

## 基于 MEMS 惯性器件的两种水平姿态算法比较研究

梅春波, 秦永元, 张金亮

(西北工业大学 自动化学院, 西安 710129)

**摘要:** 本文讨论了基于 MEMS 惯性器件的两种水平姿态角求解方案。第一种方法由经典的互补滤波器推导而来; 第二种方法采用卡尔曼滤波器来实现姿态角估计。文中对两种算法的实现细节进行了讨论, 并设计了两组简单的验证实验, 实验结果表明所设计的两种算法对于估计低速运载体的水平姿态角有很好的效果。

**关键词:** MEMS; 互补滤波器; 卡尔曼滤波

## Two ways of estimating the pitch and roll angles based on MEMS inertial sensors

MEI Chun-bo, QIN Yong-yuan, Zhang Jin-liang

(Department of Automation Control, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129)

**Abstract:** Two methods are proposed to estimate the pitch and roll angles based on MEMS inertial sensors, which are three-axes gyros and three-axes accelerators. The first algorithm has the same structure as the complementary filter, so is called the nonlinear complementary filter. And the second one is based on the celebrated Kalman filter. The implimentary details of the two solutions are described separately. The results of two simple experiments valide the proposed algorithms.

**Keywords:** MEMS; complementary filter; kalman filter

微机电技术的发展, 导致了新一代陀螺仪和加速度计的产生, 称为 MEMS 惯性传感器。与传统的惯性器件相比, MEMS 惯性器件具有显著的优势: (1) 器件微型化、集成化, 因而具有体积小、重量轻、成本低等优势; (2) 测量范围大, 可靠性高, 功耗低, 易于实现数字化和智能化。MEMS 惯性器件的显著优势使得它在很多场合都有着广阔的应用前景, 如虚拟现实游戏系统、玩具机器人系统、小型飞行器系统、天线稳定平台及其定位、汽车导航等。但是 MEMS 惯性器件输出中通常包含了较高水平的输出噪声和时变零偏项, 这是在利用这一类传感器设计算法时需要考虑解决的问题。

目前有大量的文献用来讨论利用 MEMS 惯性传感器实现对机器人系统及其他控制场合中的姿态解算问题。解决的办法笼统地可以分为两类: 第一类可以称为标准的扩展随机线性估计系统, 如标准卡尔曼滤波算法、扩展卡尔曼滤波算法、贝叶斯估计算法等<sup>[1,2]</sup>; 第二类则使用确定性的互补滤波器算法和非线性观测技术<sup>[3,4,5]</sup>。

### 1 问题描述

本文主要讨论一类水平姿态角估计问题。在地面机器人控制、汽车导航、平流层吊舱的稳定系统、低空小型飞行器及高空民航客机应用中, 都需要获取相应载体的水平姿态信息。在这一类系统中, 对水平姿态角估计精度的要求通常不高, 以飞机上所用的传统垂直陀螺仪为例, 其水平姿态角最大误差[6]可以达到 3~5°。

针对这一类特殊的水平姿态角估计问题，可以采用 MEMS 惯性器件，通过设计合理的算法来实现一定精度范围内的水平姿态角估计。所采用的基本传感器为 MEMS 三轴陀螺仪和 MEMS 三轴加速度计。这两类惯性器件的基本输出模型分别为：

MEMS 陀螺仪测量载体相对于惯性空间的角速度信息为：

$$\hat{\omega}_{ib}^b(t) = \omega_{ib}^b(t) + \varepsilon^b + w^b(t) \quad (1.1)$$

其中， $\varepsilon^b$  为陀螺仪的缓变漂移； $w^b(t)$  陀螺仪测量噪声。

MEMS 加速度计测量载体相对于惯性空间的比力信息为：

$$f^b = \ddot{P}^b + (2\omega_{ie}^b + \omega_{en}^b)_x \cdot \dot{P}^b - g^b \quad (1.2)$$

其中， $P$  为载体在地球坐标系  $e$  中的位置矢量； $\dot{P}^b$  为载体对地速度矢量  $\dot{P}$  在载体系中的投影； $\ddot{P}^b$  为载体对地加速度矢量  $\ddot{P}$  在载体系中的投影； $g^b$  为重力加速度矢量在载体系中的投影。

