## EKF 和互补滤波器在飞行姿态确定中的应用\*

郭晓鸿¹,杨 忠¹,陈 喆²,杨成顺¹,龚华军¹ (1. 南京航空航天大学 自动化学院 江苏 南京 210016; 2. 南京航空航天大学 无人机研究院 江苏 南京 210016)

摘 要:设计了一种旋翼飞行姿态参考系统,采用基于加速度计和陀螺仪的惯性测量组合(IMU)测量飞 行姿态数据。采集实测数据并运用 Allan 方差分析法分析其噪声特性,建立传感器模型;针对旋翼飞行器 分别应用经典扩展 Kalman 滤波( EKF) 算法和互补滤波算法进行姿态解算。在详细阐述 2 种算法的原理 与实现的基础上 进行飞行器平台实验验证。研究结果表明 2 种算法均有效 ,且互补滤波器相对经典 Kalman 滤波器更为简单、有效。

关键词: 姿态测量; 扩展 Kalman 滤波器; 互补滤波器; Allan 方差

文章编号: 1000-9787(2011)11-0149-04 中图分类号: V247.1; TP391.8 文献标识码: A

# Application of extended Kalman filter and complementary filter in attitude estimation\*

GUO Xiao-hong<sup>1</sup>, YANG Zhong<sup>1</sup>, CHEN Zhe<sup>2</sup>, YANG Cheng-shun<sup>1</sup>, GONG Hua-jun<sup>1</sup> (1. School of Automation Nanjing University of Aeronautics and Astronautics Nanjing 210016 China; 2. UAV Research Institute Nanjing University of Aeronautics and Astronautics , Nanjing 210016 , China)

Abstract: An attitude estimation system for the unmanned helicopter is presented. The system is based on an inertial measurement unit ( IMU) . By using Allan variance analysis method , the inertial sensor's models are built up. The extended Kalman filtering (EKF) algorithm and the complementary filtering algorithm are drawn into flight attitude determination for a helicopter. The methodologies and implementation of the two algorithms are well elaborated. The experimental tests have verified that both Kalman filtering and complementary filtering can obtain a very effective attitude estimation system , and for an unmanned helicopter ,the complementary filter can yield better performance than EKF.

Key words: attitude estimation; extended Kalman filter( EKF); complementary filter; Allan variance

### 0 引言

飞行姿态的准确获取是飞行控制的基础和前提 因此, 飞行姿态的确定至关重要。由于旋翼飞行器旋翼转动时振 动强烈 故姿态参考系统受振动的影响较大。同时旋翼飞 行器结构轻巧简单 必须要求其控制周期尽可能小以提高 响应速度。故该姿态参考系统应能减小振动的影响同时保 证较高的快速性。

无人飞行器的飞行姿态通过惯性测量组合元件(IMU) 来获取 主要包括三个 MEMS 陀螺仪和三轴加速度传感 器[1]。分析了主要传感器的动态特性 基于扩展 Kalman 滤 波器和互补滤波器的原理 给出了其设计和实现步骤 并结 合京商 260 无人直升机平台,对所设计的姿态参考系统进 行了实验验证。

### 1 惯性测量组合与姿态估计

本系统的角速度和加速度信号分别由 MEMS 陀螺仪 和 MEMS 三轴加速度计获取 其测量信号通过 SPI 接口同 基干 ARM 的飞行控制计算机进行通信。

陀螺仪测量载体相对惯性坐标系的旋转角速度 加速 度计测量沿三个机体轴的加速度值。

选取北东地为导航坐标系则重力在3个机体轴的分量 如式1所示[2]

$$\begin{pmatrix} \overline{a}_{x} \\ \overline{a}_{y} \\ \overline{a}_{z} \end{pmatrix} = \mathbf{R}_{n}^{b} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta\sin\phi \\ \cos\theta\cos\phi \end{pmatrix} g . \tag{1}$$

