

# Control de velocidad de un motor DC

Castillo Maria, Cruz Juan, e Velásquez Nicolas

est.{mariaj.castillo, juan.cruz2 y nicolas.velasq}@unimilitar.edu.co

Profesor: Mauricio Felipe Mauledux

**Resumen:** En el presente laboratorio se hizo el control de velocidad para un motor dc, aplicando un control PID por asignación de polos, dependiendo de la caracterización del sistema.

## Objetivos:

**General:** Controlar la velocidad del motor donde se asegure el seguimiento en posición (escalón), velocidad (rampa), aceleración (parábola), y se consideren los efectos de saturación del sistema real (voltaje y corriente para el motor, velocidad máxima).

## Específicos:

- Hallar el modelo matemático para el sistema eléctrico-mecánico (motor).
- Encontrar las constantes del regulador que permitan controlar la velocidad del motor, asegurando seguimiento a una entrada tipo escalón (posición), rampa (velocidad), parábola (aceleración) y validar en simulación.
- Asociar saturaciones reales que se puedan presentar en el sistema físico e integrarlas a la simulación para su respectivo análisis.
- Implementar el controlador obtenido para la velocidad del motor ante entrada escalón, validando su desempeño y los cambios que se presenten al variar los parámetros del control (variando los valores de las resistencias del PID).

perturbaciones están en la entrada del proceso, como se explica en el Cap. 7, y las mismas reglas de ajuste para lograr la minimización del error pueden cumplir muchos de los otros objetivos señalados en ese capítulo.

Los tres modos en un PID son proporcional, integral y derivativo. Hay muchas formas de calcular y combinar las contribuciones de cada modo. Para la forma y estructura de PID más comunes en caso de error, la contribución del modo proporcional es simplemente el error entre el punto de ajuste (SP) y la variable de proceso (PV) multiplicado por el signo de acción de control (S) y la ganancia del controlador (Kc)[1].

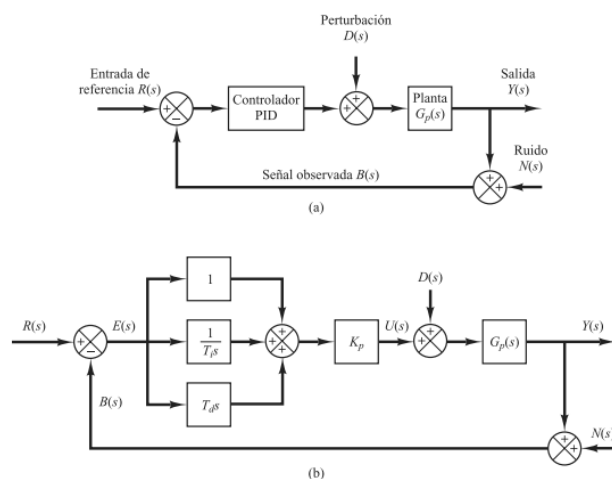


Figura 1 :Sistema controlado PID; (b) diagrama de bloques equivalente.[2]

- P: Acción de control proporcional, da una salida del controlador que es proporcional al error, es decir:  $u(t) = K_P e(t)$ , que descrita desde su función transferencia queda:

$$C_p(s) = K_p \quad (1)$$

donde  $K_p$  es una ganancia proporcional ajustable. Un controlador proporcional puede controlar cualquier planta estable, pero posee desempeño limitado y error en régimen permanente (off-set).