无论是地面运动载体系统还是空中运动载体系统，都将导航坐标系统一定义为载体所在的当地地理坐标系，记为  $n$  系。载体系记为  $b$  系，与前文一致。由导航坐标系  $n$  至载体坐标系  $b$  的变换可以通过如下旋转来实现：

$$O - x_n y_n z_n \xrightarrow[\text{旋转 } \psi]{\text{绕 } -z_n \text{ 轴}} O - x_1 y_1 z_1 \xrightarrow[\text{旋转 } \theta]{\text{绕 } x_1 \text{ 轴}} O - x_2 y_2 z_2 \xrightarrow[\text{旋转 } \gamma]{\text{绕 } y_2 \text{ 轴}} O - x_b y_b z_b$$

其中， $\psi$ 、 $\theta$ 、 $\gamma$  为欧拉转动角，分别称为航向角、俯仰角和倾斜角。水平姿态角就是指俯仰角和倾斜角。三次转动的结果可用方向余弦矩阵来表示<sup>[7]</sup>，记为  $C_n^b$ ，则有：

$$C_n^b = \begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \psi + \sin \gamma \sin \psi \sin \theta & -\cos \gamma \sin \psi + \sin \gamma \cos \psi \sin \theta & -\sin \gamma \cos \theta \\ \sin \psi \cos & \cos \psi \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \gamma \cos \psi - \cos \gamma \sin \psi \sin \theta & -\sin \gamma \sin \psi - \cos \gamma \cos \psi \sin \theta & \cos \gamma \cos \theta \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

由于姿态矩阵和全姿态角信息具有等价性，那么如果解算得到姿态矩阵，也就可以反解出姿态角信息。姿态阵包含有九个元素，而自由度却只有三个，有冗余，且根据 MEMS 惯性器件的输出要实现姿态阵的有效解算非常复杂。文[8]利用 MEMS 三轴陀螺仪、MEMS 三轴加速度计和 MEMS 三轴磁强计组合，在姿态阵的单位正交约束条件下，设计了一套非线性的互补滤波器算法，用来实现对姿态阵的求解。但是由于本文所讨论的仅仅是求解两个水平姿态角，且所用的传感器也不包括三轴磁强计，因此，可以对姿态角的解算过程进行简化。

式(1.3)表明  $C_n^b$  的最后一列是水平姿态角  $\theta$ 、 $\gamma$  的函数，二者具有一一对应关系。将  $C_n^b$  写成列向量的形式， $C_n^b = [c_1 \ c_2 \ c_3]$ ，根据  $C_n^b$  的微分方程可以得到：

$$\dot{C}_n^b = -(\omega_{nb}^b)_x \cdot C_n^b \quad (1.4)$$

$$c_1 = -(\omega_{nb}^b)_x \cdot c_1, \quad c_2 = -(\omega_{nb}^b)_x \cdot c_2, \quad c_3 = -(\omega_{nb}^b)_x \cdot c_3 \quad (1.5)$$

其中， $\omega_{nb}^b$  表示载体系相对于导航系的角速度矢量在载体系中的投影； $(\omega_{nb}^b)_x$  表示由  $\omega_{nb}^b$  的三个元素构成的反对称矩阵：

$$(\omega_{nb}^b)_x = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{nbz}^b & \omega_{nbx}^b \\ \omega_{nbz}^b & 0 & -\omega_{nbx}^b \\ -\omega_{nbx}^b & \omega_{nbz}^b & 0 \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

现在利用式(1.3)和式(1.5)，水平姿态角的估计问题已经转变为一个三维单位向量  $\mathbf{c}_3$  的估计问题，且已知其微分方程。下面来分析以下 MEMS 惯性器件的输出与向量  $\mathbf{c}_3$  的关系。

式(1.1)又可以表示为：

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_{ib}^b(t) &= \omega_{ib}^b(t) + \varepsilon^b + \mathbf{w}^b(t) \\ &= \mathbf{C}_n^b(t) \omega_{in}^n(t) + \omega_{nb}^b(t) + \varepsilon^b + \mathbf{w}^b(t) \\ &= \omega_{nb}^b(t) + \tilde{\varepsilon}^b + \mathbf{w}^b(t) \end{aligned} \quad (1.7)$$

其中， $\mathbf{C}_n^b(t)$  为  $t$  时刻的方向余弦矩阵； $\tilde{\varepsilon}^b(t) = \mathbf{C}_n^b(t) \omega_{in}^n(t) + \varepsilon^b$ ， $\omega_{in}^n(t)$  是载体对地速度  $\mathbf{v}^n$ 、地球自转角速度  $\omega_{ie}$  和载体所在地纬度  $L$ 、高度  $h$  的函数，载体低速运动时， $\omega_{in}^n$  与 MEMS 陀螺仪零偏稳定性在同一个量级上，因此文中将其与 MEMS 陀螺仪的缓变漂移和在一起称为等效陀螺漂移。也就是说 MEMS 陀螺仪测量值与向量  $\mathbf{c}_3$  的微分项相关。

