

基于 Kalman 滤波的 MEMS 陀螺仪滤波算法

钱华明¹, 夏全喜², 阙兴涛¹, 张强¹

(1. 哈尔滨工程大学 自动化学院, 黑龙江 哈尔滨 150001; 2. 解放军信息工程大学 测绘学院, 河南 郑州 450002)

摘要: 针对 MEMS 陀螺仪精度不高、随机噪声复杂的问题, 研究了某 MEMS 陀螺仪的随机漂移模型. 应用时间序列分析方法, 采用 AR(1) 模型对经过预处理的 MEMS 陀螺仪测量数据噪声进行建模, 进而基于该 AR 模型并采用状态扩增法设计 Kalman 滤波器. 速率试验和摇摆试验仿真结果表明, 在静态和恒定角速率条件下, 采用该算法滤波后的 MEMS 陀螺仪的误差均值和标准差都比滤波前有了明显的降低. 针对摇摆基座下该算法随摆动幅度的增大效果变差的问题, 从提高采样率和选择自适应 Kalman 滤波 2 个方面对算法进行改进. 仿真结果表明, 2 种方法都能改善滤波效果, 然而考虑到系统采样频率和 CPU 计算速度的限制, 自适应滤波有更高的实用性.

关键词: 随机漂移; 微机电系统; Kalman 滤波; 自适应 Kalman 滤波; 陀螺仪

中图分类号: V241.5 **文献标志码:** A **文章编号:** 1006-7043(2010)09-1217-05

Algorithm for a MEMS gyroscope based on Kalman filter

QIAN Hua-ming¹, XIA Quan-xi², QUE Xing-tao¹, ZHANG Qiang¹

(1. College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China; 2. Institute of Surveying and Mapping, Information Engineering University of PLA, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: In order to improve the performance of gyroscopes, the random drift of a micro-electro-mechanical system (MEMS) gyro was analyzed and modeled. Based on the basic principles of time series analysis, AR(1) was adopted to model the preprocessed data measured by a MEMS gyroscope. An augmenting state vector was used to design the Kalman filter. By simulating a rate test and an oscillating test, it was demonstrated that in the cases of static state or constant angular rate, the mean value and standard deviation of the errors were much smaller after filtering than before filtering. However, the effect decreased when it was in an oscillating state. With an amplitude increase, the mean values and standard deviations of errors also increased. The problem was analysed and two methods were adopted to reduce the effect. These involved increasing the sample rate and adopting an adaptive Kalman filter. The simulation demonstrated that both methods could improve the performance of the filter. However, considering of practical limits to sampling rates as well as the calculation speed of the CPU, an adaptive Kalman filter is more practical.

Keywords: random drift; MEMS; Kalman filter; adaptive Kalman filter; gyroscope

微机电系统 (micro-electro-mechanical system, MEMS) 惯性器件在低成本惯性系统中获得越来越广泛的应用, 但目前 MEMS 陀螺仪的精度仍然较低, 限制了其进一步应用. 通过有效的降噪方法改善陀螺仪性能, 以满足较高精度的应用需求, 是目前研究的重要问题. 研究表明, 随机噪声是影响 MEMS

陀螺仪精度的主要因素. 对其进行模型辨识并滤波是提高陀螺仪性能的主要途径^[1]. 采用神经网络、小波分析等方法对陀螺仪的随机误差进行建模可以达到这个目的, 但这些方法得到的模型通常具有较高的阶数, 并不十分适合于低成本系统的实时在线估计^[2-3]. 通过时序分析方法, 采用 AR 模型同样可以对陀螺随机误差进行建模, 其使用条件要简单得多. 在正确地建立了陀螺的随机误差模型之后需要选择恰当的方法进行滤波, 从工程实用角度来看 Kalman 滤波是不错的选择. 这种首先使用 AR 模型

收稿日期: 2009-04-10.

作者简介: 钱华明 (1964-), 男, 教授, 博士生导师, qianhuam@sina.com.

通信作者: 钱华明.

对陀螺仪随机误差进行建模,然后设计 Kalman 滤波器来滤除噪声的方法,文献[4-6]也曾使用,这些文献都对随机误差进行了正确建模,然而在 Kalman 滤波器的设计中,建立系统模型时,他们都没有区分实际角速度和噪声,在静态情况下,其滤波器可以有效消除随机噪声,但是在动态时,滤波器会出现问题.本文考虑了有色噪声的因素,采用状态扩增法设计了 Kalman 滤波器,为了验证其正确性,进行了仿真和试验.针对摇摆运动时滤波效果下降的问题提出提高采样频率和使用自适应 Kalman 滤波 2 种解决办法.