- I: acción de control integral: da una salida del controlador que es proporcional al error acumulado, lo que implica que es un modo de controlar lento.

$$C_i(s) = \frac{K_i}{s} \quad (2)$$

## INTRODUCCIÓN

### Marco teórico:

### Sistemas Mecatronicos :

Caracterización de un motor:

**PID:** se ha demostrado durante más de 95 años e incluso se ha demostrado teóricamente que proporciona un control casi óptimo para rechazar perturbaciones de carga no medidas en la entrada del proceso. Los principales desafíos son cómo seleccionar y usar de manera efectiva las reglas de ajuste más aplicables y las muchas funciones y opciones en un PID industrial. Hay más de 100 reglas de ajuste y cinco o más formas diferentes del algoritmo PID en la literatura. Muchos están diseñados para responder a cambios en el punto de referencia o a perturbaciones en la salida del proceso, que es efectivamente la misma situación. La mayoría de las

La señal de control  $u(t)$  tiene un valor diferente de cero cuando la señal de error  $e(t)$  es cero. Por lo que se concluye que dada una referencia constante, o perturbaciones, el error en régimen permanente es cero

- D: Acción derivativa: Esta acción tiene carácter de previsión, lo que hace más rápida la acción de control, aunque tiene la desventaja importante que amplifica las señales de ruido y puede provocar saturación en el actuador. La acción de control derivativa nunca se utiliza por sí sola control proporcional-integral, se define mediante

$$C_d(s) = K_d s \quad (3)$$

### DESARROLLO

- Encontrar el modelo matemático que corresponde a la velocidad y posición del motor.

Para poder caracterizar el sistema utilizamos un circuito push pull conectado a un motor que a su vez se conecta con otro motor que actuaría como generador tal como se muestra en la figura 2 :

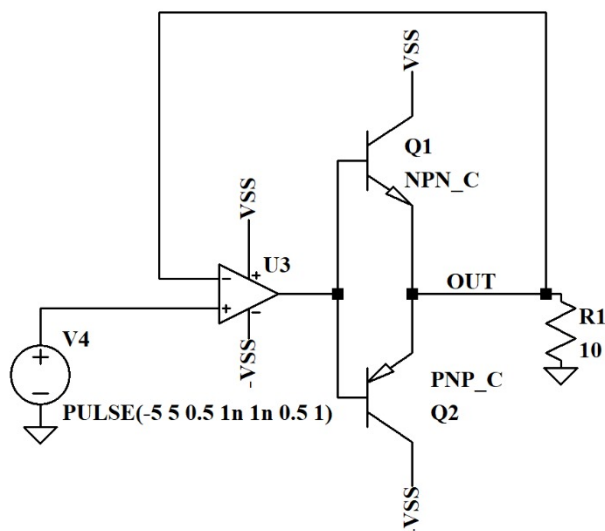


Figura 2: circuito push pull teórico

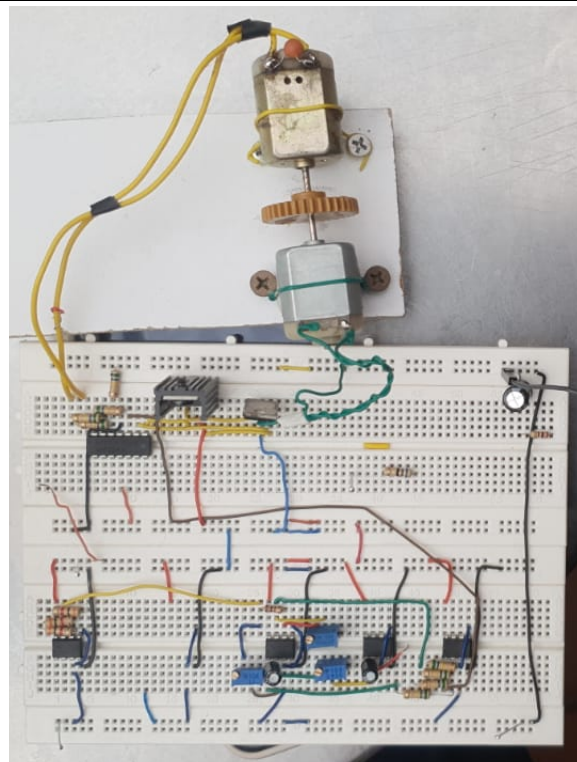


Figura 3: montaje físico de la planta

Mediante un osciloscopio se observa la respuesta de la planta y a partir de la misma se propone un sistema de primer orden de la forma:

$$T(s) = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (4)$$

En la figura 4 se observa la lectura del osciloscopio del generador, que es la salida del sistema.