考虑到加速度计的器件误差，式(1.2)又可以描述为：

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{f}}^b &= -\mathbf{g}^b + \ddot{\mathbf{P}}^b + (2\omega_{ie}^b + \omega_{en}^b)_x \cdot \dot{\mathbf{P}}^b + \nabla^b + \mathbf{v}^b(t) \\ &= \mathbf{C}_n^b(t)(-\mathbf{g}^n) + \ddot{\mathbf{P}}^b + \tilde{\nabla}^b + \mathbf{v}^b(t) \end{aligned} \quad (1.8)$$

其中， $\nabla^b$  为加速度计的缓变零位偏置； $\tilde{\nabla}^b = (2\omega_{ie}^b + \omega_{en}^b)_x \cdot \dot{\mathbf{P}}^b + \nabla^b$  是地球自转角速率  $\omega_{ie}$ 、载体对地速度  $\dot{\mathbf{P}}$  的函数，运载体低速运动时， $(2\omega_{ie}^b + \omega_{en}^b)_x \cdot \dot{\mathbf{P}}^b$  的值与加计零偏不稳定性在一个量级，因此将二者一起称为加计等效零偏； $\mathbf{v}^b(t)$  为加速度计的测量噪声。

当  $\ddot{\mathbf{P}}^b = 0$  时，将  $\mathbf{C}_n^b = [\mathbf{c}_1 \quad \mathbf{c}_2 \quad \mathbf{c}_3]$ ， $\mathbf{g}^n = [0 \quad 0 \quad -g]^T$  代入式(1.8)中，忽略加速度计输出中的等效零偏和测量噪声，可以得到，

$$\hat{\mathbf{c}}_3 = \frac{\hat{\mathbf{f}}^b}{g} \quad (1.9)$$

式(1.9)表明，在一定条件下（ $\ddot{\mathbf{P}}^b = 0$ ），MEMS 加速度计直接测量所要求解的向量  $\mathbf{c}_3$ 。

在上述讨论的基础上，选择算法来实现对水平姿态角的估计。

## 2 非线性互补滤波器算法

互补滤波器为一阶微分系统提供了一种数据融合算法，可以有效地融合具有低频特性的位置量测和具有高频特征的速率量测。考虑一阶微分系统模型，

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{u} \quad (2.1)$$

对该系统可以获取两类量测信息，分别为，

$$\begin{aligned} y_x &= L(s) + \mu_x \\ y_u &= u + \mu_u + b(t) \end{aligned} \quad (2.2)$$

其中， $L(s)$  为低通滤波器，取决于传感器的输出特性； $\mu$  表示两种测量手段的测量噪声； $b(t)$  为确定性的低频缓变干扰。通常在  $y_x$  测量信息有效时，低通滤波器满足  $L(s) \approx 1$ 。对测量结果  $y_u$  进行积分则可以得到状态的估计值，低频缓变干扰  $b(t)$  的积分结果显然主要位于低频段。

设置传递函数，

$$F_1(s) = \frac{C(s)}{C(s) + s}$$

$$F_2(s) = 1 - F_1(s) = \frac{s}{C(s) + s} \quad (2.3)$$

选择  $C(s)$ ，使得在  $L(s)$  的低频通频带内有  $L(s)F_1(s) \approx 1$  成立，且  $F_1(s)$  具有低通滤波特性， $F_2(s)$  具有高通滤波特性。这样就可以构造估计量为，

$$\begin{aligned} \hat{X}(s) &= F_1(s) \cdot y_x(s) + F_2(s) \cdot \frac{y_u(s)}{s} \\ &= \frac{C(s)}{C(s) + s} y_x(s) + \frac{s}{C(s) + s} \frac{y_u(s)}{s} \\ &= X(s) + \frac{C(s)}{C(s) + s} \mu_x(s) + \frac{\mu_u(s) + b(s)}{C(s) + s} \end{aligned} \quad (2.4)$$

