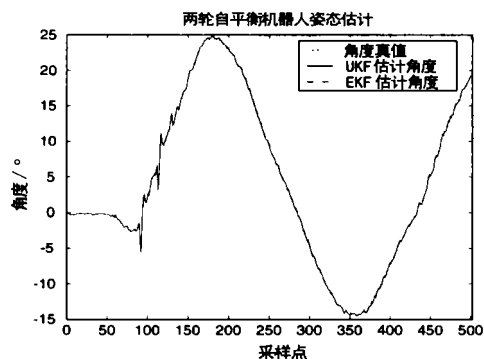
Fig 3 UKF performance and model

表 2 UKF 非线性与线性模型统计特性比较
Table 2 Comparison of statistical characters
between linear model and nonlinear model

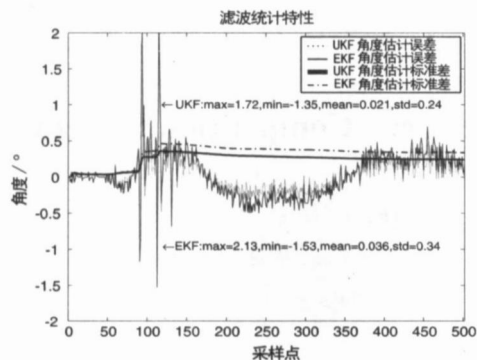
	角度误差 最大值	角度误差 最小值	角度误差 均值	角度误差 标准差
线性模型	1.7213°	-1.3454°	0.021°	0.24°
非线性模型	1.7138°	-1.6162°	0.02°	0.23°

4 3 UKF 与 EKF 性能比较

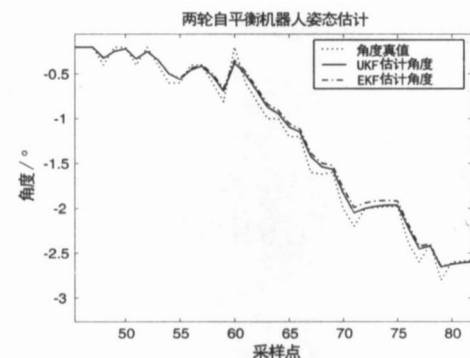
UKF 与 EKF 的性能比较如图 4 所示. UKF 与 EKF 均使用线性模型, 在 EKF 收敛的情况下, 两个滤波器都能够较好地对机器人真实姿态进行跟踪, 但是从放大图和统计特性图可以看到 UKF 的性能要优于 EKF. UKF 姿态估计误差为 0.021° , 标准差为 0.24° ; 而相同状态下 EKF 估计误差为 0.036° , 标准差为 0.34° . 从统计特性图可知, 关于角度跟踪误差, 在机器人启动时两者相差不大, 运动时 UKF 的误差明显比 EKF 误差小, UKF 角度误差的标准差始终包络着 EKF 的标准差. 通过状态区域放大图可知, 经过 UKF 估计的姿态较经过 EKF 估计的姿态更加接近于真实姿态.



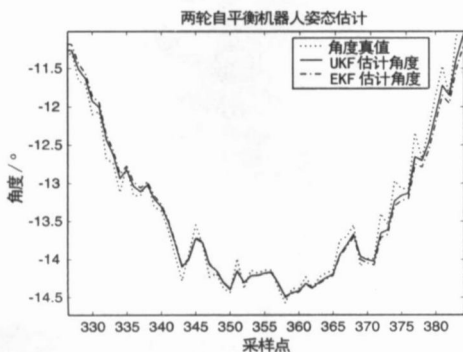
(a) 姿态估计



(b) 统计特性



(c) 采样点 40~80 区域姿态估计放大图



(d) 波谷区域姿态估计放大图

图 4 UKF、EKF 姿态估计性能对比

Fig 4 Performance comparison between UKF and EKF

5 结论 (Conclusion)

针对两轮自平衡机器人姿态估计中 EKF 设计困难并且容易发散的问题, 提出了解决滤波器设计及收敛问题的 UKF 算法。

验证了 UKF 的性能, 并对 UKF、EKF 两种非线性滤波器的效果进行了比较。UKF 参数设计简单, 姿态估计误差小于 EKF, 方差估计优于 EKF, 估计精度、计算量基本与 EKF 相当。因此 UKF 能够满足两轮自平衡机器人快速机动过程中的实时姿态估计要求。

参考文献 (References)

- [1] Kalman R E. A new approach to linear filtering and prediction problems [J]. Transactions of the ASME - Journal of Basic Engineering 1960 3 35-45.
- [2] Julier S J, Uhlmann J K, Durrant-Whyte H F. A new approach for filtering nonlinear system [A]. Proceedings of the American Control Conference [C]. Piscataway, USA: IEEE, 1995. 1628-1632.
- [3] Wan E A, van derMerve R. The unscented Kalman filter for nonlinear estimation [A]. Proceedings of the IEEE 2000 Adaptive Systems for Signal Processing, Communications and Control Symposium [C]. New York, USA: IEEE, 2000. 153-158.
- [4] Julier S J, Uhlmann J K, Durrant-Whyte H F. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators [J]. IEEE Transactions on Automatic Control 2000, 45 (3): 477-482.
- [5] 潘泉, 杨峰, 叶亮, 等. 一类非线性滤波器——UKF 综述 [J]. 控制与决策, 2005, 20(5): 481-489.
- [6] St-Pierre M, Gingras D. Comparison between the unscented Kalman filter and the extended Kalman filter for the position estimation module of an integrated navigation information system [A]. Proceedings of the 2004 IEEE Intelligent Vehicles Symposium [C]. Piscataway, USA: IEEE, 2004. 831-835.
- [7] 武延鹏, 尤政, 任大海. 采样 Kalman 滤波器在天文卫星定姿滤波中的应用 [J]. 清华大学学报 (自然科学版), 2003, 43(8): 1013-1016.
- [8] Julier S J. The scaled unscented transformation [A]. Proceedings of the American Control Conference [C]. Piscataway, USA: IEEE, 2002. 4555-4559.
- [9] Wu Y, Hu D, Wu M, et al. Unscented Kalman filtering for additive noise case: augmented versus nonaugmented [J]. IEEE Signal Processing Letters 2005, 12(5): 357-360.
- [10] Grasser F, D'Arrigo A, Colombi S, et al. DE-amobile, inverted pendulum [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics 2002, 49(1): 107-114.
- [11] Baishan B, Durrant-Whyte H F. Inertial navigation systems for mobile robots [J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1995, 11(3): 328-342.

作者简介:

赵杰 (1968), 男, 教授, 博士生导师。研究领域: 机器人多传感器集成与控制技术, 机器人遥控操作等。

王晓宇 (1977-), 男, 博士生。研究领域: 移动机器人控制, 多传感器信息融合与数据处理等。