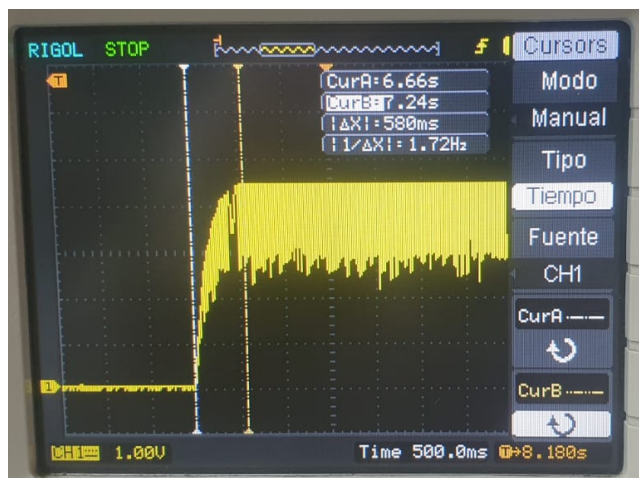


Figura 4: Respuesta del sistema. Lectura del osciloscopio en el generador acoplado al motor.

Donde  $k$  es la ganancia del sistema ( $V_{in}(6.6v) - V_{out}(4v)$ ), y  $\tau$  se calcula del tiempo de estabilización que en este caso es 1.9 s, obteniendo así :

$$T(s) = \frac{0.61}{0.38s+1} \quad (5)$$

### Caracterización de la velocidad

Ya que el sistema fue alimentado para la caracterización con 6.6v se hicieron medidas de velocidad angular y tensión generada alrededor de este punto de operación, resultados en la tabla 1. De esta forma se puede hacer la equivalencia de rpm a volts como referencia:

Vin	Rpm	Vout
5.9	713	1.88
6.1	756	1.64
6.3	786	1.9
6.5	835	2
6.7	875	2.13
6.9	930	2.37
7.1	978	2.53
7.3	1028	2.79
7.5	1068	2.7

Tabla 1. caracterización de velocidad angular del motor.

En la figura 5 se puede observar la relación entre Vout y RPM, esta gráfica es útil para saber qué voltaje de referencia se debe ajustar cuando se quiera una velocidad en específico.

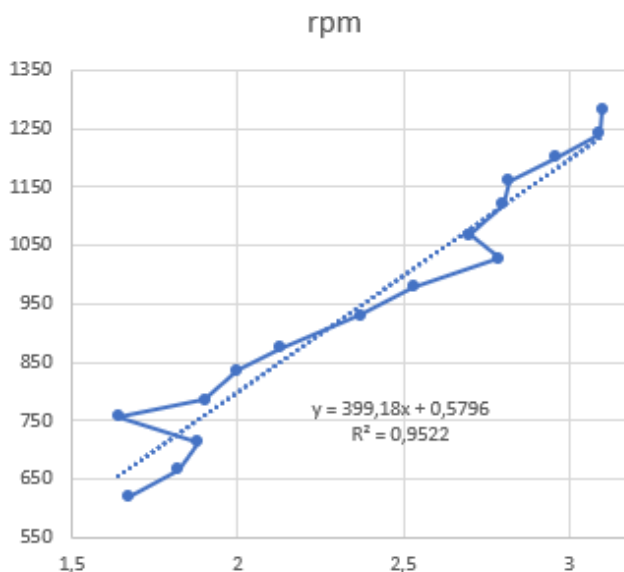


Figura 5 :Relación entre Vout (referencia) y RPM

### Realizar un control PID para la velocidad del motor

Tal que cumpla los siguientes parámetros:  $ess = 0$ ,  $\xi = 0.95$  y  $t_{ss} = 95\%$  del tiempo de establecimiento en lazo abierto. Lo anterior para seguir escalón, rampa y parábola.

