



DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE FILTROS DIGITALES

Castillo Maria, Cruz Juan, y Velasquez Nicolas

est.{mariaj.castillo, juan.cruz2 y nicolas.velasq}@unimilitar.edu.co

Profesor: Nelson Fernando Velasco Toledo

DESARROLLO

Montaje del sistema

En el presente montaje se muestra el acoplamiento del sensor con la stm para la toma de datos

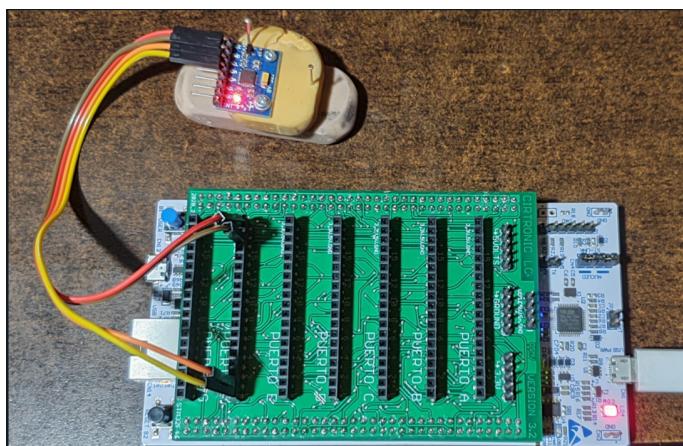


Fig. 1: Montaje para toma de datos .

Es importante tener en cuenta las especificaciones del sensor usado en esta práctica.

Experimento 1: Trabajo de filtros en el software matlab

En la primera parte del laboratorio se procede a experimentar en el software matlab , el funcionamiento de los distintos filtros. Para realizar esto se configura una frecuencia de muestreo equivalente a 1000 muestras por segundo, una señal de ejemplo definida como :

$$X_n = \sin(2\pi f_1 t) + \sin(2\pi f_2 t) + \sin(2\pi f_3 t) + \sin(2\pi f_4 t) + \sin(2\pi f_5 t) \quad (1)$$

En la cual $f_1 = 1/4$ Hz , $f_2= 1/8$ Hz, $f_3= 1/32$ Hz, $f_4= 1/128$ Hz $f_5= 1/512$ Hz para la cual tenemos las siguientes respuestas :

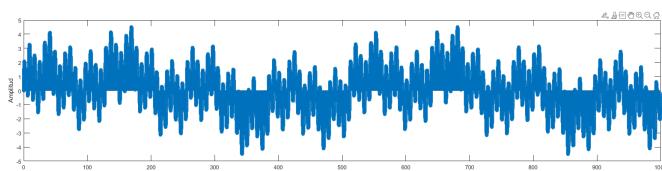


Fig. 2: Señal experimentación tiempo continuo .

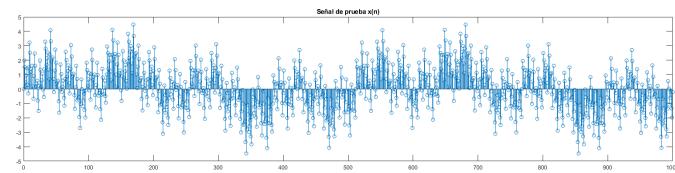


Fig. 3: Señal experimentación tiempo discreto .

Para obtener los armónicos de la señal de experimentación se procede a utilizar la transformada de fourier, obteniendo los espectros en frecuencia como se muestra en la figura 4.

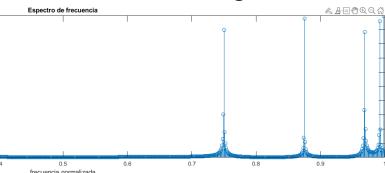


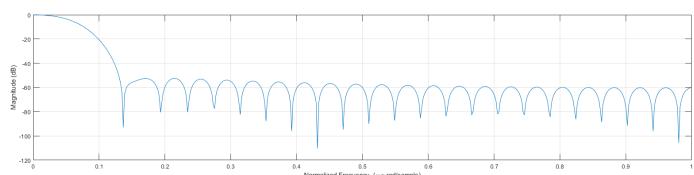
Fig. 4: Espectro de frecuencia para la señal de experimentación

A continuación se muestra la implementación de los filtros FIR e IIR

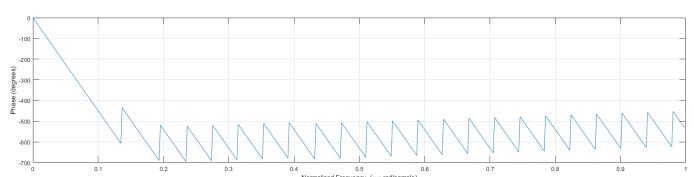
Filtros FIR

Para garantizar una buena eficiencia en los filtros se procede a utilizar los fir tipo ventana.

Pasa bajos :Para el filtro pasa bajos se toma un armónico medio en este caso 1/32 Hz ,en este caso le se le da un orden de 50. Primero se observa la respuesta en frecuencia del filtro tanto fase como ganancia, de la fase se puede resaltar que tiene una respuesta lineal. (figura 5)



a



b



Fig. 5: Respuesta en frecuencia del filtro FIR pasa bajas: a. magnitud, b. fase

Posteriormente, en la figura 6, se observa la variación de la señal original en tiempo discreto, al aplicar el filtro y su respectivo cambio en el espectro de frecuencia.

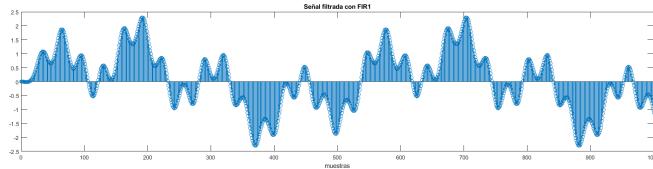


Fig. 6: Señal experimentación tiempo discreto con filtro pasa bajos.

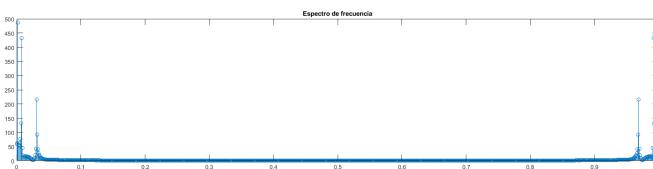
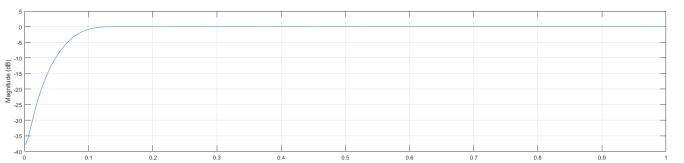


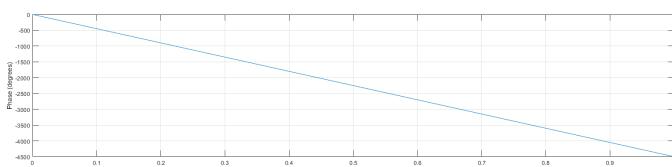
Fig. 7: Espectro de frecuencia para la señal de experimentación, con filtro pasa bajos.

A Partir de la figura 7 se puede ver cómo el filtro elimina todas las frecuencias arriba de nuestra frecuencia de corte y como atenuó la misma, validando su correcto funcionamiento.

Pasa Altos : Para el filtro pasa altos se toma un armónico medio en este caso 1/32 Hz ,con orden de 50. Primero se observa la respuesta en frecuencia del filtro tanto fase como ganancia, de la fase podemos resaltar que tiene una respuesta lineal. (figura 8)



a



b

Fig. 8: Respuesta en frecuencia del filtro FIR pasa altos: a. magnitud, b. fase

Posteriormente se observa la variación de la señal original en tiempo discreto, al aplicar el filtro y su respectivo cambio en el espectro de frecuencia (figura 12).