由式(2.4)中第三个等式可知，虽然  $F_2(s)$  为高通滤波器，但是  $\mu_u(s) + b(s)$  却等效于经过了一个低通滤波器。

对式(2.4)中第二个等式描述的结构，可以采用经典的 PID 控制理论来设计  $C(s)$ 。当选择 PI 控制时，设

$$C(s) = k_p + \frac{k_I}{s} \quad (2.5)$$

此时的系统方框图如图 1 所示。

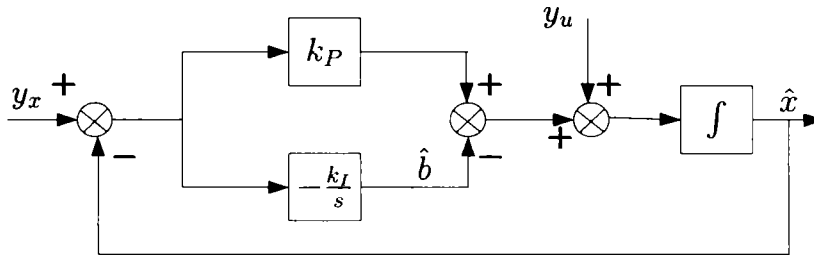


图 1 PI 控制律下互补滤波器原理框图

PI 控制律下的系统闭环动态方程为：

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= y_u - \hat{b} + k_p(y_x - \hat{x}) \\ \dot{\hat{b}} &= k_I(y_x - \hat{x}) \end{aligned} \quad (2.6)$$

对式(2.6)描述的系统，可以对其进行简单的稳定性分析，定义估计误差，

$$\tilde{x} = x - \hat{x}, \quad \tilde{b} = b - \hat{b} \quad (2.7)$$

定义李雅普诺夫稳定性函数  $L$  为，

$$L = \frac{1}{2}(x - \hat{x})^2 + \frac{1}{2k_I}(b - \hat{b})^2 \quad (2.8)$$

对式(2.8)两端求微分，可得，

$$\begin{aligned}
L &= (x - \hat{x})(\dot{x} - \dot{\hat{x}}) + \frac{1}{k_I}(b - \hat{b})(\dot{b} - \dot{\hat{b}}) \\
&= \tilde{x}(u - (u + b) + \hat{b} - k_P(x - \hat{x})) + \frac{1}{k_I}\tilde{b}(0 + k_I(x - \hat{x})) \\
&= -\tilde{x}\tilde{b} - k_P\tilde{x}^2 + \tilde{x}\tilde{b} \\
&= -k_P\tilde{x}^2 \leq 0
\end{aligned} \tag{2.9}$$

在式(2.9)推导过程中, 用到了  $y_x \approx x$ 、 $y_u = u + b$ 。根据李雅普诺夫直接法可知, 式(2.6)所描述的系统是稳定的。

对比互补滤波器模型和基于 MEMS 惯性器件的向量  $\mathbf{c}_3$  估计模型, 可知, 二者在结构上保持一致。利用互补滤波器思想来估计  $\mathbf{c}_3$  时还需要解决两个问题:

第一个问题是反馈量的构造,

图 1 表明互补滤波器是一个单位反馈系统, 通过比较状态估计值  $\hat{x}$  和参考量测  $y_x$  给出系统反馈量, 输入 PI 控制律下的校正回路, 实现参考量测对状态估值的修正。对于单变量系统, 状态估值与量测参考的差值就是反馈量, 当状态为列向量时, 直接以差值作为反馈显得过于粗糙。

由方向余弦矩阵  $\mathbf{C}_n^b$  的定义式(1.3)可以得到,  $\mathbf{c}_3$  的表达式为,

$$\mathbf{c}_3 = \begin{bmatrix} -\sin \gamma \cos \theta \\ \sin \theta \\ \cos \gamma \cos \theta \end{bmatrix}, \quad \|\mathbf{c}_3\|_2 = 1 \tag{2.10}$$

式(2.10)表明,  $\mathbf{c}_3$  和  $(\theta, \gamma)$  具有一一对应的关系, 且模值为 1, 那么  $\mathbf{c}_3$  反映的就是一种空间角位置关系, 如图 2 所示。

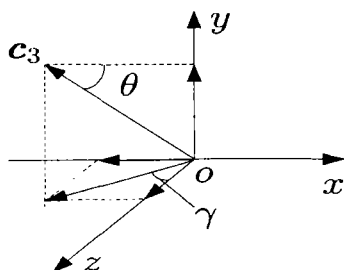


图 3 单位向量所代表的空间角位置关系

由非线性滤波算法得到的  $\hat{\mathbf{c}}_3$  代表的是一种空间角位置关系, 由式(1.9)给出的量测参考则是另一种角位置关系。从这个角度出发, 给出如下反馈量的构造形式,

$$\boldsymbol{\omega}_e = \mathbf{c}_3 \times \mathbf{c}_3^f \tag{2.11}$$

其中,  $\mathbf{c}_3^f$  由式(1.9)给出,  $\mathbf{c}_3^f = \hat{\mathbf{f}}^b / g$ 。

由向量叉乘的几何意义可知,  $\boldsymbol{\omega}_e$  的模值反映了  $\hat{\mathbf{c}}_3$  和  $\mathbf{c}_3^f$  所代表角位置偏差的大小,  $\boldsymbol{\omega}_e$  的方向则指出了由  $\hat{\mathbf{c}}_3$  至  $\mathbf{c}_3^f$  的转动方向。因此, 用式(2.11)所示的方式来构造反馈量是合理的。