其中  $R^b$  为导航坐标系到机体坐标系的变换矩阵:  $\theta$  为

收稿日期: 2011-03-04

<sup>\*</sup>基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60674100); 2009 江苏省高校优秀科技创新团队项目

俯仰角;  $\phi$  为横滚角; g 为重力加速度;  $\bar{a}_x$   $\bar{\mu}_y$   $\bar{\mu}_z$  为沿 3 个机体轴的加速度在一段时间内的平均值。

故姿态角估计值

$$\begin{pmatrix} \hat{\theta} \\ \hat{\phi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \arctan(\frac{-\bar{a}_x}{\sqrt{\bar{a}_y^2 + \bar{a}_z^2}}) \\ \frac{\bar{a}_z}{\arctan(\frac{\bar{a}_y}{\bar{a}_z})} \end{pmatrix}. \tag{2}$$

以上的姿态解算方法是基于飞行器在匀速飞行或静止 的条件下得到 在飞行器存在大机动动作时,以上方法所得 姿态估值失效 需要同其他传感器融合以确定飞行姿态。

假设陀螺仪不存在漂移,则可直接使用角速率积分得 到角度,如式(3)

$$\hat{\theta} = \int_0^t \omega_m dt \quad . \tag{3}$$

其中  $\omega_m$  为陀螺仪所测得的转动角速度。

同时应假设飞行器做定轴转动,或者积分周期足够小。 在实际应用过程中由于陀螺漂移、有害加速度、测量噪 声等影响使以上姿态解算方法失效,为了在各种飞行状态 获得准确的姿态信息,可将上述2种姿态估计信息相融合。

#### 2 传感器误差特性分析与数据预处理

#### 2.1 陀螺数学模型

MEMS 陀螺仪的漂移误差由常值漂移、时变漂移以及随机漂移组成。可采用 Allan 方差分析法对其进行分析。 Allan 方差是一种基于时域的分析方法,能够容易地对各种 类型误差源和整个噪声统计特性进行细致的表征与辨识, 确定产生数据噪声的基本随机过程的特性<sup>[3]</sup>。

对陀螺数据建立模型有

$$\omega_m = \omega_t + b_0 + b + n_a \quad . \tag{4}$$

其中  $\omega_i$  为真实角速度;  $b_0$  为陀螺仪的常值漂移;  $n_a$  为观测噪声 ,可视为白噪声; b 为建模为一阶马尔科夫过程的时变漂移。从 Allan 方差分析法可知 ,短时间内角度随机误差占主导 ,由于旋翼飞行器的续航时间一般在 0.5 h 左右 ,故此时可将陀螺漂移的模型简化为随机常数 ,即  $\omega_m = \omega_i + b_0 + n_a$ 。

## 2.2 加速度数据预处理

由于加速度计对振动极为敏感 ,当飞行器静止于地面上 ,电机转动时(1/3 油门时 ,旋翼所产生的升力大于飞行器自身重量)  $\kappa$  轴的加速度计输出噪声经 FFT 变换得到其频率为  $9 \sim 15$  Hz ,采用滑动均值滤波的方法对原始数据进行处理 滤波原理如式(5) ,式(6) 所示

$$y_i = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^{3} x_i \quad , \tag{5}$$

$$z_j = \frac{1}{8} \sum_{j=1}^{8} a_j y_j . {(6)}$$

其中  $\alpha_i$  为传感器实时采集到的数据;  $z_i$  为滤波后的数

据输出; a, 为相应的权值。

频域中的滤波效果如图 1 图 2 所示。

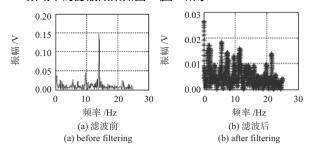


图 1 滤波前后满油门时加速度计数据的频率特性

Fig 1 Frequency characteristics of the acceleration data before and after filtering when the power is at the highest level