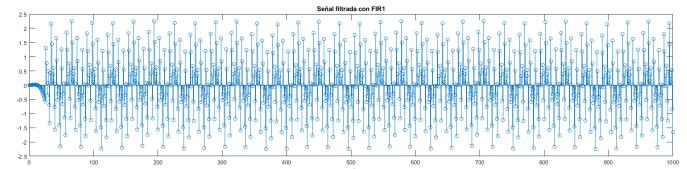


Fig. 9: Señal experimentación tiempo discreto con filtro pasa altos.

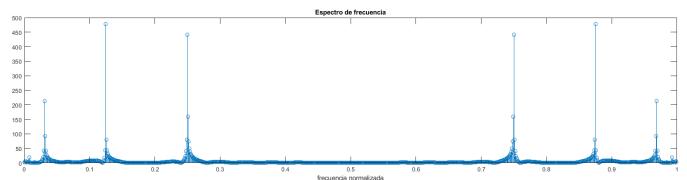
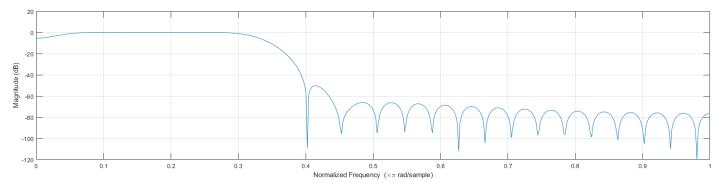


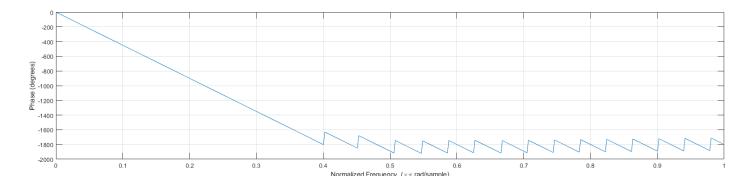
Fig. 10: Espectro de frecuencia para la señal de experimentación, con filtros pasa altos.

A partir de la figura 10 se puede ver cómo el filtro elimina todas las frecuencias por debajo de la frecuencia de corte y como atenuó la misma. El funcionamiento es correcto.

Pasa Banda : Para el filtro pasa banda se establecen las frecuencias 1/110 Hz y $\frac{1}{3}$ hz ,con un orden de 50. En la figura 11 se analiza la respuesta frecuencial, se tiene un comportamiento lineal en la fase.



a



b

Fig. 11: Respuesta en frecuencia del filtro FIR pasa banda: a. magnitud, b. fase

Posteriormente se observa la variación de la señal original en tiempo discreto, al aplicar el filtro y su respectivo cambio en el espectro de frecuencia. (figura 12)

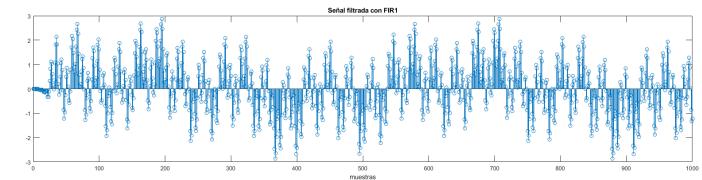


Fig. 12: Señal experimentación tiempo discreto con filtro pasa bandas.

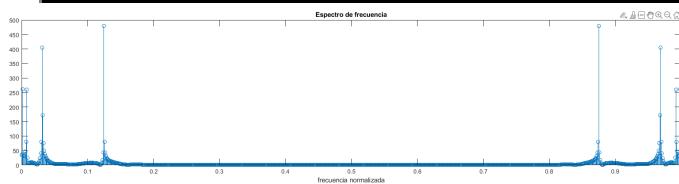


Fig. 13: Espectro de frecuencia para la señal de experimentación, con filtro pasa banda.

En la figura 13 se observa cómo el filtro elimina las frecuencias que estaban por encima de la frecuencia de corte superior, mientras que para las menores se atenuaron, validando su correcto funcionamiento.

Rechaza Banda: 1/110 Hz y $\frac{1}{6}$ hz como frecuencias de corte, con orden 50. En la figura 14 se plasma la respuesta en frecuencia del filtro.

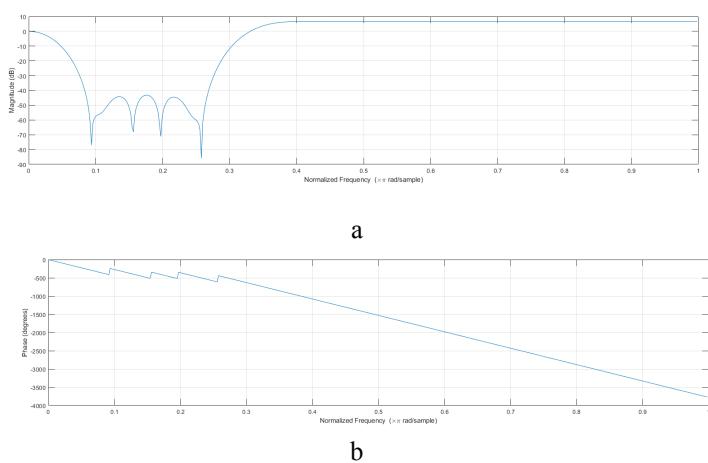


Fig. 14: Respuesta en frecuencia del filtro FIR rechaza banda: a. magnitud, b. fase

En la figura 15 se observa la señal filtrada

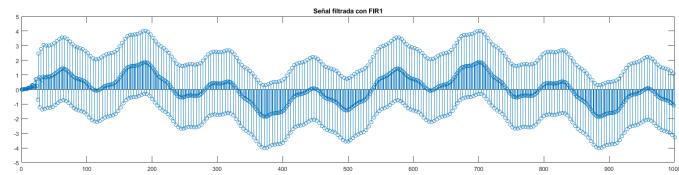


Fig. 15: Señal experimentación tiempo discreto con filtro rechaza bandas.

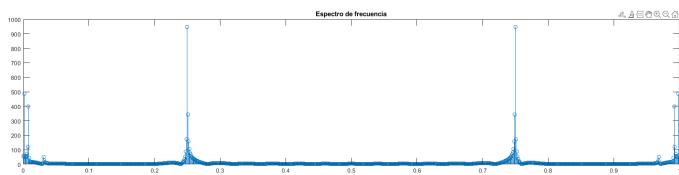


Fig. 16: Espectro de frecuencia para la señal de experimentación, con filtro rechaza banda.

A Partir de la figura 16 se puede ver cómo el filtro elimina todas las frecuencias que estaban dentro de la frecuencia de corte superior e inferior, en este caso las frecuencias menores se mantuvieron constantes mientras las posteriores se incrementaron en magnitud.

FILTROS IIR:

Usando la misma señal que se implementó en el filtro anterior ahora se ejecutó la implementación del Filtro IIR, el método que se usa es el BUTTER, también llamado como filtro Butterworth tiene una sintaxis de `[b,a] = butter(n,Wn)` [6] donde “n” es la escala del filtro y “wn ” es la frecuencia de corte dada para el filtro.

Para este caso se presenta un orden de filtro 3 con una frecuencia de corte de 1/16, es importante aclarar que de igual manera que en un filtro FIR, en los filtros IIR la frecuencia se interpreta por 2 (rad/ muestra)

Como se puede observar en la figura 17 la frecuencia de corte termina ubicada en un punto de -3 dB pero presenta una caída en dB mucho más rápida a comparación de un Filtro FIR y de igual manera la fase no es lineal presenta un comportamiento extraño antes de los 0.1 rad/ muestra punto en el cual empieza a estabilizarse llegando a un valor máximo de -280° ya que este filtro presenta distorsión.