Para evaluar qué control es el requerido se debe evaluar el tipo de referencia y el error en estado estable de nuestro sistema :

#### • Entrada escalón

Para esta entrada sabiendo que el sistema es de tipo 0 se propone un PI, ya que con la acción integradora se lograría obtener un error en estado estable 0:

$$ess = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \cdot \text{Entrada}}{1 + \text{Control} \cdot \text{Planta}} \quad (6)$$

Donde la entrada es un escalón en el dominio de laplace representado por  $\frac{1}{s}$  y el control que en este caso es  $\frac{Kp \cdot s + Ki}{s}$

$$ess = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \cdot \frac{1}{s}}{1 + \frac{Kp \cdot s + Ki}{s} \cdot \frac{2.6}{9.5s + 1}}$$

$$ess = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{1}}{\frac{s(9.5 \cdot s + 1) + 2.6 \cdot (Kp \cdot s + Ki)}{s(9.5 \cdot s + 1)}}$$

$$ess = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s(9.5 \cdot s + 1)}{s(9.5 \cdot s + 1) + 2.6 \cdot (Kp \cdot s + Ki)}$$

$$ess = \frac{0}{2.6 \cdot ki} = 0$$

$$C=10\mu F$$

$$Ri=23324\Omega$$

Con ello en mente se determina el polinomio característico del control:

$$PC = s(9.5 \cdot s + 1) + 2.6 \cdot (Kp \cdot s + Ki) \quad (7)$$

$$PC = 9.5 s^2 + (2.6 \cdot Kp + 1) \cdot s + 2.6 \cdot Ki$$

Posteriormente se calcula el polinomio deseado a partir de la ecuación de un sistema de segundo orden:

$$PD = s^2 + (2 \cdot \xi \cdot Wn) \cdot s + Wn^2 \quad (8)$$

Reemplazando por los valores determinados por la guía se tiene que:  $\xi = 0.95$ ,  $Wn = 2.3327$

$$PD = s^2 + (4.4321) \cdot s + 5.4414$$

Posterior a esto se comparan ambos polinomios (deseado y característico) igualando cada uno de sus términos:

sistema =

$$\left( \frac{1000 ki}{627} = \frac{1531645119748697}{281474976710656} \quad \frac{1000 kp}{627} + \frac{50}{19} = \frac{1600}{361} \quad 1 = 1 \right)$$

Resolviendo el sistema:

$$kp\_1 = 1.1289$$

$$ki\_1 = 3.4118$$

Para el montaje físico se han usado opAmps en configuración de amplificador inversor e integrador, para los cálculos de los componentes eléctricos se aplican las ecuaciones:

Proporcional:

$$Vs = Ve \left( \frac{Rf}{R1} + 1 \right) \quad (9)$$

Obteniendo los valores de las resistencias al igualar  $\left( \frac{Rf}{R1} + 1 \right)$  con la ganancia deseada Kp:

$$Rf = 1128\Omega \text{ (implementada en físico con un trimmer 103)}$$

$$R1 = 1000\Omega$$

Integrador:

$$V_{sal(t)} = \frac{1}{RC} \int_0^t V_{ent(\tau)} d\tau \quad (10)$$

Obteniendo los valores de la resistencia al igualar  $\frac{1}{RC}$  con la ganancia deseada Ki, suponiendo que se tiene un valor de capacitor constante de  $10\mu F$ :

**Los valores de resistencias no comerciales obtenidos en los cálculos fueron implementados con trimmers.**

## Implementación

El step tiene una amplitud de 4 Volts, valor que, según la caracterización hecha al principio de la práctica, corresponde a 1420 RPM. Esta es la velocidad angular deseada.

