

# Kalman 滤波器虚拟噪声补偿技术在陀螺随机常值漂移标定中的应用

高炳祥 万德钧

(东南大学)

## 提 要

采用 Kalman 滤波器对船用捷联惯性导航系统中的陀螺随机常值漂移进行标定,面临的一个重要问题是由于模型不准确,包括噪声统计特性不准确,导致估计值精度下降甚至发散。针对这一问题,本文运用自适应 Kalman 滤波的虚拟噪声补偿技术对陀螺随机常值漂移进行标定,收到较好的效果。

**关键词:** Kalman 滤波,陀螺漂移,捷联

## (一) 引 言

捷联式惯性导航系统是把惯性敏感器——陀螺仪和加速度计直接安装在运载体上,不再需要带有常平架的稳定平台,利用惯性敏感器、基准方向及最初的位置信息来确定运载体的方位、姿态、位置和速度的自主式导航系统。在船用捷联惯导系统中,陀螺仪的漂移误差是导致导航系统精度下降的重要原因之一。根据误差性质,陀螺仪的漂移误差可以划分为确定性漂移误差与随机性漂移误差。对于确定性的漂移误差,可预先通过一定的测试仪器及测试方法进行标定,进而采取相应的补偿措施。而对于随机漂移误差,由于无法象确定性漂移误差那样进行补偿,故这类误差成为系统的主要误差源之一。在陀螺仪的随机漂移误差中,随机常值漂移所占比重最大。因此,为提高船用捷联惯导系统的导航精度,有必要对陀螺仪的随机常值漂移进行补偿。

建立包括陀螺仪随机常值漂移在内的捷联惯导系统的误差模型,运用 Kalman 滤波器进行估计,是对陀螺仪随机常值漂移进行在线补偿的有效途径<sup>[1]</sup>。众所周知,为使 Kalman 滤波器具有最优性能,必须使 Kalman 滤波器模型和噪声统计特性具有准确的先验信息<sup>[2]</sup>。事实上,这是很难做到的。我们在建立陀螺随机常值漂移标定的动态误差方程时,由于对物理背景了解不完备与为了降低模型的复杂度,只是取一个近似模型;其次,从其它导航设备得到的观测信息的统计特征,通常也不能精确知道。对于象陀螺随机常值漂移这类可观测性较弱,滤波时间较长的系统,由于模型误差的存在,采用常规 Kalman 滤波器,会使估计精度

收稿日期:1995-03-29

下降,还可能导致滤波器的发散。

Yoshimura 等人考虑了状态转换阵含有误差的系统,通过引入带时变噪声统计的虚拟噪声,并给出时变噪声统计估计器,来补偿模型误差,改善 Kalman 滤波器性能<sup>[3]</sup>。但这种算法需要进行矩阵求逆运算,这给计算带来不便,而且还须假定观测模型是完全精确已知的,这使得其算法带有局限性。在分析上述方法的基础上,考虑了状态转换阵和观测阵两者均含有未知误差的补偿问题,通过在状态方程和观测方程中引入带有未知时变噪声统计的虚拟噪声后,便可把问题归结为带未知时变噪声统计系统的自适应 Kalman 滤波问题,给出带模型误差系统滤波的虚拟噪声补偿技术算法。

## (二) 滤波器虚拟噪声补偿技术的应用

考虑线性离散随机系统

$$X_k = \Phi_{k,k-1}X_{k-1} + \Gamma_{k-1}W_{k-1} \quad (1)$$

$$Z_k = H_kX_k + V_k \quad k \geq 1 \quad (2)$$

式中  $X_k \in R^n$  是状态向量,  $Z_k \in R^m$  是观测向量,  $\Phi_{k,k-1}$ 、 $H_k$  分别为已知的  $n \times n$ 、 $n \times m$  阵,  $W_k$  与  $V_k$  是相互独立的白噪声。

$$\begin{aligned} EW_{k-1} &= 0 & cov(W_{k-1}, W_{j-1}) &= Q\delta_{kj} \\ EV_k &= 0 & cov(V_k, V_j) &= R\delta_{kj} \end{aligned} \quad (3)$$

