

1 SORU

$\sqrt[3]{2}$ sayısının irrasyonel olduğunu ispatlayınız.

$\sqrt[3]{2} \in Q(Rasyonel)$ Varsayalım ki

$\sqrt[3]{2} = a/b$ ve $b \neq 0$ ve $\forall a, b \in Z$ ve a ile b en sade halde olmalı doğruysa.

$$\sqrt[3]{2} = a^3/b^3$$

$$2b^3 = a^3$$

$$a^3 = 2k, k \in Z$$

$$a = 2m, m \in Z$$

$$2b^3 = 8m^3$$

$$b^3 = 4m^3 \rightarrow b^3 = 2l, l \in Z$$

$$b = 2n, n \in Z$$

$\sqrt[3]{2}$ sayısı rasyonel değildir. O zaman irrasyoneldir.

2 SORU

$(p \vee q) \rightarrow (p \wedge \neg r)$ ifadesinin doğruluk tablosunu göster.

p	q	$(p \vee q)$		p	r	$\neg r$	$(p \wedge \neg r)$		$(p \vee q)$	$(p \wedge \neg r)$	$(p \vee q) \rightarrow (p \wedge \neg r)$
1	1	1		1	1	1			1	0	0
1	0	1	+	1	0	1		=	1	1	1
0	1	1		0	1	1			1	0	0
0	0	0		0	0	0			0	0	1

3 SORU

Totoloji olduğunu göster.

a)

$$(\neg q \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \neg p \equiv (\neg q \wedge (\neg p \vee q)) \rightarrow \neg p$$

$$\equiv ((\neg q \wedge \neg p) \vee (\neg q \wedge q)) \rightarrow \neg p$$

$$\equiv ((\neg q \wedge \neg p) \vee 0) \rightarrow \neg p$$

$$\equiv (\neg q \wedge \neg p) \rightarrow \neg p$$

$$\equiv q \vee p \vee \neg p \equiv q \vee 1 \equiv 1$$

b)

$$((p \wedge q) \wedge) \rightarrow q \equiv (p \wedge \neg p \wedge q) \rightarrow q$$

$$\equiv (0 \wedge q) \rightarrow q \equiv q \rightarrow q \equiv 1$$

4 SORU

$P(m, n)$ "m değeri n değerini böler" ve $\forall m, n \in Z^+$ o zaman $m/n = k, k \in Z$ olmalı doğruysa

a) $P(4, 5)$

$$5/4 = a, a \notin Z, P(4, 5) \equiv 0(\text{Yanlış})$$

b) $P(2, 5)$

$$5/2 = b, b \notin Z, P(2, 5) \equiv 0(\text{Yanlış})$$

c) $\forall m, n P(m, n)$

$$m = 4, n = 5, 5/4 = a, a \notin Z, \forall m, n P(m, n) \equiv 0(\text{Yanlış})$$

d) $\exists n \forall m P(m, n)$

$$m = 5n, P(5n, n) = n/5n = 1/5$$

$$1/5 \notin Z, \exists n \forall m P(m, n) \equiv 0(\text{Yanlış})$$

e) $\exists m \forall n P(m, n)$

$$m = 1, n/1 = n, n \in Z$$

$$\exists m \forall n P(m, n) \equiv 1(\text{Doğru})$$

f) $\forall n P(1, n)$

$\neg \exists n \neg P(1, n)$ Varsayalım ki doğru. O zaman:

$$n \in Z^+, n/1 = k, k \notin Z$$

olmalı doğruysa

$$n/1 = n, n \in Z$$
$$\neg \exists n \neg P(1, n) \equiv 0(Yanlıs)$$

O zaman

$$\forall n P(1, n) \equiv 1(Doğru)$$

5 SORU

- If it rains today, then I will drive to work.
 - Converse = If I will drive to work, then it rains today.
 - Inverse = If it not rains today, I will not drive to work.
 - Contrapositive = If I will not drive to work, then it not rains today
- If $|x| = x$, then $x \geq 0$
 - Converse If $x \geq 0$, then $|x| = x$
 - Inverse = If $|x| \neq x$, then $x < 0$
 - Contrapositive = If $x < 0$, then $|x| \neq x$
- If $n > 3$, then $n^2 > 9$
 - Converse = If $n^2 > 9$, then $n > 3$
 - Inverse = If $n \leq 3$, then $n^2 \leq 9$
 - Contrapositive = If $n^2 \leq 9$, then $n \leq 3$