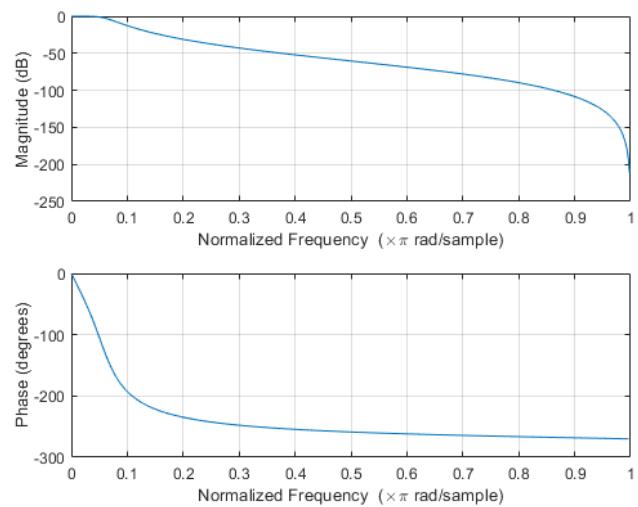


Fig. 17: Respuesta Magnitud Y Fase BUTTER (pasa bajos).

Se procede a función de FILTER y graficar la señal en tiempo discreto, con el espectro de frecuencia se puede observar un buen filtrado de las frecuencias superiores a la frecuencia de corte como también una atenuación leve a la frecuencia cercana a la de corte, esto se puede visualizar en la figura 18.

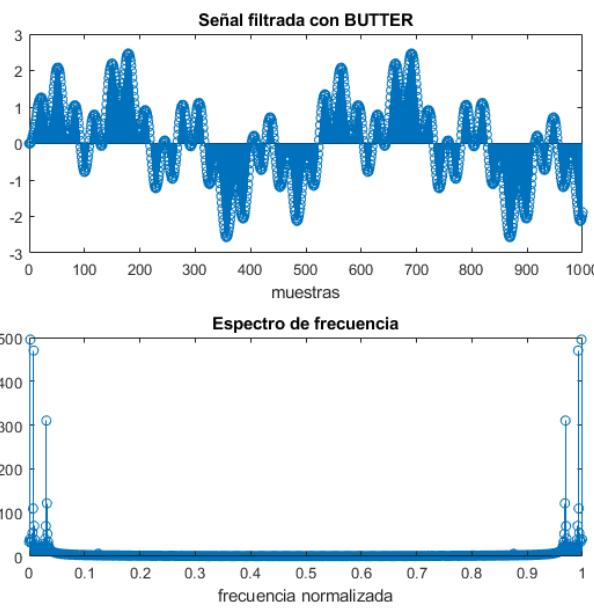


Fig. 18: Señal y espectro en frecuencia con filtro IIR pasa bajas método BUTTER.

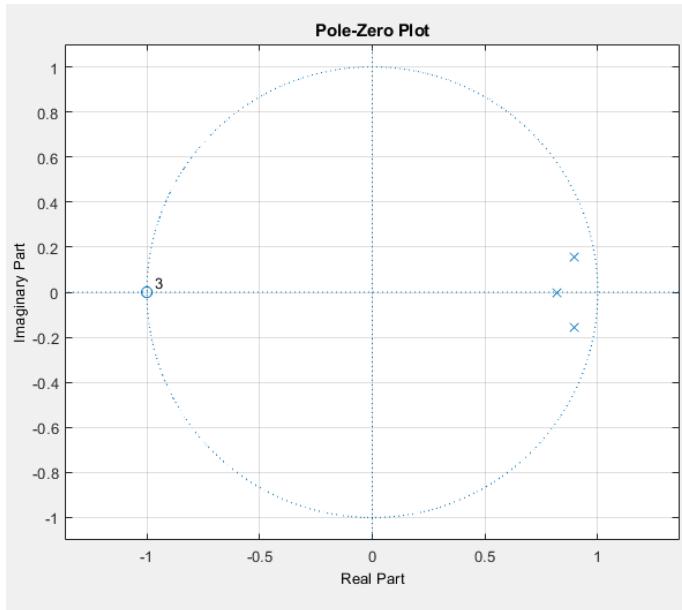


Fig. 19: Círculo unitario para filtro pasa bajas.

Como se puede observar en la figura 19 los ceros se ubican en la parte negativa real, lo que indica que se quieren atenuar o que tengan ganancia cero las frecuencias altas, y los polos se encuentran en la parte real positiva, lo que nos indica que las frecuencias pequeñas tienden a tener ganancia, además dichos polos y ceros se encuentran dentro del círculo unitario lo que demuestra que hay estabilidad.

Pasa Altos: Para el filtro pasa altos se tomó el armónico de $1/32$ Hz, como en los casos anteriores se multiplica por dos para dejarlo π *radianes/muestra, con un orden de 3, además se observa que la fase no se presenta de manera lineal con un máximo de 360 grados, por lo cual se presenta una distorsión.

La respuesta en frecuencia del filtro y la señal filtrada se encuentran en las figuras 20 y 21, respectivamente.

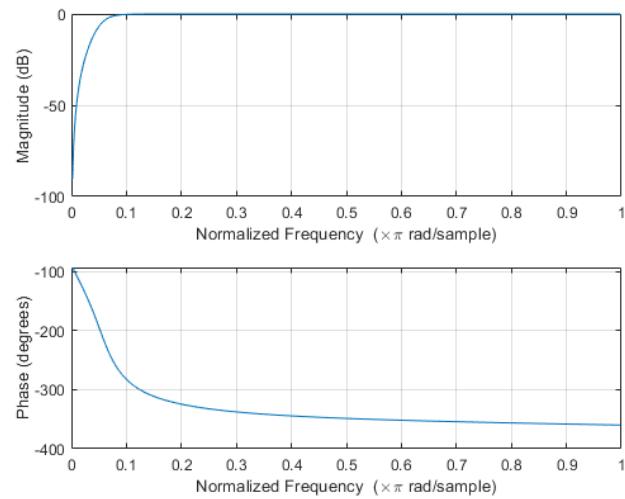


Fig. 20: Respuesta Magnitud Y Fase BUTTER (pasa altos).

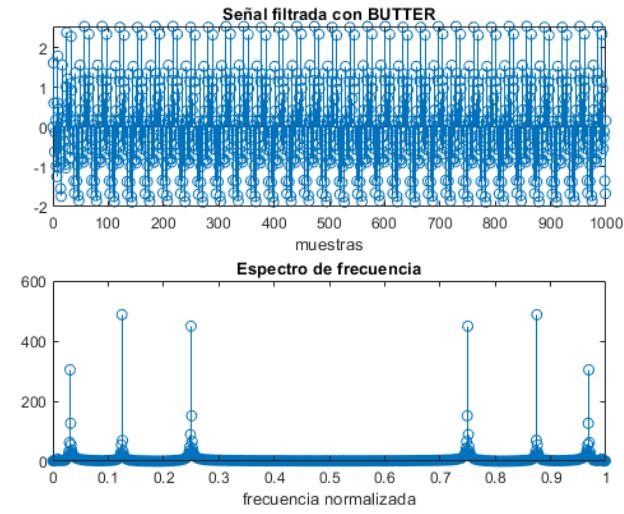


Fig. 21: Señal y espectro en frecuencia con filtro IIR pasa altas método BUTTER.

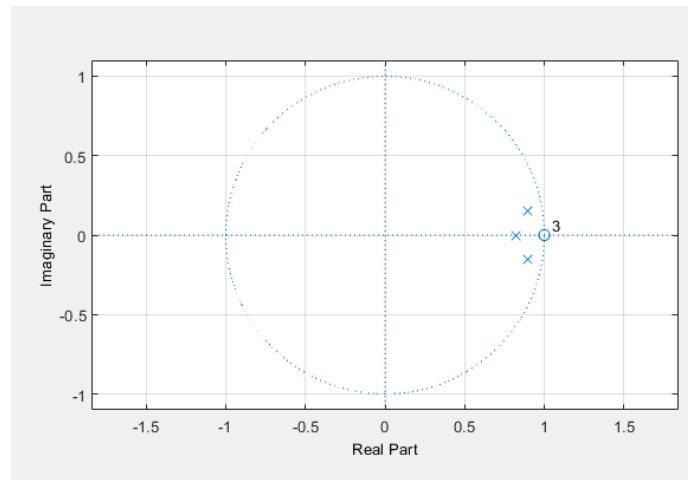


Fig. 22: Círculo unitario para filtro pasa altas.