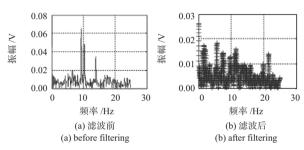


图 2 滤波前后 1/3 油门时加速度计数据的频率特性

Fig 2 Frequency characteristics of the acceleration data before and after filtering when the power is at 1/3 of the highest level

从图 1 与图 2 可知,随着电机转速增加,振动频率加大,加速度计受振动影响增大。同样对加速度计数据进行 Allan 方差分析,所得辨识结果如表 1 所示,其中,N 为角度 随机游走;B 为偏差不稳定;K 为速率随机游走。

表 1 加速度计误差辨识

Tab 1 Identification of accelerameter's error

	N( m/s <sup>1/2</sup> )	B( m/s)	K( m/s <sup>1.5</sup> )
x 轴	0.0029	0. 000 605 71	0.000210
y 轴	0.0023	0. 000 349 29	0. 000 343
z 轴	0.0047	0.00018561	0.000231

#### 3 基于扩展 Kalman 滤波器的姿态估计

由于陀螺仪输出的噪声不是白噪声,所以,采用扩展 Kalman 滤波器<sup>[4]</sup>,其数学模型如下:

状态方程

$$\dot{X} = AX + BU + W = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} U + W . \tag{7}$$

观测方程

$$Z = HX + V = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} X + V$$
 (8)

其中  $U = \omega_m X = [\theta \ bias]^T \theta$  为姿态角 bias 为陀螺仪漂移; U 为系统输入即陀螺仪实时输出的角速率  $\omega_m$ ; W 为系统的输入噪声 V 为系统的观测噪声 均由 Allan 方差分析所得。

对系统模型离散化得到

$$X_k = \phi_{k|k-1} X_{k-1} + \Gamma_{k|k-1} U_k + W_k$$
 ,

$$\boldsymbol{\phi}_{k|k-1} = \begin{pmatrix} 1 & T_s \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{9}$$

$$\boldsymbol{\varGamma}_{k|k-1} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\mathnormal{T}}_s \\ 0 \end{pmatrix} ,$$

$$\mathbf{Z}_{k} = \mathbf{H}_{k} \mathbf{X}_{k} + \mathbf{V}_{k}$$

$$\mathbf{H}_{k} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}. \tag{10}$$

其中  $T_c = 0.02 \text{ s}$  为陀螺仪的采样时间。

根据 Kalman 滤波基本方程 得状态一步预测

$$\hat{X}_{k|k-1} = \phi_{k|k-1} \hat{X}_{k-1|k-1} + \Gamma_{k|k-1} U .$$
 (11)

一步预测误差方差阵

$$P_{k|k-1} = \phi_{k|k-1} P_{k-1} \phi_{k|k-1}^{\mathrm{T}} + Q_{k} . \tag{12}$$

状态估计

$$\hat{X}_{k} = \hat{X}_{k,k-1} + K_{k} [Z_{k} - H_{k} \hat{X}_{k,k-1}] . \tag{13}$$

滤波增益矩阵

$$\boldsymbol{K}_{k} = \boldsymbol{P}_{k k-1} \boldsymbol{H}_{k}^{\mathrm{T}} \left[ \boldsymbol{H}_{k} \boldsymbol{P}_{k k-1} \boldsymbol{H}_{k}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{R}_{k} \right]^{-1} , \qquad (14)$$

式中  $Q_k$  为过程噪声方差阵  $R_k$  为观测噪声方差阵。

估计误差方差阵

$$\boldsymbol{P}_{k} = \left[ \boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}_{k} \boldsymbol{H}_{k} \right] \boldsymbol{P}_{k|k-1} . \tag{15}$$