1 Kalman 滤波器的设计

对陀螺仪随机漂移信号进行时间序列分析即对陀螺信号进行预处理后,使其满足平稳随机序列,对其建立时间序列模型,并对模型适用性进行检验,以实现对其时间序列的预报和控制.具体的建模步骤以及方法可以参考文献[4,7].本文综合考虑 AIC 准则(Akaike information criterion)、模型适用性和系统实时性要求,选用 AR(1)模型对陀螺仪随机噪声进行了建模.

Kalman 滤波是工程应用中较为成熟的方法,它是一种递推线性最小方差估计,只通过前一个时刻的估计值和现在的量测值来计算现在状态的估计值,方法简单,易于工程实现.它可以实现最小均方估计误差意义下的随机信号的最优线性滤波.建立了陀螺仪的随机漂移模型以后,可以采用 Kalman 滤波方法滤除陀螺仪随机漂移.此处系统噪声为有色噪声,量测噪声为白噪声.在 Kalman 滤波方程中,系统驱动噪声和量测噪声都必须是白噪声,为了使用 Kalman 滤波器对数据进行处理,必须对滤波器模型进行改进^[8].

系统噪声为有色噪声而量测噪声为白色时的 Kalman 滤波,一般可以采用状态扩增法.以离散系统为例来说明.

设系统方程和量测方程分别为

$$X = \Phi_{k,k-1} X_{k-1} + \Gamma_{k,k-1} W_{k-1}, \quad (1)$$

$$Z_k = H_k X_k + V_k. \quad (2)$$

式中,观测噪声 V_k 是零均值白噪声序列,系统噪声 W_{k-1} 为有色噪声,满足方程:

$$W_k = \Pi_{k,k-1} W_{k-1} + \xi_{k-1}. \quad (3)$$

式中: ξ_k 为零均值白噪声序列.

采用状态扩增法进行 Kalman 滤波方程的推导.将 W_k 也列为状态,则扩增后的状态为

$$X_k^a = \begin{bmatrix} X_k \\ W_k \end{bmatrix}.$$

扩增状态后的系统方程和观测方程为

$$\begin{bmatrix} X_k \\ W_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{k,k-1} & \Gamma_{k,k-1} \\ \mathbf{0} & \Pi_{k,k-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{k-1} \\ W_{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ I \end{bmatrix} \xi_{k-1}, \quad (4)$$

$$Z_k = [H_k \quad \mathbf{0}] \begin{bmatrix} X_k \\ W_k \end{bmatrix} + V_k. \quad (5)$$

式中: V_k 是零均值白噪声序列,符合 Kalman 基本滤波方程的要求,可以按照相关推导方法推导相应的滤波方程.

具体到在陀螺仪随机漂移数据预处理中的应用 $X_k^a = [\omega_k \quad r_k]^T$,其中 ω_k 为陀螺真实角速率值, r_k 为陀螺的随机漂移. $\Gamma_{k,k-1}$ 、 $\Phi_{k,k-1}$ 、 H_k 为单位阵. $\Pi_{k,k-1}$ 为对陀螺仪随机漂移所建模型的参数值.

2 滤波器性能的检验

为了验证误差模型的准确性和滤波器的有效性,针对 ADIS16350 惯性测量组件进行了试验,该组件是一个包含有三轴陀螺仪和三轴加速度计惯性传感器,其零偏不稳定性分别是陀螺仪为 $0.015(^{\circ})/s$,加速度计为 0.7 mg ,测量噪声是 $0.60(^{\circ})/s$ 和 35 mg .此处只对其中一个轴向上的陀螺仪进行分析研究.

2.1 静态试验

把惯导组件平放在地面上,保持静止,以 100 Hz 采样频率采集并保存 1 min 数据,然后进行离线分析.

由于陀螺仪的分辨率较低,不能敏感到地球自转角速度,此处可以把陀螺仪所采集的数据看作是误差,对其进行预处理然后进行建模.利用滑动平均法剔除陀螺仪的野值,采用逆序法进行平稳性检验,选取显著性水平为 0.05 ,则 $|u|$ 表明数据平稳,由采样数据算得 u 为 0.1104 ,表明数据无趋势项,满足平稳性要求;根据 AIC 准则对模型阶数进行选择,综合考虑硬件实现的方便,此处选择 AR(1)模型;利用 Matlab 中“aryule”函数计算模型参数得 $\varphi = 0.107$;最后,进行模型适用性检验,此处通过计算残差 ε_n 的自相关函数和 x_n 与 ε_n 的互相关函数来完成.经计算,结果分别为 0.052 和 -0.085 ,满足为小量的要求,说明残差信号为白噪声,即证明所构建的 AR(1)模型符合系统要求.