El círculo unitario que se muestra en la figura 22 podemos ver que se atenúan las frecuencias muy pequeñas (cercanas a cero), se dejan pasar valores de frecuencia un poco mayores esto se debe a los armónicos y la frecuencia de corte que tiene nuestra señal

Pasa Banda:

Se mantuvieron las frecuencias de orden del filtro FIR, solo que en este caso se usó un filtro de orden 4, como se observa en la figura 23 no se delimita de una forma clara el ancho de banda esto debido a las frecuencias de corte, además se aprecia que la fase no es lineal y tiene un valor superior a los -600° por lo cual tiene una gran distorsión. (figura 23)

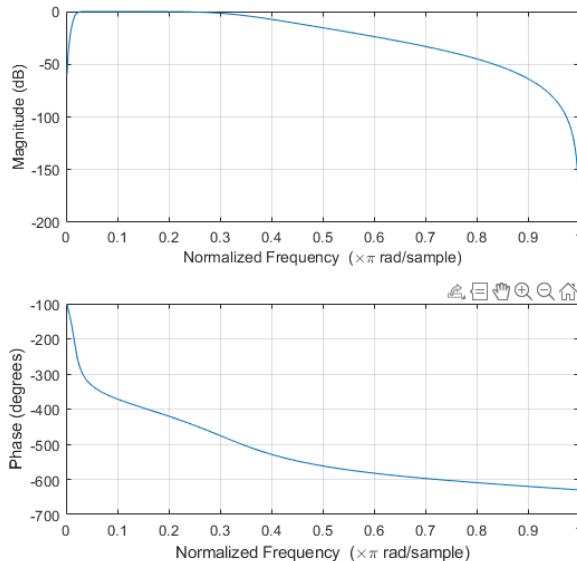


Fig. 23: Respuesta Magnitud Y Fase BUTTER (pasa banda).

Como en el caso del FIR, el filtro elimina todas las frecuencias que estaban por encima de nuestra frecuencia de corte superior, mientras que para las frecuencias menores se atenuaron, validando su correcto funcionamiento. (figura 24)

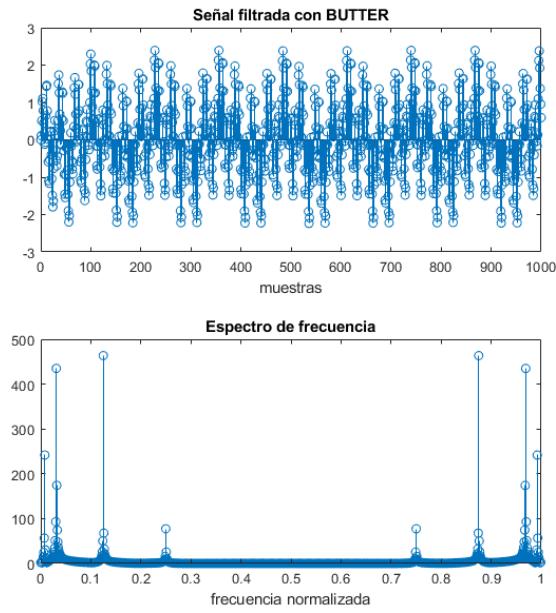


Fig. 24: Señal y espectro en frecuencia con filtro IIR pasa banda método BUTTER.

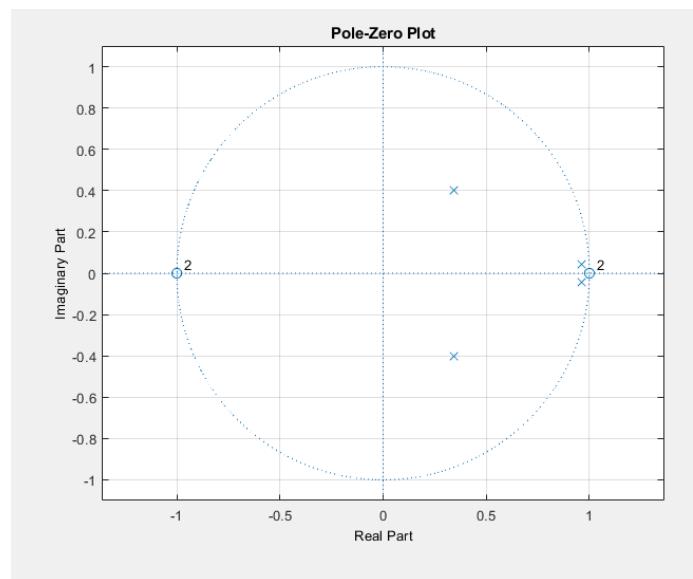


Fig. 25: Círculo unitario para filtro pasa bandas.

En la figura 25 se ve como las frecuencias más grandes y más pequeñas se deben atenuar debido a la ubicación de los ceros, y frecuencias un poco más grandes tienen ganancia gracias a donde se encuentran los polos

Rechaza banda: El filtro rechazabanda se comporta muy parecido al FIR, se usaron las mismas frecuencias de corte y el orden es 4, como en los casos anteriores su fase no es lineal con un valor grande lo que implica una gran distorsión. (figura 26)

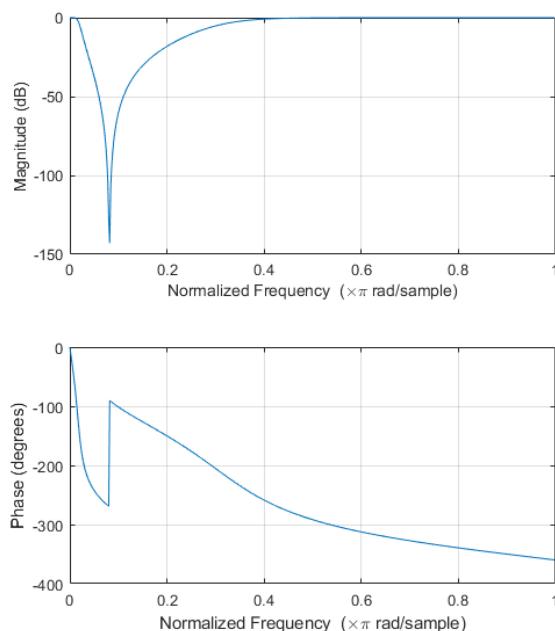


Fig. 26: Respuesta Magnitud Y Fase BUTTER (rechazada banda).

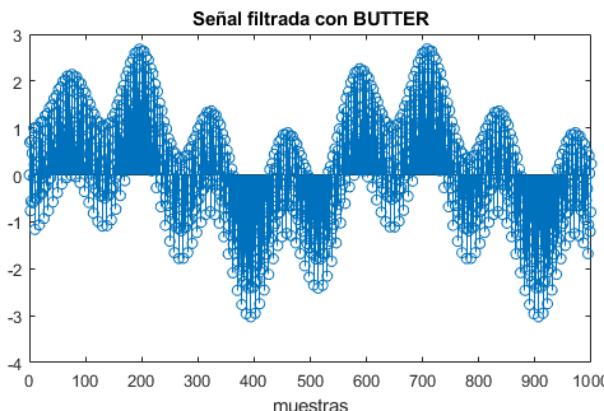


Fig. 27: Señal y espectro en frecuencia con filtro IIR rechaza banda método BUTTER.

En la figura 27 se puede observar cómo el filtro ha realizado el trabajo y ha tenido un correcto funcionamiento.