将式(2) 所得到的姿态角估计值作为观测量输入 Kalman 滤波器 但是由于有害加速度的影响导致此估计值失效 因此 需要对 Kalman 滤波增益进行相应处理<sup>[2]</sup> 取

$$\alpha = |\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} - g| ,$$
 
$$\beta = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2} .$$

其中  $\rho_{x}$   $\rho_{x}$   $\rho_{z}$  为加速度计白噪声零偏的标准差。

当  $\alpha \! \leq \! \beta$  时 表明飞行器处于静止或匀速飞行状态。Q阵不变。

当 $\beta < \alpha \le \lambda$  时,表明飞行器处于低加速飞行状态,其中  $\lambda$  为某一设定阈值,可取  $0.3g_n$ 。 此时应增大 Q 阵。

当  $\alpha > \lambda$  时 表明飞行器处于高加速飞行状态 此时 Q 应趋于无穷大。

## 4 基于互补滤波器的姿态估计

根据加速度计测定的姿态角其测量误差不随时间累加。但在短期内精度较差;而根据陀螺仪测定的姿态角,由于陀螺漂移的影响,一段时间后精度降低。但短期内可提供高动态的姿态数据。利用两者在频域上的互补特性,采用互补滤波器对二者进行数据融合可提高姿态测量的精度和动态响应<sup>[56]</sup>。互补滤波器的原理如图 3 所示。

推导过程:

设  $\theta$  为姿态角 ,采用一阶低通滤波器和一阶高通滤波器。滤波原理如式(16)所示

$$\hat{\theta} = \left(\frac{K}{s+K} + \frac{s}{s+K}\right)\hat{\theta} = \frac{K}{s+K}\theta_{\text{ref}} + \frac{s\hat{\theta}}{s+K}$$

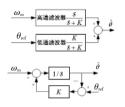


图 3 互补滤波器原理

Fig 3 Principle of complementary filter

$$\hat{\theta} = \frac{K}{s + K} \theta_{\text{ref}} + \frac{\omega_m}{s + K} \,. \tag{16}$$

其中  $\frac{K}{s+K}$ 具有低通特性  $\frac{s}{s+K}$ 具有高通特性。由于互补滤波器对陀螺仪的高通作用 ,陀螺仪低频漂移的影响可以得到很好的抑制 ,而低通作用则可以很好抑制加速度计的噪声。适当地选择 K 值可以使系统具有合理的截止频率。式(16)的时域形式为

$$\dot{\hat{\theta}} = K(\theta_{ref} - \hat{\theta}) + \omega_m . \tag{17}$$

利用式(17) 可对陀螺仪和加速度所计算的姿态输出进行互补滤波 其中  $\theta_{rr}$ 为由式(2) 所得姿态角估计值。

为验证以上 2 种算法的有效性,结合京商 260 无人直升机作为本实验验证平台,其飞行控制器采用 STM32(ARM Cortex-M3 内核)为中央处理器,主要完成传感器数据采集、姿态计算、遥控信号解码以及控制量输出。

在飞行控制器上实现以上 2 种算法,并进行了静止实验、无运动加速度实验、有运动加速度实验以及飞行器自主悬停实验。前三项实验中,飞行器旋翼均未转动,仅仅是姿态参考系统模拟飞行器飞行状态所得结果。2 种算法的时间更新频率均为 50Hz。互补滤波器的截止频率选为 18Hz。以俯仰角测量为例,图 4 为飞行器静止时 2 种方法的俯仰角测量结果;图 5 为飞行器在无运动加速度情况下的姿态角测量结果;图 6 为飞行器在有运动加速度时的姿态角测量结果;图 7 为飞行器在悬停时的姿态角测量结果。

由图 4、图 5 可知在静止,无加速度飞行时卡尔曼滤波器同互补滤波器效果相近,姿态角误差在 1°以内。由图 6 可知,飞行器进行机动动作时,Kalman 滤波器和互补滤波器都能有效减小机动动作所带来的影响,且前者的收敛速度快于后者;在算法实现上,相比 Kalman 滤波器,互补滤波器只需调整一个参数即截止频率,因而实现互补滤波器较为简单。经测试,原始数据采集和预处理耗时 0.25 ms,Kalman 滤波过程耗时 70 μs,互补滤波过程耗时 23 μs。由图 7 可知,在悬停状态下,由于传感器数据受振动影响较大,此时互补滤波器优于 Kalman 滤波器。