第二个问题是反馈控制律的设计,

控制律的设计任务是选择合理的控制系数, 使得系统稳定且有效。对 PI 控制而言, 即是选择合理的  $k_P$ 、 $k_I$  值。PI 控制律下基于互补滤波器的姿态融合算法示意图如图 3 所示。

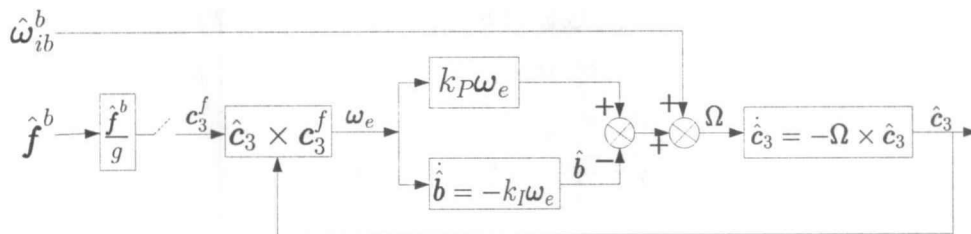


图 4 基于互补滤波器的姿态求解算法方框图

图 4 所示系统的微分方程形式如下,

$$\begin{aligned}\dot{\hat{c}}_3 &= -(\hat{\omega}_{ib}^b - \hat{b} + k_P \omega_e) \times \hat{c}_3, \quad \hat{c}_3(0) = \hat{c}_{3,0} \\ \dot{\hat{b}} &= -k_I \omega_e, \quad \hat{b}(0) = \hat{b}_0 \\ \omega_e &= \hat{c}_3 \times c_3^f, \quad c_3^f = \frac{\hat{f}^b}{g}\end{aligned}\quad (2.12)$$

由式(2.3)和式(2.5)可知,  $k_P$  和  $k_I$  决定了互补滤波器中低通滤波器的截止频率和阻尼系数。当  $k_P$  和  $k_I$  取值较小时, 有利于抑制量测噪声对姿态估计值的影响, 但是会降低修正速率。

此外, 由于实际中加速度计提供的姿态参考并不是一直有效, 因此, 在载体存非引力加速度的时间段内, 需要断开修正回路, 以避免引起较大的修正误差。这一点与传统航空应急地平仪由于干扰加速度引起的问题误差类似。解决的办法可以利用模值办法方法实现, 这一判别方法将在下一小节中详细介绍。

### 3 卡尔曼滤波算法

卡尔曼滤波器是一种时域最小方差估计器。用动力学方程描述被估计量的动态变化规律, 被估计量的动态统计信息由激励白噪声的统计特性和动力学方程确定。在一个卡尔曼滤波周期内, 具有两个明显的信息更新过程: 时间更新过程和量测更新过程。采用卡尔曼滤波器来实现对 MEMS 惯性器件输出信息的融合时, 将方向余弦矩阵的第三列  $\hat{c}_3$  和陀螺等效漂移列入状态, 根据式(1.5)和式(1.7), 可以得到滤波器系统方程为:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{c}}_3 \\ \dot{\hat{e}}^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\hat{\omega}_{ib}^b)_\times & -(\hat{c}_3)_\times \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_3 \\ \hat{e}^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(\hat{c}_3)_\times \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} w_k \quad (3.1)$$

当载体不存在对地加速度时, 利用式(1.9)可以直接从加速度计输出中获取实时的  $c_3$  值, 因此可得系统的量测方程为:

$$Z = \frac{\hat{f}^b}{g} = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_3 \\ \hat{e}^b \end{bmatrix} + v_k^b \quad (3.2)$$

在一个卡尔曼滤波周期内, 系统方程的时间更新即相当于直接使用陀螺仪的输出信息进行积分来解算姿态角信息; 而卡尔曼滤波的量测更新过程即是用量测值来修正时间更新过程中的误差。当以式(3.2)作为量测方程时, 即是载体无对地加速度时间段内的加速度计输出信息来修正由于陀螺仪漂移而产生的估计误差。因此, 卡尔曼滤波算法的这种对系统信息和量测信息的使用方式对于融合陀螺仪和加速度计的信息, 解算姿态角是非常有效的。