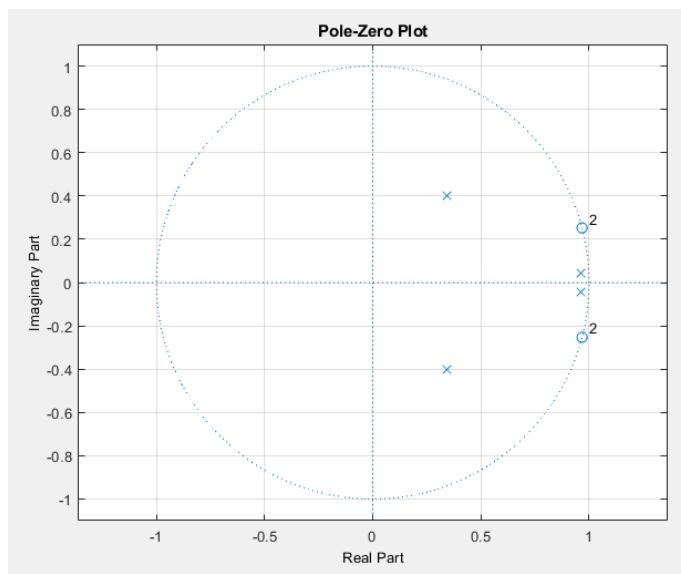


Fig. 28: Circulo unitario para filtro rechaza banda.

El caso del rechazabanda se demuestra con el gráfico del círculo unitario (figura 28) que se pretenden atenuar frecuencias pequeñas

Muestreo de con MPU6050 y microcontrolador STM32F7

Para el muestreo del sensor inercial, en principio se planeó trabajar con el mpu6050 a 1000 muestras por segundo. Se configuraron las tolerancias del acelerómetro y giroscopio de +4g y +500°/s respectivamente.

El muestreo se haría a través de una interrupción en el microcontrolador hecha por el timer 2 cada milisecondo que, se comunicara con el sensor por I2C, recibiera los datos, los convirtiera a unidades G y luego los transmitiera por comunicación serial al pc a una velocidad de 115200 baud.

Hecho el código (disponible en el [repositorio](#)), se hicieron las conexiones físicas para hacerlo funcionar. Pero los datos recibidos en el pc y almacenados en archivos .txt no eran consistentes.

Se procedió a introducir un pulso en la interrupción para ver cuánto tiempo demoraba cada operación, pero como resultado se obtuvo una señal constante. Esto llamó la atención del grupo, por lo que se decidió bajar la frecuencia de la interrupción y analizar el pulso en el osciloscopio.

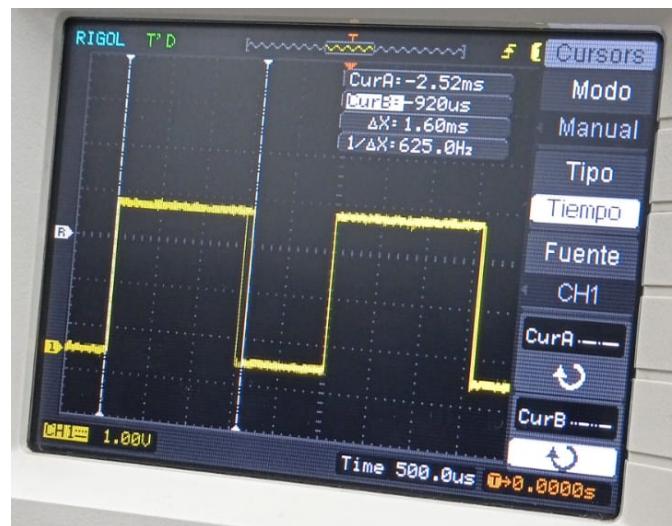


Fig. 29: Análisis de tiempo de la operación completa para recolección y transmisión de datos

En la figura 29 se puede observar que el tiempo total de cada operación es de 1.6ms (delta x). Tiempo que es excesivo si se pretende trabajar a una frecuencia de muestreo de 1000 muestras/s.



Lo siguiente fue analizar cada procedimiento para determinar qué era lo que hacía que la operación demorarse tanto. Después de analizar distintos pasos en el código, se observó que el tiempo de respuesta del sensor (fig 30), era de poco más de 1 ms.

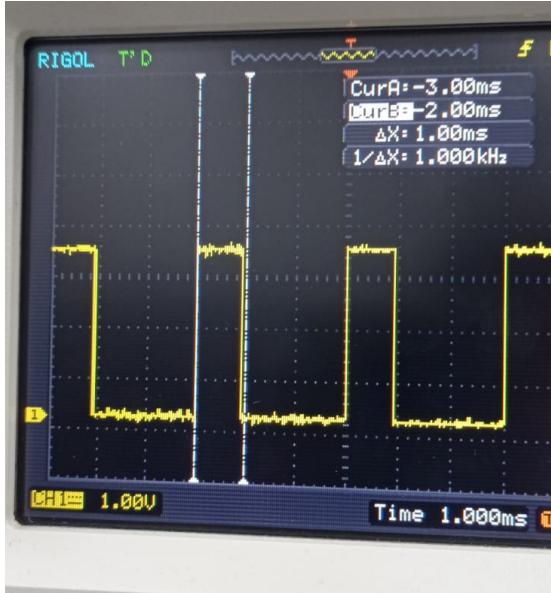


Fig. 30: Tiempo de respuesta del sensor mpu6050.

Al dirigirnos al mapa de registros del sensor [4] podemos observar que la frecuencia máxima de muestreo para el acelerómetro es de 1khz, y para el giroscopio de 8 khz. Claramente no se pueden trabajar, los dos módulos a frecuencias distintas por razones prácticas.

Los seis milisegundos adicionales son dedicados a la transmisión de datos mayoritariamente. Tiempo analizado en la figura 31.



Fig. 31: Tiempo de transmisión del valor de aceleración del eje x

Se estableció una frecuencia de trabajo de 400 Hz para el timer, es decir, 400 muestras por segundo, lo que daba tiempo al

sensor para responder y al micro para transmitir el dato, además de poder hacer todo el proceso de filtrado configurado posteriormente. En la figura 32 se observan los tiempos ya la frecuencia de muestreo, se confirman que la interrupción se hace exactamente cada 2.5 ms.

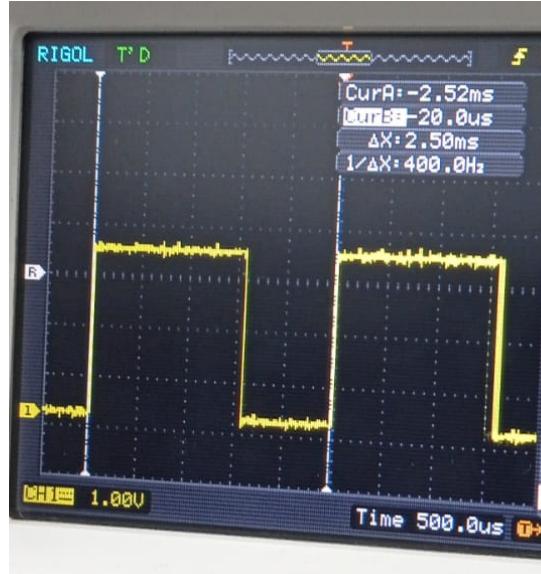


Fig. 30: Tiempo de muestreo del sensor MPU6050

Se hizo entonces una prueba de recolección de datos y se analizó en matlab con movimientos de lado a lado, con el fin de determinar si las señales de movimiento podían llegar a ser bien procesadas. El límite máximo para tener un muestreo serían señales de 200 Hz. En la figura 32 se observa el movimiento analizado.

