## **ДЕКОДИРОВАНИЕ**

Принцип декодирования любых кодов заключается в восстановлении кодовой последовательности, которая была отправлена по каналу связи отправителем. Задача декодера полярных кодов состоит в том, чтобы сгенерировать оценку  $\tilde{u}=(\tilde{u}_1,...,\tilde{u}_N)$  вектора  $u=(u_1,...,u_N)$ , зная только параметры  $A,\,u_{A'}$  и принятую последовательность. Поскольку декодер может избежать ошибок в замороженных битах, предположив, что  $\tilde{u}_{A'}=u_{A'}$ , то суть работы декодера состоит в вычислении оценки информационной части.

## прямой метод декодирования

Для прямого метода декодирования справедливы следующие формулы:

$$\tilde{u} = \begin{cases} u_i, \text{ если } i \in A' \\ h(y_1^N, \tilde{u}_1^{i-1}), \text{ если } i \in A \end{cases}$$
 (1)

где

$$h(y_1^N, \tilde{u}_1^{i-1}) = \begin{cases} 0, \text{если } \frac{W_N^{(i)}(y_1^N, \tilde{u}_1^{i-1} \big| \tilde{u}_i)}{W_N^{(i)}(y_1^N, \tilde{u}_1^{i-1} \big| \tilde{u}_i)} \ge 1\\ 1, \text{иначе} \end{cases}$$
 (2)

Данный способ декодирования полярных кодов называется прямым методом и реализует один проход. Сложность такого подхода заключается в трудности вычисления коэффициента правдоподобия.

## РЕКУРСИВНЫЙ МЕТОД ДЕКОДИРОВАНИЯ

Расчёт коэффициентов правдоподобия можно упросить. Положим

$$L_N^{(i)}(y_1^N, \tilde{u}_1^{i-1}) = \frac{W_N^{(i)}(y_1^N, \tilde{u}_1^{i-1}|u_i)}{W_N^{(i)}(y_1^N, \tilde{u}_1^{i-1}|u_i)}.$$
(3)

Тогда для рекурсивного метода декодирования справедливы следующие формулы:

$$L_{N}^{(2i-1)}(y_{1}^{N}, \tilde{u}_{1}^{2i-2}) = \frac{L_{N/2}^{(i)}(y_{1}^{N/2}, \tilde{u}_{1,o}^{2i-2} \otimes \tilde{u}_{1,e}^{2i-2}) L_{N/2}^{(i)}(y_{1+N/2}^{N}, \tilde{u}_{1,e}^{2i-2}) + 1}{L_{N/2}^{(i)}(y_{1}^{N/2}, \tilde{u}_{1,o}^{2i-2} \otimes \tilde{u}_{1,e}^{2i-2}) + L_{N/2}^{(i)}(y_{1+N/2}^{N}, \tilde{u}_{1,e}^{2i-2})}, \tag{4}$$

$$L_N^{(2i)}(y_1^N, \tilde{u}_1^{2i-1}) = \left[L_{N/2}^{(i)}(y_1^{N/2}, \tilde{u}_{1,o}^{2i-2} \otimes \tilde{u}_{1,e}^{2i-2})\right]^{1-2\tilde{u}_{2i-1}} L_{N/2}^{(i)}(y_{1+N/2}^N, \tilde{u}_{1,e}^{2i-2}). \tag{5}$$

Здесь буква o (от англ. odd) в нижнем индексе означает, что берутся координаты только с нечётными индексами, а буква e (от англ. even) — с чётными.

Описанный способ декодирования полярных кодов называется *рекурсивным методом* и значительно упрощает вычислительный процесс декодирования последовательности за счёт алгоритма рекурсии.