AR 模型设计完毕之后进行 Kalman 滤波器设计.令 $X_k^a = [0 \quad 0]^T$,实际测量数据作为观测量 Z_k ,其协方差为测量噪声的正定方差阵 R_k ;经过 AR(1)模型拟合后的残差信号的协方差为系统噪

声协方差阵 Q_k , 原始测量值均方根值的 10 倍作为初始误差方差阵 P_0 , 代入方程 (1) ~ (5) 进行 Kalman 滤波解算.

如图 1 所示, 滤波后误差的均值和标准差分别由滤波前的 $0.635\ 0(^{\circ})/s$ 和 $-0.313\ 1(^{\circ})/s$ 降低到 $0.086\ 9(^{\circ})/s$ 和 $-0.196\ 5(^{\circ})/s$. 结果显示, 在静态条件下, Kalman 滤波器可以大幅降低陀螺仪的随机噪声, 对提高陀螺仪性能有显著作用.

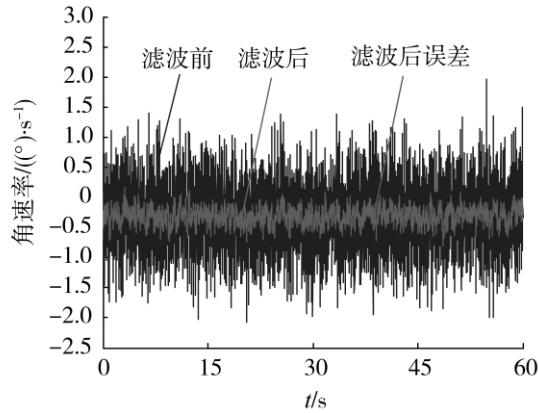


图 1 静态试验结果

Fig. 1 Result of static test

2.2 速率试验

由于缺少转台等试验设备, 此处进行速率试验的仿真. 在所采集的静态数据的基础上叠加一个恒定的角速率来模拟速率试验. 角速率值设定为 $2、5、10、100(^{\circ})/s$. 和静态数据一样, 首先进行 AR 建模, 然后使用 Kalman 滤波器滤波. 如图 2 所示, 滤波前后误差的均值和标准差数值与静止状态相同, 说明在恒定角速率下, 该滤波方法仍然适用.

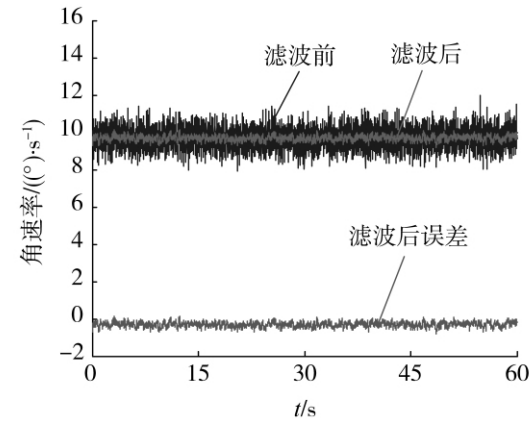


图 2 速率试验结果(输入角速率为 $10(^{\circ})/s$)

Fig. 2 Result of rate test(input angular rate is $10(^{\circ})/s$)

2.3 摇摆试验

在所采集的静态数据基础上叠加一个正弦信号来模拟摇摆试验, 分别以 $5^{\circ}、15^{\circ}、50^{\circ}、150^{\circ}$ 为振幅,

$10\ s$ 为周期进行仿真, 所得结果见表 1 和表 2. 图 3 为振幅为 50° 时滤波前后的曲线图.