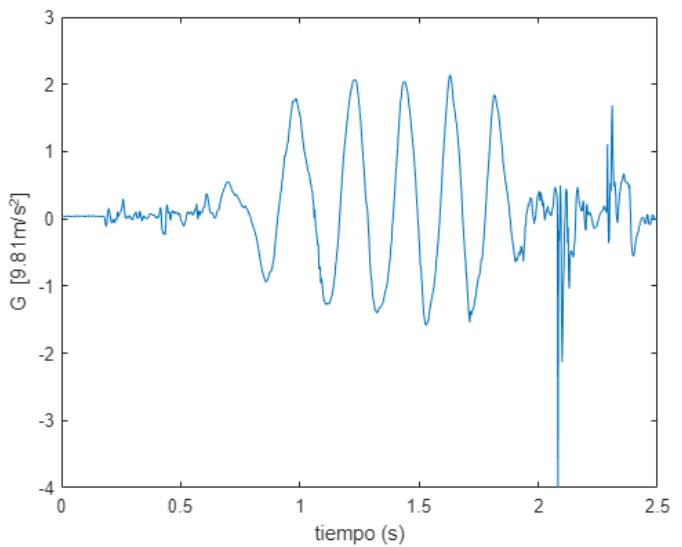


Fig. 32: Señal de prueba para determinar una correcta frecuencia de muestreo

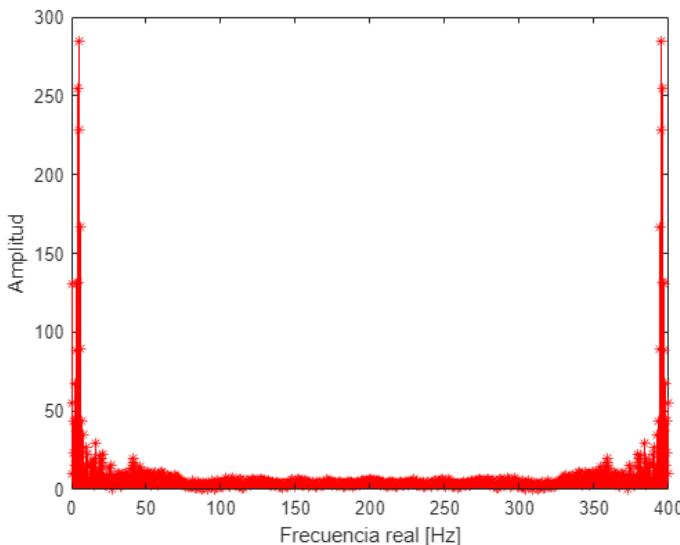


Fig. 33: Espectro de frecuencia para la señal de prueba

En la figura 33 se puede observar que la mayor ganancia se encuentra en una banda de frecuencia desde 0 a 60 hz aproximadamente, por lo que bastaría con una frecuencia de muestreo de **250 muestras/s** para tener datos fieles, incluso, este valor llega a ser alto. Para efectos de la práctica se usará una frecuencia de **400 muestras/s** buscando un valor máximo para experimental con él.

Teniendo en cuenta lo anterior mencionado en la tabla 1 se muestran los parámetros de trabajo con el sensor y el microcontrolador.

Tiempo de interrupción en microcontrolador	2.5 ms
Frecuencia máxima de respuesta del acelerómetro	1 kHz
Frecuencia de respuesta configurada del giroscopio	1 kHz
Velocidad de comunicación serial	115200 baud
Tiempo básico de procesamiento sin filtro	1.6 ms
Frecuencia de muestreo real	400 muestras/segundo

Tabla 1: Condiciones de trabajo para el desarrollo del laboratorio

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Análisis de movimiento con el MPU6050

Se hizo muestreo del sensor sin ningún tipo de movimiento para hacer el análisis de ruido.

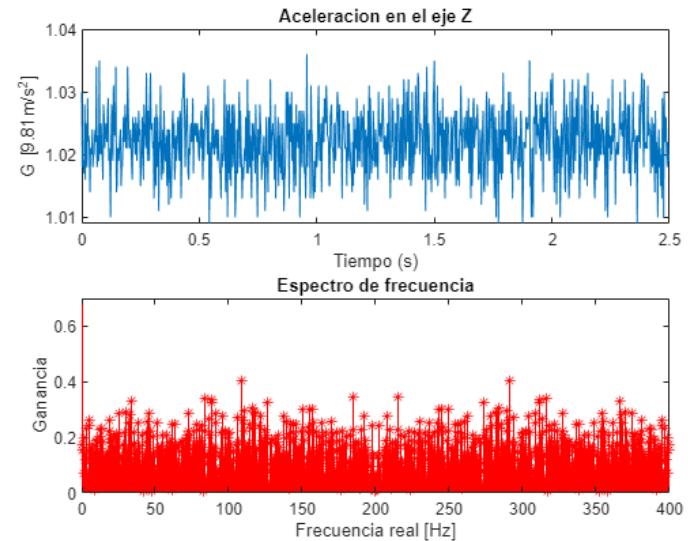


Fig. 34: Aceleración y frecuencia real en prueba estática en el eje Z.

La figura 34 muestra datos esperados. ruido con amplitud aproximada de 0.05, esta señal tiene una relación respecto a los límites (+-4g) de 6.25 E-3%. Al parecer el ruido no se encuentra en una frecuencia específica, su ganancia no llega a superar los 0.5 dB.

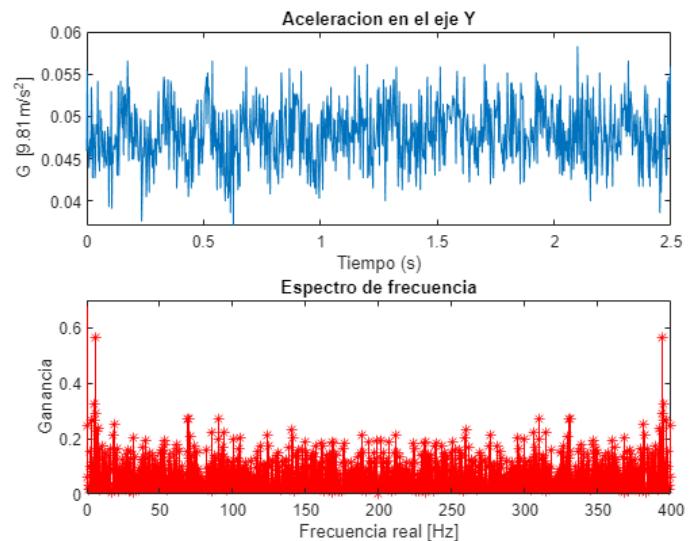


Fig. 35: Aceleración y frecuencia real en prueba estática en el eje Y.

La figura 35 muestra resultados similares a la figura 34, no hay una clara predominancia de frecuencia para el ruido, una ganancia baja, Una amplitud de aproximadamente 0.015g, que en relación a los límites del sensor es de 1.87 E-3 por ciento.



Se tomaron muestras para movimientos lentos y rápidos en los ejes X,Y y Z :

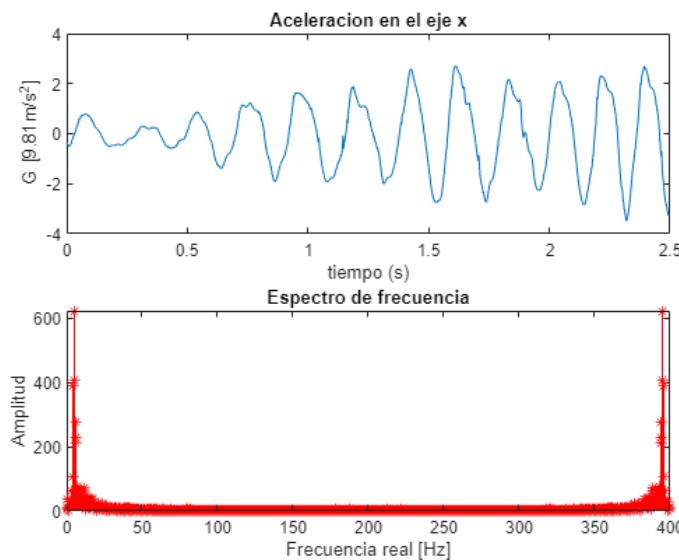


Fig. 36: Aceleración y frecuencia real de movimiento en el eje X.