En la figura 5 se observan los resultados en simulación para una posterior comparación con la implementación física:

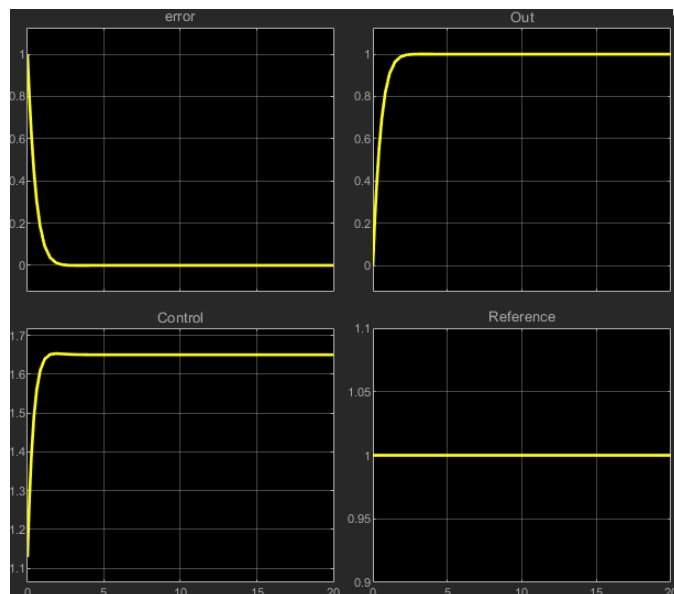


Figura 5 :Simulación PI velocidad entrada escalón a. diagrama de bloques, b. respuesta scope.

Comparando con la respuesta del montaje físico:

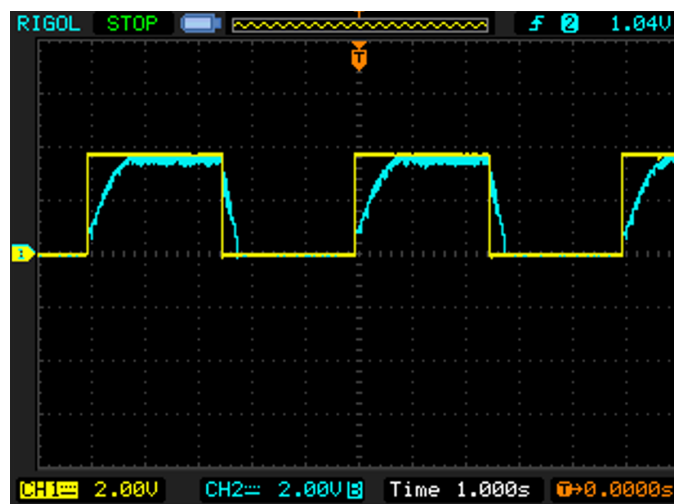


Figura 6 :Montaje físico respuesta vista desde el osciloscopio



### • **Entrada Rampa:**

Para esta entrada, sabiendo que el sistema es de tipo 0 se propone un  $PI^2$ , ya que con la acción integradora se logra obtener un error en estado estable 0.

$$ess = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \cdot \text{Entrada}}{1 + \text{Control} \cdot \text{Planta}} \quad (5)$$

Donde la entrada es de tipo rampa en el dominio de laplace representado por  $\frac{1}{s^2}$  y el control que en este caso es

$$\frac{Kp \cdot s^2 + Ki \cdot s + Ki2}{s^2}$$

$$ess = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \cdot \frac{1}{s^2}}{1 + \frac{Kp \cdot s^2 + Ki \cdot s + Ki2}{s^2} \cdot \frac{2.6}{9.5s + 1}}$$

$$ess = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{s}}{\frac{s^2(9.5s + 1) + 2.6 \cdot (Kp \cdot s^2 + Ki \cdot s + Ki2)}{s^2(9.5s + 1)}}$$