现设该系统是带模型误差系统,即实际系统是

$$X_k = (\Phi_{k,k-1} + \Delta\Phi_{k,k-1})X_{k-1} + \Gamma_{k-1}W_{k-1} \quad (4)$$

$$Z_k = (H_k + \Delta H_k)X_k + V_k \quad (5)$$

其中  $\Phi_{k,k-1}$ 、 $H_k$  是已知的,  $\Delta\Phi_{k,k-1}$  是状态转换误差阵,  $\Delta H_k$  是观测误差阵,它们是未知的。对比(1)、(2)式,重新改写(4)、(5)式为:

$$X_k = \Phi_{k,k-1}X_{k-1} + \xi_{k-1} \quad (6)$$

$$Z_k = H_kX_k + \eta_k \quad (7)$$

式中

$$\xi_{k-1} = \Delta\Phi_{k,k-1}X_{k-1} + \Gamma_{k-1}W_{k-1} \quad (8)$$

$$\eta_k = \Delta H_kX_k + V_k \quad (9)$$

我们称  $\xi_{k-1}$ 、 $\eta_k$  分别为虚拟系统噪声和虚拟观测噪声。这样真实系统(4)、(5)式的滤波问题转化为系统(6)、(7)式的自适应 Kalman 滤波问题,模型误差部分通过虚拟噪声来补偿。通常认为模型误差部分  $\Delta\Phi_{k,k-1}$ 、 $\Delta H_k$  相对是很小的,因此可近似地认为虚拟噪声是相互独立的白噪声,且显然虚拟噪声带有未知时变噪声统计:

$$\begin{aligned} E\xi_{k-1} &= q_{k-1}, & cov(\xi_{k-1}, \xi_{j-1}) &= Q_{k-1}\delta_{kj} \\ E\eta_k &= r_k, & cov(\eta_k, \eta_j) &= R_k\delta_{kj} \end{aligned} \quad (10)$$

现用指数加权渐消记忆方法,基于 Sage 和 Husa<sup>[4]</sup>的噪声统计估值器,对带有未知时变噪声统计系统(6)、(7)式,有如下的状态和时变噪声统计的自适应 Kalman 滤波算法:

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k,k-1} + K_k \epsilon_k \quad (11)$$

$$\hat{X}_{k,k-1} = \Phi_{k,k-1} \cdot \hat{X}_{k-1} + \hat{q}_{k-1} \quad (12)$$

$$\epsilon_k = Z_k - H_k \cdot \hat{X}_{k,k-1} - \hat{r}_{k-1} \quad (13)$$

$$K_k = P_{k,k-1} \cdot H_k^T \cdot [H_k \cdot P_{k,k-1} H_k^T + \hat{R}_{k-1}]^{-1} \quad (14)$$

$$P_{k,k-1} = \Phi_{k,k-1} P_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \Gamma_{k-1} \cdot \hat{Q}_{k-1} \cdot \Gamma_{k-1}^T \quad (15)$$

$$P_k = [I - K_k \cdot H_k] \cdot P_{k,k-1} \quad (16)$$

且

$$\hat{q}_k = (1 - d_{k-1}) \cdot \hat{q}_{k-1} + d_{k-1} [\hat{X}_k - \Phi_{k,k-1} \cdot \hat{X}_{k-1}] \quad (17)$$

$$\hat{Q}_k = (1 - d_{k-1}) \cdot \hat{Q}_{k-1} + d_{k-1} [K_k \cdot \epsilon_k \cdot \epsilon_k^T K_k^T + P_k - \Phi_{k,k-1} \cdot P_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T] \quad (18)$$

$$\hat{r}_k = (1 - d_{k-1}) \cdot \hat{r}_{k-1} + d_{k-1} [Z_k - H_k \cdot \hat{X}_{k,k-1}] \quad (19)$$

$$\hat{R}_k = (1 - d_{k-1}) \cdot \hat{R}_{k-1} + d_{k-1} [\epsilon_k \cdot \epsilon_k^T - H_k \cdot P_{k,k-1} \cdot H_k^T] \quad (20)$$