En la figura 36 se puede observar que la frecuencia de los datos no supera los 50 Hz

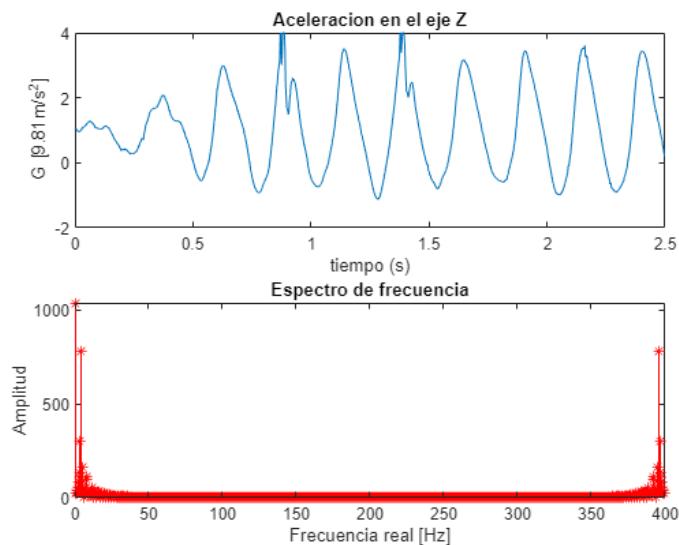


Fig. 37: Aceleración y frecuencia real de movimiento en el eje Z.

Nuevamente, con la figura 37 se observa que la frecuencia del movimiento no llega a superar los 50 Hz, en este caso, al ser datos del eje Z, los valores de aceleración tienen un offset de 1 G por el valor que supone la tierra.

Para los demás datos tomados, el comportamiento es muy similar. La frecuencia del movimiento no llega ni de cerca a los 100 Hz, por lo que se puede decir que la frecuencia de muestreo trabajada es alta para el ejercicio. A comparación de las pruebas estáticas, en las de movimiento se identifican claras ganancias en una banda de frecuencia de 0 a 100 Hz aproximadamente. El ruido que puede haber en la señal se

encuentra en todo el espectro de frecuencias y este no constituye ganancias altas.

Puede observarse en las gráficas de frecuencia una aparente presencia de ruido importante, pero esto se debe al tamaño de los marcadores de la función stem.

Filtros digitales a las señales digitalizadas

Ya que se tratan de variables físicas, es de suma importancia que los valores de la señal no se vean afectados al aplicar el filtro, en este caso, no es aceptable una atenuación significativa de la señal ya que esto constituye una mala interpretación de los movimientos.

Anteriormente se concluyó que los datos se encuentran en una banda de 0 a 100 Hz, por lo que un pasa bajas puede ser de ayuda para eliminar el ruido.

En la figura 38 se observan los resultados de un filtro FIR de tipo ventana, pasa bajas. con frecuencia de corte en 100 hz de orden 50.

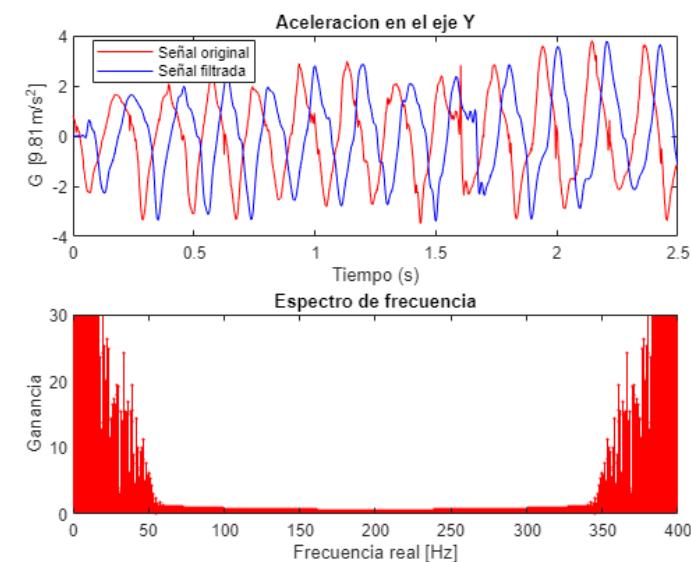


Fig. 38: seña original vs seña filtrada.

Se observa en la respuesta del filtro un tiempo muerto, que es la estabilización, luego, existe una fase respecto a la señal original, esta respuesta es natural, y este desplazamiento es el orden del filtro en muestras, que, sabiendo la frecuencia de muestreo es de aproximadamente 0.125 segundos.

Este filtro cumple los requerimientos, ya que no genera un retraso muy grande y quita el ruido a la señal. Hay que tener en cuenta que el ruido no es un problema de gran magnitud, pero si ese fuese el caso esta configuración sería completamente necesaria.

Implementación en la STM



Con los coeficientes del filtro, se programa un código para hacer la convolución con la señal que muestra tras muestra recibe el micro, esto con el fin de entregar al computador la señal ya filtrada. El programa (adjunto en el [repositorio](#)) guarda en un vector de tamaño del orden del filtro todos sus coeficientes, y, a través de ciclos for hacer convolución con cada dato que se lee. Ya que este proceso consiste en sumas y restas el impacto al tiempo de respuesta es mínimo, no superior a 200 us.

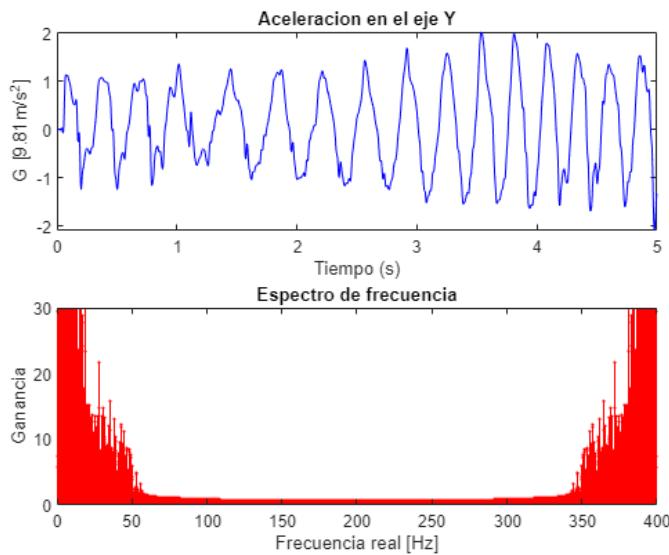


Fig. 39: prueba de movimiento con filtrado en microcontrolador

En la figura 39 se muestra un tramo de los datos obtenidos por la STM con el filtro configurado. Hay un instante al principio de la señal donde pareciese que no pasara nada, este es el tiempo de estabilización del filtro.

Para un futuro laboratorio habría que entrar a evaluar si el retraso de la señal puede llegar a ser perjudicial para alguna aplicación. Por ahora, se cumplen los objetivos

¿Cómo se podrían estimar las variables cinemáticas a partir de las señales capturadas y filtradas?

El acelerómetro entrega valores con una resolución de 16 bits y una tolerancia en este caso un rango de operación configurado en $\pm 4g$, el dato recibido se divide en la resolución y se obtienen variables en unidades g. Esta variable puede ser fácilmente convertida a m/s multiplicando el valor en g por 9.81

¿Cómo se podría afectar el resultado de dicha estimación si no se filtran las señales?

Durante la práctica se observó que el ruido en el sensor no tiene una gran relevancia en los datos, por lo que se pueden obtener variaciones pero muy pequeñas. En el caso en donde el filtro es de gran utilidad es cuando llega un movimiento inesperado y

repentino, como un golpe, una vibración o alguna otra perturbación diferente al movimiento humano.