表 1 摇摆试验角速率误差均值($100\ Hz$)

Table 1 Mean value of angular rate in the oscillating test ($100\ Hz$)

振幅 / ($^{\circ}$)	角速率误差均值	
	滤波前 / ($^{\circ}) \cdot s^{-1}$	滤波后 / ($^{\circ}) \cdot s^{-1}$
5	-0.313 1	-0.248 5
15	-0.313 1	-0.352 5
50	-0.313 1	-0.716 5
150	-0.313 1	-1.756 5

表 2 摇摆试验角速率误差标准差($100\ Hz$)

Table 2 Standard deviation of angular rate in the oscillating test ($100\ Hz$)

振幅 / ($^{\circ}$)	角速率误差标准差	
	滤波前 / ($^{\circ}) \cdot s^{-1}$	滤波后 / ($^{\circ}) \cdot s^{-1}$
5	0.635 0	0.094 7
15	0.635 0	0.112 0
50	0.635 0	0.240 7
150	0.635 0	0.685 4

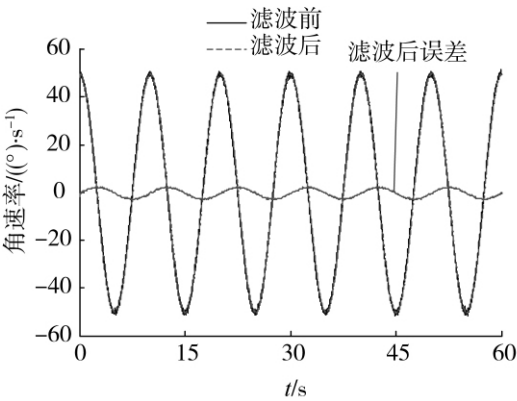


图 3 摇摆试验结果(振幅为 50° , 采样频率为 $100\ Hz$)

Fig. 3 Result of oscillating test(amplitude is 50° , sampling frequency is $100\ Hz$)

由表 1、2 中数据和图 3 可见, 随着振幅的增大, 误差均值和标准差逐渐增大, 滤波器不再适用. 其原因在于: 在设计 Kalman 滤波器时, 系统状态方程中 $\Phi_{k\ k-1}$ 选为单位阵, 这就隐含着默认角速率值在一个采样周期内没有明显变化, 而摇摆环境下, 这个假设不再成立. Kalman 滤波虽然只通过前一个时刻的估计值和现在的量测值来计算现在状态的估计值, 而因为上一个时刻的估计是利用上一时刻和以前的量测得到的, 所以, 实际上是利用前一时刻和以前的量测得到的. 若系统做摇摆运动, 各个时刻的真实角速率值不同, 仍然用此模型会产生较大的误差, 这也可以解释在恒定角速率转动和静态时滤波效果相同.

为了解决此问题,首先想到的办法是提高采样频率,此处仿真 1 000 Hz 采样频率下的滤波效果. 所得结果见表 3、4. 图 4 所示为振幅为 50°, 摇摆周期为 10 s, 采样频率为 1 000 Hz 条件下仿真所得滤波效果曲线.

对比表 1~4, 可见提高采样频率后, 误差的均值和标准差都有了显著下降, 尤其是标准差下降最为明显, 在任何振幅下都稳定在一个较低的水平. 说明前面分析正确而且此方法有效.

表 3 摇摆试验角速率误差均值(1 000 Hz)

Table 3 Mean value of angular rate in the oscillating test(1 000 Hz)

振幅 / (°)	角速率误差均值	
	滤波前 / ((°) · s ⁻¹)	滤波后 / ((°) · s ⁻¹)
5	-0.313 1	-0.210 8
15	-0.313 1	-0.239 5
50	-0.313 1	-0.339 8
150	-0.313 1	-0.626 5

表 4 摇摆试验角速率误差标准差(1 000 Hz)

Table 4 Standard deviation of angular rate in the oscillating test(1 000 Hz)

振幅 / (°)	角速率误差标准差	
	滤波前 / ((°) · s ⁻¹)	滤波后 / ((°) · s ⁻¹)
5	0.635 0	0.093 5
15	0.635 0	0.093 6
50	0.635 0	0.093 7
150	0.635 0	0.094 1

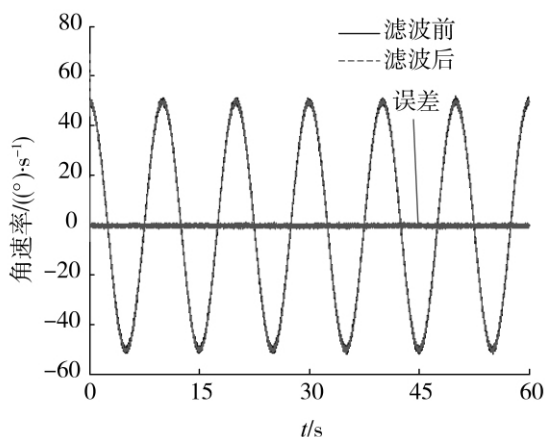


图 4 摇摆试验结果(振幅为 50°, 采样频率为 1 000 Hz)

Fig. 4 Result of oscillating test(amplitude is 50°, sampling frequency is 1 000 Hz)

3 自适应 Kalman 滤波

2.3 节证明通过提高采样频率可以有效改善滤

波器效果, 然而采样频率的提高对系统硬件及处理器计算能力提出了较高的要求, 在现有条件下并不完全适用.