式中,  $I$  为单位阵,  $d_k = (1 - b)/(1 + b^{k+1})$ ,  $b$  为遗忘因子,  $0 < b < 1$ 。

初始条件

$$X_0 = \hat{X}_0 \quad P_0 = \hat{P}_0$$

$$\hat{q}_0 = q_0 \quad \hat{Q}_0 = Q_0$$

$$\hat{r}_0 = r_0 \quad \hat{R}_0 = R_0$$

交替应用(11)~(16)式和(17)~(20)式可得到状态和时变噪声统计的估值。

下面即用上述自适应 Kalman 滤波的虚拟噪声补偿技术对陀螺随机常值漂移进行标定。建立陀螺随机常值漂移标定的系统动态方程<sup>[6]</sup>。

$$X_k = \Phi_{k,k-1} \cdot X_{k-1} + \Gamma_{k-1} \cdot W_{k-1}$$

$$Z_k = H_k \cdot X_k + V_k$$

式中

$$X_k = [\varphi_x \varphi_y \varphi_z \delta V_x \delta V_y \delta \varphi \delta \lambda \epsilon_{cx} \epsilon_{cy} \epsilon_{cz}]^T$$

$$Z_k = [\Delta \varphi \Delta \lambda \Delta \psi]^T$$

这里,  $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$  分别为捷联系统数学平台的三个失准角;  $\delta V_x, \delta V_y$  分别为系统北向、东向速度误差;  $\delta \varphi, \delta \lambda$  为位置误差;  $\epsilon_{cx}, \epsilon_{cy}, \epsilon_{cz}$  分别为沿三轴陀螺随机常值漂移;  $\Delta \varphi, \Delta \lambda, \Delta \psi$  分别为外测纬度信息、经度信息、航向信息与捷联惯导系统推算的纬度、经度、航向之差;  $W_{k-1}$  为陀螺沿三个轴的随机漂移噪声,  $V_k$  为观测噪声, 且  $W_{k-1}, V_k$  满足(3)式。滤波迭代周期  $T = 5 \text{ sec}$ 。

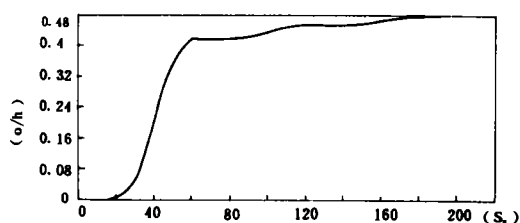
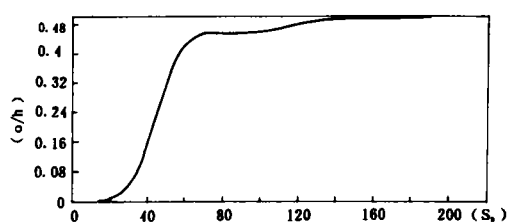
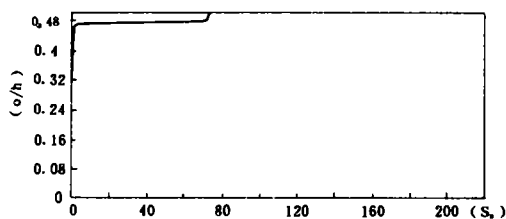
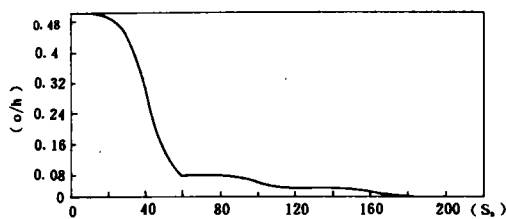
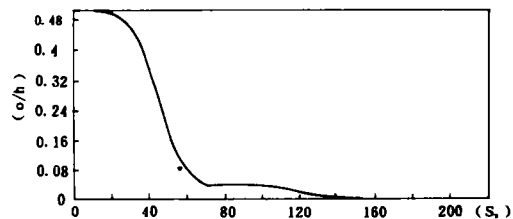
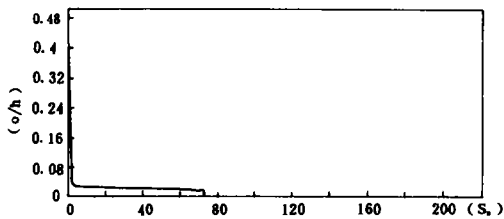
### (三) 仿真结果