CONCLUSIONES

- Dado que los filtros IIR tienen sus polos distribuidos de tal manera que sea estable, requieren de un orden pequeño en comparación a los FIR siendo más fáciles de implementar en un microcontrolador, sin embargo estos filtros poseen una fase no lineal, lo que genera una mayor distorsión en la señal filtrada en comparación por ejemplo de los filtros FIR por el método de enventanado.
- Para la detección de movimiento, no es necesario un muestreo de frecuencia de 1000 muestras/segundo, ya que las señales de movimiento no llegan ni siquiera a 200 Hz. Tener en cuenta este dato es de suma importancia para no sobrecargar el sistema con datos que pueden no ser necesarios.
- Es de suma importancia identificar la capacidad de procesamiento de los sistemas usados, como también el tiempo de respuesta de los sensores. El ignorar estos aspectos puede llevar a serios errores en la medición y análisis.
- A la hora de filtrar una señal, existe una gran variedad de filtros digitales a utilizar, desde el tipo, como puede ser FIR o IIR, como su función (pasa bajo, pasa altos, rechaza banda o pasa banda, entre otros), así como los métodos que tiene cada uno. Al final dependerá del diseñador tomar la elección de cual implementar, donde dicha decisión estará relacionada con el recurso computacional que se tenga y el campo de aplicación.
- Para el análisis de señales es importante tomar una cantidad elevada de muestras. En ocasiones se pueden obtener datos fuera de la media, como en el caso del mpu6050 un golpe repentino, si este instante corresponde un porcentaje importante de las muestras, el análisis puede verse afectado. Otra razón para tener muchos datos es que es más práctico el análisis de estos ya que se tienen distintos puntos de comparación.



REFERENCIAS

- [1] J. G. Proakis and D. G. Manolakis, Tratamiento digital de señales (4a. ed.). Madrid: Pearson Educación, 2007.
- [2] T. Holton, Digital signal processing. Cambridge, United Kingdom: Cambridge University Press, 2021.
- [3] A. V. Oppenheim, R. W. Schafer, and J. Portillo, Tratamiento de señales en tiempo discreto (3a. ed.). Madrid: Pearson Educación, 2011.
- [4] InvenSense, “MPU-6000 and MPU-6050 Register Map and Descriptions ,” pp. 15, 26, 2013.

[5]

Repositorio de [GitHub](#) con todos los archivos de trabajo

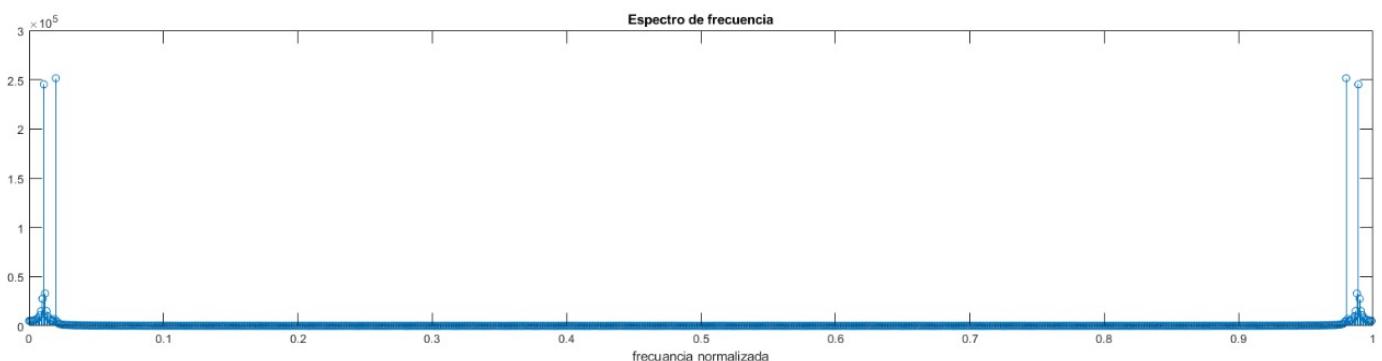
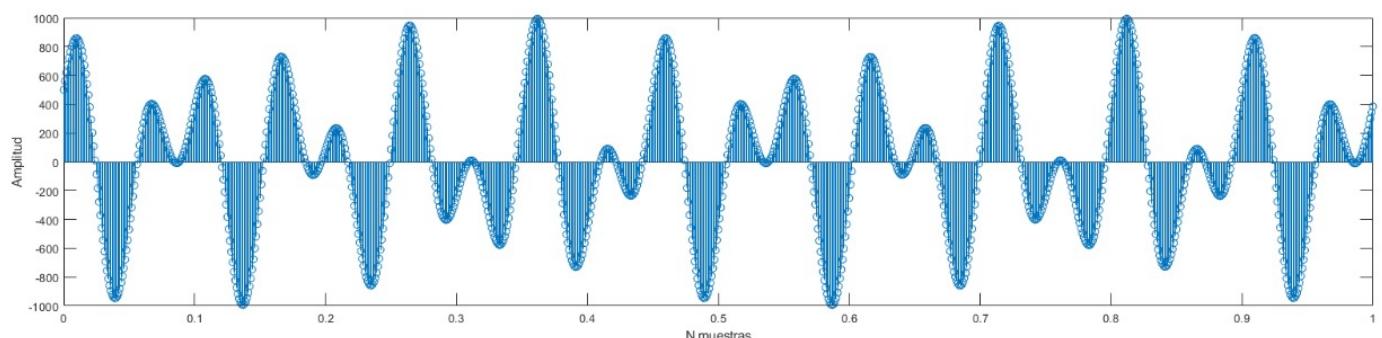
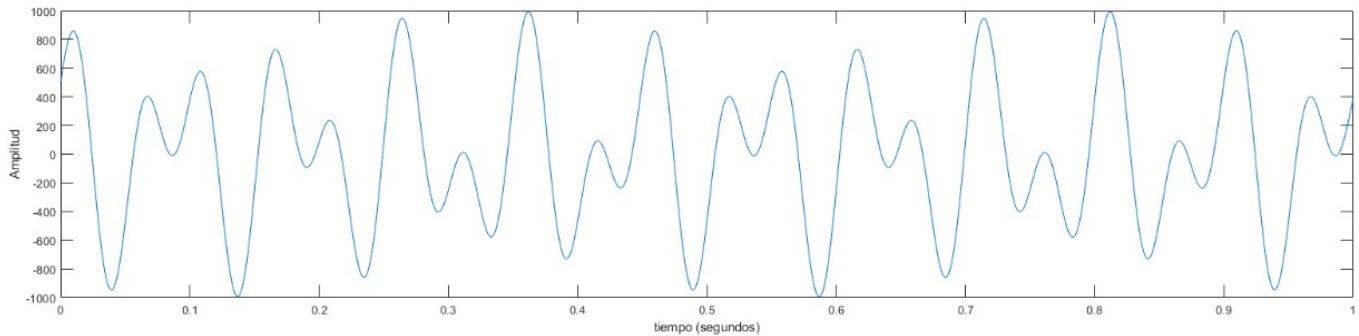


[6]

[Diseño de filtros digitales - MATLAB & Simulink - MathWorks América Latina](#)



ANEXOS





	10 Hz	20 Hz	30 Hz	40 Hz	50 Hz	60 Hz	70 Hz	80 Hz	90 Hz	100 Hz
PSNR	-0.54	8.21	14.49	-3.77	-3.69	-2.47	-2.63	-1.78	-6.62	-6.28
MSE	1.13	0.15	0.03	2.38	2.34	1.77	1.83	1.51	4.59	4.24
Media Teórica	1.66	1.66	1.66	1.66	1.66	1.66	1.66	1.66	1.66	1.66
Media experimental	1.72	1.70	1.68	1.69	1.69	1.64	1.70	1.70	1.69	1.62
Error Media (%)	0.03	0.02	0.01	0.02	0.02	0.01	0.03	0.03	0.0146	0.02
Varianza Teórica	1.35	1.40	1.33	1.40	1.38	1.43	1.44	1.38	1.39	2.63
Varianza experimental	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37	0.22
Error Varianza (%)	0.0091	0.03	0.03	0.03	0.01	0.05	0.05	0.01	0.02	11.2