由前文可知, 摇摆状态下滤波效果下降的原因是上一时刻状态的预测在状态估计中占有的比重太大. 本文进一步提出利用渐消因子自适应 Kalman 滤波来进行改进, 通过减小以往估计值在估计值中的比重来提高滤波效果.

自适应 Kalman 滤波方程描述如下^[9]:

$$P_{k|k-1} = \Phi_{k|k-1} P_{k-1} \Phi_{k|k-1}^T + \Gamma_{k|k-1} \alpha Q_{k-1} \Gamma_{k|k-1}^T, \quad (6)$$

$$K_k = P_{k|k-1} H_k^T (H_k \alpha P_{k|k-1} H_k^T + \alpha R_k)^{-1}, \quad (7)$$

$$P_k = \frac{1}{\alpha} [I - K_k H_k] P_{k|k-1} [I - K_k H_k]^T + K_k R_k H_k^T, \quad (8)$$

$$\hat{X}_{k|k-1} = \Phi_{k|k-1} \hat{X}_{k-1}, \quad (9)$$

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k|k-1} + K_k [X_k - X_k \hat{X}_{k-1}]. \quad (10)$$

渐消因子 α 由先验知识来确定, 此处通过改变 α 的大小进行仿真观察滤波效果来选择 α 的值. 选择 α 为 0.9、0.8、0.7 和 0.6 来对比滤波前后误差的均值和标准差, 仿真结果见表 5 和 6.

表 5 摇摆试验角速率误差均值(自适应 Kalman 滤波 100 Hz)

Table 5 Mean value of angular rate in the oscillating test (adaptive Kalman filter 100 Hz) ALPHA

振幅 / (°)	α			
	0.9	0.8	0.7	0.6
5	-0.223 1	-0.207 8	-0.204 3	-0.213 2
15	-0.277 6	-0.233 0	-0.213 1	-0.211 5
50	-0.468 3	-0.321 5	-0.243 8	-0.205 7
150	-1.013 1	-0.574 2	-0.331 7	-0.189 1

表 6 摇摆试验角速率误差标准差(自适应 Kalman 滤波 100 Hz)

Table 6 Standard deviation of angular rate in the oscillating test(adaptive Kalman filter 100 Hz) ALPHA

振幅 / (°)	α			
	0.9	0.8	0.7	0.6
5	0.142 5	0.219 6	0.347 0	0.669 3
15	0.146 6	0.220 2	0.347 1	0.669 3
50	0.191 7	0.228 6	0.347 8	0.669 2
150	0.419 9	0.295 2	0.354 5	0.669 1

由表中数据可见随着 α 值的减小, 误差标准差逐渐趋于稳定, 而其值逐渐增大, 在均值方面, 小振幅时 $\alpha = 0.7$ 处有极小值, 随后增大, 大振幅时误差均值随着 α 的减小而减小. 综合在小振幅和大振幅情况下误差均值和标准差的滤波效果, 此处选择

$\alpha = 0.7$ 作为固定的渐消因子.图5所示为 $\alpha = 0.7$ 时滤波前后数据和滤波后误差曲线.

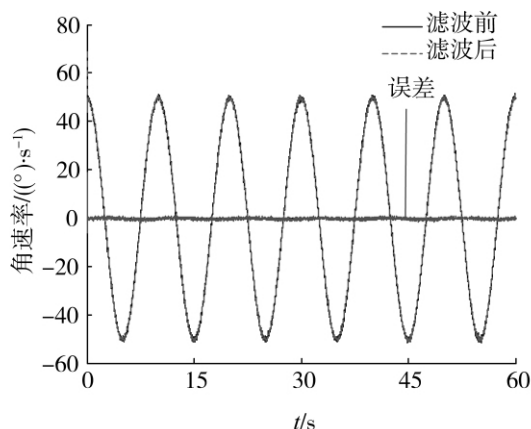


图5 摇摆试验结果(振幅为 50° ,采样频率为100 Hz, $\alpha = 0.7$)