加速度计输出信息只有在载体无对地加速度时才能正确给出姿态角信息, 此时卡尔曼滤波器的量测信息才是有效的。因此, 为了保证算法的有效性, 必须能够根据 MEMS 惯性器件的输出自动判别载体

的运行状态。下面给出一种基于 MEMS 惯性器件输出和卡尔曼滤波器新息的双重模值判别方法。

(1) 基于 MEMS 加速度计输出的模值判别机制。由式(1.8)可知, 当载体无对地加速度时, 加计输出满足,

$$\hat{\mathbf{f}}^b = \mathbf{g} \cdot \mathbf{c}_3 + (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^b + \boldsymbol{\omega}_{en}^b) \times \dot{\mathbf{P}}^b + \nabla^b + \mathbf{v}^b(t) \quad (3.3)$$

当载体低速运动时,  $(2\boldsymbol{\omega}_{ie}^b + \boldsymbol{\omega}_{en}^b) \times \dot{\mathbf{P}}^b$  的值是非常小的。此时, 加速度计输出矢量的模值近似等于当地重力加速度。可以以此作为载体运动状态的判别依据, 给定门限值, 设计判别准则如下:

当  $\left| \|\hat{\mathbf{f}}^b(t)\| - g \right| < \alpha_a$  时, 认为在时间区间  $[t \quad t+T]$  内载体无对地加速度;

当  $\left| \|\hat{\mathbf{f}}^b(t)\| - g \right| \geq \alpha_a$  时, 认为在时间区间  $[t \quad t+T]$  内载体有对地加速度;

其中,  $T$  为 MEMS 惯性器件数据输出周期;  $\alpha_a$  为判别门限。

由于 MEMS 惯性器件输出噪声很大, 为了降低误判, 方便门限值的选择, 如可采用  $T_0 = nT$  时间段内的  $n$  个数据来判别载体状态, 一种最简单的策略是用这  $n$  个数据的均值  $\bar{\mathbf{f}}^b$  来代替  $\hat{\mathbf{f}}^b$ 。由于 MEMS 加速度计输出噪声近似为零均值白噪声, 采用这种方法能够有效地抑制输出噪声对判别的影响。此时, 卡尔曼滤波器的量测更新周期应该设为  $T_0$ 。

(2) 基于卡尔曼滤波新息的模值判别机制。加速度计输出矢量的模值近似等于重力加速度模值是载体无对地加速度的必要条件, 而不是充要条件, 还存在利用模值判别无法识别的加速状态<sup>[9]</sup>。为了进一步保证算法的有效性, 考虑使用卡尔曼滤波新息来判别。所谓卡尔曼滤波新息指的是量测值与状态一步预测值的偏差,

$$\mathbf{v}_k = \mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{X}_{k,k-1} \quad (3.4)$$

当卡尔曼滤波器正常工作, 且量测信息有效时, 滤波信息应该为一个少量, 同样的方法, 设置新息判别门限来完成模值判别。

若采用的是互补滤波器算法, 那么加计输出模值判别方法于此相同, 而新息判别则可以等效为判别反馈量所代表的偏角的大小。这种判别方法有效性的原理与新息判别原理一致。

#### 4 实验验证及结论

利用实验室现有的一套 MEMS 惯性器件, 对所设计的算法进行了简单地验证实验。MEMS 陀螺仪为 STIM202, 挪威 SENSOR 公司生产, 零偏稳定性标称值为  $0.5^\circ/\text{h}$ , 实验室常温静态测试, 十秒均值得到零偏稳定性约为  $5\sim 6^\circ/\text{h}$ 。

进行了两组简单地动态实验

第一组试验, 将 MEMS 惯性组合偏心安装在双轴位置转台上, 转台初始为水平, 然后手动旋转转台, 使得系统的滚转角依次转到  $+40^\circ$  并静止一段时间, 然后改变到  $-28^\circ$  静止一段时间, 最后归零。整个过程中俯仰角保持为  $0^\circ$ 。