现在, 用上面讨论的方法进行陀螺随机常值漂移标定的仿真实验。设:

陀螺随机常值漂移  $\epsilon_{cx} = \epsilon_{cy} = \epsilon_{cz} = 0.5 \text{ (°/h)}$

陀螺随机漂移均方差  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0.1 \text{ (°/h)}$

通过仿真实验, 选  $b = 0.98$ 。图 1~图 6 为滤波器估计及误差曲线。

图1 沿  $x$  轴陀螺随机常值漂移估计曲线图2 沿  $y$  轴陀螺随机常值漂移估计曲线图3 沿  $z$  轴陀螺随机常值漂移估计曲线图4 沿  $x$  轴陀螺随机常值漂移估计误差曲线图5 沿  $y$  轴陀螺随机常值漂移估计误差曲线图6 沿  $z$  轴陀螺随机常值漂移估计误差曲线

仿真结果表明,经过 18min 滤波之后,沿  $x$  轴陀螺随机常值漂移估计误差 $\leq 0.024$  ( $^{\circ}/h$ ),沿  $y$  轴陀螺随机常值漂移估计误差 $\leq 0.001$  ( $^{\circ}/h$ ),沿  $z$  轴陀螺随机常值漂移估计误差 $\leq 0.00006$  ( $^{\circ}/h$ )。证明采用自适应 Kalman 滤波器的虚拟噪声补偿技术对陀螺随机常值漂移标定是有效的。

## (四) 结 论

在捷联系统中,采用 Kalman 滤波器对陀螺随机常值漂移进行标定,面临的主要问题是模型不准,包括陀螺漂移的噪声统计特性和外观测信息的统计特性不能精确得到,导致建立的滤波器估计精度下降,甚至会使滤波器发散。通常是采用一些自适应滤波算法进行补救。建立自适应算法的一般方法是利用信息更新序列  $V_k$  的相关函数  $E[V_k V_k^T]$  去得出  $Q$ 、 $R$  的估计值。但这种计算估计具有下列缺陷:(1)先要给出  $Q$ 、 $R$  的初始值  $Q^*$ 、 $R^*$ ,据此建立滤波器,然后判断滤波器是否最优,这一过程需要大量的计算才能完成;(2)虽然可以推导出计算估计值  $\hat{Q}$ 、 $\hat{R}$  公式,但由于无法得到  $\hat{Q}$  的解析解,计算  $\hat{Q}$  比较困难;(3)这种自适应算法只适用于线性定常系统。由于这三个方面缺陷,使得用一般的自适应算法对陀螺随机常值漂

移进行标定遇到一定的困难。而采用本文介绍的自适应 Kalman 滤波器虚拟噪声补偿技术则可以较好地改善由于模型不准和噪声统计特征了解不完备对估计值造成的不良影响,且通过选择合适的遗忘因子,将使滤波器非常接近最优滤波和系统真实状态。相对一般自适应滤波,它的计算量也较小。

### 参 考 文 献

- 1 俞济祥. 卡尔曼滤波及其在惯性导航中的应用. 航空专业教材编审组, 1984, 11
- 2 袁天鑫编. 最优估计原理. 国防工业出版社, 1980
- 3 Yoshimura T, Soeda T. A technique for compensating the filter performance by a fictitious noise. Trans. ASME Ser G J of Dynamic System Measurement and Control, 1978, 100(2)
- 4 Sage A P, Husa G W. Adaptive filtering with unknown prior statistics. Joint Automatic Control Conference, 1967: 769
- 5 袁信, 郑涛. 捷联式惯性导航原理. 航空专业教材编审室, 1985

## FICTITIOUS NOISE COMPENSATION APPROACH OF KALMAN FILTER USED IN RANDOM CONSTANT DRIFT CALIBRATION OF GYRO

GAO Bingxiang WAN Dejun  
(Southeast University)

### Abstract

The model error is the main problem in calibrating gyroscopic random constant drift in marine strapdown inertial navigation system. The model error results in filtering error and divergence. In this paper, a new calibrating method is presented by introducing fictitious noises into adaptive Kalman filtering. The simulation results show that this method is satisfactory.

**Key Words:** Kalman filtering, Gyroscopic drift, Strapdown