$$ess = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2(9.5s + 1)}{s(s^2(9.5s + 1) + 2.6 \cdot (Kp \cdot s^2 + Ki \cdot s + Ki2))}$$

$$ess = \frac{0}{2.6 \cdot ki2} = 0$$

Con ello en mente se determina el polinomio característico del control:

$$PC = s^2(9.5 \cdot s + 1) + 2.6 \cdot (Kp \cdot s^2 + Ki \cdot s + Ki2)$$

$$PC = 9.5s^3 + (2.6 \cdot Kp + 1) \cdot s^2 + 2.6 \cdot Ki \cdot s + 2.6 \cdot ki2$$

Posteriormente se calcula el polinomio deseado a partir de la ecuación de un sistema de 3 orden :

$$PD = (s^2 + (2 \cdot \xi \cdot Wn) \cdot s + Wn^2)(s + \beta \cdot \xi \cdot Wn)$$

reemplazando por los valores determinados por la guía se tiene que:  $\xi = 0.95$ ,  $Wn = 2.3327$  y  $\beta = 5$

Posterior a esto se comparan ambas ecuaciones (deseado y característico) y se calculan los valores del  $PII^2$  obteniendo:

$$\left( \frac{1000 ki2}{627} = \frac{2000}{361} \quad \frac{1000 ki}{627} = \frac{4010}{361} \quad \frac{1000 kp}{627} + \frac{50}{19} = 7 \quad 1 = 1 \right)$$

$$kpr\_2 = 2.7390$$

$$ki\_2 = 6.9647$$

$$ki2\_2 = 3.4737$$

Para el montaje físico se usan opAmps en configuración de amplificador inversor e integrador, para los cálculos de los componentes eléctricos la ecuaciones son:

Proporcional:

$$Vs = Ve \left( \frac{Rf}{R1} + 1 \right)$$

obteniendo los valores de las resistencias al igualar  $\left( \frac{Rf}{R1} + 1 \right)$  con la ganancia deseada Kp:

$$Rf = 2739\Omega$$

$$R1 = 1000\Omega$$

Integrador 1:

$$V_{sal(t)} = \frac{1}{RC} \int_0^t V_{ent(\tau)} d\tau$$

Obteniendo los valores de la resistencia al igualar  $\frac{1}{RC}$  con la ganancia deseada Ki, suponiendo que se trabaja con un valor de capacitor constante de  $10\mu F$ :

$$C = 10\mu F$$

$$Ri = 20808\Omega$$

Integrador 2:

$$V_{sal(t)} = \frac{1}{RC} \int_0^t V_{ent(\tau)} d\tau$$

Obteniendo los valores de la resistencia al igualar  $\frac{1}{RC}$  con la ganancia deseada Ki2, suponiendo que se trabaja con un valor de capacitor constante de  $10\mu F$  y que ambos integradores están en cascada :

$$C = 10\mu F$$

$$Ri2 = 15955\Omega$$

### **Implementación**

La rampa tiene una pendiente de 1.6 Volt por segundo, valor que, según la caracterización hecha al principio de la práctica, corresponde a un cambio de 355 RPM por segundo. Que es una aceleración constante.

Los resultados se plasman en la figura 7:



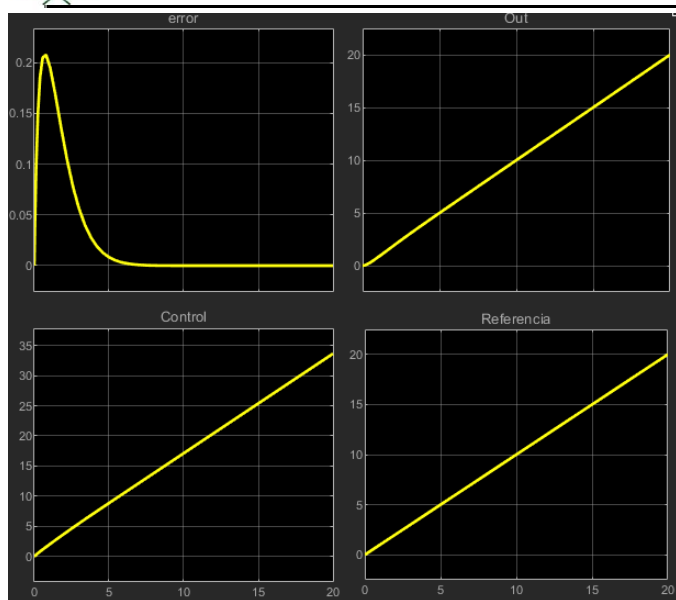


Figura 7 :simulación PI de velocidad entrada rampa a. diagrama de bloques, b. respuesta scope

Comparando con la respuesta del montaje físico

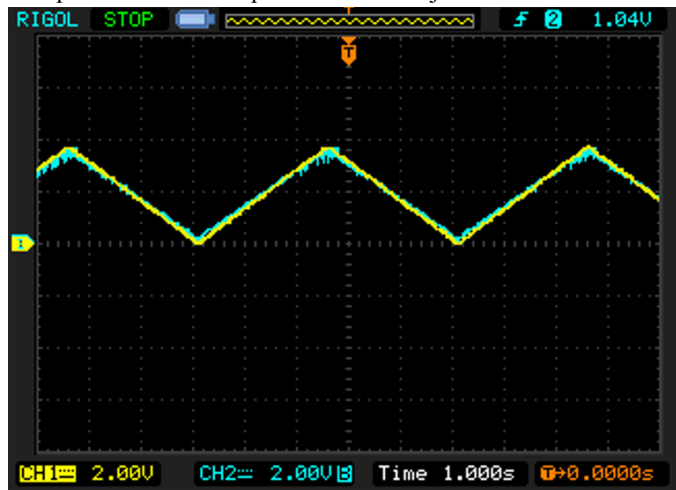


Figura 8 :Montaje físico respuesta vista desde el osciloscopio.

- **Entrada Parábola** : para esta entrada sabiendo que el sistema es de tipo 0 se propone un  $PI^3$ , ya que con la acción integradora se logra un error en estado estable 0 .

$$ess = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \cdot \text{Entrada}}{1 + \text{Control} \cdot \text{Planta}} \quad (5)$$

Donde la entrada es de tipo rampa el dominio de laplace representado por  $\frac{1}{s^3}$  y el control que en este caso es de la

forma:

$$\frac{Kp \cdot s^3 + Ki \cdot s^2 + Ki2 \cdot s + Ki3}{s^3}$$

$$ess = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \cdot \frac{1}{s^3}}{1 + \frac{Kp \cdot s^3 + Ki \cdot s^2 + Ki2 \cdot s + Ki3}{s^3} \cdot \frac{2.6}{9.5s+1}}$$

$$ess = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{s^2}}{\frac{s^3(9.5 \cdot s + 1) + 2.6 \cdot (Kp \cdot s^3 + Ki \cdot s^2 + Ki2 \cdot s + Ki3)}{s^3(9.5 \cdot s + 1)}}$$

$$ess = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^3(9.5 \cdot s + 1)}{s^2(s^3(9.5 \cdot s + 1) + 2.6 \cdot (Kp \cdot s^3 + Ki \cdot s^2 + Ki2 \cdot s + Ki3))}$$

$$ess = \frac{0}{2.6 \cdot Ki3} = 0$$

Con ello en mente se halla el polinomio característico del control:

$$PC = s^3(9.5 \cdot s + 1) + 2.6 \cdot (Kp \cdot s^3 + Ki \cdot s^2 + Ki2 \cdot s + Ki3)$$

$$PC = 9.5s^4 + (2.6 \cdot Kp + 1) \cdot s^3 + 2.6 \cdot Ki \cdot s^2 + 2.6 \cdot Ki2 \cdot s + 2.6 \cdot Ki3$$