两种算法的第一组试验结果如所示。

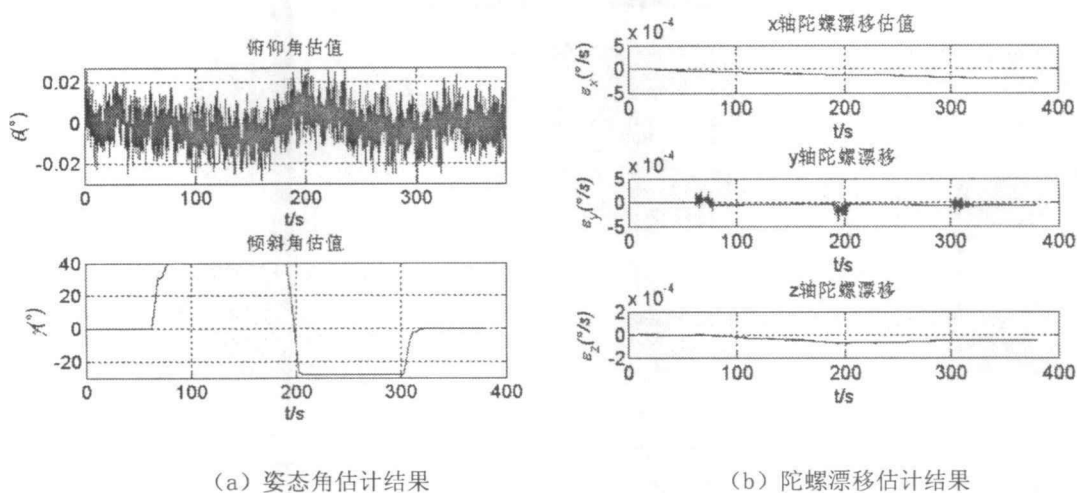


图 5 第一组实验互补滤波器算法估计结果

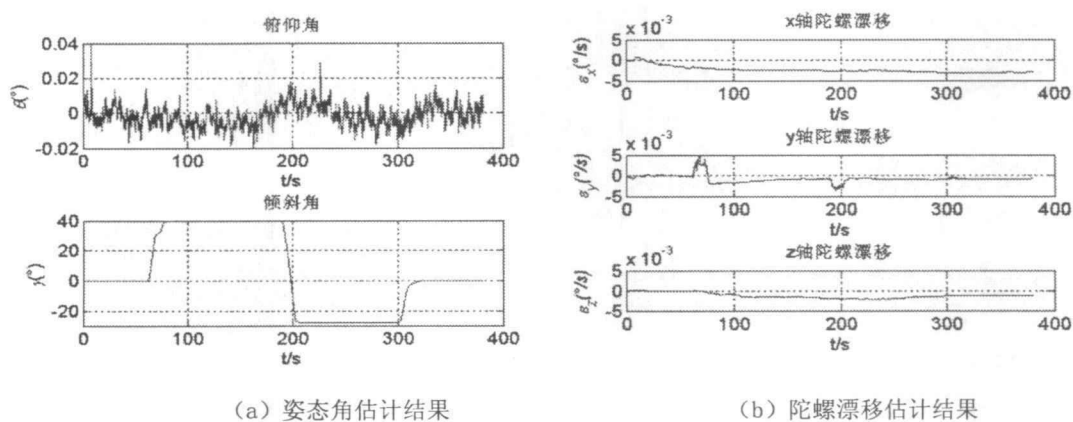


图 6 第一组实验卡尔曼滤波算法估计结果

第二组试验, 将MEMS居中安装在单轴速率转台上, 转台初始水平, 然后将其倾斜一个角度, 此时俯仰角和滚转角都有了一个非零的初值, 然后控制速率转台绕着速率轴做正弦摆动, 摆动幅度为 $30^{\circ}$ , 频率为0.5Hz。此时俯仰角和滚转角都将按照正弦规律变化。