Fig.5 Oscillating test (amplitude is 50° , sampling frequency is 100 Hz, $\alpha = 0.7$)

4 结束语

本文对MEMS陀螺仪的随机误差特性进行研究,设计Kalman滤波器进行滤波.通过对ADIS16350的试验和仿真,以误差均值和标准差为衡量指标,验证了在静态和恒定角速率状态下,该方法可以有效提高陀螺仪精度.然而在摇摆情况下,滤波效果会随着振幅的增大而逐渐降低.通过分析原因,进一步提出了2种改进方案:提高采样频率和使用自适应Kalman滤波.仿真结果表明,2种方法都可以有效提高滤波效果,但是考虑到系统硬件实现中处理器计算速度和采样频率的限制,提高采样频率法并不十分可取,而自适应Kalman滤波有更高的实用价值.

参考文献:

- [1] REN Yafei, KE Xizheng, LIU Yijie. MEMS gyroscope performance estimate based on Allan [C]// The Eighth International Conference on Electronic Measurement and Instruments (ICEMI 2008). Xi'an, China 2008: 1326-1330.
- [2] CHEN Xiyuan. Modeling random gyro drift by time series neural Networks and by traditional method [C]// IEEE Int Conf Neural Networks & Signal Processing. Nanjing, China 2003: 810-813.
- [3] 袁广民,李晓莹,常洪龙,等. MEMS陀螺随机误差补偿在提高姿态参照系统精度中的应用[J]. 西北工业大学学报, 2008, 26(6): 777-781.
YUAN Guangmin, LI Xiaoying, CHANG Honglong, et al. Compensating for random noises in a low-precision MEMS gyroscope for improving accuracy of attitude reference system [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2008, 26(6): 777-781.
- [4] 吉训生,王寿荣. MEMS陀螺仪随机漂移误差研究[J]. 宇航学报, 2006, 27(4): 640-642.
JI Xunsheng, WANG Shourong. The Research on random drift of MEMS gyroscope [J]. Journal of Astronautics, 2006, 27(4): 640-642.
- [5] ZHANG Hua, KE Xizheng, JIAO Rong. Experimental research on feedback Kalman model of MEMS gyroscope [C]// The Eighth Int Conf on Electronic Measurement and Instruments. Xi'an, China, 2007: 253-256.
- [6] ZHANG Yunong, LEITHEAD W E, LEITH D J. Time-series Gaussian process regression based on computation of $O(N^2)$ operations and $O(N)$ level storage [C]// Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control. Seville, Spain, 2005: 987-991.
- [7] 杨叔子,吴雅. 时间序列分析的工程应用[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 2007: 87-93.
YANG Shuzi, WU Ya. Time series analysis in engineering application [M]. Wuhan: Huazhong University Press 2007: 87-93.
- [8] 付梦印,邓志红,张继伟. Kalman滤波理论及其在惯性导航系统中的应用[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 65-127.
FU Mengyin, DENG Zhihong, ZHANG Jiwei. The theory of Kalman filter and the application of inertial navigation [M]. Beijing: Science Press, 2003: 65-127.
- [9] JI Xunsheng, WANG Shourong, XU Yishen, et al. Application of the digital signal procession in the MEMS gyroscope de-drift [C]// Proceedings of the 1st IEEE International Conference on Nano/Micro Engineered and Molecular Systems. Zhuhai, China, 2006: 218-221.
- [10] 秦永元,张洪钺,汪叔华. 卡尔曼滤波与组合导航原理[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1998: 33-41.
QIN Yongyuan, ZHANG Hongyue, Wang Shuhua. Principle of Kalman filtering and integrate navigation [M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 1998: 33-41.
- [11] SEONG Y C, BYUNG D K. Adaptive IIR/FIR fusion filter and its application to the INS/GPS integrated system [J]. Automatica, 2008, 44(8): 2040-2047.
- [12] 耿延睿,崔中兴. 组合导航系统卡尔曼滤波衰减因子自适应估计算法研究[J]. 中国惯性技术学, 2001, 9(4): 8-10.
GENG Yanrui, CUI Zhongxing. Adaptive estimation of Kalman filter fading factor in integrated navigation system [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2001, 9(4): 8-10.
- [13] 熊海林,邓方林. 陀螺静态漂移系数的两种估计方法[J]. 上海航天, 2002, 1: 39-42.
XIONG Hailin, DENG Fanglin. Two estimation methods of gyroscope static drift coefficients [J]. Aerospace Shanghai, 2002, 1: 39-42.

[责任编辑: 王亚秋]