Posteriormente se calcula el polinomio deseado a partir de la ecuación de un sistema de 4 orden :

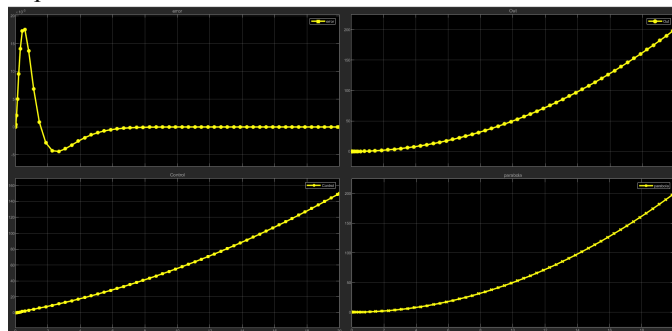
$$PD = (s^2 + (2 \cdot \xi \cdot Wn) \cdot s + Wn^2)(s + \beta \cdot \xi \cdot Wn)^2$$

reemplazando por los valores determinados por la guía:  
 $\xi = 0.95$ ,  $Wn = 2.3327$  y  $\beta = 5$

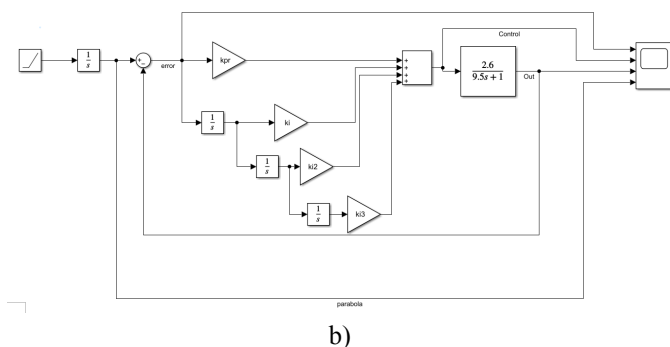
Posterior a esto comparamos ambas ecuaciones (deseado y característico) y calculamos los valores del  $PI^3$  obteniendo:

$$\begin{aligned} kpr &= 43.4615 \\ ki &= 168.4717 \\ ki2 &= 223.1781 \\ ki3 &= 101.2146 \end{aligned}$$

Implementando estos datos en simulación obtenemos :



a)



Archivos de simulación y procedimientos



Figura 7 : simulación control  $PI^3$  de velocidad, con entrada parábola a. diagrama de bloques, b. respuesta scope.

### CONCLUSIONES

- El correcto modelado de sistemas de todo tipo es fundamental para la comprensión y el control de estos. El saber llegar a una función de transferencia con las herramientas vistas en la práctica resulta de gran utilidad al ingeniero, siendo incluso una habilidad indispensable.
- El grupo de trabajo aprendió de la importancia de trabajar con las unidades adecuadas. Para este control de velocidad se debía saber la equivalencia en rpm de la referencia que se ingresa en Volts, es importante identificar esta relación ya que en la industria los requisitos de desempeño de la máquina se dan en variables físicas, no electrónicas.
- Fue importante la identificación y tratado del ruido producido por la vibración del motor, para esto fueron implementados filtros pasa bajas y condensadores cerámicos en serie con las líneas de alimentación y tierra.

### REFERENCIAS

- [1] C.M. Close, Modeling and analysis of Dynamic Systems. New York. Wiley, 2002.
- [2] K. Ogata, Ingeniería de control moderno. México, 1998
- [3] MathWorks, 2021. MathWorks help center. [online]. Animation and Solution of Double Pendulum Motion. Disponible en : [Animation and Solution of Double Pendulum Motion - MATLAB & Simulink Example - MathWorks América Latina](#)
- [4] R. C. Dorf and R. H. Bishop, Modern control systems. Harlow, England: Pearson, 2017.