两种算法的第二组实验结果如所示。

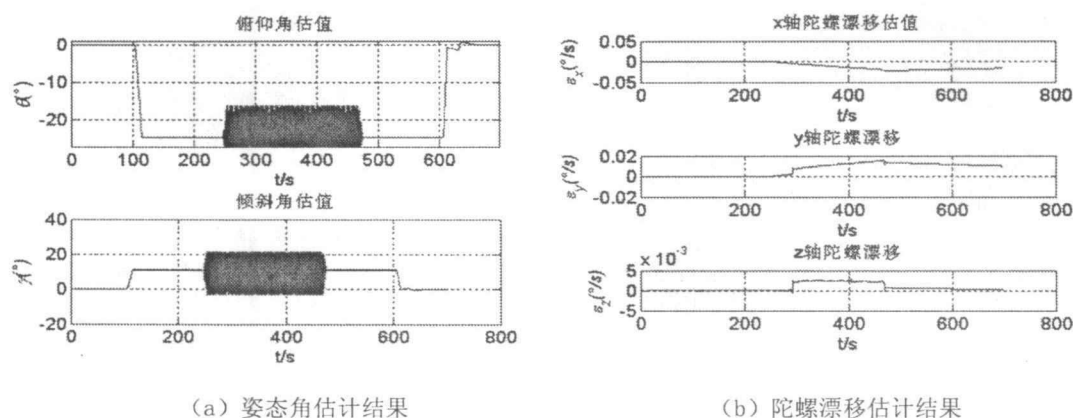


图 7 第二组实验互补滤波器估计结果



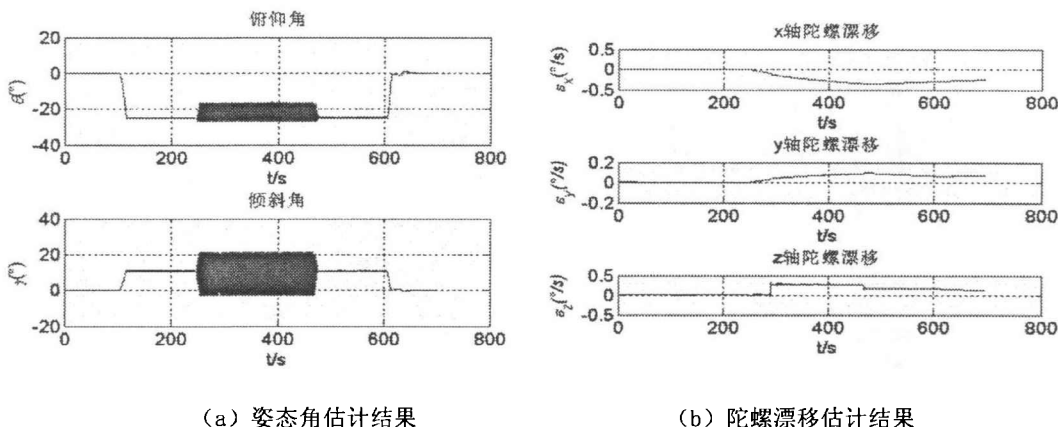


图 8 第二组实验卡尔曼滤波器估计结果

通过对比图 5 和图 6 以及图 7 和图 8 的试验结果,可知两种算法对于所设计的这种无速度条件下的姿态估计均具有良好地估计效果。姿态估计误差与真实误差的差别基本保持在  $0.1^{\circ}$  以内,且二者对陀螺漂移的估计效果具有一致性。从算法的计算量角度来,互补滤波器计算起来更简洁。但是针对复杂情况,卡尔曼滤波器可以通过适当地改进以获取一定的鲁棒性,同时保证估计精度。而互补滤波器要实现类似的能力,就需要自适应地调整 PI 控制律,这种情况下,两种算法的计算量和复杂度就相近了,对这两种算法可以自由选择。

由于 PI 控制参数的选取对于互补滤波器的估计效果有决定作用,进一步的工作可以对互补滤波器模型可以进行更加详细地研究,以得到 PI 控制参数的具体化的选取准则。

### 参考文献(References):

- [1] E Lefferts, F Markley, M Shuster. Kalman filtering for spacecraft attitude estimation[J]. AIAA J Guidance, Control, Navig., 1982, 5(5), pp. 417-429.
- [2] B Barshan, H D W. Inertial navigation systems for mobile robots[J]. IEEE Trans. Robot, Autom., 1995, 44(4), pp. 751-760.
- [3] M Zimmerman and W Sulzer. High bandwidth orientation measurement and control based on complementary filtering[C]. Symp, Robotics Control, Vienna, Austria, 1991.
- [4] A J B, R Klang. A low-cost and low-weight attitude estimation system for an autonomous helicopter[C]. in Proc IEEE Int Conf, 1997.
- [5] B Vik, T Fossen. A nonlinear observer for GPS and INS integration[C]. in Proc IEEE Conf. Decision and Control, Orlando, FL, 2001.
- [6] 杨佩贞. 陀螺仪原理及应用[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1992.
- [7] 秦永元. 惯性导航[M]. 北京: 科学出版社, 2005.
- [8] R Mahony, T Hamel, J M P. Nonlinear Complementary Filter on the Special Orthogonal Group[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2008, 53(5), pp. 1203-1218.
- [9] H Rehinder, Xiaoming Hu. Drift-free attitude estimation for accelerated rigid bodies[J]. Automatica, 2004, 40, pp 653-659.