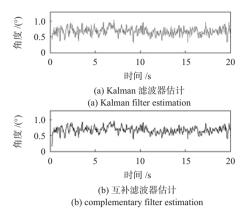


图 4 飞行器静止时俯仰角测量结果曲线

Fig 4 Curve of measuremental result of pitch angle while in stationary mode

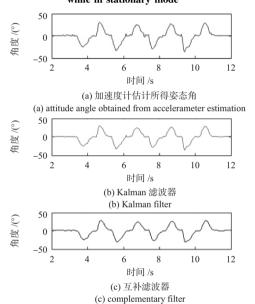


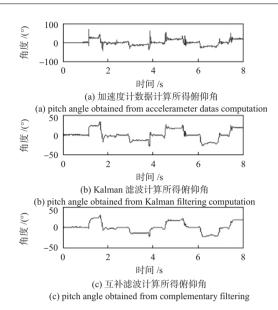
图 5 飞行器无运动加速度时俯仰角测量结果曲线
Fig 5 Curve of measuremental result of pitch angle
without acceleration

## 6 结 论

本文在对扩展 Kalman 滤波算法和互补滤波算法的原理与实现步骤进行全面阐述的基础上 将这 2 种算法分别应用于旋翼飞行器姿态解算中。在应用这 2 种算法前对传感器采用 Allan 方差分析法进行静态数据分析 建立传感器模型 并对原始数据进行相应预处理 降低机械振动所带来的影响。对实验结果进行分析比较 结果表明: 2 种算法均能够满足姿态解算的要求; 采用互补滤波器解算旋翼飞行器姿态不仅能满足精度要求 而且能降低系统资源消耗 是一种更为简单、有效的方法。

### 参考文献:

- [1] 刘 军 何国国 岳兴连 等. 基于 IMEMS 传感器的汽车运动 姿态测量系统研究[J]. 传感器与微系统 2009 28(11):12 -
- [2] Wang Mei ,Yang Yunchun ,Hatch R R ,et al. Adaptive filter for a



|6 飞行器有运动加速度时俯仰角测量结果曲线

Fig 6 Curve measuremental result of pitch angle with acceleration

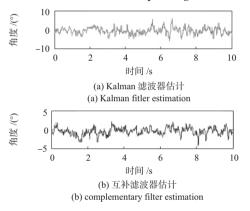


图 7 飞行器悬停时俯仰角测量结果

Fig 7 Curve of measuremental result of pitch angle while in hover mode

miniature MEMS based attitude and heading reference system [C]// Position Location and Navigation Symposium, Hyatt Regency Monterey ,CA JUSA 2004: 193 – 200.

- [3] El-Sheimy Naser Hou Haiying Niu Xiaoji. Analysis and modeling of inertial sensors using Allan variance [J]. Transactions on Instrumentation and Measurement 2008 57(1):140-149.
- [4] Lam Q M ,Crassidis J L. Precision attitude determination using a multiple model adaptive estimation scheme [C]// Aerospace Conference ,Rohnert Park ,CA ,USA 2007: 1 – 20.
- [5] 徐 玉. 微小型无人直升机飞控平台与姿态融合算法研究[D]. 杭州: 浙江大学 2008.
- [6] Baerveldt A J ,Klang R. A low-cost and low-weight attitude estimation system for an autonomous helicopter [C]// Proc of Int'l Conf on Intelligent Engineering Systems ,1997: 391 395.

#### 作者简介:

郭晓鸿(1987-) 女 福建福州人 硕士研究生 主要从事飞行控制技术研究。